

Сумський державний педагогічний університет  
імені А.С.Макаренка

Факультет фізико-математичний

Кафедра математики

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Декан фізико-математичного факультету

\_\_\_\_\_ М.В.Каленик

(підпис) (ініціали та прізвище)

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2019

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

*Лінійна алгебра*

галузь знань \_\_\_\_\_ 01 Освіта \_\_\_\_\_  
(шифр і назва галузі знань)

спеціальність \_\_\_\_\_ 014 Середня освіта \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

освітня-програма/програми  
ОПП математика першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
(назва)

Мова навчання \_\_\_\_\_ українська \_\_\_\_\_

Погоджено науково-методичною  
комісією фізико-математичного  
факультету

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 р

Голова: Одінцова О.О., к. ф-м. н, доц.

Розробники:

1. Друшляк Марина Григорівна, кандидат фізико-математичних наук,  
доцент, доцент кафедри математики

Робоча програма розглянута і схвалена на засіданні кафедри математики  
Протокол № \_\_\_\_ від «\_\_\_\_»\_\_\_\_\_2019 р.

Завідувач кафедри

Чашечникова О.С., доктор педагогічних наук, професор \_\_\_\_\_

### Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Освітній ступінь	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	заочна форма навчання
Кількість кредитів – 8,7	бакалавр	Обов'язкова	
		<b>Рік підготовки:</b>	
1-й		1-й	
<b>Семестр</b>			
1-2-й		1-2-й	
<b>Лекції</b>			
48 год.		6 год.	
<b>Практичні, семінарські</b>			
48 год.		6 год.	
<b>Лабораторні</b>			
-		-	
<b>Самостійна робота</b>			
142 год.		205 год.	
<b>Консультації:</b>			
2 год. (2 сем.)	2 год. (2 сем.)		
Вид контролю: Екзамен (I сем.) Залік (II сем.)			
Загальна кількість годин – 262			

## 1. Мета вивчення навчальної дисципліни

Головною метою та завданням курсу є вивчення основ сучасної лінійної алгебри, визначення її місця в загальній системі математичних знань, взаємозв'язків лінійної алгебри з аналітичною геометрією, алгеброю і теорією чисел та математичним аналізом; формування наукового світогляду та виховання алгебраїчної культури, необхідних майбутньому вчителю для глибокого розуміння цілей та завдань основ шкільного курсу математики, спеціальних факультативних курсів, а також для проведення наукових досліджень.

У результаті вивчення дисципліни **студенти повинні:**

**знати:**

- предмет та об'єкти вивчення лінійної алгебри;
- основні поняття теорії матриць і визначників, систем лінійних рівнянь, числових полів, абстрактних векторних просторів та лінійних операторів, квадратичних форм;
- ключові теоретичні положення курсу;
- основні методи розв'язання типових задач;

**вміти:**

- розв'язувати основні типи задач, передбачені програмою;
- аналізувати доведення теорем вказувати необхідні та достатні умови; доводити ключові положення курсу.

## 2. Результати навчання за дисципліною

<b>Знання</b>	<b>ПРЗ 2.</b> Знання фундаментальних математичних теорій.
<b>Уміння</b>	<p><b>ПРУ 2.</b> Уміння продемонструвати та застосовувати знання фундаментальних математичних теорій для розв'язування компетентнісних завдань, типових завдань;</p> <p><b>ПРУ 9.</b> Уміння формувати й підтримувати інтерес учнів, належний рівень їх мотивації до навчання математики та інформатики;</p> <p><b>ПРУ 11.</b> Уміння відшукувати інформацію у різноманітних джерелах, аналізувати, критично оцінювати, систематизувати, узагальнювати її; готувати доповіді, презентації, брати участь у дискусії;</p> <p><b>ПРУ 12.</b> Уміння продуктивно спілкуватись в ході співпраці у команді, вести діалог, брати участі у дискусіях щодо вирішення професійних проблем; організовувати комунікацію учнів, створювати умови для ефективною евристичної бесіди, дискусії, мозкового штурму;</p> <p><b>ПРУ 13.</b> Уміння грамотно використовувати державну мову у процесі професійної діяльності, чітко та аргументовано висловлювати свої думки, міркування, почуття;</p> <p><b>ПРУ 15.</b> Готовність сумлінно виконувати професійні обов'язки, дотримуватися принципів етики вчителя; організовувати навчальний процес, ґрунтуючись на основних правових нормах і законах, нормативно правових актах, санітарно-гігієнічних правилах, правилах і рекомендаціях зі здоров'язбереження;</p> <p><b>ПРУ 16.</b> Уміння за планувати процес самонавчання та самовдосконалення, готовність навчатися протягом усього</p>

	життя в контексті неперервної фахової підготовки і соціального життя, вдосконалювати й розвивати власний інтелектуальний та загальнокультурний рівень.
<b>Комунікація:</b>	<b>ПРК 1.</b> Володіє основами професійної мовленнєвої культури при навчанні математики та інформатики. <b>ПРК 2.</b> Здатний до ефективної комунікації в процесі навчання математики та інформатики.

