

Сумський державний педагогічний університет  
імені А.С.Макаренка

Фізико-математичний факультет  
Кафедра математики, фізики та методик їх навчання



ЗАТВЕРДЖУЮ

Декан  
фізико-математичного факультету

Каленик М.В.

(підпис)

(ініціали та прізвище)

« 31 » серпень 2023 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

Алгебра і теорія чисел

(назва навчальної дисципліни)

галузь знань 01 Освіта/ Педагогіка  
(шифр і назва галузі знань)

спеціальність 014 Середня освіта (Фізика)  
(шифр і назва)

освітньо-професійна програма

Середня освіта (Фізика. Математика)  
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
(назва)

Мова навчання українська

Погоджено науково-методичною  
комісією фізико-математичного  
факультету

« 31 » серпень 2023 р.

Голова ОД Одінцова О.О.,  
канд. фіз.-мат. наук, доцент

Розробники:

1. Друшляк М. Г., доктор педагогічних наук, кандидат фізико-математичних наук, професор, доцент кафедри математики, фізики та методик їх навчання

Робоча програма розглянута і схвалена на засіданні кафедри математики, фізики та методик їх навчання

Протокол № 1 від «31» серпня 2023 р.

Завідувач кафедри математики



Чашечникова О.С.,  
доктор пед. наук, професор

### Опис навчальної дисципліни

| Найменування показників             | Освітній ступінь | Характеристика навчальної дисципліни |
|-------------------------------------|------------------|--------------------------------------|
|                                     |                  | денна форма навчання                 |
| Кількість кредитів – 3              | Бакалавр         | Обов'язкова                          |
|                                     |                  | <b>Рік підготовки:</b>               |
| 1                                   |                  |                                      |
| <b>Семестр</b>                      |                  |                                      |
| 1                                   |                  |                                      |
| <b>Лекції</b>                       |                  |                                      |
| 16 год.                             |                  |                                      |
| <b>Практичні, семінарські</b>       |                  |                                      |
| 24 год.                             |                  |                                      |
| <b>Лабораторні</b>                  |                  |                                      |
| –                                   |                  |                                      |
| <b>Самостійна робота</b>            |                  |                                      |
| 48 год.                             |                  |                                      |
| <b>Консультації:</b>                |                  |                                      |
| 2 год.                              |                  |                                      |
| <b>Вид контролю:</b>                |                  |                                      |
| залік                               |                  |                                      |
| Загальна кількість годин – 90 годин |                  |                                      |

#### 1. Мета вивчення навчальної дисципліни «Алгебра і теорія чисел»

Надання студентам фундаментальної підготовки з класичної алгебри (теорії многочленів) та теорії чисел, формування розуміння місця цих питань у загальній системі математичних знань взагалі, забезпечення вироблення навичок розв'язання основних типів задач, створення бази для вивчення курсу елементарної математики, зокрема курсу вибраних питань елементарної математики (олімпіадні задачі), та курсів основної та теоретичної фізики.

#### 2. Передумови для вивчення дисципліни «Алгебра і теорія чисел»

До початку вивчення алгебри і теорії чисел студенти повинні вивчити лінійну алгебру та питання математичного аналізу, пов'язані із теорією функцій від однієї змінної.

#### 3. Результати навчання за дисципліною

## «Алгебра і теорія чисел»

|             |       |   |
|-------------|-------|---|
| Знання      | ПРЗ 1 | Знання основ загальної, теоретичної фізики та математики  |
|             | ПРЗ 3 | Знання математичних методів фізики та розділів математики, що є основою вивчення курсів загальної та теоретичної фізики   |
|             | ПРЗ 8 | Знає основні історичні етапи розвитку математики.   |
| Уміння      | ПРУ 3 | Поглиблені когнітивні та практичні уміння/навички розв'язувати задачі різних рівнів складності шкільного курсу фізики та математики.  |
|             | ПРУ 8 | Поглиблені когнітивні та практичні уміння/навички самостійно аналізувати, порівнювати, критично осмислювати загальнонаукову та фахову науково-методичну інформацію; пропонувати шляхи вирішення досліджуваної проблеми, аргументувати власну позицію. |
| Комунікація | ПРК 1 | Володіє основами професійної мовленнєвої культури при навчанні математики та інформатики.   |
|             | ПРК 2 | Ефективна взаємодія в команді, у професійному колективі та з представниками інших професійних груп.   |

