

Сумський державний педагогічний університет імені А. С. Макаренка

Фізико-математичний факультет

Кафедра математики, фізики та методик їх навчання

Шевченко Юрій Володимирович

**СТРУКТУРУВАННЯ НАВЧАЛЬНОГО КОНТЕНТУ З МАТЕМАТИКИ З
МЕТОЮ АКТИВІЗАЦІЇ ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ
СТАРШОЇ ШКОЛИ**

Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)

Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка

Кваліфікаційна робота на здобуття освітнього ступеня магістра

Науковий керівник:

Друшляк Марина Григорівна,
доктор педагогічних наук, професор,
професор кафедри математики,
фізики та метод їх навчання

«___» _____ 2025 року

Виконавець:

Шевченко Юрій Володимирович
студент групи М-6

«___» _____ 2025 року

Суми 2025

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	8
1.1. Пізнавальний інтерес як внутрішній стимул пізнавальної діяльності учнів	8
1.2. Активізація пізнавальної діяльності учнів старшої школи	15
1.3. Шляхи активізації пізнавальної діяльності учнів старшої школи.....	19
1.4. Особливості сучасних учнів старшої школи	23
РОЗДІЛ 2. СТРУКТУРУВАННЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ШКІЛЬНОГО КУРСУ МАТЕМАТИКИ СТАРШОЇ ШКОЛИ	31
2.1. Прийоми структурування навчальної інформації	31
2.2. Використання систематизуючих таблиць в навчанні математики у старшій школі.....	42
2.3. Складання опорних конспектів з математики як метод зниження когнітивного перенавантаження учнів старшої школи.....	55
ВИСНОВКИ	72
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	76

ВСТУП

Актуальність. Сучасні тенденції розвитку освіти передбачають не лише засвоєння знань, а й формування гнучких навичок мислення, здатності аналізувати, порівнювати, зіставляти, інтерпретувати, продукувати з використанням інформаційних технологій, структурувати, інтегрувати, оцінювати поданий наочно навчальний матеріал. Традиційні підходи в навчанні математики, що ґрунтуються на лінійному викладі навчального матеріалу, не завжди враховують когнітивні особливості учнів, їхні індивідуальні стилі навчання, особливості сприймання інформації. Такі підходи не завжди враховують різні канали сприймання інформації – візуальний, аудіальний, кінестетичний – що може призводити до зниження мотивації, пізнавальної діяльності та ефективності навчального процесу. Недостатня структурованість навчального матеріалу може спричиняти труднощі у розумінні складних математичних понять через відсутність чіткої логічної структури подання матеріалу, знижувати рівень залученості учнів до навчального процесу та сприяти формальному засвоєнню знань без глибокого усвідомлення їхньої сутності.

Дослідження показують, що ефективне навчання математики потребує адаптивних методів, які дозволяють структурувати контент відповідно до індивідуальних особливостей учнів, зокрема, використання візуалізацій. У сучасних умовах цифровізації освіти та розвитку інформаційних технологій особливого значення набуває розробка ефективних моделей структурування навчального контенту, які сприяють як оптимізації навчального процесу, так і активізації пізнавальної діяльності учнів. Ефективне структурування навчального математичного матеріалу передбачає логічну його організацію, виділення ключових понять, зв'язків між ними, акценти на суттєвих ознаках та

аналогіях, увагу до приймів узагальнення та систематизації навчального матеріалу.

Аналіз актуальних досліджень. Проблему активізації пізнавальної діяльності учнів досліджували за наступними напрямками:

- теоретичні основи активізації пізнавальної діяльності (Л.С. Виготський, П.Я. Гальперін, О.М. Леонтьєв, Н.Ф. Талізін, Г.М. Цукерман);
- методи активізації пізнавальної діяльності у навчанні математики (М. І. Башмаков, В.Г. Бевз, А.Г. Мерзляк, О.Я. Савченко, О.Г. Іванова);
- вплив когнітивних та емоційних факторів на активізацію пізнавальної діяльності (Н.Ф. Талізін, Г.М. Цукерман, С.Л. Рубінштейн, М.В. Бондаренко);
- використання цифрових технологій для активізації пізнавальної діяльності (С. Радович, С.І. Шаповалова, О.М. Кочерга).

Проблему структурування та візуалізації навчального контенту досліджували за наступними напрямками:

- нейрофізіологічні основи теорії зорового сприймання (Р. Арнхейм, П. Гальперін, В. Крутецький);
- теоретичні аспекти візуального мислення (Л. Занков, В. Зінченко, Н. Манько, О. Пєскова, В. Шаталов);
- методичні особливості когнітивної візуалізації в навчанні математики (Н. Рєзник, В. Далінгер та ін.).

Отже, попри присутній внесок дослідників у розвиток проблеми структурування навчального контенту з математики в контексті активізації пізнавальної діяльності учнів, засвідчуємо, що й донині існує низка нерозв'язаних методичних питань, що і зумовило вибір теми наукової роботи **«Структурування навчального контенту з математики з метою активізації пізнавальної діяльності учнів старшої школи»**.

Мета дослідження – дослідити особливості структурування навчального контенту з математики з метою активізації пізнавальної діяльності учнів старшої школи.

Згідно з метою дослідження було визначено такі **завдання**:

1. Дослідити та сформулювати ключові поняття дослідження – «пізнавальний мотив», «пізнавальний інтерес», «активізація пізнавальної діяльності».

2. Виокремити ефективні шляхи активізації пізнавальної діяльності учнів старшої школи.

3. Описати особливості сучасних учнів старшої школи в контексті дослідження.

4. Дослідити основні прийоми структурування навчальної інформації.

5. Описати особливості використання систематизуючих таблиць та опорних конспектів в навчанні математики у старшій школі.

Об'єктом дослідження є процес навчання математики.

Предмет дослідження – особливості використання прийомів структурування навчального контенту з математики з метою активізації пізнавальної діяльності учнів старшої школи.

Методи дослідження. Для досягнення мети та реалізації поставлених завдань було використано наступні методи:

- *теоретичні*: вивчення, аналіз і узагальнення психолого-педагогічної, науково-методичної літератури щодо визначення науково-теоретичних засад проблеми активізації пізнавальної діяльності учнів та з метою обґрунтування найефективніших прийомів структурування навчального контенту з математики в старшій школі;

- *емпіричні*: цілеспрямоване спостереження за освітнім процесом на уроках математики у закладах загальної середньої освіти, вивчення і

узагальнення педагогічного досвіду для обґрунтування ефективності прийомів структурування навчального контенту з математики.

Практичне значення здобутих результатів полягає в можливості безпосереднього впровадження розроблених підходів до структурування навчального контенту з математики в освітній процес старшої школи з метою підвищення ефективності навчання та активізації пізнавальної діяльності учнів; використання розроблених методичних рекомендацій щодо впровадження систематизуючих таблиць та опорних конспектів як інструментів формування внутрішньої навчальної мотивації, розвитку самостійності й зниження когнітивного перенавантаження. Узагальнений педагогічний досвід і проаналізовані шляхи активізації пізнавальної діяльності, які можуть бути використані в практиці вчителів математики для підвищення інтересу учнів до навчання та формування глибшого розуміння навчального матеріалу. Матеріали представлені у кваліфікаційній роботі можуть бути використані при підготовці й підвищенні кваліфікації педагогічних працівників, а також у процесі методичної роботи шкільних методичних об'єднань учителів математики. Результати дослідження можуть слугувати основою для подальших досліджень з розробки дидактичних засобів навчання.

Апробація результатів дослідження. Основні положення і висновки дослідження висвітлено у наступних публікаціях «Використання систематизуючих таблиць в навчанні математики з метою активізації пізнавальної діяльності учнів» у Збірнику праць студентів фізико-математичного факультету СумДПУ імені А. С. Макаренка (2025 р.) [34] та «Складання опорних конспектів як метод зниження когнітивного перенавантаження учнів» Матеріалах результатів наукових досліджень молодих науковців на Студентській звітній конференції (травень 2025 року) [35].

Структура та обсяг магістерської роботи. Магістерська робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел, додатків.

У вступі розглянуто актуальність роботи, визначено об'єкт, предмет, мету та завдання дослідження.

У першому розділі проаналізовано психолого-педагогічну та науково-методичну літературу з проблеми активізації пізнавальної діяльності учнів старшої школи, уточнено сутність понять «пізнавальний мотив», «пізнавальний інтерес», «пізнавальна активність», охарактеризовано шляхи її активізації та особливості сучасних старшокласників як учасників освітнього процесу в умовах цифровізації.

У другому розділі досліджено основні прийоми структурування навчального контенту з математики, охарактеризовано форми візуального подання інформації, проаналізовано дидактичні можливості використання систематизуючих таблиць та опорних конспектів у навчанні старшокласників, узагальнено педагогічний досвід щодо їх впровадження з метою активізації пізнавальної діяльності учнів.

Загальний обсяг магістерської роботи – 79 сторінки. Список використаних джерел включає 36 найменування. У тексті міститься 33 рисунки та 4 таблиці.

Робота буде корисною студентам педагогічних спеціальностей та вчителям математики закладів загальної середньої освіти.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Пізнавальний інтерес як внутрішній стимул пізнавальної діяльності учнів

Внутрішніми стимулами пізнавальної діяльності виступають пізнавальні потреби, мотиви і інтереси учнів.

Людина суб'єктивно переживає свої потреби у формі бажань, потягів або прагнень. Ці переживання сигналізують про появу чи задоволення потреб і водночас регулюють діяльність, посилюючи або послаблюючи її. Проте сама наявність потреби та її емоційного прояву (бажання, потягу тощо) ще не забезпечує виникнення діяльності, спрямованої на її задоволення. Для цього необхідний об'єкт, який відповідає змісту потреби й стає безпосереднім стимулом діяльності, визначаючи її конкретний напрям.

Потреба, проходячи через складний психологічний процес мотивації, набуває форми мотиву поведінки. Вона відображає нестачу суб'єкта в чомусь конкретному, тоді як мотив є усвідомленим обґрунтуванням рішення – задовольнити чи не задовольнити цю потребу в певних умовах. Перш ніж потреба перетвориться на дію, особистість проходить складний процес мотивації, що полягає в частковому або повному усвідомленні сутності потреби та способів діяльності, спрямованої на її задоволення. Це діє за наступною схемою (рис. 1.1).

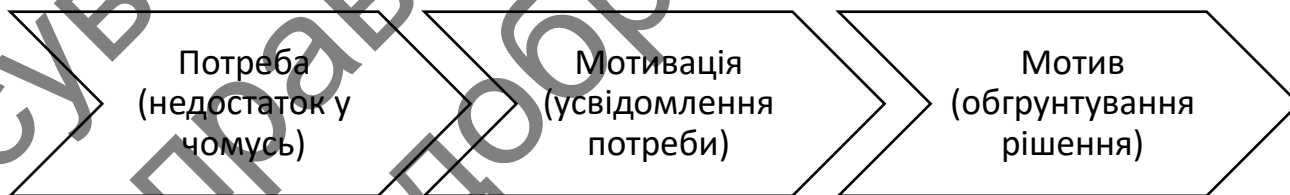


Рис.1.1. Перетворення потреби у мотив

Мотивація – це сукупність внутрішніх і зовнішніх чинників, які спонукають особистість до активності. Вона охоплює мотиви, потреби, стимули

та ситуативні обставини, що зумовлюють поведінку людини. Якщо індивід виявляє прагнення виконувати певну діяльність, це свідчить про наявність у нього мотивації.

Поняття «мотив» (від лат. moveo – рухати, штовхати) означає внутрішнє спонукання до діяльності, причину, що зумовлює дії та вчинки людини. Мотиви можуть мати різну природу – це може бути інтерес до змісту чи процесу діяльності, почуття обов’язку перед суспільством, прагнення до самоствердження тощо. Вони є відносно стійкими характеристиками особистості. Водночас мотивація охоплює не лише мотиви, а й ситуативні чинники – вплив інших людей, обставин чи певної діяльності. Ці чинники є динамічними й змінними, тому на них, а отже, й на рівень активності людини, можна впливати. Інтенсивність мотивації визначається силою мотиву та ступенем дії ситуативних детермінант — вимог, соціального впливу, складності завдань тощо [11].

Окремим різновидом мотивації виступає навчальна мотивація — система мотивів, що спонукають і спрямовують пізнавальну діяльність учнів, визначаючи її активність та результативність. Важливо враховувати двобічний зв’язок між мотивами пізнавальної діяльності та самою пізнавальною діяльністю: характер діяльності (її продуктивність) впливає на зміст мотивів, а мотиви пізнавальної діяльності, в свою чергу, забезпечують ефективність навчального процесу загалом.

М. М. Заброцький підкреслює, що навчальна мотивація ґрунтується на потребі — психічному стані, який проявляється у пізнавальній активності учня та його готовності до засвоєння знань. Одним із ключових мотивів навчання є пізнавальний інтерес, який часто переважає над іншими. Емоційне переживання пізнавальної потреби та її задоволення проявляється саме як інтерес [10]. Пізнавальні інтереси формують групу мотивів, пов’язаних зі змістом і процесом навчання та спрямованих на опанування способами певної діяльності.

Проблема інтересу в навчанні є актуальною та давно обговорюваною в педагогіці. Багато видатних дидактів минулого наголошували на його значущості. У класичній педагогічній думці інтерес розглядали як засіб залучення учня до навчального процесу, мотивації та перетворення навчання на привабливу й бажану діяльність.

Одним із ключових завдань підвищення ефективності навчання математики старшокласників є стимулювання їхньої пізнавальної активності. Водночас пізнавальний інтерес відіграє важливу роль у цьому процесі, оскільки він є потужним чинником, що спонукає учнів до активного здобуття знань.

Пізнавальний інтерес загалом розглядається як активне, мотивоване й емоційно забарвлене ставлення суб'єкта до об'єкта пізнання. Його необхідно систематично враховувати та розвивати в освітньому процесі, оскільки він безпосередньо впливає на формування особистісної спрямованості старшокласників.

Як зазначають А. Я. Боднар та Н. Г. Макаренко, пізнавальний інтерес є «емоційно усвідомленою, вибірковою спрямованістю особистості на об'єкт і пов'язану з ним діяльність, що супроводжується внутрішнім задоволенням від її результатів». Він має пошуковий характер, розширює можливості інтелектуального розвитку учнів, сприяє їхній самостійності, стимулює продуктивну діяльність, змінює підходи до мислення та сприяє творчому розвитку [2].

Пізнавальний інтерес пов'язаний з індивідуальними спробами учнів самостійно розв'язувати проблемні завдання. Вони прагнуть з'ясувати причини, проникнути в суть явищ, визначити закономірності та виявити причинно-наслідкові зв'язки.

Загалом пізнавальний інтерес є складною і багатогранною категорією, що має різні трактування. Виходячи з цього, автори [2] здійснили аналіз цих трактувань і узагальнили їх (рис.1.2).

Пізнавальний інтерес

вибіркова спрямованість уваги людини (Т. Рибо, Н. Добринін);
вибіркова спрямованість думок та помислів людини (С. Рубінштейн);
прояв розумової та емоційної активності (Е. Стронг, С. Рубінштейн);
активатор різноманітних почуттів (Д. Фрейн) і своєрідна чуттєвість дитини (Ш. Бюлер);
своєрідний сплав емоційно-вольових та інтелектуальних процесів, які підвищують активність, свідомість і діяльність людини (Л. Гордон);
структура, яка складається з потреб (Ш. Бюллер);
потреба у знаннях, які орієнтують людину у дійсності (Л. І. Божович);
емоційно насичене вибіркове ставлення до предмету і явищам дійсності (Н. Д. Левітов);
активно-пізнавальне (В. Мясіщев, В. Іванов), емоційно-пізнавальне (Н. Морозова) ставлення людини до світу;
заохочення до дослідницької поведінки, творчості і придбання навичок і умінь при відсутності зовнішньої мотивації (К. Ізард);
усвідомлена орієнтація людини на задоволення потреб, що пройшли стадію мотивації, незадоволених потреб (Д. А. Кікнадзе);
специфічне ставлення особистості до об'єкта, обумовлене усвідомленням їх важливості та емоційної привабливості (О. Ковальов).

Рис.1.2. Узагальнення трактувань поняття «пізнавальний інтерес»

Психологічний зміст поняття «інтерес» охоплює широкий спектр важливих для школяра процесів – від індивідуальних (увага, сприйняття) до більш комплексних, що відображають його потреби та взаємини з оточенням.

Пізнавальний інтерес можна вважати його основним видом, оскільки він містить усі ключові функції інтересу як психічного явища: вибірковість, поєднання об'єктивного та суб'єктивного, а також органічний синтез інтелектуальних і емоційно-вольових процесів.

Пізнавальний інтерес є однією з найважливіших складових загального феномена інтересу. Його сфера охоплює пізнавальну діяльність, у процесі якої учні засвоюють зміст навчальних предметів, а також оволодівають необхідними знаннями, навичками та вміннями. Водночас інтерес виступає потужним стимулом для розвитку особистості [8].

Виділяють наступні етапи розвитку пізнавального інтересу (рис.1.3).



Рис.1.3. Етапи розвитку пізнавального інтересу

Пояснимо детальніше кожен з етапів. Цікавість є початковою стадією вибіркового ставлення, що виникає під впливом зовнішніх обставин і привертає увагу людини. Вона має переважно емоційний характер, оскільки зникає після усунення зовнішніх чинників, які її викликали.

Допитливість проявляється у прагненні людини вийти за межі відомого та досліджувати нове. На цьому етапі інтересу виникають почуття подиву, радості від відкриттів і задоволення від пізнавальної діяльності.

Пізнавальний інтерес формується через активну пізнавальну діяльність, цілеспрямований інтерес до навчальних предметів і значущу мотивацію. Цей етап характеризується зростанням пізнавальної активності, самостійним пошуком інформації та прагненням до глибшого розуміння.