### 3. Критерії оцінювання результатів навчання

Шкала ЄКТС	Критерії оцінювання навчальних досягнень студента
A	Студент у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних питань, вільно самостійно та аргументовано користується теоретичними знаннями; застосовує знання при розв'язуванні завдань, може пояснити хід розв'язання, аргументувати ефективність шляху їх виконання. Правильно розв'язує завдання контрольних робіт у межах понад 90%. Студент демонструє у наявності результати виконання всіх видів навчальної роботи, передбачених робочою програмою.
B	Достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей, в основному розкриває зміст теоретичних питань, розв'язує завдання, використовуючи при цьому обов'язкову літературу. При викладанні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, допускаються при цьому окремі несуттєві неточності та незначні помилки. Правильно розв'язує більшість завдань контрольних робіт, що становить від 82 до 90%. Завдання практичних занять виконує у повному обсязі.
C	В цілому володіє навчальним матеріалом викладає його основний зміст під час усних виступів та письмових відповідей, але без глибокого всебічного аналізу, обґрунтування та аргументації, ознайомлений з основними джерелами, допускає суттєві неточності та помилки. Правильно розв'язує частину завдань контрольних робіт, що становлять від 74 до 81%. Завдання практичних занять виконує у повному обсязі.
D	Вільно володіє матеріалом лекцій, але не може навести власних прикладів. Може виконати елементарні завдання з теми. Фрагментарно, поверхово без аргументації та обґрунтування відповідає на запитання, недостатньо розкриває зміст теоретичних питань та практичні завдання виконує з суттєвими неточностями, правильно розв'язує завдань контрольних робіт у межах від 64 до 73%. Виконує завдання практичних занять понад 64%.
E	Володіє матеріалом лекцій, не виявляє додаткове опанування та розширення знань. Знає основні поняття, відчуває труднощі у наведенні прикладів, аргументації положень, поясненні кроків розв'язання завдань. Розв'язує завдань контрольних робіт у межах від 60 до 63%
F	Студент не володіє теоретичним матеріалом з дисципліни, розв'язує прості практичні завдання. Допускає суттєві помилки, не може пояснити алгоритм розв'язування практичного завдання. Розв'язує завдань контрольних робіт у межах 36-59%

FX	Студент не володіє теоретичним матеріалом. Виконання практичних завдань викликають значні труднощі. Розв'язує завдань контрольних робіт у межах від 0- до 35%
----	---

### Розподіл балів (I семестр)

Розділ 1			Розділ 2				Разом	Сума	Екзамен	Загальна сума
Т 1.1	Т 1.2.	Т 1.3	Т 2.1	Т 2.2	Т 2.3	Т 2.4				
Поточний контроль										
5	3	14	2	2	2	10	38	75	25	100
Контроль самостійної роботи										
-	2	19	-	-	2	14	37			

Відвідування лекції – 1б., відвідування практичного заняття – 1 б., контрольні роботи – 9б. та 8б., ІНДЗ – 9б. та 6б., колоквиум – 8б. та 8б.

### Розподіл балів (II семестр)

Розділ 3				Розділ 4		Розділ 5				Разом	Загальна сума
Т 3.1	Т 3.2.	Т 3.3	Т 3.4	Т 4.1	Т 4.2	Т 5.1	Т 5.2	Т 5.3	Т 5.4		
Поточний контроль											
-	2	2	-	5	13	4	4	13	7	50	100
Контроль самостійної роботи											
			10		20				20	50	

Відвідування лекції – 1б., відвідування практичного заняття – 1 б., контрольні роботи – 10б. та б., ІНДЗ – 10б., колоквиум – 10б.

### Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою
		для екзамену, заліку, курсового проекту (роботи), практики
90 – 100	<b>A</b>	<b>відмінно</b>
82 - 89	<b>B</b>	<b>добре</b>
74 - 81	<b>C</b>	
64 - 73	<b>D</b>	
60 - 63	<b>E</b>	<b>задовільно</b>
35-59	<b>FX</b>	<b>незадовільно з можливістю повторного складання</b>
1 - 34	<b>F</b>	<b>незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни</b>

## 4. Засоби діагностики результатів навчання

Студент протягом 1 та 2 семестрів виконує завдання практичних робіт, виконує індивідуальні роботи. Наприкінці 1 семестру студент здає екзамен, наприкінці 2 семестру студент здає залік.

## 5. Програма навчальної дисципліни

### I семестр

#### Розділ 1. Системи лінійних рівнянь

##### **Тема 1.1. Визначники та їх застосування**

**Зміст.** Предмет лінійної алгебри. Основні відомості про системи лінійних рівнянь. Визначники 2, 3-го порядку. Правило Саррюса. Застосування визначників 2 та 3-го порядку до дослідження та розв'язування систем для систем 2 та 3-го порядку.

Перестановки. Інверсії. Детермінант  $n$ -го порядку. Алгебраїчні доповнення та мінори. Розклад визначника  $n$ -го порядку за елементами рядка або стовпця.

Властивості детермінантів. Обчислення визначників  $n$ -го порядку. Визначники матриць спеціального типу. Застосування визначників до розв'язування систем лінійних рівнянь. Правило Крамера. Однорідні системи.

##### **Тема 1.2. Системи лінійних рівнянь**

**Зміст.** Елементарні перетворення систем лінійних рівнянь. Метод Гаусса.

##### **Тема 1.3. Алгебра матриць**

**Зміст.** Дії над матрицями. Властивості додавання та множення матриць. Множення матриць на число. Обернена матриця. Умова її існування та єдиність. Застосування матриць до розв'язування систем лінійних рівнянь  $n$ -го порядку. Матричне доведення формул Крамера. Матричні рівняння.

#### Розділ 2. Дослідження систем лінійних рівнянь

##### **Тема 2.1. Арифметичний $n$ -вимірний простір**

**Зміст.**  $n$ -вимірні вектори. Арифметичний векторний простір. Лінійна залежність та лінійна незалежність векторів. Базис і ранг скінченної системи векторів.

##### **Тема 2.2. Ранг матриці**

**Зміст.** Ранг матриці та його незмінність при елементарних перетвореннях рядків (стовпців). Основні теореми про ранг матриці. Способи обчислення рангу матриці.

##### **Тема 2.3. Дослідження та розв'язання систем лінійних рівнянь**

**Зміст.** Критерії сумісності та визначеності систем лінійних рівнянь. Порядок дослідження та розв'язання систем лінійних рівнянь.

##### **Тема 2.4. Системи лінійних однорідних рівнянь**

**Зміст.** Властивості розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків. Зв'язок між розв'язками неоднорідної та відповідної їй однорідної системи лінійних рівнянь.

### II семестр

#### Розділ 3. Числові поля. Поле комплексних чисел

**Тема 3.1. Алгебраїчні операції та відношення на множинах. Алгебраїчні структури.**

**Зміст.** Множини. Відношення на множинах. Бінарні відношення. Основні типи бінарних відношень. Алгебраїчні операції. Алгебраїчні системи. Основні типи алгебраїчних систем (групи, кільця, тіла, поля).

##### **Тема 3.2. Поле комплексних чисел. Алгебраїчна форма комплексного числа.**

**Зміст.** Необхідність розширення поля дійсних чисел. Побудова поля комплексних чисел. Алгебраїчна форма комплексного числа. Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі.

##### **Тема 3.3. Тригонометрична форма комплексного числа.**

**Зміст.** Геометрична інтерпретація комплексних чисел. Тригонометрична форма комплексного числа. Властивості модуля та аргумента комплексного числа. Дії над комплексними числами в тригонометричній формі. Формула Муавра. Геометрична інтерпретація дій над комплексними числами.

**Тема 3.4. Добування кореня з комплексного числа.**

**Зміст.** Добування кореня з комплексного числа. Двочленні рівняння. Корені з одиниці. Первісні корені. Група коренів з одиниці.

#### **Розділ 4. Лінійні простори**

**Тема 4.1. Лінійні простори та лінійні підпростори**

**Зміст.** Означення та найпростіші властивості лінійних просторів. Розмірність та базис лінійного простору. Підпростори лінійного простору. Перетин, сума, пряма сума підпросторів. Лінійні оболонки систем векторів. Лінійні многовиди.