## 4. Критерії оцінювання результатів навчання

| 100– бальна шкала | Критерії оцінювання навчальних досягнень студента   |
|-------------------|---|
| 90 – 100          | Студент у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних питань, вільно самостійно та аргументовано користується теоретичними знаннями; застосовує знання при розв'язуванні завдань, може пояснити хід розв'язання, аргументувати ефективність шляху їх виконання. Правильно розв'язує завдання контрольних робіт у межах понад 90%. Студент демонструє у наявності результати виконання всіх видів навчальної роботи, передбачених робочою програмою.   |
| 82 – 89           | Достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей, в основному розкриває зміст теоретичних питань, розв'язує завдання, використовуючи при цьому обов'язкову літературу. При викладанні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, допускаються при цьому окремі несуттєві неточності та незначні помилки. Правильно розв'язує більшість завдань контрольних робіт, що становить від 82 до 90%. Завдання практичних занять виконує у повному обсязі. |
| 74 - 81           | В цілому володіє навчальним матеріалом викладає його основний зміст під час усних виступів та письмових відповідей, але без глибокого всебічного аналізу, обґрунтування та аргументації, ознайомлений з основними джерелами, допускає суттєві неточності та помилки. Правильно розв'язує частину завдань контрольних робіт, що становлять від 74 до 81%. Завдання практичних занять виконує у повному обсязі.   |

|         |  |
|---------|--|
| 64 - 73 | Вільно володіє матеріалом лекцій, але не може навести власних прикладів. Може виконати елементарні завдання з теми. Фрагментарно, поверхово без аргументації та обґрунтування відповідає на запитання, недостатньо розкриває зміст теоретичних питань та практичні завдання виконує з суттєвими неточностями, правильно розв'язує завдань контрольних робіт у межах від 64 до 73%. Виконує завдання практичних занять понад 64%. |
| 60 – 63 | Володіє матеріалом лекцій, не виявляє додаткове опанування та розширення знань. Знає основні поняття, відчуває труднощі у наведенні прикладів, аргументації положень, поясненні кроків розв'язання завдань. Розв'язує завдань контрольних робіт у межах від 60 до 63%  |
| 36 – 59 | Студент не володіє теоретичним матеріалом з дисципліни, розв'язує прості практичні завдання. Допускає суттєві помилки, не може пояснити алгоритм розв'язування практичного завдання. Розв'язує завдань контрольних робіт у межах 36-59%  |
| 1 –35   | Студент не володіє теоретичним матеріалом. Виконання практичних завдань викликають значні труднощі. Розв'язує завдань контрольних робіт у межах від 0- до 35%  |

### Розподіл балів, що отримують студенти, за розділами та видами діяльності

| РОЗДІЛ 1.<br>Основи теорії чисел            |      | РОЗДІЛ 2. Основи теорії многочленів         |      |                      |           | Всього<br>за<br>семестр |
|---|------|---|------|----------------------|-----------|-------------------------|
| Відвідування*,<br>дом. робота,<br>відповіді | ІНДЗ | Відвідування*,<br>дом. робота,<br>відповіді | ІНДЗ | Контрольна<br>робота | Колоквіум |                         |
| 35  | 10   | 23  | 10   | 12                   | 10        | 100                     |
| 45  |      | 55  |      |                      |           | 100                     |

\* у тому числі відвідування лекції – 2 бали, відвідування практичного заняття – 1 бал, виконання домашньої роботи – 1 бал.

### Шкала оцінювання: національна та ECTS

| Сума балів<br>за всі види<br>навчальної<br>діяльності | Оцінка ECTS | Оцінка за національною шкалою                                 |
|---|-------------|---|
|   |             | для екзамену, заліку, курсового проекту (роботи),<br>практики |
| <b>90 – 100</b>                                       | <b>A</b>    | <b>відмінно</b>   |
| <b>82 - 89</b>  | <b>B</b>    | <b>добре</b>  |
| <b>74 - 81</b>  | <b>C</b>    |   |
| <b>64 - 73</b>  | <b>D</b>    | <b>задовільно</b>   |
| <b>60 - 63</b>  | <b>E</b>    |   |
| <b>35-59</b>  | <b>FX</b>   | <b>незадовільно з можливістю повторного складання</b>         |

|        |   |   |
|--------|---|---|
| 1 - 34 | F | <b>незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни</b> |
|--------|---|---|

### 5. Засоби діагностики результатів навчання

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання є:

- усне опитування під час проведення практичних занять;
- виконання студентами індивідуальних завдань;
- проведення контрольної роботи;
- проведення заліку відповідно до програми.