Теоретичний інтерес відображає прагнення учня до вивчення складних наукових проблем і є показником його залученості до науково-технічної творчості. Він не лише виконує когнітивну функцію в структурі особистості, а й визначає рівень активного впливу людини на навколишній світ, розкриваючи її як діяча й суб'єкта діяльності [8]. Зауважимо, що в реальному житті ці етапи тісно переплітаються один з одним.

Однією з важливих цілей навчального процесу є врахування інтересів школярів, а також їх цілеспрямоване формування. Таким чином, інтерес виступає як передумова навчання і водночас його результат.

Крім того, пізнавальний інтерес може слугувати як засобом навчання, так і його метою в контексті розвитку пізнавальної діяльності загалом. Така подвійна функція – інтерес як ціль та засіб навчання – є ключовою особливістю освітнього аспекту проблеми формування пізнавальних інтересів школярів.

Виокремимо характерні особливості пізнавального інтересу. По-перше, він має інтелектуальний характер (у предметі, що цікавить суб'єкта, виявляються нові сторони, буде розкрито суть спостережуваного явища, встановлено причинно-наслідковий зв'язок і залежність). По-друге, пізнавальний інтерес присутній у усіх процесах пізнання. По-третє, спостерігається вольова спрямованість пізнавального інтересу (потрібні вольові зусилля, щоб подолати труднощі, що виникають при оволодінні певними областями знань).

Пізнавальний інтерес є важливою особистісною характеристикою школяра, що поєднує когнітивні та емоційні аспекти навчання. Розрізняють такі види інтересу до навчання: загальний інтерес до навчання, інтерес до результатів (оцінок, виконаних завдань), процесуально-змістовий (до освоєння предмета та його закономірностей), педагогічно-пізнавальний (до методів навчання) і перетворюючий (до вдосконалення власної освіти).

М. В. Савчин та Л. П. Василенко пропонують інший підхід, виділяючи інтерес до змісту предмета, особливостей інтелектуальної діяльності,

зацікавленість у певних діях, можливій взаємодії з предметом, а також інтерес, що формується під впливом навчального середовища [26].

Можна також запропонувати класифікацію пізнавальних інтересів на змістові (орієнтовані на предмет діяльності) та процесуальні (зосереджені на особливостях виконання дій) або на актуальні (що виникають у конкретній ситуації) та потенційні (які можуть активізуватися за відповідних умов).

Виокремимо рівні розвитку пізнавального інтересу та опишемо характер його прояву на кожному з таких рівнів. На елементарному рівні це безпосередній інтерес до нових фактів та явищ, які учень дізнається під час уроку. Наступний рівень включає інтерес до сутності предметів чи явищ, що потребує глибшого аналізу та активного використання наявних знань. На цьому рівні інтерес часто пов'язаний із розв'язанням практичних задач, де важливий механізм, а не тільки принцип дії. Вищий рівень пізнавального інтересу полягає в прагненні зрозуміти причинно-наслідкові зв'язки, виявляти закономірності та встановлювати загальні принципи, що діють у різних умовах. Це може бути пов'язано з дослідницькою діяльністю та удосконаленням методів навчання, а також глибоким усвідомленням важливих аспектів матеріалу.

Пізнавальні інтереси учнів динамічні й змінюються в міру їхнього особистісного розвитку. Формування пізнавального інтересу залежить від кількох ключових педагогічних умов. По-перше, учень має усвідомлювати зміст і сенс навчального матеріалу, що вимагає чітко визначених освітніх цілей. По-друге, навчання повинно містити елементи новизни як у змісті, так і в підходах до його подачі, що сприяє глибшому розумінню матеріалу. По-третє, важлива емоційна привабливість навчального процесу, оскільки знання мають викликати емоційний відгук та активізувати моральні, інтелектуальні й естетичні почуття. По-четверте, необхідна система творчих завдань і вправ, що стимулюють пізнавальну активність учнів.

Пізнавальний інтерес проходить через різні рівні розвитку – від поверхневого захоплення новими фактами до глибокого аналізу причинно-наслідкових зв'язків і закономірностей явищ. На кожному етапі цей інтерес стимулює учня до активної пізнавальної діяльності, що поступово переходить у форму дослідницької активності. Для того, щоб пізнавальний інтерес став сталим і продуктивним, він повинен бути усвідомленим. Усвідомленість пізнавального інтересу сприяє сильнішому впливу на діяльність, що дозволяє учневі чіткіше визначати свої цілі та шляхи досягнення результатів.

1.2. Активізація пізнавальної діяльності учнів старшої школи

У науковому дискурсі поняття «пізнавальна діяльність» часто пов'язують із термінами «активність» та «активізація». У педагогічній науці існують різні підходи до трактування цих понять. Деякі дослідники вважають терміни «активність» і «діяльність» синонімічними, інші трактують активність як результат діяльності, а деякі вважають, що активність є більш широким поняттям, ніж діяльність.

Управління пізнавальною діяльністю учнів педагогами пов'язують з активізацією, що включає постійний вплив на учнів для стимулювання їх енергійного, цілеспрямованого навчання, подолання пасивності та запобігання застою в розумовій діяльності. Зміна характеру діяльності значно впливає на зміну позиції учня – від виконавця до активного учасника, суб'єкта процесу навчання. Як зазначає Б. Набока, зміна позиції учня залежить від взаємин між вчителем та учнями: під впливом діяльності вчителя учень спочатку виконує вказівки, але в подальшому до саморегуляції учення його приводять особистісні утворення – активність, самостійність і пізнавальний інтерес, що сприяють усвідомленню себе як суб'єкта навчання [20].

В українському педагогічному словнику активізація визначається як «удосконалення методів і організаційних форм навчально-пізнавальної роботи

студентів, що забезпечує їхню активну та самостійну теоретичну й практичну діяльність на всіх етапах навчального процесу» [4].

Завдання активізації пізнавальної діяльності тісно пов'язані з реалізацією дидактичного принципу активності в навчанні. Активність є одним з основних і важливих проявів життя, внутрішньою спонукальною силою, яка орієнтована на задоволення потреб.

Дослідження різних підходів до визначення поняття «активізація пізнавальної діяльності» дозволяє зробити висновок, що це процес, у якому вчитель, застосовуючи спеціальні методи, мобілізує інтелектуальні, морально-вольові та фізичні ресурси учнів для досягнення конкретних цілей навчання, розвитку здатності подолати труднощі та стимулювання активної самостійної роботи. В сучасних умовах освіти активізація пізнавальної діяльності розглядається не лише як управлінський процес, а й як одночасний процес і результат стимулювання учнів до активної участі в навчальному процесі [12]. С. О. Лещук підкреслює, що активізація пізнавальної діяльності має двосторонній характер: учитель створює умови, що стимулюють пізнання, а учень проявляє результат цих умов у вигляді пізнавальної активності [16].

Близьким до поняття «активізація пізнавальної діяльності» є поняття «пізнавальна активність». Аналіз наукової літератури свідчить про відсутність єдиного підходу до визначення поняття пізнавальної активності серед педагогів та вчених. В результаті дослідження визначень пізнавальної активності було виявлено, що в психолого-педагогічних працях пізнавальна діяльність розглядається в різних аспектах (рис.1.4).

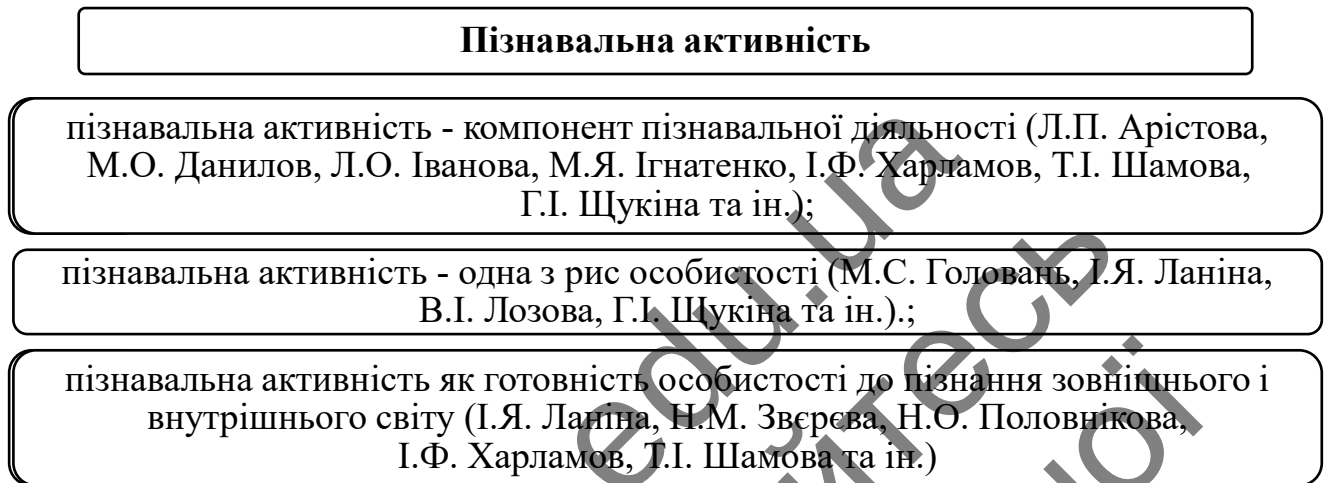


Рис.1.4. Різні тлумачення поняття «пізнавальна активність»

Наведемо кілька визначень цього поняття. М. С. Ігнатенко визначає пізнавальну активність як «рису особистості, що проявляється в її готовності та прагненні до навчально-пізнавальної діяльності, включаючи самостійну, а також у виборі раціональних шляхів для досягнення поставленої мети» [12].

На думку М. С. Лісіної, пізнавальна активність – це «стан готовності особистості до пізнавальної діяльності, що передуює самій діяльності та породжує розумову активність як потребу в мисленні» [17]. Подібну точку зору поділяє й В. І. Лозова, яка визначає пізнавальну активність як «рису особистості, що проявляється в її ставленні до пізнавальної діяльності, готовності та прагненні до самостійної роботи, спрямованої на засвоєння соціального досвіду та знань» [18]. Згідно з М. П. Гриньовою, пізнавальна активність – це «інтенсивна аналітико-синтетична мисленнєва діяльність учня у процесі вивчення навколишнього світу та засвоєння наукових знань» [5].

Л. О. Терлецька трактує пізнавальну активність як цілеспрямовану діяльність, спрямовану на збудження інтересу, підвищення активності, творчості та самостійності учнів у процесі засвоєння знань. Вона включає волюву

активність та зміцнення взаємодії учасників освітнього процесу, що сприяє вдосконаленню змісту, форм, методів, технологій і засобів навчання [33]. Л. І. Данилова визначає пізнавальну активність учня як внутрішню готовність до енергійної розумової та практичної діяльності під час здобуття знань, навичок і умінь, а також прояв творчих підходів до вирішення завдань [6]. Вона підкреслює важливість включення учнів у діяльність, яка трохи перевищує їхній поточний рівень розвитку, оскільки занадто складні завдання можуть призвести до невпевненості та відсутності мотивації. Для розвитку пізнавальної активності важливо ставити життєздатні завдання з певною складністю. Виконання різноманітних творчих завдань є ефективним способом формування пізнавальної активності, адже креативність школяра проявляється не тільки в кінцевому результаті, а й у самому процесі творчості.

Отже, аналіз дозволяє зробити висновок, що пізнавальну активність можна трактувати як характеристику особистості школяра, яка виявляється в його готовності та прагненні до навчально-пізнавальної діяльності, а також у якості навчальної діяльності, що передбачає вибір раціональних способів для досягнення поставлених цілей навчання.

Учні демонструють активність та зацікавленість, коли ситуація обумовлена змістом діяльності та її емоційною привабливістю. Вони швидко включаються в нові види діяльності, але коли завдання потребують значних зусиль і праці, інтерес швидко згасає.

У таких умовах особливе значення має зміст навчального матеріалу, його практична цінність та зв'язок із життям, особистим досвідом і інтересами учнів. Науковці та педагоги наголошують, що навчальний матеріал повинен бути цікавим, викликати позитивні емоції, задовольняти допитливість учнів і стимулювати їх подолати труднощі. За умови правильного формату подання, зокрема структурованого, навчальний матеріал здатен активізувати увагу,

підвищити емоційний тонус навчальної діяльності, стимулювати когнітивні процеси, сприяти емоційній пам'яті та знижувати напругу.

1.3. Шляхи активізації пізнавальної діяльності учнів старшої школи

Процес підвищення активізації пізнавальної діяльності обумовлений використанням різних шляхів, які спонукують учнів до активності. Виокремимо декілька з таких шляхів.

Шлях 1. Акцент на змісті навчання.

Зміст навчання – це інформація, яку учні отримують від учителя та навчальної літератури. Однак сама інформація без мотивації учня не має цінності, якщо вона не спонукає до навчальної діяльності. Тому під час подання навчального матеріалу слід враховувати вікові потреби учнів. Матеріал має бути представленим у такій формі та з таким змістом, щоб викликати емоційний відгук і стимулювати пізнавальну активність.

Вивчення кожної теми навчальної програми має проходити три основні етапи: мотиваційний, пізнавальний та оцінювальний. Мотиваційний етап полягає в тому, щоб пояснити учням мету вивчення конкретного розділу та основне завдання роботи. На пізнавальному етапі відбувається засвоєння теми, і його головне завдання – формування та підтримка мотивації до навчальної діяльності. Ефективність цього етапу залежить від того, наскільки учні усвідомлюють необхідність отриманої інформації та розуміють поданий навчальний матеріал. Оцінювальний етап передбачає аналіз пройденого матеріалу, порівняння досягнутого з поставленими завданнями та оцінку виконаної роботи. Підбиття підсумків слід організовувати так, щоб учні відчули задоволення від досягнень, подолання труднощів і пізнання нового, що стимулюватиме очікування подібних позитивних емоцій у майбутньому.

Шлях 2. Використання різноманітних методів навчання та форм організації роботи.

Важливим фактором активізації навчально-пізнавальної діяльності є використання різноманітних методів навчання та форм організації роботи: індивідуальної, парної, групової та колективної. Зміна видів діяльності на уроці має відповідати конкретним цілям і завданням, враховувати психологічні особливості учнів та ефективно запобігати стомлюваності, підтримуючи їхню працездатність.

Розумова активність учнів під час навчання математики має особливе значення для формування і осмислення понять, їх практичного застосування та, особливо, здатності самостійно працювати з ними. Тому важливо ретельно розробити методи та форми роботи, що сприятимуть реалізації навчальних цілей. Дослідники вважають, що найбільш ефективними є: групові методи для розв'язання завдань, робота в парах; різноманітні форми роботи з підручниками; застосування різних видів заохочення; самостійна робота з аналогіями, порівняннями, картками-інструкціями, консультаціями; використання елементів історизму та цікавих форматів на уроках; наочність, доступність та оригінальність розв'язань різними способами; незалежність у здобутті знань, виборі методів розв'язання проблем; взаємозв'язок між наукою і практикою; перегляд схем тощо.

Розвиток пізнавальної активності учнів забезпечується не одним методом, а їх логічним поєднанням. Це дозволяє поступово перевести учнів від репродуктивної діяльності до вищого рівня творчої активності. Наприклад, для слабших учнів може бути використано поєднання опису і виконання завдань під керівництвом вчителя, для учнів середнього рівня – проблемний підхід і частково незалежне виконання завдання, а для сильних учнів – постановка проблеми та самостійне її розв'язання, застосування у реальному житті та самостійне складання задач.

Шлях 2. Регулярний контроль навчальних досягнень.

Цілеспрямоване управління пізнавальною діяльністю буде ефективним, якщо в процесі навчання школярі будуть ознайомлені з еталонними вимірниками якості знань, які слугуватимуть «орієнтирами» досягнення прогнозованих результатів. Вчитель має допомогти учням побачити перспективи розвитку їх навчальних досягнень, спонукати до формування нових пізнавальних потреб і мотивів. Завдяки регулярному контролю навчальних досягнень, виявленню «прогалин» та їх своєчасному усуненню, педагог сприяє формуванню у учнів здатності до самоконтролю та саморозвитку, що є важливим аспектом процесу «навчитися вчитися». Однак існує ризик, що висока оцінка перетворюється на самоціль, що може порушувати навчальну мотивацію. Тому важливо, щоб оцінка забезпечувала якісний, а не лише кількісний аналіз навчальної діяльності та акцентувала увагу на позитивних мотивах учнів.

Шлях 3. Забезпечення переживання емоційного підйому.

Дієвим стимулом для активізації пізнавальної діяльності є позитивне підкріплення успіху. Створення ситуацій, в яких учні досягають добрих результатів, слова похвали від вчителя, підтримка однокласників та переживання емоційного підйому сприяють розвитку впевненості в собі та полегшують процес навчання. Переживання успіху, особливо для тих дітей, які раніше не показували високих досягнень, стимулює їхній інтерес до навчання, зменшує інтелектуальну пасивність, готує до подолання труднощів і мотивує до покращення результатів.

Емоційний підйом важливий у навчанні, оскільки покращує когнітивні процеси (концентрацію уваги, пам'ять, мислення), формує позитивне ставлення до навчання та зменшує тривожність, сприяє самореалізації та творчому мисленню, робить навчальний процес більш жвавим і захопливим.

Забезпечити емоційний підйом у навчанні можна шляхом використання ігрових технологій, впровадженню елементів проблемного навчання та розв'язування нестандартних завдань, використанням емоційно насичених прикладів та історій, емоційною підтримкою (заохочення успіхів учнів – похвала,

підтримка, відзначення досягнень, створення ситуацій успіху – завдання різної складності, щоб кожен учень мав шанс досягти результату).

Шлях 4. Вплив особистості вчителя та його стилю педагогічної діяльності.

