

Сумський державний педагогічний університет
імені А.С.Макаренка

Факультет фізико-математичний

Кафедра математики

ЗАТВЕРДЖУЮ

Декан фізико-математичного
факультету

 М.В. Каленик

«27» вересня 2018 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ЧИСЛОВІ СИСТЕМИ

спеціальність 014 Середня освіта (Інформатика)

предметна спеціалізація 014.09 Середня освіта (Інформатика)

факультет фізико-математичний

Європейська кредитно-трансферна система
організації освітнього процесу

Суми 2018

Робоча програма навчальної дисципліни «Числові системи»
для студентів денної форми навчання
спеціальність 014 Середня освіта
предметна спеціалізація 014.09 Середня освіта (Інформатика)

Розробник: кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики
Лукашова Тетяна Дмитрівна,

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри математики
Протокол № 1 від «31» серпня 2018 р.

Завідувач кафедри  проф. Чашечникова О.С.

«31» серпня 2018 р.

Затверджено вченою радою фізико-математичного факультету
Протокол № 2 від «24» вересня 2018 р.

Голова  М.В. Каленик

Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Освітній ступінь	Характеристика навчальної дисципліни (денна форма навчання)
Кількість кредитів – 3	бакалавр	Обов'язкова
		Рік підготовки:
4-й		
Семестр		
7-й		
Лекції		
20 год.		
Практичні, семінарські		
20 год.		
Лабораторні		
-		
Самостійна робота		
48 год.		
Консультації:		
2 год.		
Загальна кількість годин –90	Вид контролю:	
	екзамен	

1. Мета вивчення навчальної дисципліни

Основною *метою* курсу «Числові системи» є побудова і вивчення системи натуральних, цілих, раціональних, дійсних і комплексних чисел на аксіоматичній основі. Даний курс має безпосереднє відношення до питань обґрунтування математики відіграє особливу роль у процесі становлення вчителів інформатики.

Для досягнення основної мети в курсі «Числові системи» розв'язуються основні завдання:

- поглиблюється розуміння принципово важливих питань обґрунтування математики;
- остаточно формуються знання про відношення, алгебраїчні операції, алгебраїчні системи та їх ізоморфізм;

- поглиблюються знання про аксіоматичний метод у математиці, етапи його розвитку, про проблеми несуперечності, категоричності та незалежності системи аксіом;
- розглядаються принципово важливі питання розширення алгебраїчних систем, в тому числі і числових систем та, зокрема, системи комплексних чисел до системи гіперкомплексних чисел.

2. Передумови для вивчення дисципліни

Опанування дисципліною та її окремими розділами спирається на курси:

- лінійної алгебри
- алгебри і теорії чисел
- математичного аналізу
- математичної логіки і теорії алгоритмів.

3. Результати навчання за дисципліною

У результаті вивчення дисципліни студенти повинні **знати**:

- означення, основні властивості, класифікацію відношень (зокрема, бінарних) та алгебраїчних операцій;
- сутність аксіоматичного методу, етапи його розвитку;
- означення інтерпретації та моделі аксіоматичної теорії, проблем несуперечності, категоричності та незалежності системи аксіом;
- означення та основні факти впорядкованих груп, кілець і полів;
- означення та основні властивості нормованих кілець і полів, властивості норми;
- аксіоматичні теорії систем натуральних, цілих, раціональних, дійсних та комплексних чисел;
- теорему Фробеніуса про алгебри скінченного рангу з діленням над полем дійсних чисел.

У результаті вивчення дисципліни студенти повинні **вміти**:

- формулювати означення та наводити приклади відношень різних типів, зокрема, відношень еквівалентності та відношення порядку;
- формулювати означення та наводити приклади впорядкованих алгебраїчних систем, зокрема, кілець і полів з архімедівським і неархімедівським порядком;
- формулювати аксіоматичні означення числових систем, доводити теореми про несуперечність, категоричність систем аксіом;
- формулювати і доводити теореми про зв'язки чисел системи, що отримана в результаті мінімального розширення попередньої числової системи;
- наводити приклади лінійних алгебр нескінченного і скінченного рангів, алгебр з діленням, вміти доводити теорему Фробеніуса та її аналоги для поля раціональних та поля комплексних чисел.

4. Критерії оцінювання результатів навчання

К-сть балів	Критерії оцінювання навчальних досягнень студента
90–100	Студент у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних питань, вільно самостійно та аргументовано