## 6. Програма навчальної дисципліни «Алгебра і теорія чисел»

### 6.1. Інформаційний зміст навчальної дисципліни

#### Розділ 1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ.

##### Тема 1.1. Подільність. НСД, НСК. Основна теорема арифметики.

Відношення подільності. Ділення з остачею. НСД двох та декількох чисел. Алгоритм Евкліда. НСК двох та декількох чисел. Прості та складені числа. Теорема Евкліда. Решето Ератосфена. Основна теорема арифметики. Наслідки з неї. Системні числа. Дії над ними. Перехід з однієї системи числення в іншу.

##### Тема 1.2. Числові функції та числові конгруенції.

Поняття числової функції. Ціла та дробова частина числа. Мультиплікативні числові функції. Сума та кількість натуральних дільників числа. Функція Ейлера та її властивості. Числові конгруенції. Їх властивості. Застосування конгруенцій до виведення ознак подільності. Теореми Ейлера та Ферма.

#### Розділ 2. ОСНОВИ ТЕОРІЇ МНОГОЧЛЕНІВ.

##### Тема 2.1. Кільце многочленів. Подільність многочленів.

Побудова кільця многочленів від 1-єї змінної над областю цілісності. Подільність многочленів. Ділення з остачею. Схема Горнера. НСД. Алгоритм Евкліда. Взаємно прості многочлени. НСК. Звідність многочленів над довільним полем. Розклад многочлена в добуток незвідних многочленів над довільним полем.

##### Тема 2.2. Похідна многочлена. Корені многочлена.

Похідна многочлена. Формула Тейлора. Теорема про незвідний кратний множник. Корені многочлена. Теореми Безу, Декарта, умова кореня. Формули Вієта. Теорема Кронекера. Многочлени над полями комплексних та дійсних чисел. Основна теорема алгебри. Наслідки з неї. Цілі та раціональні корені многочлена з цілими коефіцієнтами. Критерій Ейзенштейна.

### 6.2. Структура та обсяг навчальної дисципліни «Алгебра і теорія чисел»

| Назви розділів і тем                 | Кількість годин |        |        |        |       |                |        |        |        |        |       |
|--------------------------------------|-----------------|--------|--------|--------|-------|----------------|--------|--------|--------|--------|-------|
|                                      | Денна форма     |        |        |        |       | Заочна форма   |        |        |        |        |       |
|                                      | у тому числі    |        |        |        |       | у тому числі   |        |        |        |        |       |
|                                      | Усього          | Лекції | Практ. | Лабор. | Конс. | Самост. робота | Усього | Лекції | Практ. | Лабор. | Конс. |
| <b>РОЗДІЛ 1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ</b> |                 |        |        |        |       |                |        |        |        |        |       |

|   |            |           |           |  |          |           |  |  |  |  |  |  |
|---|------------|-----------|-----------|--|----------|-----------|--|--|--|--|--|--|
| Тема 1.1.<br>Подільність. НСД.НСК.<br>Основна теорема арифметики. | 22         | 6         | 8         |  |          | 12        |  |  |  |  |  |  |
| Тема 1.2.<br>Числові функції та числові конгруенції.              | 20         | 4         | 6         |  |          | 14        |  |  |  |  |  |  |
| <b>РОЗДІЛ 2. ОСНОВИ ТЕОРІЇ МНОГОЧЛЕНІВ</b>                        |            |           |           |  |          |           |  |  |  |  |  |  |
| Тема 2.1. Кільце многочленів.<br>Подільність многочленів.         | 20         | 3         | 5         |  |          | 16        |  |  |  |  |  |  |
| Тема 2.2.<br>Похідна многочлена.<br>Корені многочлена.            | 22         | 3         | 5         |  | 2        | 16        |  |  |  |  |  |  |
| <b>Усього годин</b>   | <b>120</b> | <b>16</b> | <b>24</b> |  | <b>2</b> | <b>48</b> |  |  |  |  |  |  |