Ключовим чинником формування пізнавального інтересу учнів є особистість учителя, який організовує та спрямовує їхню навчальну діяльність. Зацікавленість педагога, емоційність викладу матеріалу, ораторські здібності та вміння проводити диференційоване навчання створюють сприятливі умови для розвитку пізнавального інтересу. Учитель не лише забезпечує засвоєння знань, а й навчає учнів застосовувати їх на практиці та шукати нові методи роботи. Це дозволяє учням послідовно переходити від одного етапу розвитку пізнавального інтересу до наступного. Атмосфера співпраці, взаємопідтримки, доброзичливості, педагогічний оптимізм та віра в здібності учнів мотивують їх до активної й ефективної навчальної діяльності. Особисті досягнення, заохочення з боку вчителя та радість від оволодіння знаннями й новими способами навчання стимулюють пізнавальну активність учнів і позитивно впливають на їхнє навчання.

Різні стилі викладання впливають на розвиток різних мотивів у навчанні. Авторитарний стиль сприяє формуванню зовнішньої мотивації та мотиву «уникнення невдач», водночас уповільнюючи розвиток внутрішньої мотивації. Демократичний стиль, навпаки, стимулює внутрішню мотивацію учнів, тоді як ліберальний стиль зменшує загальну мотивацію до навчання і формує мотив «надії на успіх».

Учні демонструють активність та зацікавленість, коли ситуація обумовлена змістом діяльності та її емоційною привабливістю. Вони швидко включаються в нові види діяльності, але коли завдання потребують значних зусиль і праці, інтерес швидко згасає.

У таких умовах важливу роль відіграє не тільки зміст навчального матеріалу, його практична значущість та зв'язок із життям, особистим досвідом і уподобаннями учнів, а й формат його подання. Науковці та педагоги погоджуються, що навчальний матеріал має бути цікавим, викликати позитивні емоції, задовольняти допитливість дітей і спонукати їх долати труднощі. За умови правильного *формату подання навчальний матеріал* здатен активізувати увагу, підвищити емоційний тонус навчальної діяльності, стимулювати когнітивні процеси, сприяти емоційній пам'яті та знижувати напругу. На користь цього напрямку активізації пізнавальної діяльності учнів старшої школи свідчить також і характеристика сучасних учнів, чому буде присвячено наступний підрозділ.

1.4. Особливості сучасних учнів старшої школи

Психологи стверджують, що освітня діяльність у старших класах суттєво відрізняється від навчання підлітків у основній школі. Це пов'язано не лише з ускладненням навчального матеріалу, але й із введенням нових освітніх компонентів. Головна відмінність полягає в тому, що у старших класах зростають вимоги до рівня навчальної діяльності, що передбачає високий розвиток абстрактного та теоретичного мислення, а також здатність учнів до самостійного навчання.

Більшість старшокласників продовжує демонструвати мнеміко-репродуктивний рівень навчальної діяльності, що проявляється у пасивному засвоєнні знань. Вони очікують повного пояснення матеріалу від учителя, запам'ятовують його та відтворюють, не розвиваючи навичок самостійного навчання та опрацювання інформації з додаткових джерел. Це свідчить про недостатню готовність частини старшокласників до самостійної пізнавальної діяльності та відсутність сформованих навичок самонавчання. Виникає суперечність між традиційним репродуктивним підходом, який вони зберегли ще

з підліткового віку, та новими вимогами до самостійного здобуття знань. Саме ця суперечність виступає рушійною силою психічного розвитку старшокласників, стимулюючи їх до переходу на більш високий рівень навчальної діяльності.

В основі пізнавальної діяльності лежать психічні процеси: сприйняття, уваги, пам'яті, мислення та уяви [28].

Як зазначає Т. В. Дуткевич, розвиток пізнавальних процесів у старшокласників зумовлений загальним характером їхньої розумової діяльності. Хоча темпи розумового розвитку сповільнюються, його якість суттєво ускладнюється, що сприяє формуванню світогляду як системи поглядів на реальність. У цей період учні засвоюють складні інтелектуальні операції, їхній поняттєвий апарат значно збагачується, а інтереси та здібності стають більш диференційованими. Водночас відбувається становлення індивідуальних стилів розумової діяльності [8].

Загальна тенденція розвитку пізнавальних процесів у цьому віці полягає у їхньому переході до довільного характеру та підвищенні здатності свідомо їх регулювати. До кінця старшого шкільного віку учні досягають повного контролю над власними пізнавальними процесами, що сприяє їхній навчальній самостійності.

Зупинимося детальніше на психічних процесах, які лежать в основі пізнавальної діяльності і зазнають значних змін у старшому підлітковому віці.

Сприймання перетворюється на складний інтелектуальний процес, у якому диференціація та інтеграція взаємодіють з іншими пізнавальними процесами. Його ефективність значною мірою визначається попереднім досвідом, рівнем знань та розумовими здібностями учня. На відміну від попереднього вікового періоду, сприймання стає більш інтелектуалізованим, активізується усвідомлене узагальнення дійсності та вдосконалюється самоспостереження [28].

Ймовірність зосередження *уваги* зростає, проте вона повною мірою проявляється лише за умови глибокого пізнавального інтересу до об'єкта

навчання. Тому рівень уваги значною мірою залежить від мотивації учня і залишається нестабільним. Старшокласники нерідко демонструють неуважність до навчального матеріалу, оскільки можуть бути занадто занурені у власні переживання або труднощі у спілкуванні з оточуючими. Основною складністю для них стає необхідність перемикання уваги, оскільки це може суперечити їхнім сильним емоційним переживанням. Зростання довільності уваги: якщо в попередньому віці увага часто була мимовільною, то в старших класах вона стає більш довільною. Учні здатні свідомо керувати своєю увагою, зосереджуватися на конкретних завданнях, навіть якщо ці завдання не викликають емоційного інтересу. Це дає змогу ефективніше працювати з навчальним матеріалом.

Порівняно з попереднім віковим періодом спостерігається більша стійкість уваги; залежність уваги від мотивації; розвивається здатність до розподілу та перемикання уваги; зростання здатності до фокусування на складних завданнях. У старшому шкільному віці домінує довільна увага, і на відміну від молодшого підліткового віку, коли використання спонтанної уваги було фрагментарним і епізодичним, інтенсивно розвивається постійна увага, яка більш стійка і наближається до рівня дорослого [26].

Пам'ять старшокласників удосконалюється завдяки розвитку волі та мислення. Довільна пам'ять суттєво переважає мимовільну. Ефективність запам'ятовування залежить від волевих якостей учнів, уміння застосовувати методи розумової обробки інформації, а також від їхніх інтересів, зокрема тих, що пов'язані з професійною орієнтацією. Старшокласники оволодівають цілою системою прийомів запам'ятовування, що дозволяє покращити запам'ятовування абстрактних матеріалів. У старшокласників домінує довільна словесно-логічна та смислова пам'ять, хоча роль мимовільної пам'яті також не зникає, просто цей вид запам'ятовування набуває специфічних рис, що пов'язані з пізнавальними та професійними інтересами учнів [26].

Порівняно з попереднім віковим періодом старшокласники набагато краще здатні застосовувати прийоми смислового запам'ятовування порівняно з молодшими підлітками; дослівне запам'ятовування матеріалу, засноване на його повторенні, в цьому віці зустрічається рідше; старшокласники здатні визначити мнемічні завдання, розуміючи, коли матеріал потрібно запам'ятати дослівно, а коли достатньо передати його своїми словами, оскільки вони вже знайомі з цим матеріалом.

Мислення старшокласників розвивається в умовах комплексної освітньої діяльності, що сприяє набуттю наукових знань, які є основою їхнього світогляду. Старшокласники здатні до самоосвіти і досягають результатів, що відповідають рівню навчального середовища. Мислення базується на знаннях, які мають учні, і стає все більш логічним, з акцентом на правильне формулювання висновків.

Збільшення складності навчальної діяльності стимулює активний розвиток мислення старшокласників. У цьому віці найбільш інтенсивно розвиваються такі властивості розуму, як самостійність, критичність та творчий підхід до розв'язання проблем. Психічна діяльність та маніпуляція з інформацією значно удосконалюються порівняно з молодшим підлітковим віком. Вміння абстрагуватися і узагальнювати матеріал підвищує здатність аргументувати власну думку, захищати свої переконання та аналізувати явища з різних точок зору [26].

У порівнянні з попереднім віковим періодом мислення старшокласників набуває системного характеру – вони цілеспрямовано виявляють зв'язки між знаннями, встановлюють причини фактів і подій та усвідомлюють їх закономірності. Воно стає рефлексивним, що проявляється у свідомому застосуванні мислення для пошуку відповідей на запитання, гнучкому та варіативному використанні його засобів, здатності до гіпотетичного мислення. Крім того, мислення старшокласників вирізняється пошуковою спрямованістю, продуктивністю та креативністю.

У старшокласників удосконалюється володіння складними інтелектуальними операціями, такими як аналіз і синтез, теоретичне узагальнення та абстрагування, аргументування й доведення. Це пов'язано з формуванням у період ранньої юності формального мислення, що проявляється у здатності до широких узагальнень, нових підходів до розв'язання задач, групування та структурування фактів, встановлення причинно-наслідкових зв'язків, а також систематичності та критичності мислення.

Уява старшокласників, порівняно з попереднім віковим періодом, стає більш довільною, що виявляється в їхній активності. Репродуктивна уява значно вдосконалюється, дозволяючи учням ефективніше відтворювати вже відомі образи і ідеї. За допомогою творчої уяви старшокласники здатні розробляти складні ідеї для творчих робіт, таких як малюнки, ескізи або вироби, і втілювати ці ідеї в реальність [26].

Для розвитку пізнавальної активності важливо враховувати особливості емоційно-вольової сфери, оскільки в старшому підлітковому віці формується моральна свідомість та моральні переконання. На відміну від молодших підлітків, старшокласники значною мірою керуються власними моральними принципами та цінностями у поведінці. Вони активно займаються самовихованням, прагнучи розвивати позитивні моральні якості, що підкріплюється ідеалами, які формуються в цей період. Старшокласники мають глибше розуміння моральних норм та якостей людини, а також здатні усвідомлювати їх нюанси.

У вольовій сфері спостерігається підвищення свідомого самоконтролю, що пов'язано з прагненням відповідати вимогам соціальної групи. Однак рівень самоконтролю залишається нестабільним і ситуативним: одна й та сама особа може вести себе непередбачувано в різних обставинах. Старшокласникам іноді бракує здатності до систематичних зусиль для подолання труднощів, що виражається в слабкості волі, залежності від зовнішніх впливів,

безвідповідальності та недовірливості. У стресових ситуаціях самоконтроль значно знижується [26].

У старшокласників уже формуються важливі вольові якості, зокрема самостійність, наполегливість, цілеспрямованість, дисциплінованість, організованість та рішучість. Вони приділяють особливу увагу розвитку сили волі в процесі самовиховання. Якщо умови сімейного виховання не сприяли формуванню позитивних вольових рис, може спостерігатися їхнє недостатнє розвинення, а також проявлятися імпульсивність і негативні вольові тенденції.

Ми описали психологічні особливості учнів старших класів з позиції вікової психології, але сучасні учні, навіть однієї вікової категорії, відрізняються від учнів попередніх поколінь. Тому важливо звернутися до ідей теорії поколінь, щоб охарактеризувати сучасне покоління школярів. Згідно з цією теорією, психологічні особливості особистості залежать від умов, у яких вона виховувалася до 12 років. Засновники теорії, В. Штраус і Н. Хоув, стверджують, що покоління — це «група людей, народжених протягом приблизно 20 років, які розділяють спільну історичну епоху, загальні переконання, поведінкові моделі та відчуття приналежності до одного покоління» [22]. Суть теорії полягає в тому, що час, у який народилася людина, значною мірою впливає на її світогляд і систему цінностей. Сучасних старшокласників вже можна віднести до така званого «покоління альфа».

Сучасне покоління виросло в цифровому світі, що призвело до розвитку так званого «кліпового мислення». Це означає, що молодь сприймає навколишній світ через короткі, яскраві образи без врахування їх взаємозв'язків. Такий тип мислення характеризується фрагментарністю, алогічністю, різноманітністю інформації, що надходить, високою швидкістю перемикавання між її частинами і відсутністю цілісної картини світу [22]. Кліпове мислення може бути креативним, але воно не сприяє глибокому розумінню. Кліпове мислення є

креативним, але воно не може бути системним. Це радше клаптикове, фрагментарне мислення [25].

Зрозуміло, що людина не народжується з таким типом мислення – він розвивається через тривале споживання інформації в мозаїчній формі. Як результат, у людини виникають труднощі з тривалою концентрацією на одній інформації, знижується здатність до глибокого аналізу та побудови довгих логічних зв'язків. Представники покоління альфа, як правило, мають візуальний тип сприйняття та мислення. Постійне перебування в оточенні візуальних образів з раннього віку формує у них навичку нелінійного сприймання, коли увага не зосереджена на деталях по черзі, а фіксується на миттєвому сприйнятті загального образу.

Сучасна учні старшої школи мають переважно візуальний тип сприймання інформації та мислення. Вони з ранніх років постійно перебувають у візуальному середовищі. Представники покоління альфа без труднощів розшифровують зміст графічної інформації та символічних виразів, навіть якщо відсутній текстовий супровід. Для порівняння, попередні покоління зазвичай орієнтуються на текст як основне джерело інформації, а візуальні елементи сприймають як додаткове пояснення.

Психологічні дослідження доводять, що сприймання не є простою передачею зображень з рецепторів до мозку. Коли людина сприймає картину, вона об'єднує окремі її частини в єдину цілісну картину, сприймаючи її як організований образ. Подібно до цього, навчальна інформація з візуальними елементами у свідомості учнів поєднує знайомі та нові навчальні компоненти в єдиний візуальний образ. Сприймання і мислення взаємно доповнюють одне одного: сприймання без мислення не має сенсу, а мислення без сприймання позбавлене матеріалу для роздумів.

Збільшення ролі візуальної інформації в усіх сферах життя призводить до змін у способах сприймання інформації. Вони проявляються у здатності швидко

реагувати на різні фрагменти контенту, формати та обсяги даних, а також у перевазі образних (візуальних) каналів подання інформації. Водночас молодь стає менш сприйнятливою до лінійного та однорідного інформаційного матеріалу. Іконічні знаки набувають автономного значення, і їхня візуальна форма часто не потребує додаткового словесного пояснення. Цей процес призводить до того, що людина все більше відкидає вербальну інформацію, надаючи перевагу візуальній. Сучасна культура в різних її проявах витісняє текстову інформацію, змінюючи спосіб мислення.

Психологи вважають, що неможливо зупинити зміни в когнітивних процесах особистості, тому необхідно «навчитися з цим жити». Тому вчителям важливо адаптувати свої методи роботи до нового типу мислення, характерного для молодого покоління.

Сучасні учні старшої школи характеризуються наявністю кліпового мислення, переважанням візуального типу сприймання інформації, швидким перемиканням уваги та потребою в емоційно насиченому контенті. Вони зростають у цифровому середовищі, що формує фрагментарне сприйняття знань і знижує здатність до тривалої концентрації. Водночас у цьому віці активно розвиваються довільна увага, логічне й абстрактне мислення, рефлексія, волява сфера, інтерес до самореалізації. Старшокласники демонструють зростаючу здатність до самостійного навчання за умови зовнішньої підтримки. Педагогічна робота з цим поколінням потребує адаптації методів навчання з урахуванням їхніх когнітивних особливостей і соціокультурного досвіду. Особливого значення набуває використання візуалізації, структурування інформації та створення навчального середовища, що сприяє емоційній залученості учнів.

РОЗДІЛ 2. СТРУКТУРУВАННЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ШКІЛЬНОГО КУРСУ МАТЕМАТИКИ СТАРШОЇ ШКОЛИ

2.1. Прийоми структурування навчальної інформації

Структурування і оформлення навчального матеріалу через візуальний образ у різний спосіб подання з усіма взаємозв'язками сприяє активізації пізнавальної діяльності учнів під час сприймання й осмислення змісту поданого матеріалу. Технології візуалізації навчального матеріалу базуються на важливості візуального сприйняття для людини та готовності її свідомості до більшого інформаційного навантаження. Важливо враховувати, що візуальні елементи навчального матеріалу повинні відповідати педагогічним цілям, а також віковим особливостям та можливостям учнів. Це особливо критично при організації самостійної роботи. Під час візуалізації необхідно максимально залучати пам'ять та емоції учнів, при цьому забезпечувати легкість інтерпретації сприйнятої інформації. Використання навчального матеріалу, поданого у візуальній формі, має дві основні цілі – демонстраційну та розвивальну. Більш широко дидактичні функції візуалізації описано на рис.2.1.



Рис. 2.1. Дидактичні функції візуалізації

Першою функцією візуалізації є *компактне подання навчального матеріалу*, що сприяє підвищенню інформаційної насиченості навчального процесу. Зацікавленість у візуалізації зумовлена здатністю зорових образів охоплювати всю інформацію про об'єкт, стискаючи її та синтезуючи в єдину наочну форму [27]. С. Ф. Клепко наголошує, що ущільнення знань не означає їх скорочення або зменшення, що могло б негативно вплинути на навчальні результати. Він трактує ущільнення як процес реконструкції повного фрагмента знань, засвоєння якого в такій оновленій формі потребує менше часу, при цьому зберігаються еквівалентні загальнонавчальні та технологічні навички [13].

Другою функцією візуалізації є *узагальнене подання навчального матеріалу у доступній формі*, при цьому зберігається його семантична повнота. Візуалізація є процесом конструктивного підходу, що передбачає ретельний попередній аналіз навчального матеріалу, очищення від неістотних і зайвих деталей, виділення головної проблеми, а також допоміжних аспектів. Крім того, визначаються складні питання та завдання, які можуть спричинити труднощі для учнів, і розробляються ефективні методи їх пояснення. Завдяки такій аналітичній роботі навчальний матеріал стає більш сконцентрованим, осяжним та прозорим, зберігаючи свою семантичну відповідність оригіналу.