	користується теоретичними знаннями та отриманим практичним досвідом під час усних виступів; застосовує набуті знання при виконанні лабораторних завдань, може пояснити хід розв'язання задачі, аргументувати його ефективність; демонструє результати виконання всіх видів навчальної роботи, передбачених робочою програмою
82–89	Студент володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей, здатний теоретично обґрунтовувати обрані шляхи розв'язання завдань, успішно виконує лабораторні роботи з використанням спеціалізованих джерел; при викладенні окремих питань допускає несуттєві неточності та\або незначні помилки; демонструє результати виконання всіх видів навчальної роботи, передбачених робочою програмою.
74–81	Студент в цілому володіє навчальним матеріалом, викладає його основний зміст під час усних виступів та письмових відповідей, але без глибокого всебічного аналізу, обґрунтування та аргументації, здатний критично оцінювати джерела, проте у відповідях припускається помилок, які після вказівки здатний усунути; демонструє результати виконання всіх видів навчальної роботи, передбачених робочою програмою.
64–73	Студент володіє матеріалом лекцій, але не може навести власних прикладів, не може пояснити процес виконання лабораторної роботи, аргументувати алгоритм вирішення завдань; ситуативно здатний розв'язувати поставлені завдання, успішно виконує завдання за зразком, проте без аргументації та обґрунтування відповідає на запитання, недостатньо володіє теоретичними основами теми; лабораторні роботи виконує з суттєвими неточностями та\ або помилками; лабораторних робіт виконує та захищає понад 66%.
60–63	Ситуативно володіє матеріалом лекцій, але не виявляє бажання розширювати чи поглиблювати власні знання; орієнтується в основних поняттях, але відчуває труднощі у наведенні прикладів, аргументації положень, поясненні процесів та функціоналу програмних засобів; ситуативно здатний до критичного аналізу та пошуку потрібних джерел; демонструє результати виконання не менше половини від всіх видів навчальної роботи, передбачених робочою програмою.
35–59	Студент не володіє теоретичним матеріалом. Виконання практичних завдань викликають значні труднощі; неправильно вибирає відповідний програмний засіб для опрацювання даних; демонструє результати виконання менше половини від всіх видів навчальної роботи, передбачених робочою програмою.
1–34	Студент не володіє теоретичним матеріалом з дисципліни. Допускає принципові помилки, не може пояснити алгоритм розв'язування типових практичних завдань.

Розподіл балів

	Відвід. лекцій	Відвідув. практ.	Відповіді	Колокв	Інд. завд	Екзам	Всього
Р І.	4	12	12	12			40
Р ІІ.	6	8	8		13		35
Усього	10	20	10	12	13	25	100

Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою
		для екзамену, заліку, курсового проекту (роботи), практики
90 – 100	A	відмінно
82 - 89	B	добре
74 - 81	C	
64 - 73	D	
60 - 63	E	задовільно
35-59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання
1 - 34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

5. Засоби діагностики результатів навчання

До засобів діагностики результатів навчання курсу відносяться: завдання до практичних і домашніх робіт, контрольні роботи, питання до колоквиуму та екзамену, реферати.

6. Програма навчальної дисципліни

6.1. Інформаційний зміст навчальної дисципліни

Розділ I. Відношення на множинах. Аксиоматичний метод у математиці. Аксиоматичні теорії натуральних, цілих і раціональних чисел.

Тема 1.1. Відношення на множинах. Аксиоматичний метод у математиці.

Зміст. Операції на множинах. Відношення, бінарні відношення, їх класифікація. Відношення еквівалентності та відношення порядку. Алгебраїчні операції. Алгебраїчні системи і алгебри, ізоморфізм та гомоморфізм систем. Аксиоматичний метод у математиці, етапи його розвитку. Проблеми несуперечності, категоричності, рівносильності та незалежності системи аксіом.

Тема 1.2. Аксиоматична теорія натуральних чисел.

Зміст. Властивості операцій додавання, множення та відношення порядку. Проблеми несуперечності, категоричності та незалежності системи аксіом Пеано. Роль аксіоми індукції в побудові арифметики натуральних чисел та обґрунтуванні математики. Натуральні числа як потужності скінченних множин. Поняття про формалізовану теорію натуральних чисел.

Тема 1.3. Упорядковані алгебраїчні системи.

Зміст. Упорядковані напівкільця, кільця, поля. Абсолютна величина елементів лінійно упорядкованого кільця та її властивості. Критерій лінійної упорядкованості кільця. Кільця з архімедівським і неархімедівським порядком.

Тема 1.4. Аксиоматичні теорії цілих та раціональних чисел.

Зміст. Розширення алгебраїчних систем. Аксиоматична теорія цілих чисел. Цілі числа як різниці натуральних чисел. Лінійна упорядкованість кільця цілих чисел. Несуперечність і

категоричність аксіоматичної теорії цілих чисел. Аксіоматична теорія раціональних чисел. Раціональні числа як частки цілих чисел. Упорядкованість поля раціональних чисел. Несуперечність і категоричність аксіоматичної теорії раціональних чисел.

Розділ II. Нормовані кільця і поля.

Аксіоматичні теорії дійсних та комплексних чисел.

Алгебри скінченного рангу з діленням над числовими полями

Тема 2.1. Нормовані кільця і поля

Зміст. Означення і властивості норми. Різні нормування поля раціональних чисел. Послідовності в нормованих полях та їх властивості. Повні і неповні поля за даною нормою. Кільце фундаментальних та ідеальних нульових послідовностей.

Тема 2.2. Аксіоматична теорія дійсних чисел.