#### Теми лекційних занять

| № з/п | Назва теми   | Кількість годин |
|-------|--|-----------------|
| 1.    | Відношення подільності. Ділення з остачею. НСД двох та декількох чисел. Алгоритм Евкліда. НСК двох та декількох чисел.   | 2               |
| 2.    | Прості та складені числа. Теорема Евкліда. Решето Ератосфена. Основна теорема арифметики. Наслідки з неї.  | 2               |
| 3.    | Системні числа. Дії над ними. Перехід з однієї системи числення в іншу.  | 2               |
| 4.    | Числові функції. Ціла та дробова частина числа. Мультиплікативні числові функції. Сума та кількість натуральних дільників числа. Функція Ейлера та її властивості.   | 2               |
| 5.    | Числові конгруенції. Їх властивості. Застосування конгруенцій до виведення ознак подільності. Теореми Ейлера та Ферма.   | 2               |
| 6.    | Побудова кільця многочленів від 1-єї змінної над областю цілісності. Подільність многочленів. Ділення з остачею. Схема Горнера. НСД. Алгоритм Евкліда. Взаємно прості многочлени.  | 2               |
| 7.    | Звідність многочленів над довільним полем. Розклад многочлена в добуток незвідних многочленів над довільним полем. Відокремлення кратних множників. Похідна многочлена. Розклад многочлена за степенями $(x - x_0)$ . Формула Тейлора. Теорема про незвідний кратний множник | 2               |
| 9.    | Корені многочлена. Теореми Безу, Декарта, умова кореня. Формули Вієта. Теорема Кронекера. Многочлени над полями комплексних та дійсних чисел. Основна теорема алгебри. Наслідки з неї. Цілі та раціональні корені многочлена з цілими коефіцієнтами. Критерій Ейзенштейна.   | 2               |

#### Теми практичних занять

| № з/п | Назва теми   | Кількість годин |
|-------|--|-----------------|
| 1.    | Подільність. Ділення з остачею.  | 2               |
| 2.    | НСД двох та декількох чисел. НСК двох та декількох чисел.  | 2               |
| 3.    | Прості числа. Решето Ератосфена. Основна теорема арифметики.   | 2               |
| 4.    | Системні числа. Дії над ними.  | 2               |
| 5.    | Числові функції. Функція Ейлера.   | 2               |
| 6.    | Числові конгруенції. Їх властивості.   | 2               |
| 7.    | Ознаки подільності. ПСЛ та ЗСЛ. Теорема Ейлера та Ферма.   | 2               |
| 8.    | Многочлени від однієї змінної. Дії над ними. Подільність многочленів. Ділення з остачею. Схема Горнера.                                    | 2               |
| 9.    | НСД 2-х многочленів. Алгоритм Евкліда. Звідність многочленів над довільним полем.  | 2               |
| 10.   | Похідна многочлена. Розклад многочлена за степенями $(x - x_0)$ . Формула Тейлора. Корені многочлена. Зв'язок зі звідністю. Формули Вієта. | 2               |
| 11.   | Цілі та раціональні корені многочленів з цілими коефіцієнтами. Звідність над кільцем цілих чисел. Критерій Ейзенштейна.                    | 2               |
| 12.   | Контрольна робота  | 2               |

### 7. Рекомендовані джерела інформації

1. Завало С.Т., Костарчук В.М., Хацет Б.І. Алгебра і теорія чисел. – К.: Вища школа, ч. II. – 1974.
2. Лиман Ф.М. та ін. Вища математика. – Суми: Університетська книга. – 2004.
3. Бородін О.І. Теорія чисел. – К.: Вища школа. – 1970.
4. Завало С.Т. та ін. Алгебра і теорія чисел /Практикум/. Ч. II. – К.: Вища школа. – 1983.
5. Требенко Д.Я., Требенко О.О. Алгебра і теорія чисел: У 2-х ч. – К.: КНУ імені М.П.Драгоманова, 2006. – Ч. I.– 400 с.
6. Требенко Д.Я., Требенко О.О. Збірник індивідуальних розрахункових завдань з курсу «Алгебра і теорія чисел»: У 2-х ч. – К.: КНУ імені М.П.Драгоманова, 2010. – Ч. I.– 172 с.
7. Требенко Д.Я., Требенко О.О. Збірник індивідуальних розрахункових завдань з курсу «Алгебра і теорія чисел»: У 2-х ч. – К.: КНУ імені М.П.Драгоманова, 2011. – Ч. II. – 120 с.