Третьою функцією візуалізації є *адаптація подання навчального матеріалу до психофізіологічних особливостей учня*. Вона сприяє зменшенню витрат часу та енергії на сприйняття й усвідомлення об'ємної інформації. Сучасне покоління, яке часто називають цифровим, з дитинства активно сприймає великі обсяги інформації, швидко адаптується до візуалізованого контенту та комфортно почувається в віртуальному середовищі.

Візуалізація підвищує темп засвоєння матеріалу, скорочуючи малоефективні частини процесу. Згідно з дослідженням Л. Кондратенко та Л. Манилової [14], сучасні діти, звиклі до коротких повідомлень, втрачають здатність концентруватися на об'ємних текстах. Це призводить до того, що вони,

будучи перенасиченими інформацією, постійно шукають нові потоки даних без наміру їх аналізувати. У таких умовах візуалізація стає ключовим інструментом для підвищення ефективності навчання, оскільки вона представляє інформацію не як послідовне вербальне викладення, а як цілісний образ, що сприймається миттєво.

Активізація пізнавальної діяльності учнів – п'ята функція візуалізації. З педагогічної точки зору вона ефективна на всіх етапах уроку: від пояснення нового матеріалу до контролю знань. Спеціальні наочні образи (схеми, таблиці, ментальні карти) дають змогу організувати, спрямовувати та прискорити роботу учнів, допомагаючи опрацювати більший обсяг інформації за менший час. Крім того, чіткі візуальні форми для самостійної роботи роблять цілі завдання прозорими, вказують алгоритм дій і конкретизують очікуваний результат.

Найефективнішим прийомом візуалізації є структурування навчальної інформації. Для того, щоб активізувати пізнавальну діяльність учнів, максимально привернути їх увагу, показати міжпредметні зв'язки використовують різні форми структурування навчального матеріалу (рис. 2.2).

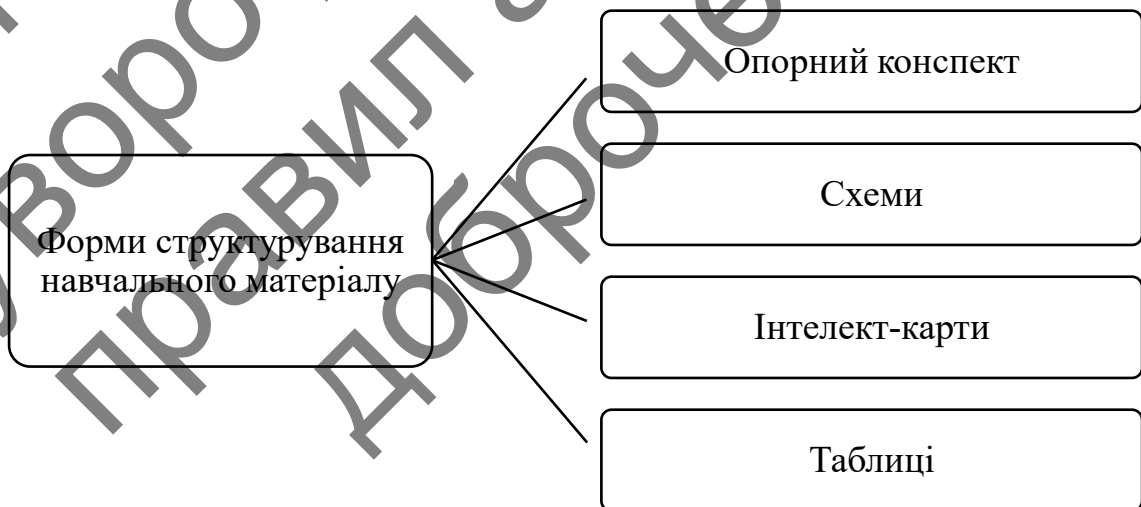


Рис. 2.2. Форми структурування навчального матеріалу

Найпоширенішим способом структурування навчального матеріалу є його представлення у вигляді схем (з грецької – «образ», «вигляд»). За визначенням Н. А. Тарасенкової, схема – це зображення, що зазвичай передає основну ідею певного пристрою чи процесу, взаємозв'язки та ключові елементи, використовуючи умовні позначення без дотримання масштабу [31].

Корисність схем у навчальному процесі зумовлена їхньою можливістю стисло та спрощено передавати ключову ідею через систему умовних позначень. Істотний вплив на формування схеми має відбір графічних компонентів, методів композиційного поєднання структурних одиниць, зв'язкових елементів між складовими (зокрема, стрілок, ліній різної конфігурації та товщини), а також інструментів виділення найважливіших позицій (кольорової гама, величини та малюнку шрифту, накладення тла та інше). Основні зміни та синонімічні заміни: Складання схем сприяє формуванню наступних вмінь та навичок [30] (рис. 2.3).



Рис. 2.3. Вміння та навички, формуванню яких сприяє складання схем

Процес складання схеми передбачає аналіз навчального матеріалу, виявлення зв'язків між його елементами та їх синтезування в єдину структуру.

Основні компоненти тексту (терміни, поняття, визначення, висновки тощо) слід розташувати на аркуші у вигляді окремих блоків і позначити стрілками взаємозв'язки між ними.

Важливим етапом створення схем є визначення особливостей досліджуваного об'єкта – чи йдеться про явище, чи про процес. Схематичне зображення явища потребує визначення його складових та взаємозв'язків між ними. У разі представлення процесу необхідно встановити його елементи, типи зв'язків, послідовність розвитку динамічних змін, а також виявити прямі та зворотні зв'язки між компонентами процесу.

Зорове сприйняття схем є значно ефективнішим завдяки чіткій структуризації змісту теми, що подається з урахуванням законів логіки, зокрема аналізу, синтезу, порівняння та формулювання суджень.

Основні переваги та недоліки схем описано на рис.2.4.

Схеми бувають наступних типів фрейми, логічні ланцюги, схема «частина – ціле», радіальні схеми, кластери, діаграма Венна, схема «Піраміда», ієрархічна структура («дерево»), схема «дерево», каузальні схеми (ланцюги) [27].

Логічні ланцюги, що відображають послідовність процесів, є схемами, які демонструють пряму або зворотну залежність між елементами процесу. Подібним способом структурування інформації є *каузальні схеми* (ланцюги). Сама назва цього методу пояснює його основну ідею: слово «каузальний» у перекладі означає «пов'язаний із причиною, причинний». Такий підхід до візуалізації дозволяє одночасно відображати як причину, так і її наслідок.

Схема «частина – ціле» – це інструмент для візуалізації компонентного складу певного об'єкта чи явища. Її окремим різновидом виступає діаграма Венна (англ. Venn diagram), призначена для ілюстрації можливих логічних взаємовідношень між елементами різних множин. (рис. 2.6).

Переваги	Недоліки
• створюють цілісну картину про предмет, що вивчається, за допомогою наочно-образної систематизації матеріалу, заснованої на асоціативних і логічних зв'язках понять, суджень, висновків; • забезпечують концентрацію уваги за рахунок структурованості смислових відрізків, на яких базуються поняття, судження, висновки, за рахунок активізації різних видів мислення забезпечують осмислене засвоєння необхідного змісту матеріалу; • демонструють зміст теми при оптимальному смислового й інформаційного навантаженні: інформація представлена в зручному для сприйняття вигляді, логіка подачі інформації не дає двозначної інтерпретації; • допомагають відновлювати цілісну картину із смислових фрагментів; ураховують образ мислення сучасної людини, яка надає перевагу нетекстовій, наочно-образній інформації, і сприяють формуванню культури наукового пізнання, основою якої є вміння встановлювати причинно-наслідкові зв'язки; сприяють розвитку критичного мислення, формуванню навичок аналізу та синтезу, класифікації та узагальнення.	• будь-яка схематизація сприяє деякому спрощенню розуміння чого-небудь; • окремі елементи навчального матеріалу дуже важко „піддаються” структуризації; • різні об'єкти (явища та процеси) вимагають використання різних типів структурно-логічних схем і, відповідно, достатнього рівня вмінь та навичок схематизації, візуалізації різних досліджуваних об'єктів.

Рис. 2.4. Основні переваги та недоліки схем

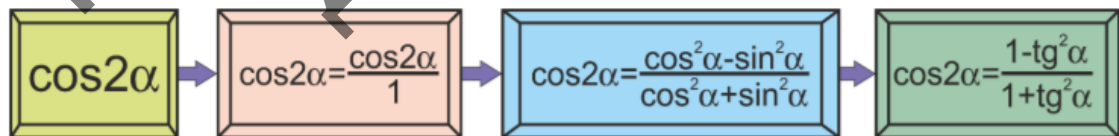


Рис. 2.5. Каузальний ланцюг



Рис. 2.6. Діаграма Венна

Для візуалізації спільних та відмінних ознак, а також взаємозв'язків між різними поняттями, ідеями, категоріями чи групами в діаграмі Венна застосовуються геометричні фігури (зазвичай кола або овали), які частково накладаються одна на одну. Зони їх перетину відображають спільні риси, тоді як унікальні, неперекриті ділянки кожної фігури візуалізують характеристики, властиві лише одній групі. Діаграма Венна графічно демонструє взаємозв'язки між наборами даних, представляючи їх у вигляді двох або більше накладених одне на одне кіл, де перетин позначає спільні характеристики.

Радіальна діаграма (відома також як схема типу «Ромашка») є інструментом візуалізації, призначеним для відображення структурних складових різних явищ або процесів (рис. 2.7) і характеризується головним (центральною) об'єктом, від якого відходять його характерні складові (компоненти).



Рис. 2.7. Радіальна схема «Геометричні перетворення у просторі»

Пірамідальна схема – це спосіб графічного представлення ідей або позицій у вигляді чітко структурованої ієрархії (рис. 2.8).

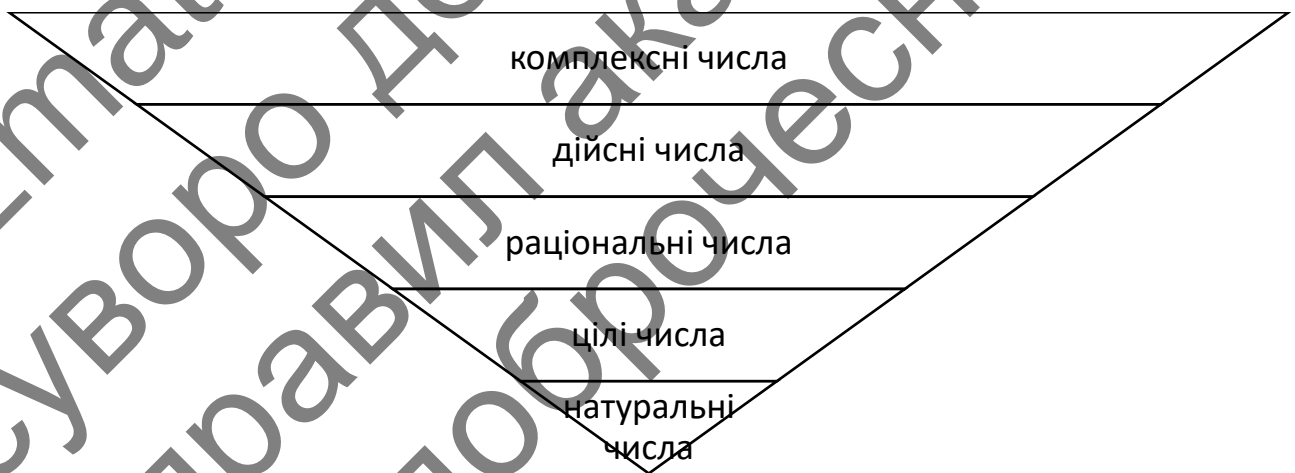


Рис. 2.8. Схема «Піраміда» «Числові множини»

Схема «Дерево» (ієрархічна структура) є широкоживаним типом візуалізації, що ілюструє зв'язки підпорядкування між поняттями: від головного поняття відходять залежні від нього елементи, які, у свою чергу, можуть мати власні підпорядковані поняття (рис. 2.9).

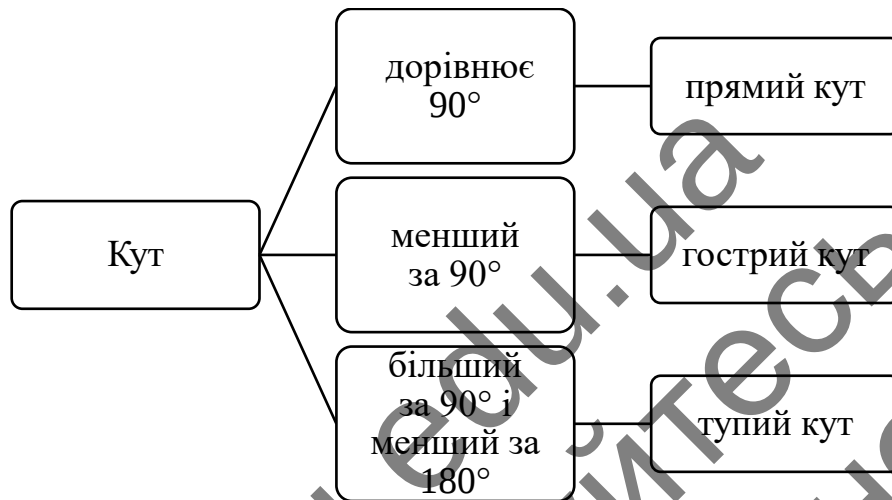


Рис. 2.9. Схема «дерево»

Схема «Дерево» може будуватися знизу вгору, де «коріння» символізує розглядувану проблему. На стовбурі розміщуються основні та допоміжні гілки: на основних зазначаються причини виникнення проблеми, а на допоміжних – факти, що підтверджують ці причини. Записи мають бути лаконічними, містити ключові слова або фрази, що відображають основний зміст і факти. Висновок щодо досліджуваного питання можна розташувати на стовбурі «логічного дерева».

Інтелектуальні карти (також відомі як «карти пам'яті», «карти розуму», «інтелект-карти», «ментальні карти», «діаграми зв'язків», «мозкові карти», «асоціативні карти») були розроблені британським психологом Тоні Бьюзенем, який почав працювати над цією концепцією ще у 1970-х роках. Основні принципи та методики створення інтелектуальних карт викладені в його роботах.

Інтелект-карти дозволяють візуально структурувати навчальний матеріал, що сприяє чіткішому виокремленню ключових понять та встановленню зв'язків між ними. Це допомагає зменшити ймовірність пропуску чи неправильної інтерпретації важливих аспектів теми. Вони слугують проміжною ланкою між

лінійним логічним мисленням, латеральним мисленням і багатовимірним, необмеженим мисленням, роблячи процес організації навчальної інформації більш зручним і наочним.

Інтелект-карти можуть бути ефективним інструментом у професійній діяльності вчителів, зокрема викладачів математики, для підготовки та проведення занять. Використання інтелект-карт у процесі підготовки до уроку, зокрема при написанні конспекту, створенні опорних матеріалів для учнів чи розробці завдань для практичних занять, значно підвищує ефективність роботи, оскільки допомагає структурувати та візуалізувати зміст. Основна складність полягає в необхідності ретельного відбору навчального матеріалу, визначення ключових аспектів теми, їх логічного розташування, а також добору відповідних взаємозв'язків, ключових слів, символів і кольорів. Урок, підготовлений у вигляді інтелект-карти, має значні переваги порівняно з класичним, оскільки весь зміст можна компактно вмістити на одному аркуші, а потім без праці доповнювати.

Важливо зауважити, що інтелект-карти містять виключно інформацію, безпосередньо пов'язану з навчальною дисципліною або темою заняття. Така спрямованість забезпечує подачу нового матеріалу у чітко структурованій та логічно організованій формі, що значно полегшує його розуміння та засвоєння [2]. Розробка інтелект-карт сприяє активізації діяльності, розвитку творчих і комунікативних здібностей, підвищенню мотивації, якості знань і конкурентоспроможності.

На рис. 2.10 наведено приклад інтелект-карти для 8-го класу з теми «Чотирикутники».

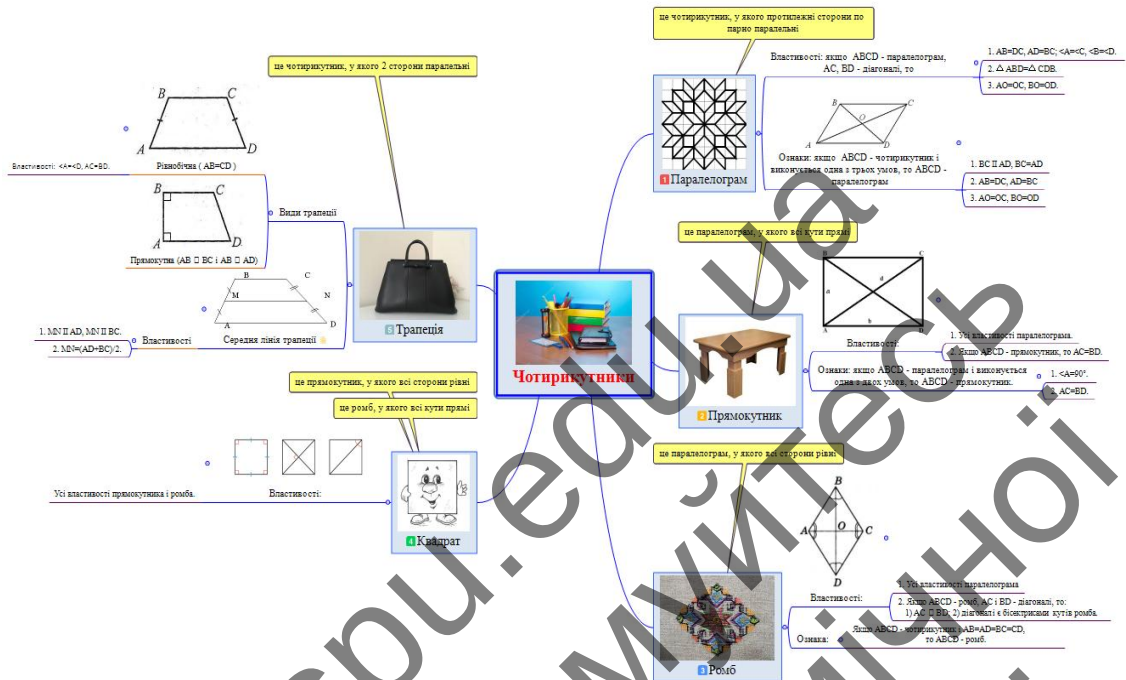


Рис. 2.10. Інтелект-карта «Чотирикутники»

Інтелект-карту слід розглядати як освітній інструмент, що сприяє максимальному запам'ятовуванню інформації завдяки синергетичному поєднанню візуалізації, систематизації, класифікації та асоціацій. Такий підхід активує роботу обох півкуль головного мозку: ліва півкуля відповідає за лінійне представлення, послідовність, списки, числа, аналіз, логіку та мову, а права – за просторову уяву, цілісність сприйняття, уяву, ритм і колір, що є особливо важливим у навчанні математики [2].