**Тема 4.2. Лінійні простори зі скалярним добутком**

**Зміст.** Скалярний добуток векторів. Означення та найпростіші властивості евклідових та унітарних просторів. Ортогональність векторів. Процес ортогоналізації. Ортонормовані базиси евклідових та унітарних просторів. Ортогональне доповнення простору. Ізоморфізм евклідових та унітарних просторів.

#### **Розділ 5. Лінійні оператори та квадратичні форми**

**Тема 5.1. Лінійні оператори**

**Зміст.** Означення та найпростіші властивості лінійних операторів. Задання лінійного оператора за допомогою відображення базиса. Матриця лінійного оператора. Зв'язок між матрицями лінійного оператора у різних базисах. Подібні матриці та їх властивості. Дії над лінійними операторами. Область значень, ядро, ранг та дефект лінійного оператора. Вироджені та неvirоджені лінійні оператори. Обернений лінійний оператор. Лінійні алгебри. Повна лінійна група.

**Тема 5.2. Структура лінійного оператора**

**Зміст.** Інваріантні підпростори. Власні вектори та власні значення лінійного оператора. Лінійні оператори з простим спектром. Достатня умова зведення матриці лінійного оператора до діагонального виду. Умови, при яких матриця подібна діагональній.

**Тема 5.3. Лінійні оператори у евклідовому та унітарних просторах**

**Зміст.** Спряжені лінійні оператори у евклідовому та унітарному просторах. Самоспряжені лінійні оператори у евклідовому та унітарному просторах.

**Тема 5.4. Квадратичні форми**

**Зміст.** Квадратичні форми. Ранг квадратичної форми. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду методом Лагранжа. Дійсні квадратичні форми. Закон інерції дійсних квадратичних форм. Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей за допомогою ортогонального перетворення. Додатно визначені квадратичні форми. Критерій Сільвестра.

### **7.2. Структура та обсяг навчальної дисципліни**

Назви розділів і тем	Кількість годин									
	Денна форма					Заочна форма				
	Усього	у тому числі				Усього	у тому числі			
		Лекції	Практ.	Лабор.	Конс.		Самост.р	Лекції	Практ.	Лабор.
<b>Розділ 1. Системи лінійних рівнянь</b>										



<b>Тема 1.1.</b> Визначники та їх застосування	24	6	4			14	20	1	1			18
<b>Тема 1.2.</b> Системи лінійних рівнянь.	12	2	4			6	12	1	1			10
<b>Тема 1.3.</b> Алгебра матриць	28	4	6			18	24	1	1			22
<b>Разом</b>	<b>64</b>	<b>12</b>	<b>14</b>			<b>38</b>	56	3	3			50
<b>Розділ 2. Дослідження систем лінійних рівнянь</b>												
<b>Тема 2.1.</b> Арифметичний $n$ -вимірний простір	22	2	2			18	22					22
<b>Тема 2.2.</b> Ранг матриці	6	2	2			2	8					8
<b>Тема 2.3.</b> Дослідження та розв'язання систем лінійних рівнянь	14	2	2			10	16	1	1			14
<b>Тема 2.4.</b> Системи лінійних однорідних рівнянь	14	2	2			10	14					14
<b>Разом</b>	<b>56</b>	<b>8</b>	<b>8</b>			<b>40</b>	60	1	1			58
<b>Разом за I семестр</b>	<b>120</b>	<b>20</b>	<b>22</b>			<b>78</b>	116	4	4			108
<b>Розділ 3. Числові поля. Поле комплексних чисел</b>												
<b>Тема 3.1.</b> Алгебраїчні операції та відношення на множинах. Алгебраїчні структури.	6	-	-		2	4	8					8
<b>Тема 3.2.</b> Поле комплексних чисел. Алгебраїчна форма комплексного числа. Тема 3.2. Поле комплексних чисел. Алгебраїчна форма комплексного числа.	11	2	1			8	12					12
<b>Тема 3.3.</b> Тригонометрична форма комплексного числа.	5	1	2			2	8					8
<b>Тема 3.4.</b> Добування кореня з комплексного числа.	6	1	1			4						
<b>Разом</b>	<b>26</b>	<b>4</b>	<b>4</b>			<b>18</b>	28					28
<b>Розділ 4. Лінійні простори</b>												
<b>Тема 4.1.</b> Лінійні простори та лінійні підпростори	16	4	6			6	12	1	1			10
<b>Тема 4.2.</b> Лінійні простори зі скалярним добутком	16	2	4			10	17				1	16
<b>Разом</b>	<b>32</b>	<b>6</b>	<b>10</b>			<b>16</b>	27	1	1		1	26
<b>Розділ 5. Лінійні оператори та квадратичні форми</b>												
<b>Тема 5.1.</b> Лінійні оператори	14	4	4			6	12	1	1			10
<b>Тема 5.2.</b> Структура лінійного оператора	14	4	4			6	10					10
<b>Тема 5.3.</b> Лінійні оператори у евклідовому та унітарних	15	6	-			9	12					12