Зміст. Проблема розширення системи раціональних чисел. Дійсні числа як границі послідовностей раціональних чисел. Поле дійсних чисел – мінімальне повне поле і максимальне архімедівськи впорядковане поле. Несуперечність і категоричність аксіоматичної теорії дійсних чисел. Подання дійсних чисел системними та ланцюговими дробами.

Тема 2.3. Комплексні числа та алгебри скінченного рангу з діленням над полем дійсних чисел.

Зміст. Проблема розширення системи дійсних чисел. Аксіоматична теорія комплексних чисел. Подання комплексних чисел через дійсні числа та уявну одиницю. Несуперечність і категоричність аксіоматичної теорії комплексних чисел.

Лінійні алгебри скінченного рангу над полем. Тіло кватерніонів і теорема Фробеніуса.

6.2. Структура та обсяг навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	Денна форма						Заочна форма					
	Усього	у тому числі					Усього	у тому числі				
		Лекції	Практ.	Лаб.р.	Конс.	Сам.р.		Лекції	Практ.	Лаб.р.	Конс.	Сам.р.
Розділ I. Відношення на множинах. Аксіоматичний метод у математиці. Аксіоматичні теорії натуральних, цілих і раціональних чисел												
1.1. Відношення на множинах. Аксіоматичний метод у математиці	12	2	4		-	6						
1.2. Аксіоматична теорія натуральних чисел	12	2	4		-	6						
1.3. Упорядковані алгебраїчні системи	10	2	2		-	6						

1.4. Аксиоматичні теорії цілих та раціональних чисел	10	2	2		-	6						
Розділ II. Нормовані кільця і поля. Аксиоматичні теорії дійсних та комплексних чисел. Алгебри скінченного рангу з діленням над числовими полями												
2.1. Нормовані кільця і поля	10	2	2		-	6						
2.2. Аксиоматична теорія дійсних чисел	18	6	4		-	8						
2.3. Комплексні числа та алгебри скінченного рангу з діленням над полем дійсних чисел	18	4	2		2	10						
Усього	90	20	20		2	48						

7. Теми практичних занять

№	Тема	К-ть год.
1	Прямий добуток множин. Відношення, функції, операції.	2
2	Напівгрупи, групи, напівкільця, кільця, тіла, поля, лінійні алгебри.	2
3	Аксиоматична теорія натуральних чисел. Властивості операцій додавання, множення та відношення порядку. Закони монотонності.	2
4	Категоричність аксиоматичної теорії натуральних чисел. Незалежність системи аксіом Пеано. Роль аксіоми індукції в побудові арифметики натуральних чисел. Натуральні числа як потужності скінченних множин.	2
5	Упорядковані алгебраїчні системи.	2
6	Аксиоматичні теорії цілих та раціональних чисел.	2
7	Нормовані кільця і поля. Властивості норми. Послідовності в нормованих полях.	2
8	Аксиоматична теорія дійсних чисел. Дійсні числа як границі послідовностей раціональних чисел. Властивості поля дійсних чисел (мінімально повне і максимальне архімедівські впорядковане). Несуперечність і категоричність аксиоматичної теорії дійсних чисел	2
9	Зображення дійсних чисел системними та ланцюговими дробами.	2
10	Аксиоматичні теорії дійсних та комплексних чисел. Алгебри скінченного рангу з діленням над числовими полями	2
	Усього	20

8. Рекомендовані джерела інформації

Основні

1. Вивальнюк Л.М., Григоренко В.К., Левіщенко С.С. Числові системи. – К.: Вища школа, 1988. – 272 с.
2. Лиман Ф.М. Числові системи: навчальний посібник – Суми: Видавництво «МакДен», 2010. – 192 с.
3. Нечаев В.И. Числовые системы. – М.: Просвещение, 1975. – 199 с.

Додаткові

4. Бородин О.И. Теория чисел. – К.: Вища школа, 1970. – 274 с.
5. Демидов И.Т. Основания арифметики. – М.: Гос. учеб.-пед. изд-во МП РСФСР, 1959. – 232 с.
6. Колмогоров А.Н. Научные основания школьного курса математики // Математика в школе. Лекция 1. – 1969. – №3. – С. 12-17; лекция 2. – 1969. – №5. – С. 8-17; лекция 3. – 1970. – №2. – С. 27-32.
7. Виленкин Н.Я., Дуничев К.И., Калужнин Л.А., Столяр А.А. Современные основы школьного курса математики. – М.: Просвещение, 1980. – 240 с.
8. Кужель О.В. Основы арифметики. – К.: Радянська школа, 1965. – 131 с.
9. Нечаев В.И. Упорядоченные множества и упорядоченные алгебры с одной и двумя бинарными операциями // Математика в школе. – 1973. – №5. – С. 4-13.
10. Проскуряков И.В. Числа и многочлены. – М.: Просвещение, 1965. – 284с.
11. Феферман С. Числовые системы. Основания алгебры и анализа. – М.: Наука, 1971. – 440 с.
12. Кантор И.Л., Солодовников А.С. Гиперкомплексные числа. – М.: Наука, 1973. – 144с.