Схеми полегшують як первинне сприймання учнем навчального матеріалу, так і його повторення, допомагає виділити те головне (опору), на якому буде закріплено мінімум знань, залучає при засвоєнні матеріалу зорову пам'ять, асоціативні зв'язки. Крім того, схеми тренують здібність довільного запам'ятовування.

Робота зі схемами активізує пізнавальну діяльність, дозволяючи більшу частину часу приділяти задачам на зіставлення, на розвиток наочно-образного мислення, на змістовий аналіз.

Зауважимо, що до певного моменту робота за готовими схемами доцільна, але з певного моменту є небажаною. Учень на певному етапі навчання може самостійно виділити головне в матеріалі, скласти власну схему, тобто може продуктивно працювати з навчальним матеріалом. Пропонуючи учням готові схеми вчитель нав'язує свій стиль мислення, своє бачення матеріалу. Доки учень ще не навчився мислити самостійно це було корисно – учень «йшов» за вчителем, відмічаючи за ним головне та повертаючись до нього. Коли ж в учня вже сформувалося самостійне мислення, потрібно надати йому свободу вибору, можливість самостійно виділяти головне, працювати з навчальним матеріалом. При самостійному складанні схема стає ефективним засобом запам'ятовування.

Під час роботи з готовими схемами з метою активізації пізнавальної діяльності учням рекомендується доповнювати їх, відмічати певні елементи, виділяти кольором змістові блоки тощо. Корисним також буде звітування за схемами, тобто «озвучування та розширення» ущільненої інформації. Ефективними є такі завдання на роботу зі схемами, як доповнити схему-ланцюг, виключити зайвий елемент зі схеми, замінити два або кілька понять одним – узагальнюючим тощо.

2.2. Використання систематизуючих таблиць в навчанні математики у старшій школі

Одним із ефективних форм структурування навчального матеріалу є систематизуючі таблиці.

Таблиця – форма структурування навчального матеріалу, де візуальні елементи супроводжуються короткими пояснювальними текстами. Виділяють два типи таблиць – структуровані та неструктуровані.

Для *неструктурованих таблиць* не характерне чітке позиціонування елементів. Ця категорія включає довідкові, навчальні та демонстраційні таблиці, які зазвичай виконуються у вигляді плакатів і становлять частину навчального обладнання математичного кабінету. Нерідко подібні таблиці можна побачити на форзацах шкільних підручників з математики.

Серед *структурованих таблиць* виділяють три типи – класифікаційні, порівняльні та функціональні. У *класифікаційних таблицях* відображають результати поділу чи класифікації понять. Наприклад, таблиця на рис. 2.11 класифікує чотирикутники за рівністю сторін та видами кутів, а таблиця на рис. 2.12 класифікує трапеції за рівністю бічних сторін та видами кутів.

За кутами	За сторонами	
	Сусідні сторони рівні	Сусідні сторони нерівні
Кути прямі	Квадрат	Прямокутник
Кути непрямі	Ромб	Паралелограм

Рис. 2.11. Класифікаційна таблиця «Види чотирикутників»

За кутами	За бічними сторонами	
	Рівнобічні	Нерівнобічні
Прямокутні		
Непрямокутні		

Рис. 2.12. Класифікаційна таблиця «Види трапецій»

Це класифікаційні таблиці, які можна скласти, наприклад, після вивчення теми «Чотирикутники» у 8 класі. У процесі формування понять побудова і

заповнення подібних таблиць сприяє більш ґрунтовному розумінню учнями родо-видових зв'язків у системі підрядних та субпідрядних понять, дозволяє усвідомити спільне і відмінне у змісті цих понять.

Різновидом класифікаційних таблиць можна вважати таблиці, що систематизують факти щодо деякої групи математичних об'єктів. Наприклад, на рис. 2.13 систематизовано властивості ромба, які є його властивостями як паралелограма, та особливі властивості, притаманні тільки ромбу.

$ABCD$ — ромб	
	Властивість паралелограма
	1. $AB = DC, AD = BC$
	2. $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$
	3. $AO = OC, BO = OD$
	особлива
	4. $AC \perp BD$
	5. $\angle ABD = \angle CBD = \angle ADB = \angle CDB,$ $\angle BAC = \angle DAC = \angle BCA = \angle DCA$

Рис. 2.13. Таблиця, що систематизує властивості ромба

Основна функція *порівняльних таблиць* полягає у максимально зручному поданні процесу та результатів зіставлення окремих аспектів або систематизованих компонентів досліджуваних об'єктів. Найбільш ефективними ці таблиці виявляються для виявлення аналогій між порівнюваними явищами. Наприклад, у таблиці на рис. 2.14 порівняно властивості взаємного розміщення точок і прямих на площині та властивості взаємного розміщення прямих і площин у просторі.

На площині	У просторі
Якщо дві прямі мають спільну точку, то вони перетинаються в цій точці	Якщо дві площини мають спільну пряму, то вони перетинаються по цій прямій
Через будь-яку точку на площині можна провести безліч прямих	Через будь-яку пряму в просторі можна провести безліч площин
Через точку, яка не лежить на прямій, можна провести пряму, паралельну даній прямій, і тільки одну	Через пряму, яка не перетинає площину, можна провести площину, паралельну даній площині, і тільки одну
Дві прямі, паралельні третій прямій, паралельні між собою	Дві площини, паралельні третій площині, паралельні між собою

Рис. 1.14. Порівняльна таблиця

Зрозуміло, що за аналогією можна отримати і хибне твердження. Ілюструючи це, зауважимо: якщо в третьому з наведених тверджень про просторові відношення замінити умову «не перетинає площину» на вимогу «не лежать у площині», ми отримаємо хибне твердження. Це пояснюється тим, що пряма, яка не лежить у площині, все ж може її перетинати, а через таку пряму неможливо провести площину, паралельну заданій. Таким чином, будь-яке твердження, отримане шляхом аналогії, потребує обов'язкового математичного доведення.

У шкільній математичній освіті найширше використовуються *функціональні таблиці*. Зазвичай вони відображають конкретну функціональну залежність разом із відповідними значеннями аргументів та функцій. Типовим прикладом таких таблиць є таблиця значень тригонометричних функцій для окремих кутів.

Функціональні таблиці можуть використовуватися з різною метою в навчанні математики: вони можуть призначатися для запам'ятовування, а також

мати непересічне значення для навчання учнів не стільки своїм змістом, скільки тією діяльністю, яку можна і потрібно здійснювати з даними цих таблиць [31].

Таблиці такого типу не доцільно пропонувати учням вже в готовому вигляді. Принаймні, певну їх частину потрібно заповнювати разом із учнями, розкриваючи принципи і хід заповнення, виводячи цей процес на усвідомлений рівень. Наприклад, можна запропонувати учням заповнити таблицю на рис. 2.15 щодо властивостей чотирикутників.

Фігури		Паралелограм	Прямокутник	Ромб	Квадрат
Властивості					
1.	Протилежні сторони попарно паралельні				
2.	Протилежні сторони рівні, протилежні кути рівні				
3.	Усі сторони рівні				
4.	Усі кути прямі				
5.	Діагоналі точкою їх перетину діляться навпіл				
6.	Діагоналі рівні				
7.	Діагоналі взаємно перпендикулярні				
8.	Діагоналі ділять кути навпіл				

Рис. 2.15. Таблиця «Властивості чотирикутників»

Структуровані таблиці можуть використовуватися не тільки як носії навчальної математичної інформації, але як засоби подання системи задач, у тому числа з геометрії. Часто оформлення умови задачі у вигляді таблиці дозволяє забезпечити успішне виконання цілого ряду однотипних задач. Цей прийом ефективний при розв'язуванні задач на обчислення. Наприклад, АВ –

перпендикуляр, AC – похила, BC – проєкція похилої. Потрібно заповнити таблицю на рис. 2.16.

AB	24 см	15 см	
BC	7 см		$24a$
AC		25 см	$26a$

Рис. 2.16. Структурована таблиця як засіб подання системи задач

Таблиці мають широкі можливості в плані формування в учнів умінь узагальнювати. Так, наприклад, при виділенні суттєвих ознак поняття після роботи з рисунками по розпізнанню даного поняття можна запропонувати учням заповнити таблицю 2.1. Наприклад, таблиця на рис. 2.17. У результаті порівняння суттєвих ознак понять учні приходять до висновку про те, що, чи є одне із понять більш загальним по відношенню до іншого чи вони безпосередньо не пов'язані. Доцільно використовувати таблиці в якості завдання на розпізнавання понять за зображенням (таблиця 2.2).

Таблиця 2.1

Поняття	Ознаки	
	Суттєві	Несуттєві

Властивості фігур під час паралельного проектування	
зберігаються	не зберігаються
1) Належність фігури до свого класу фігур (точку зображають точкою, пряму — прямою, відрізок — відрізком, трикутник — трикутником тощо); 2) належність точок прямій; 3) порядок розміщення точок на прямій (внутрішню точку відрізка зображають внутрішньою точкою його проекції); 4) паралельність прямих; 5) рівність (пропорційність) відрізків, що лежать на паралельних прямих або на одній прямій	1) Довжина відрізка (зокрема відрізок завдовжки 5 см на зображенні може мати іншу довжину); 2) міра кута (зокрема прямий кут зображають довільним кутом); 3) перпендикулярність прямих (перпендикулярні прямі зображають прямими, що перетинаються під гострим кутом); 4) рівність (пропорційність) кутів (зокрема бісектрису кута зображають променем, який не обов'язково ділить навпіл зображення кута); 5) рівність (пропорційність) відрізків, які лежать на прямих, що перетинаються

Рис. 2.17. Таблиця «Властивості фігур при паралельному перенесенні»

Таблиця 2.2

Рисунок	Підходить під поняття	Не підходить під поняття

Такі систематизуючі таблиці доцільно оформляти на окремих аркушах, оскільки вони можуть заповнюватися і використовуватися протягом декількох уроків.

Систематизуючі таблиці можна використовувати і в роботі над теоремами і геометричними задачами. Зміст порівняльних таблиць при цьому містить подібні аналогічні доведення різних теорем. Порівнюючи запропоновані доведення, учні приходять до загального висновку і за допомогою вчителя чи самостійно записують узагальнений план чи виділяють метод доведення розглянутих теорем. Такого типу таблицею є таблиця 2.3.

Таблиця 2.3

Формулювання теореми	Рисунок і короткий запис	Суть доведення

При розв'язуванні геометричних задач доцільно використовувати систематизуючі таблиці, які містять узагальнене формулювання суті різних методів геометрії. Для успішного використання таких таблиць з метою розв'язування геометричних задач необхідна спеціальна робота вчителя по формуванню у учнів уміння конкретизувати загальні положення для конкретних випадків.

Аналогічно систематизуючі таблиці доцільно використовувати і в алгебрі, наприклад для формування загального бачення на процес розв'язування рівнянь (рис. 2.18) та нерівностей (рис. 2.19).

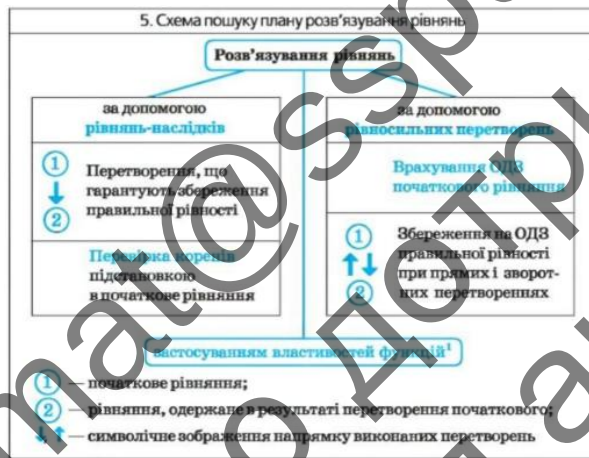


Рис. 2.18. Таблиця «Схема пошуку плану розв'язування рівнянь»

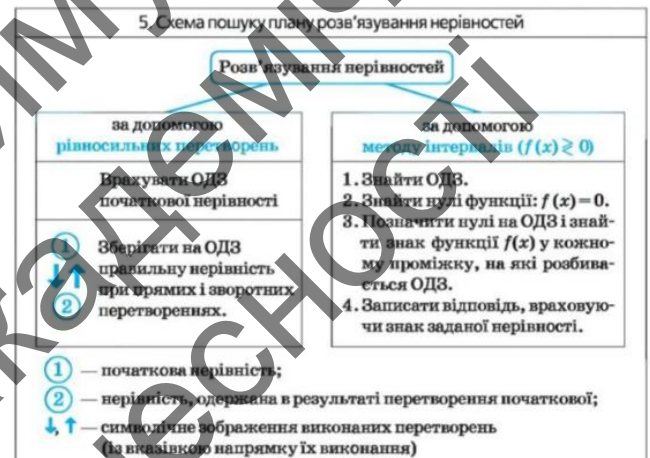


Рис. 2.19. Таблиця «Схема пошуку плану розв'язування нерівностей»

Ознайомлення учнів з роботою над таблицями доцільно проводити за планом (рис. 2.20).



Рис. 2.20. План роботи над таблицями

У даному контексті звернемо увагу на підручники з математики авторського колективу М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. М. Коломієць, З. О. Сердюк, який досить активно та ефективно використовує потенціал систематизуючих таблиць у навчальному процесі.

Також рекомендуємо використовувати в навчальному процесі навчальний посібник «Геометрія у таблицях» (автор Є. П. Нелін), призначений для учнів 7-11 класів та на підручники з математики для старшої школи автора Є. П. Неліна. Наведемо приклад таблиці «Паралельність прямої і площини», на якій чітко виокремлено і акцентовано увагу на ознаках і властивостях (рис. 2.21), та таблиці «Паралельні проекції деяких плоских фігур» (рис. 2.22).

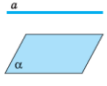
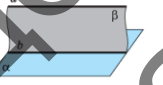
ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ	
 Означення. Прямі і площини називають паралельними, якщо вони не перетинаються. $a \parallel \alpha$	
Ознака	Властивість
Якщо $b \parallel a$ (a в площині α), то $b \parallel \alpha$.	Якщо $a \parallel \alpha$, а β проходить через a і перетинає α по b , то $a \parallel b$.
Якщо пряма, що не належить площині, паралельна якійсь прямій, що лежить у цій площині, то вона паралельна і цій площині.	Якщо через пряму, паралельну площині, провести другу площину, яка перетинає першу, то пряма перетину площин паралельна першій прямій.
	

Рис. 2.21. Таблиця «Паралельність прямої і площини»

Паралельні проекції деяких плоских фігур (площина фігури не паралельна напрямку проектування)	
	Проекція — трикутник будь-якої форми
	Проекція — паралелограм будь-якої форми
	Проекція — трапеція будь-якої форми
	Проекція кола — еліпс

Рис. 2.22. Таблиця «Паралельні проекції деяких плоских фігур»

Опишемо більш детально роботу із систематизуючою таблицею з теми «Комбінаторика» в 11 класі.

Згідно з навчальною програмою з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів закладів загальної середньої освіти на вивчення теми «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики» відводиться 10 годин. Зміст навчального матеріалу та очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів представлено в таблиці 2.4.

На уроці узагальнення та систематизації знань доцільно провести з учнями бесіду, під час якої варто навести приклади задач, для розв'язування яких доводиться з певної сукупності об'єктів вибирати елементи, що мають відповідні властивості, та розміщувати ці елементи в певному порядку тощо. Внаслідок цього в учнів сформується уявлення про певну групу задач, розв'язування яких потребує оперування новими поняттями та навичками володіння новими способами дій. Отже, формується пізнавальний інтерес.

Таблиця 2.4

Фрагмент навчальної програми з математики

Тема 3. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ, ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ 10 годин	
Учень/учениця: ¶ розуміє що таке перестановки, розміщення, комбінації (без повторень), класичне визначення поняття ймовірності, що таке генеральна сукупність та вибірка, означення середнього значення, моди та медіани вибірки; ¶ обчислює відносну частоту події, кількість перестановок, розміщень, комбінацій; ймовірність події, користуючись її означенням і комбінаторними схемами; ¶ пояснює зміст середніх показників та характеристик вибірки; ¶ знаходить числові характеристики вибірки даних. ¶ застосовує ймовірнісні характеристики навколишніх явищ для прийняття рішень. ☐	Елементи комбінаторики. Перестановки, розміщення, комбінації (без повторень). ¶ Класичне визначення ймовірності випадкової події. ¶ Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення. Графічне подання інформації про вибірку. ☐

Систематизація теоретичного матеріалу уроку проводимо у формі бесіди за наступним планом: уявлення про комбінаторні задачі та комбінаторику як розділ математики; перестановки; розміщення; комбінації; правило суми; правило добутку; як визначити, яку формулу потрібно вибрати для розв'язування даної комбінаторної задачі.

Зміст бесіди відтворює навчальний матеріал, який вивчався протягом даної теми. Результатом бесіди є складання систематизуючої таблиці з теми (рис. 2.23).

Комбінаторика

Комбінаторика — розділ математики, у якому вивчають способи вибору та розміщення елементів деякої скінченної множини на основі певних умов.