просторах												
<b>Тема 5.4. Квадратичні форми</b>	17	4	4			9	12				1	11
<b>Разом</b>	<b>60</b>	<b>18</b>	<b>12</b>			<b>30</b>	46	1	1		1	43
<b>Разом за II семестр</b>	<b>116</b>	<b>28</b>	<b>26</b>			<b>64</b>	10 3	2	2		2	97

### Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		Денна форма	Заочна форма
<b>I семестр</b>		2	
1	Визначники 2 та 3-го порядку. Перестановки та підстановки. Властивості множення підстановок		
2	Визначник $n$ -го порядку. Алгебраїчні доповнення та мінори. Розклад визначника за елементами рядка (стовпчика). Обчислення визначників	2	
3	Застосування визначників до розв'язування систем лінійних рівнянь. Правило Крамера	2	
4	Метод Гауса	2	
5	Дії над матрицями. Обернена матриця.	2	
6	Матричні рівняння. Розв'язування систем лінійних рівнянь матричним способом	2	
7	Контрольна робота №1	2	
8	$n$ -вимірні вектори. Лінійна залежність та лінійна незалежність систем векторів. Базис та ранг скінченної системи векторів	2	
9	Ранг матриці. Способи обчислення рангу матриці	2	
10	Критерії сумісності та визначеності системи лінійних рівнянь. Системи лінійних однорідних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків	2	
11	Контрольна робота №2	2	
Разом за I семестр		22	
<b>II семестр</b>			
1	Алгебраїчна та тригонометрична форма комплексного числа	3	
2	Знаходження коренів з комплексного числа. Розв'язування двочленних рівнянь. Корені з одиниці	1	
3	Лінійні простори та їх найпростіші властивості. Лінійна залежність векторів. Лінійні підпростори. Базис та розмірність лінійного простору. Координати вектора у заданому базисі.	2	
4	Зв'язок між базисами лінійного простору. Перетворення координат вектора при заміні базиса. Ізоморфізм лінійних просторів.	2	
5	Перетин, сума, пряма сума підпросторів. Лінійна оболонка системи векторів. Лінійний многовид	2	
6	Лінійні простори зі скалярним добутком. Процес ортогоналізації. Ортогональні та ортонормовані базиси	2	

	евклідових та унітарних просторів. Ортогональне доповнення підпростору.		
7	Контрольна робота №1	2	
8	Лінійні оператори, їх властивості. Матриця лінійного оператора.	2	
9	Зв'язок між матрицями лінійного оператора у різних базисах. Подібні матриці. Дії над лінійними операторами	2	
10	Область значень та ядро лінійного оператора. Обернений лінійний оператор. Повна лінійна група.	2	
11	Підпростори, інваріантні відносно дії лінійного оператора. Власні вектори та власні значення лінійного оператора	2	
12	Лінійний оператор з простим спектром. Зведення матриці лінійного оператора до діагонального виду	2	
13	Контрольна робота №2	2	
	Разом за II семестр	26	

## 8. Рекомендовані джерела інформації

### Основні:

1. Завало С.Т. та інші. Алгебра та теорія чисел. Частина I. – К.: Вища школа, 1981. – 464 с.
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1966. – 432 с.
3. Завало С.Т. Курс алгебри. – К: Вища школа, 1986. – 503 с.
4. Завало С.Т. та інші. Алгебра і теорія чисел. Практикум. – Ч.І. – К.: Вища школа, 1982. – 232 с.
5. Чарін В.С. Лінійна алгебра. – К: Техніка, 2005. – 416 с.
6. Лиман Ф.М., Петренко С.В., Одінцева О.О. Вища математика. Частина I. – Суми: СумДПУ ім. А.С.Макаренка, 2001. – 224 с. – 335 с.

### Додаткові:

7. Нечаев П.А. Задачник-практикум по алгебре. – М.: Просвещение, 1983. – 220 с.
8. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. – М: Высшая школа, 1968. – 304 с.
9. Проскураков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – М.: Наука, 1962. – 332 с.
10. Окунев Л.Я. Высшая алгебра. – М.: Просвещение, 1966.