Вибрані (або вибрані й розміщені) групи елементів називають *сполуками*.

Якщо всі елементи різні, то одержуємо сполуку без повторень, а якщо елементи можуть повторюватися, то сполуку з повтореннями. Далі будемо розглядати сполуки без повторень.

i Зі схемою вибору та формулами для розв'язування комбінаторних задач за умови повторення елементів можна ознайомитися, звернувшись до інтернет-підтримки підручника.

Перестановки

Означення. *Перестановкою з n елементів* називається будь-яка впорядкована множина з n заданих елементів (тобто така множина, для якої вказано, який елемент розташований на першому місці, який — на другому, ..., який — на n -му).

Формула числа перестановок (P_n)

$P_n = n!$,
де $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$
(читають: «ен факторіал»)

Приклад

Кількість різних шестизифрових чисел, які можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, не повторюючи ці цифри в одному числі, дорівнює:

$$P_6 = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720.$$

Розміщення

Означення. *Розміщенням з n елементів по k* називається будь-яка впорядкована множина з k елементів, складена з елементів заданої n -елементної множини.

Формула числа розміщень (A_n^k)

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Приклад

Кількість різних трицифрових чисел, які можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, якщо цифри не повторюються, дорівнює:

$$A_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 4 \cdot 5 \cdot 6 = 120.$$

Комбінації

Означення. *Комбінацією без повторень з n елементів по k* називається будь-яка k -елементна підмножина заданої n -елементної множини.

Формула числа комбінацій (C_n^k)

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Приклад

Із класу, що складається з 25 учнів, можна вибрати 5 учнів для чергування по школі C_{25}^5 способами, тобто:

$$C_{25}^5 = \frac{25!}{5!(25-5)!} = \frac{25!}{5! \cdot 20!} = \frac{21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 \cdot 25}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 53130 \text{ способами.}$$

Деякі властивості числа комбінацій без повторень

$$C_n^k = C_n^{n-k} \text{ (зокрема } C_n^n = C_n^{n-n} = C_n^0 = 1)$$

$$C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$$

Рис. 2.23. Систематизуюча таблиця з теми «Комбінаторика» (11 клас)

Учителю варто пам'ятати, що в 5–7 класах вивчення комбінаторики не передбачає введення формул і строгих означень. Ознайомлення учнів із комбінаторними ідеями здійснюється не через розширення теоретичного

матеріалу, а шляхом добору задач, у яких комбінаторні поняття та правила формуються на основі навчального матеріалу поточних тем. Такі задачі, з одного боку, сприяють засвоєнню теми, що вивчається, а з іншого – знайомлять учнів із окремими аспектами комбінаторики, що стане основою для їх подальшого систематичного вивчення.

Можна виділити такі етапи навчання комбінаториці.

1. Існування і побудова комбінацій з будь-якими заданими властивостями. Перебір можливих варіантів.

2. Комбінаторні правила додавання і множення. Розв’язування комбінаторних задач на правила множення і додавання.

3. Розміщення, перестановки, комбінації без повторень. Трикутник Паскаля. Формула бінома Ньютона. Розміщення, перестановки, комбінації з повторенням.

У методиці навчання математики та навчально-методичній літературі існують різні підходи до вивчення видів сполук, які відрізняються трактуванням та послідовністю їх введення. Ефективність формування цих математичних понять значною мірою залежить від вибору способу подання матеріалу та логіки його засвоєння.

Варто зазначити, що програма з математики для закладів загальної середньої освіти не передбачає вивчення сполук із повтореннями елементів. Проте, використовуючи комбінаторні правила додавання та множення, учні можуть розв’язувати нескладні задачі на знаходження кількості сполук, у яких допускається повторення елементів.

Один із підходів передбачає вивчення сполук без повторень у такій послідовності: розміщення, перестановки, комбінації. При цьому поняття

«перестановка» розглядається як окремий випадок поняття «розміщення». У цьому підході застосовується абстрактно-дедуктивний метод: спочатку вводиться означення, а потім наводяться приклади його практичного застосування. Означення сполук є зрозумілими та доступними для учнів, які вже знайомі з поняттями «множина» та «підмножина». Логічний зв'язок між різними видами сполук і така послідовність їх вивчення дозволяють встановити відповідність між формулами для обчислення кількості сполук, що, у свою чергу, сприяє їх легшому запам'ятовуванню.

Підхід до доведення комбінаторних формул значною мірою залежить від послідовності вивчення окремих видів сполук та рівня підготовленості учнів у застосуванні методів доведення.

Методика навчання комбінаторного розв'язування задач не обмежується лише вмінням визначати тип сполуки в умові задачі та використовувати відповідну формулу для обчислення. Такий підхід є ефективним лише для найпростіших задач. Основна складність, з якою стикаються учні, полягає у правильному визначенні виду сполуки. Тому перед тим, як переходити до обчислень, доцільно пропонувати учням серію запитань, які допоможуть їм правильно визначити сполуку, про яку йдеться в задачі.

- чи враховується порядок слідування елементів у сполуці;
- чи всі елементи поданої множини входять до сполуки;
- чи можуть елементи у сполуці повторюватися (робота зі схемою (рис. 2.24), поданою у продовженні систематизуючої таблиці).

Проте цей підхід має певний недолік: учні, побачивши умову задачі, часто намагаються механічно «впізнати» відповідну сполуку, записати формулу і виконати обчислення, не заглиблюючись у зміст задачі та не намагаючись її змодельовати. Щоб уникнути такої поверхневості в розумінні комбінаторних

процесів, варто почати навчання з розв’язування задач, у яких використовуються комбінаторні правила додавання та множення.

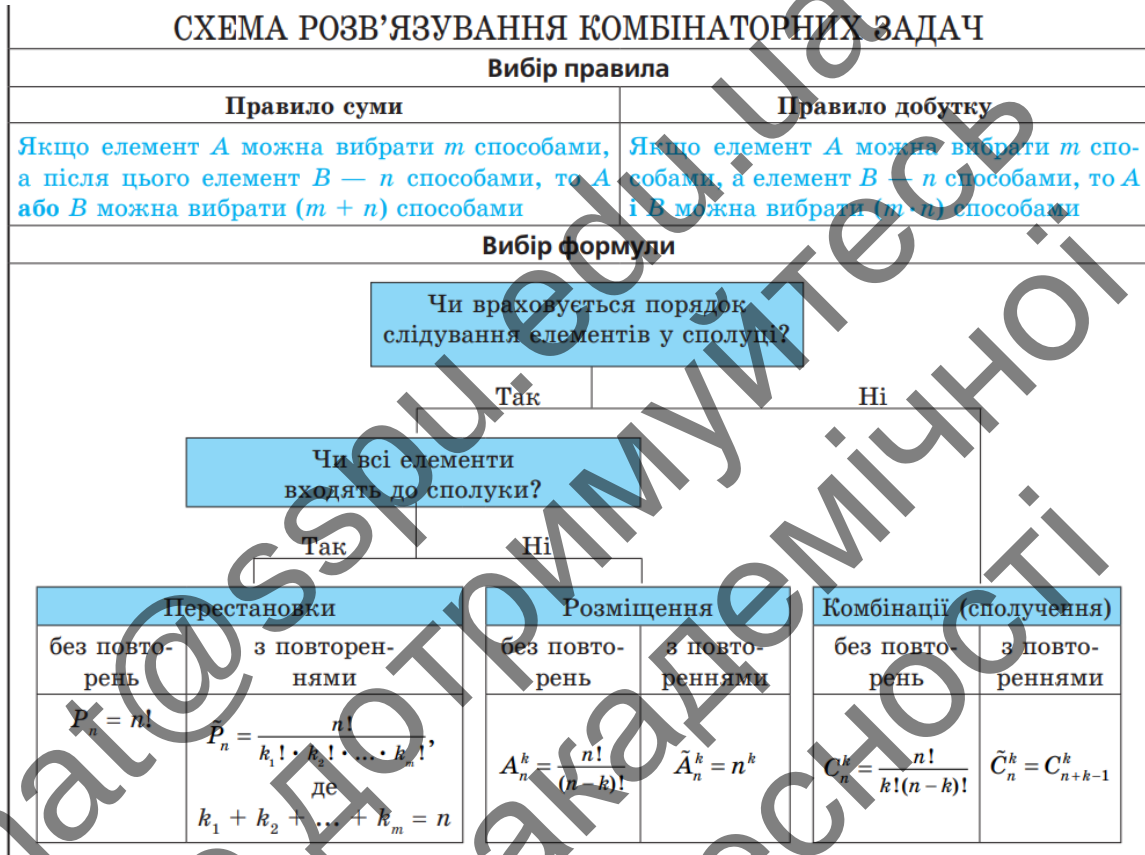


Рис. 2.24. Схема розв’язування комбінаторних задач (11 клас)

Наголошуємо, що складена у такий спосіб систематизуюча таблиця може використовуватися учнями і в подальшому при підготовці до зовнішнього незалежного оцінювання.

2.3. Складання опорних конспектів з математики як метод зниження когнітивного перенавантаження учнів старшої школи

Інформаційний вибух у сучасному світі проявляється у стрімкому зростанні обсягів даних, які генерує світова спільнота. Внаслідок цього виникають нові терміни, такі як «когнітивне перенавантаження» та

«інформаційна втома», оскільки людина об'єктивно не здатна обробляти такі величезні обсяги інформації, зокрема навчальної. У зв'язку з цими тенденціями в професійній підготовці майбутніх учителів математики та інформатики особливо важливими стають навички критичного оцінювання інформаційного контенту, здатність стисло і без втрати змісту перетворювати його на наочний образ, вміння знаходити, інтерпретувати та узагальнювати інформацію, а також представляти її суб'єктивний і об'єктивний аналіз. Важливим є також візуальне структурування інформації для мінімізації негативних наслідків інформаційного вибуху в суспільстві.

Т. М. Деркач виділяє два типи когнітивного навантаження: внутрішнє і зовнішнє. Внутрішнє навантаження визначається складністю змісту матеріалу, який вимагає обробки і зберігання у робочій пам'яті одночасно. Зовнішнє навантаження поділяється на стороннє, яке виникає через необхідність додаткових зусиль через незвичний формат навчальних даних, та релевантне, що відображає рівень зусиль, необхідних для обробки, організації, інтеграції та створення когнітивних схем даних [7].

Згідно з теорією когнітивного навантаження, інформація, подана у вигляді зображень, вимагає менше розумових зусиль для її обробки, ніж описова інформація. До речі, динамічна візуалізація об'єктів має перевагу над статичною, коли вона має когнітивний характер, а не просто ілюстративний. Однак при аналізі динамічних зображень виникають труднощі в обробці видимих даних у конкретний момент часу та необхідність запам'ятовувати раніше подані факти, розуміти їх взаємозв'язки і поєднувати їх. Це може призвести до ефекту розподілу уваги. Т. М. Деркач вважає, що продуктивність вивчення матеріалу, поданого у вигляді динамічних моделей, можна підвищити, використовуючи покрокову демонстрацію, що дозволяє знизити стороннє когнітивне навантаження [7].

У контексті активізації пізнавальної діяльності запобігти когнітивному перевантаженню у процесі навчання можна шляхом структурування навчальної інформації.

Ідея кодування знань виникла ще в 60-х роках XX століття в Німеччині. В Україні метод опорних сигналів був запропонований донецьким вчителем В. Ф. Шаталовим, який у 1971 році розробив організаційно-методичну систему навчання, що базується на використанні опорних сигналів, об'єднаних у листи опорних сигналів. Іноді їх також називають опорними конспектами або схемами (рис. 2.25).

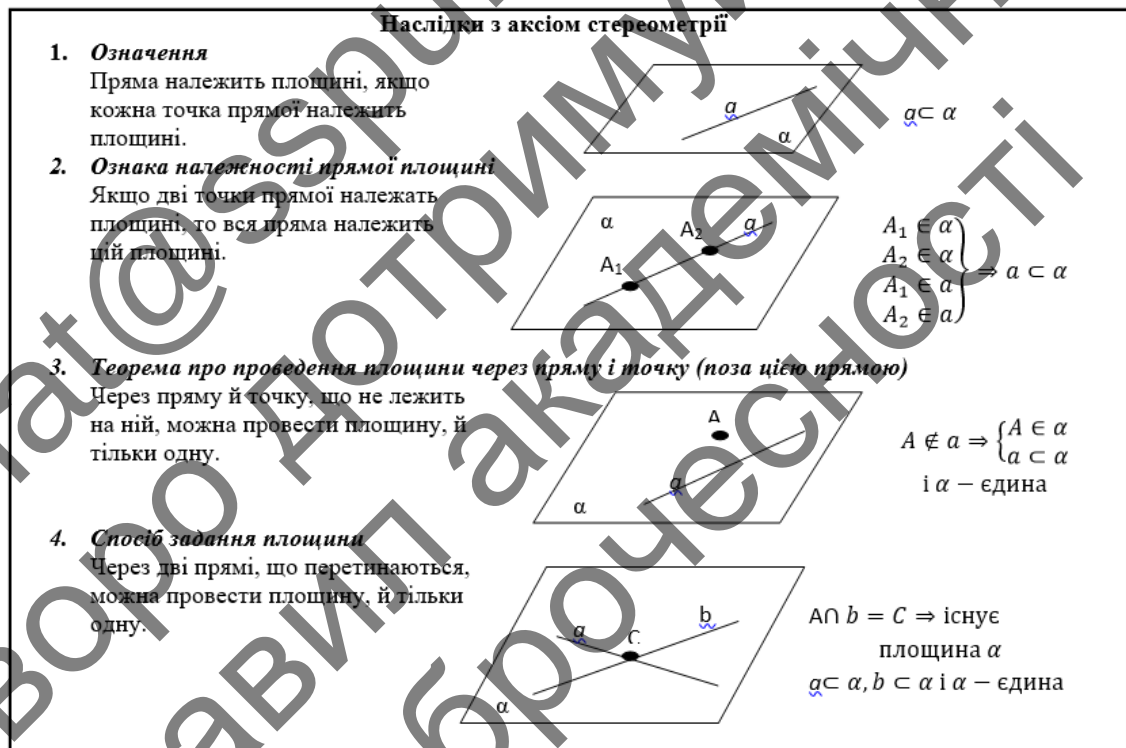


Рис. 2.25. Опорний конспект «Наслідки з аксіом стереометрії»

Сигнал (від лат. *signum* – знак) є знаком, фізичним процесом чи явищем, що передає інформацію про певну подію. Якщо сигнал несе інформацію, то опорний сигнал, відповідно, передає основну (головну) інформацію, яка дає змогу відтворювати пов'язані з нею елементи, навіть якщо вони не присутні безпосередньо в опорному носії. Ця особливість опорного сигналу, яка служить

стимулом для розкриття всієї суті інформації, активно використовується в освітній діяльності.

Опорний конспект – це організоване та структуроване графічне подання значного обсягу навчальної інформації у вигляді системи взаємопов'язаних опорних сигналів.

Опорний конспект є матеріальним носієм навчальної інформації, який несе смислове навчальне навантаження з відповідної дисципліни. Він є складовою інформаційної системи, що відображає структуру курсу та внутрішню логіку наукового змісту кожної його частини.

С. В. Левченко зазначає, що опорні схеми – це висновки, що формуються на очах студентів під час пояснення та оформлення навчального матеріалу у вигляді таблиць, схем або малюнків. Опорні схеми мають бути простими, зрозумілими та наочними. Їх основна перевага полягає в тому, що вони дозволяють у лаконічній та спрощеній формі передати головну ідею за допомогою умовних символів і елементів [15].

Застосування опорних конспектів сприяє цілеспрямованому розвитку зорової та логічної пам'яті, а також формуванню навичок роботи в малих групах, вміння аргументувати власну позицію, приймати рішення та нести за них відповідальність. Такий підхід забезпечує більш глибоке та міцне засвоєння знань. Візуальні та вербальні опорні елементи мають вирішальне значення для процесу запам'ятовування, оскільки наявність зорового образу, асоційованого з конкретним поняттям, істотно полегшує його подальше відтворення. Уміння учнів будувати зв'язне мовлення на основі готових символічних опор свідчить про глибоке розуміння ними навчального матеріалу.

У процесі вивчення математики опорні конспекти доцільно використовувати з наступною метою.

Для початкового засвоєння основ теми створення структурованих конспектів не тільки дозволяє значно швидше та ефективніше донести навчальний матеріал, але й забезпечує його краще запам'ятовування. Це підтверджують психологічні дослідження [27], згідно з якими людина запам'ятовує лише 10 % того, що чує, 50 % того, що бачить, і 90 % того, що робить. Навіть при уважному слуханні засвоюється лише 20 % інформації, тоді як в процесі активної діяльності – 90 %.

Для роботи з підручниками чи науковою літературою під час самостійної роботи конспект-схема та методичні вказівки по конкретній темі служать орієнтиром при роботі з джерелами інформації [27].

Для контролю знань важливо систематично перевіряти засвоєння навчального матеріалу як усього конспекту, так і його окремих частин. Для цього використовуються різні форми контролю: письмові, усні тестування, диспути тощо [27].

Для повторення й доповнення тем компактність і наочність структурованих конспектів дозволяє легко організувати повернення до окремих частин навчального матеріалу в процесі заняття. Це дає змогу реалізувати принцип багатоваріантного повторення як під час викладу інформації, так і під час перевірки знань. Окрім того, учні чи студенти використовують конспекти-схеми для повторення матеріалу вдома перед самостійною роботою, контрольними завданнями, колоквіумами, заліками тощо [27].

Переваги використання методу опорних конспектів порівняно з традиційним викладом матеріалу описано на рис.2.26.

Переваги методу опорних конспектів

дозволяє сконцентрувати великий обсяг теоретичного матеріалу в єдину чітку і лаконічну систему;
у результаті багаторазового повторення забезпечує максимальне запам'ятовування навчальної інформації;
активізує зорову і слухову пам'ять;
розширює поле внутрішньої свободи суб'єкта учіння;
створює позитивну психологічну атмосферу на занятті;
дозволяє скоротити час на вивчення теми.

Рис. 2.26. Переваги методу опорних конспектів

На перших етапах роботи з опорними конспектами пропонуються вже готові схеми. Спочатку акцент робиться на виділенні основних ідей, а потім – на деталях. На наступному етапі, під час вивчення нового матеріалу, можна запропонувати складання опорних схем у колективі або парах. Найвищим рівнем, який сприяє ефективності навчання через розвиток пізнавальної активності та прагнення до самостійного набуття знань, є самостійне створення структурованих конспектів.

При створенні опорного конспекту важливо враховувати певні принципи побудови (рис. 2.27).



Рис. 2.27. Принципи побудови опорних конспектів

Зважаючи на психологічні дослідження, які свідчать про швидше сприйняття та обробку навчального матеріалу учнями, коли він поданий у візуальній формі, опорні конспекти виступають одним із засобів зниження когнітивного навантаження.

Основою створення опорних конспектів є теорія «ущільнення» навчальної інформації. Це поняття уточнюється С. Клепко: «Ущільнення знань – це процес реконструкції окремих фрагментів знань, засвоєння яких у реконструйованій формі потребує менше часу, але дає змогу здобути еквівалентні загальнонавчальні технологічні вміння» [13].

Виділяють кілька етапів техніки графічного ущільнення навчальної інформації.

Етапи техніки графічного ущільнення навчальної інформації

- перший етап – кодування знань;
- другий етап – укрупнення (раніше закодованого) – виявлення загальних та відмінних рис, встановлення взаємозв'язків, об'єднання інформації в єдину структуру;
- третій етап – структурування (раніше укрупненого) – створення крупномодульних графічних опор, які надають закодованому матеріалу цілісну форму, що сприяє найефективнішому засвоєнню навчальної інформації.

Виходячи з досліджень нейропсихології, можна стверджувати, що мозок прагне знайти сенс, встановлюючи закономірності. Безлад і хаос ускладнюють ефективну роботу мозку. У будь-якій ситуації чи потоці інформації мозок намагається знайти сенс, виявляючи закономірності. Мозок володіє унікальною здатністю одночасно сприймати об'єкт в цілому і в деталях, розчленовуючи і збираючи його. Іншими словами, виконання взаємопов'язаних операцій є природною здатністю мозку.

Необхідність використання методу опорних конспектів зумовлена ще й тим, що тексти шкільних підручників з математики розраховані на учнів, які вже володіють достатніми базовими знаннями з курсу математики основної школи, опанували її логічний апарат, знайомі з термінологією та особливостями побудови математичних текстів, вміють інтерпретувати схеми, ілюстрації тощо. Для учнів, особливо з недостатнім рівнем навчальних досягнень, робота з текстами підручників ускладнена, тому для активізації їхньої пізнавальної діяльності вчителі можуть застосовувати опорні конспекти.

Запропонуємо, як можна організувати роботу з опорними конспектами з метою активізації пізнавальної діяльності. На уроці під час первинного

пояснення нового матеріалу вчитель використовує або традиційні засоби, або інформаційні технології. Форми роботи можуть бути довільними – лекція, бесіда, евристична бесіда тощо. Зміст матеріалу максимально наближений до змісту опорного конспекту. Якщо вчитель у цей час робить на дошці записи, то вони повинні бути ідентичні сигналам, які входять в опорний конспект. В цей час учні не ведуть жодних записів, щоб не пропустити жодного слова пояснення вчителя. Після пояснення вчитель демонструє на опорний конспект. Спираючись на конспект, вчитель повторно пояснює матеріал протягом 3-5 хвилин. При цьому учням можна роздати зменшені копії опорного конспекту.

Вдома учень, спираючись на опорний конспект, повинен спробувати відтворити інформацію, звертаючи увагу на деталі, які не вдалося запам'ятати. Потім учень звертається до підручника, читає потрібний матеріал, періодично зіставляючи його з опорним конспектом і розкодовуючи інформацію, подану в ньому. При цьому учень вклеює опорний конспект в робочий зошит, дозволяється виділяти певні елементи, розфарбовувати тощо. На цьому етапі учень намагається логічно і послідовно відтворити опорний конспект.

На наступному уроці кожен учень на окремій сторінці протягом 10-12 хвилин намагається відтворити опорний конспект, за що вчитель може передбачити оцінку.

Звернемо увагу на навчальний посібник «Шкільна геометрія. В опорних схемах, задачах і прикладах» для 8-11 класів (автор Г. В. Апостолова) та на підручник Геометрія для 11 класу закладів загальної середньої освіти (автор Г. В. Апостолова, 2011 р.). Наведемо приклад опорного конспекта «Перпендикулярність і паралельність прямих і площин», який містить кілька корисних опорних фактів з доведеннями (доведення проводиться методом від супротивного) (рис. 2.28).



ОК-39 Перпендикулярність і паралельність прямих і площин

Зі шкільного курсу стереометрії ви знаєте, що через точку поза площиною можна провести тільки одну площину, паралельну даній (ОК-38, № 6).

Доведемо ще кілька корисних опорних фактів.

У фактах (1) – (5) відповідні доведення будемо проводити від супротивного.

1 $A \in \alpha \Rightarrow$ єдина $(AB) \perp \alpha$ 1) будемо $AB \perp \alpha$; 2) нехай існує $(AB') \perp \alpha$, $(AB) \neq \alpha$. Побудуємо: $\gamma \supset \{(AB); (AB')\}$, $n \triangleq \gamma \cap \alpha$; 3) $n \subset \alpha \mid \begin{cases} (AB) \perp \alpha \\ (AB') \perp \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (AB) \perp n; \\ (AB') \perp n \end{cases} \mid \begin{cases} n \subset \alpha \\ (AB') \perp \alpha \end{cases} \Rightarrow (AB') \perp n$; 4) у площині γ: $(AB) \perp n$ $(AB') \perp n$ — цього бути не може. Висновок: AB — єдиний перпендикуляр, <i>ц.в.д.</i>	4 $A \in \alpha \Rightarrow$ єдина $\alpha \perp a$, $A \in \alpha$ 1) будемо $\alpha \perp a$, $A \in \alpha$; 2) нехай існує $\alpha' \perp a$, $\alpha' \neq \alpha$; $A \in \alpha'$. $\alpha \cap \alpha' \triangleq B$; $a \cap \alpha \triangleq B'$; 3) $a \perp \alpha \mid \begin{cases} (BA) \subset \alpha \\ (BA') \subset \alpha' \end{cases} \Rightarrow a \perp (AB)$; $a \perp \alpha' \mid \begin{cases} (BA) \subset \alpha \\ (BA') \subset \alpha' \end{cases} \Rightarrow a \perp (AB')$; 4) $(AB) \cap (AB') = A \mid \Rightarrow \gamma \supset \{(AB); (AB')\}$; 5) у площині γ: $\angle BAB' = \angle ABB' = 90^\circ$ — цього бути не може. Висновок: α — єдина, <i>ц.в.д.</i>
2 $A \in \alpha \Rightarrow$ єдина $(AB) \perp \alpha$ 1) будемо $AB \perp \alpha$; 2) нехай існує $(AB') \perp \alpha$, $(AB') \neq (AB)$. Побудуємо: $\gamma \supset \{(AB); (AB')\}$, $n \triangleq \gamma \cap \alpha$; 3) $(AB) \perp \alpha \mid \begin{cases} (AB) \perp n; \\ n \subset \alpha \end{cases} \Rightarrow (AB) \perp n$; $(AB') \perp \alpha \mid \begin{cases} (AB') \perp n; \\ n \subset \alpha \end{cases} \Rightarrow (AB') \perp n$; 4) у площині γ: $(AB) \perp n$ $(AB') \perp n$ — цього бути не може. Висновок: AB — єдиний перпендикуляр, <i>ц.в.д.</i>	5 $a \parallel \alpha \Rightarrow$ єдина $\beta \parallel \alpha$, $a \in \beta$ 1) будемо $\beta \parallel \alpha$, $a \in \beta$; 2) нехай існує $\beta' \parallel \alpha$, $a \in \beta'$ і $\beta' \neq \beta$. Тоді $\begin{cases} a \subset \beta \\ a \in \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \in \beta' \\ A \in \beta \end{cases}$ і цього бути не може (ОК-35, № 6). Висновок: β — єдина площина, паралельна α.
3 $A \in a \Rightarrow$ єдина $\alpha \perp a$, $A \in \alpha$ 1) будемо $\alpha \perp a$, $A \in \alpha$; 2) нехай існує $\alpha' \perp a$, $(\alpha' \neq \alpha; A \in \alpha')$. Побудуємо $B \in \alpha$, $\gamma \supset \{Ba\}$; $(AB) = \gamma \cap \alpha$; $n \triangleq \gamma \cap \alpha'$; 3) $a \perp \alpha \mid \begin{cases} (BA) \subset \alpha \\ (BA) \subset \alpha' \end{cases} \Rightarrow a \perp (AB)$; $a \perp \alpha' \mid \begin{cases} (BA) \subset \alpha \\ (BA) \subset \alpha' \end{cases} \Rightarrow a \perp n$; 4) площина γ: $(AB) \perp n$ $t \perp a$, $n \cap a = A$ — цього бути не може. Висновок: α — єдина, <i>ц.в.д.</i>	6 $a \parallel b \Rightarrow a \in \alpha, b \parallel \alpha, i \in N$ 1) $A_1 \notin a, A_1 \notin b$; будемо $\alpha_1 \supset \{a; A_1\}$, $b \parallel \alpha_1$ (за ознакою паралельності прямої і площини); 2) $A_2 \neq A_1, A_2 \notin a, A_2 \notin b$; будемо $\alpha_2 \supset \{a; A_2\}$, $b_2 \parallel a_2 \dots$

Рис. 2.28. Опорний конспект

«Перпендикулярність і паралельність прямих і площин»

Під час вивчення курсу алгебри і початків аналізу в 10 класі доцільно повторити та систематизувати набуті в основній школі знання щодо числових множин.

Подібну роботу з повторення та систематизації варто провести у формі бесіди, результатом якої буде складання опорного конспекту (рис. 2.29).

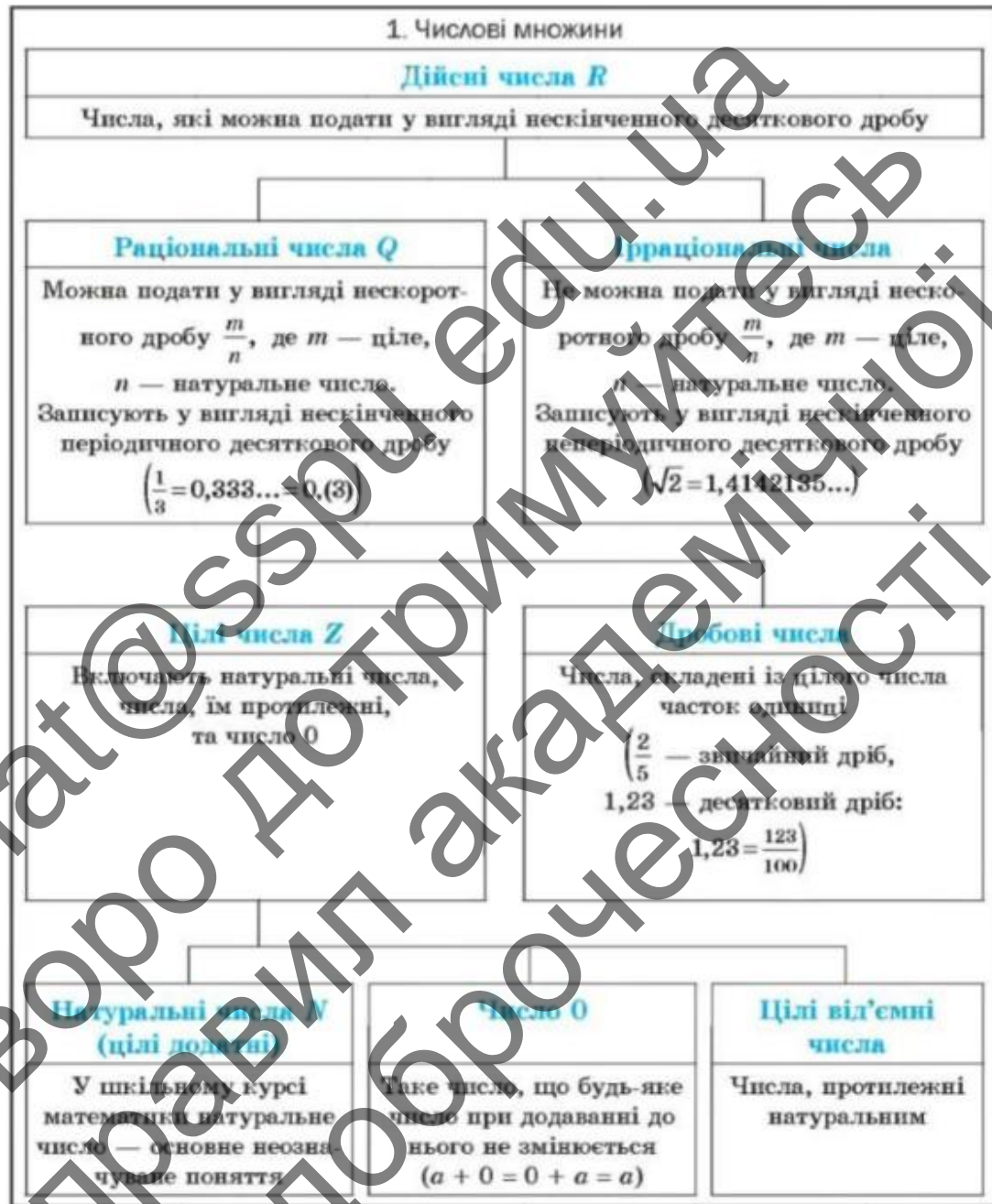


Рис. 2.29. Опорний конспект «Числові множини»

Числова лінія є однією з ключових змістових ліній у шкільному курсі математики, охоплюючи значний обсяг навчального матеріалу. Вивчення чисел і їхніх властивостей, зокрема натуральних, розпочинається з 1-го класу початкової

школи й поступово розширюється в курсі математики базової середньої школи. Учні послідовно поглиблюють свої знання про числа, переходячи від натуральних до дійсних, водночас формуючи навички усних, письмових та інструментальних обчислень [21]. У старшій школі множина дійсних чисел не розширюється, проте учні продовжують оперувати ними, зокрема у контексті тригонометричних функцій, логарифмів тощо.

Основним структурним елементом початкового курсу математики виступає змістова лінія «Числа, дії з числами», що виконує системоутворювальну функцію. Ця лінія включає опанування нумерації цілих невід'ємних чисел у концентрі «мільйон», формування обчислювальних навичок виконання чотирьох арифметичних дій, практичне ознайомлення з звичайними дробами, а також дослідження величин та операцій із ними [29]. Зауважимо, що в шкільному курсі математики прийнята «історична» схема розвитку числа $N \subset N_0 \subset Q^+ \subset Q \subset R \subset C$.

У базовій середній школі змістова лінія «Числа» продовжується, що сприяє розширенню та поглибленню знань про число. Вивчення числової лінії у 5-му класі розпочинається з освоєння системи натуральних чисел. У підручниках математики для 5-го класу натуральне число визначається описово: це числа, які використовують для лічби предметів. Крім того, натуральні числа застосовуються для визначення порядку розміщення предметів. Учні 5-го класу знайомляться з поняттям натурального ряду чисел, у якому кожне число має наступне (1, 2, 3, 4, 5, ...). При вивченні натурального ряду чисел у підручниках 5-го класу зазначено, що не всі числа, що відомі дітям, є натуральними. Наприклад, число 0 – не натуральне

У 6-му класі відбувається перехід до вивчення від'ємних чисел – як цілих, так і дробових. Раніше вивчені натуральні та дробові числа тепер називають додатними. Від'ємні числа вводяться як числа, перед якими стоїть знак мінус. Особливе місце займає число 0: воно не належить ані до додатних, ані до від'ємних чисел. Крім того, вводиться поняття протилежних чисел: два числа

називаються протилежними, якщо вони мають однакові модулі, але відрізняються знаками. Число нуль є протилежним самому собі. На цій основі формулюється означення цілих чисел: множина цілих чисел складається з натуральних чисел, протилежних до них чисел та нуля.

Після опанування теми цілих чисел учні знайомляться з поняттям раціонального числа. Згідно з означенням, множина раціональних чисел включає додатні (цілі та дробові), від'ємні (цілі та дробові) числа, а також число нуль. Вводяться стандартні позначення для множин: N (натуральні числа), Z (цілі числа) та Q (раціональні числа). Співвідношення між цими множинами наочно демонструється за допомогою діаграм Ейлера-Венна.

Еволюція числової лінії в шкільному курсі математики з погляду розширення числових систем досягає завершення у 8 класі, коли вводиться поняття дійсних чисел. Більшість навчальних посібників подає раціональні числа як числа, що можна представити у вигляді дробу $\frac{m}{n}$, де $m \in Z$, $n \in N$. Водночас ірраціональні числа визначаються як такі, що не можуть бути виражені у цьому вигляді. Необхідність розширення множини раціональних чисел у підручниках з алгебри для 8 класу аргументується різними підходами: неможливістю добування квадратного кореня з деяких чисел у межах Q , існуванням чисел, що не є раціональними, представленням чисел у вигляді нескінченних десяткових дробів, а також наявністю несумірних величин. Об'єднання раціональних та ірраціональних чисел формує множину дійсних чисел, яка позначається символом R [35].

Що стосується методики ознайомлення з цілими та раціональними числами, то в переважній більшості навчальних посібників вона майже ідентична. Однак підходи до введення понять множини ірраціональних та множини дійсних чисел у підручниках з алгебри для 8-го класу істотно відрізняються.

Окремі автори визначають множину дійсних чисел як об'єднання раціональних та ірраціональних чисел, що узгоджується з теорією дійсних чисел Ріхарда Дедекінда. Інші науковці розглядають раціональні числа як множину нескінченних періодичних десяткових дробів, а ірраціональні – як множину нескінченних неперіодичних дробів, спираючись на концепцію Карла Вейерштрасса. Водночас у багатьох навчальних посібниках недостатньо висвітлюється питання незамкненості множини ірраціональних чисел відносно арифметичних операцій додавання та множення. Ця властивість становить суттєву відмінність ірраціональних чисел від усіх попередньо вивчених числових систем, а також від властивостей множини дійсних чисел загалом [35].

Розглянемо, як вводиться та формується поняття дійсного числа у 8 класі у шкільному підручнику «Алгебра. 8 клас» [19]. Перед ознайомленням з множиною дійсних чисел школярі опановують операцію добування квадратного кореня. У підручнику порушується питання: чи завжди результат добування квадратного кореня з невід'ємного раціонального числа залишається в межах множини Q ? Для ілюстрації розглядається рівняння $x^2 = 2$. Оскільки $2 > 0$, рівняння має два розв'язки: $\sqrt{2}$ і $-\sqrt{2}$. Однак не існує раціонального числа, квадрат якого дорівнював би 2, отже, обидва корені є ірраціональними. Хоч аналітичних раціональних розв'язків це рівняння не має, його графічне розв'язання підтверджує існування числових значень, які ми класифікуємо як ірраціональні. Таким чином, операція добування кореня може виводити за межі множини Q . Автори підручника підкреслюють, що для будь-якого невід'ємного дійсного числа існує квадратний корінь, який також належить до множини дійсних чисел. Це означає, що в межах множини R ця операція є замкненою. У додаткових матеріалах підручника розкривається історичний контекст відкриття ірраціональних чисел, зокрема наводиться доказ ірраціональності $\sqrt{2}$. Графічна демонстрація існування $\sqrt{2}$ доводить наявність відрізків, довжини яких

неможливо виразити раціональними числами, що свідчить про недостатність раціональних чисел для вимірювання всіх відрізків. Також у матеріалі висвітлюються поняття сумірних та несумірних величин і вводиться термін «спільна міра відрізків» [19].

Розглянемо тепер, як вводяться та обґрунтовуються дійсні числа у підручнику «Алгебра. 8 клас» [32].

Перед формальним введенням поняття дійсних чисел автори нагадують про вивчені раніше числові множини: у 5-му класі – натуральні числа для лічби, у 6-му класі – цілі та раціональні числа, де останні включають як цілі, так і дробові числа. Акцентується, що будь-яке раціональне число може бути представлене у вигляді нескінченного періодичного десяткового дробу, і навпаки. Ірраціональні числа визначаються як такі, що не можуть бути виражені періодичними дробами, з наведенням характерних прикладів: числа π (3,1415926535...), $\sqrt{2}=1,4142135...$; $\sqrt{3}=1,732050...$. Множина дійсних чисел презентується як об'єднання раціональних та ірраціональних чисел, де кожне дійсне число належить до однієї з цих категорій. У додатковій рубриці пояснюється етимологія термінів: «раціональний» походить від латинського «ratio» (розум), тобто «розумне число», тоді як «ірраціональний» означає «нерозумне число» [32].

Тому роботу над опорним конспектом проводимо «знизу-вгору», тобто відтворюємо історичний шлях у вивченні поняття числа. При цьому необхідно нагадувати учням, що розвиток поняття числа був зумовлений об'єктивною необхідністю, тобто неможливістю розв'язування певних математичних задач у межах певних числових множин.

Систематизуючи знання з теми «Числові множини» варто акцентувати учнів на наступних моментах:

- множина дійсних чисел охоплює всі відомі учням з шкільного курсу математики числові системи;

– множина дійсних чисел утворена об'єднанням множин раціональних та ірраціональних чисел, які не перетинаються, жодне число не може водночас належати обом цим підмножинам. Ця властивість є ключовою для встановлення приналежності числа до раціональної чи ірраціональної категорії;

– геометричною інтерпретацією множини дійсних чисел, на відміну від її складових частин, служить вся числова пряма;

– множина дійсних чисел демонструє властивість замкненості щодо всіх арифметичних операцій, знайомих школярам, за єдиним винятком, добування кореня парного степеня з від'ємних чисел, яке виводить за межі цієї множини.

Отже, з метою активізації пізнавальної діяльності учнів під час введення кожної нової числової множини, виходячи з історичного розвитку математики та враховуючи вікові особливості учнів основної школи, вчителю необхідно виконувати певний ряд дій.

Дії для активізації пізнавальної діяльності учнів під час введення кожної нової числової множини
– на прикладі спеціально підібраних задач встановити неможливість їх розв'язання у відомій числовій множині; – ввести нові числа, дати їм назву та означення, знайти їх місце на координатній прямій; корисно надати історичні відомості про появу цих чисел; – об'єднати нові числа з вже відомими, показати, що попередня множина чисел є підмножиною нової; – визначити правила порівняння нових чисел, дії над ними та їх властивості; – організувати розв'язання завдань, в тому числі практичного змісту, з новими числами.

Головною перевагою опорних конспектів є те, що вони подають учням цілісну картину окремих розрізнених понять, правил, допомагають вибудовувати логічні зв'язки. Використання опорних конспектів в освітньому процесі сприяє інтенсифікації процесу засвоєння учнями математичних знань та активізації пізнавальної діяльності учнів.

fizmat@sspu.edu.ua
суворо дотримуйтесь
правил академічної
добросовісності

ВИСНОВКИ

Результати дослідження дозволяють сформулювати наступні висновки відповідно до поставлених завдань.

1. У результаті студіювання, аналізу і узагальнення психолого-педагогічної та науково-методичної літератури було уточнено сутність базових понять дослідження («пізнавальний мотив», «пізнавальний інтерес», «активізація пізнавальної діяльності»). Було встановлено, що пізнавальна діяльність учня визначається взаємодією внутрішніх мотиваційних утворень, а саме, пізнавального мотиву та пізнавального інтересу. Пізнавальний мотив розглядається як психологічне утворення, що спонукає учня до навчання й опосередковує його потребу у знаннях. Пізнавальний інтерес є емоційно забарвленою формою прояву цієї потреби та виступає рушієм пізнавальної активності, забезпечуючи позитивне ставлення до змісту та процесу навчання. Активізація пізнавальної діяльності – це процес мобілізації інтелектуальних, морально-вольових і емоційних ресурсів учнів, спрямований на стимулювання їх самостійної розумової роботи. Вона є результатом цілеспрямованого педагогічного впливу, що передбачає використання спеціальних методів, організаційних форм і засобів з метою підвищення ефективності навчання. Розкрито механізми формування пізнавального інтересу та мотивації учнів, охарактеризовано зміст і значення активізації пізнавальної діяльності в контексті сучасної освіти. Це дозволило сформулювати цілісне теоретичне підґрунтя для подальших досліджень.

2. В результаті аналізу наукових праць із педагогіки, психології, методики навчання математики, які висвітлюють чинники, що впливають на мотивацію та пізнавальну активність учнів, було систематизовано наукові підходи до активізації пізнавальної діяльності, а також описано ефективні педагогічні умови, прийоми та шляхи, що сприяють розвитку внутрішньої мотивації до

навчання. Виявлено, що ефективна активізація пізнавальної діяльності учнів старшої школи можлива за умови комплексного використання декількох взаємопов'язаних підходів. Зокрема, серед найбільш результативних виокремлено: мотиваційно-цільове структурування уроку (з чіткими етапами: мотивації, засвоєння, рефлексії), використання різних форм і методів навчальної взаємодії (індивідуальної, парної, групової, проектної), створення ситуацій емоційного підйому та успіху, диференціація завдань за рівнем складності, а також цілеспрямований контроль навчальних досягнень, що спонукає учнів до саморефлексії, самоконтролю й підвищення пізнавальної самостійності. Важливою умовою активізації також виступає особистісна позиція вчителя: його ентузіазм, педагогічна майстерність, демократичний стиль спілкування, здатність створювати партнерські відносини з учнями.

3. Застосування теоретичних методів дозволило узагальнити результати вікової психології, педагогічної та соціокультурної науки щодо характеристик когнітивної сфери старшокласників, впливу цифрової культури на мислення та сприйняття інформації. Було також використано результати актуальних міждисциплінарних досліджень, зокрема теорії поколінь. Встановлено, що сучасні старшокласники (представники покоління «альфа») мають низку характерних психолого-педагогічних особливостей, які необхідно враховувати під час організації навчального процесу. Серед них: кліпове мислення, переважання візуального типу сприйняття інформації, схильність до нелінійного структурування знань, швидке перемикавання уваги, знижена здатність до тривалого зосередження, а також потреба у емоційно насичених формах подачі навчального матеріалу. Попри розвиток абстрактного мислення, частина учнів демонструє недостатню мотивацію до самостійної навчальної діяльності та схильність до репродуктивного стилю навчання. У той же час спостерігається зростання когнітивної зрілості, розвиток рефлексивного мислення, потреба в самореалізації, прагнення до оцінки власних досягнень, що створює умови для

переходу до продуктивних форм навчання за умови адекватного педагогічного супроводу. Це дозволило глибше осмислити актуальні виклики для організації навчання в умовах цифровізації.

4. В результаті вивчення сучасних підходів до когнітивної візуалізації, схемотворення, класифікацій форм і прийомів представлення інформації у візуальному форматі, аналізу педагогічної та дидактичної літератури було обґрунтовано ефективність застосування структурування як засобу зниження когнітивного навантаження та підвищення навчальної мотивації. У роботі проаналізовано і класифіковано сучасні прийоми структурування навчальної інформації, що спрямовані на підвищення ефективності її сприйняття та розуміння учнями старшої школи. Зокрема, до них віднесено: створення логіко-структурних схем, ментальних карт, інфографіки, таблиць узагальнення, блок-схем, опорних сигналів тощо. Доведено, що такі прийоми сприяють ущільненню знань, спрощенню складного матеріалу, виявленню логічних зв'язків, формуванню цілісної картини навчального змісту. Окремо підкреслено значення візуалізації як механізму когнітивної підтримки: вона знижує когнітивне навантаження, активізує уяву, увагу, пам'ять і стимулює мислення. Таким чином, прийоми структурування відіграють ключову роль у підвищенні якості засвоєння навчального матеріалу.

5. В наслідок цілеспрямованого спостереження за освітнім процесом у закладах загальної середньої освіти, а також вивчення й узагальнення педагогічного досвіду щодо використання таблиць, схем, опорних конспектів у навчанні математики обґрунтовано ефективність застосування зазначених прийомів, виявлено їх дидактичні переваги, відповідність когнітивним особливостям учнів старшої школи та вплив на підвищення мотивації і залученості до навчального процесу. У межах дослідження описано доцільність і методику використання систематизуючих таблиць та опорних конспектів як ефективних засобів структурування математичного матеріалу. Встановлено, що

систематизуючі таблиці дозволяють учням швидко знаходити ключові залежності, порівнювати об'єкти, встановлювати зв'язки між поняттями, а також краще орієнтуватися у структурі навчального матеріалу. Опорні конспекти, побудовані з урахуванням логіки теми, дозволяють сформувати у учнів навички самостійного відтворення знань, сприяють їх узагальненню, запам'ятовуванню та інтерпретації. Упровадження таких елементів у навчальний процес знижує рівень когнітивного перевантаження, підтримує темп уроку, підвищує мотивацію до навчання та дає змогу візуально представити навчальну інформацію, що особливо актуально для покоління з візуальною домінантою сприймання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Апостолова А.В. *Шкільна геометрія. В опорних схемах та таблицях. 8-11 кл.* К.: Генеза, 2013. 104 с.
2. Білошапка Н. М. До питання про використання інтелект-карт у професійній діяльності вчителя математики. *Наукова діяльність як шлях формування професійних компетентностей майбутнього фахівця (НПК-2017): матеріали Міжнародної науково-практичної конференції, 7-8 грудня 2017 р., Суми: ФОП Цьома С. П., 2017. Ч. 1. С. 144-147.*
3. Боднар А. Я., Макаренко Н. Г. Шляхи формування пізнавального інтересу особистості в процесі професійного самовизначення. *Наукові записки НаУКМА. Педагогічні, психологічні науки та соціальна робота.* 2014. Т. 162. С. 32-38. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/NaUKMApp_2014_162_8 (дата доступу 21.07.2025 р.).
4. Гончаренко С. У. *Український педагогічний словник.* Київ : Либідь, 1997. 376 с.
5. Гриньова М. В. *Педагогічні технології: теорія і практика: навчальний посіб.* Полтава: А.С.М.І., 2004. 180 с.
6. Данилова Л. Розвивати пізнавальну активність учнів. *Рідна школа.* 2002. № 6. С. 18-20.
7. Деркач Т. М. Запобігання когнітивного перенавантаження студентів під час навчання із застосуванням електронних ресурсів. *Інформаційні технології і засоби навчання*, 2012, №3 (29). URL: <http://www.journal.iitta.gov.ua>.
8. Дуткевич Т. В. *Дитяча психологія. Навч. посіб.* Київ: Центр учбової літератури, 2012. 424 с.
9. Живанова В. А. Прийоми стимулювання пізнавального інтересу студентів у процесі навчання у вищому навчальному закладі. *Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний*

інститут». *Філософія. Психологія. Педагогіка*. 2012. № 1. С. 94-97. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/VKPI_fpp_2012_1_19 (дата доступу 21.07.2025 р.).

10. Заброцький М. М. *Педагогічна психологія: курс лекцій для вищих закладів освіти за спец. «Педагогіка»*. К.: МАУП, 2000. 100 с.

11. Занюк С. С. *Психологія мотивації та емоцій: навч. посібник*. Луцьк: Вид-во Волинського держ. ун-ту, 1997. 180с.

12. Ігнатенко М. *Методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики : автореф. дис. док. пед. наук : спец 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математики)»*. Київ: Прогрес 1997. 47 с.

13. Клепко С. Ф. *Інтегративна освіта і поліморфізм знання*. Київ, Полтава, Харків: ПОППОПШ. 1998. С. 230.

14. Кондратенко Л., Манилова Л. Шкільні проблеми дітей інформаційної ери. URL: www.pulib.sk/web/kniznica/.../Kondratenko_Manylova.pdf (дата доступу 21.07.2025 р.).

15. Левченко С.В. Використання опорно-логічних схем та конспектів на заняттях. *Фізико-математична освіта : науковий журнал*, 2017, Вип. 4(14), С. 215-220.

16. Лещук С.О. Навчально-інформаційне середовище як засіб активізації пізнавальної діяльності учнів старшої школи у процесі навчання інформатики. Дис. ... к. пед. н. К., 2006. 165 с.

17. Лісіна Л.О. Теоретичні основи розвитку пізнавальної активності школярів у процесі навчання основам наук. *Професійне становлення педагогічних працівників*, 1997. Вип. 5. С. 187-196.

18. Лозова В. І. *Цілісний підхід до формування пізнавальної активності школярів*. Харків : ОВС, 2000. 164 с.

19. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. *Алгебра: підручник для 8 кл. загальноосвітніх навчальних закладів*. Х.: Гімназія, 2016. 240 с.

20. Набока Б. Пізнавальна діяльність як основа розвитку особистості учня. *Наукові записки КДПУ. Серія: Педагогічні науки*, 2011, 93. С. 111-115.
21. Навчальні програми для загальноосвітніх навчальних закладів України, опис ключових змін. 5-9 класи. К.: Видавничий дім «Освіта», 2017. 56 с.
22. Нелін Є. П. *Геометрія у таблицях : навч. посіб. для учнів 7-11 кл.* Харків : Гімназія, 2019. 80 с.
23. Ожиганова Є. М. Теорія поколінь Н. Хоува і В. Штрауса. Можливості практичного застосування. *Бізнес-освіта в економіці знань*. 2015. №1. С.94-97.
24. Подік І. І. Студенти Z: особливості та перспективи. *Наукові записки. Серія: Педагогічні науки*. 2017. Вип. 159. С.131-132.
25. Савченков О. Г. Кліпова свідомість у контексті теорії поколінь. *Гілея*, 2018, Вип. 139. С. 76-77.
26. Савчин М. В., Василенко Л. П. *Вікова психологія: навч. посіб.* Київ: Академ. видав, 2006, 360 с.
27. Семеніхіна О. В., Білошапка Н. М., Безуглий Д. С. *Візуалізація та її використання у професійній діяльності вчителя: Навчальний посібник*. Суми: СумДПУ ім. А. С.Макаренка, 2018. 158 с.
28. Сергєєнкова О. П., Столярчук О. А., Коханова О. П., Пасєка О. В. *Вікова психологія. Навч. посіб.* К.: Центр учбової літератури, 2012. 376 с.
29. Скворцова С. О., Онопрієнко О. В. *Нова українська школа: методика навчання математики у 1-2 класах закладів загальної середньої освіти на засадах інтегративного і компетентнісного підходів: навч.-метод. посіб.* Харків: Вид-во «Ранок», 2019. 352 с.
30. Структурно-логічні схеми. Таблиці. Опорні конспекти. Есе. Навчальні презентації: рекомендації до складання : метод. посіб. для студ. / уклад. : Л. Л. Бутенко, О. Г. Ігнатович, В. М. Швирка. Старобільськ, 2015. 112 с.
31. Тарасенкова Н. А. *Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики*. Черкаси: Відлуння-Плюс, 2002. 400 с.

32. Тарасенкова Н. А., Богатирьова І. М., Коломієць О. М., Сердюк З. О. *Алгебра: підручник для 8 класу загальноосвітніх навчальних закладів*. К.: УОВЦ «Оріон», 2016. 336 с.

33. Терлецька Л. Формування навчально-пізнавальної активності учнів у контексті реалізації мети і завдань української освіти. *Актуальні питання гуманітарних наук*. 2014. Вип. 9. С. 129-134. Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/apgnd_2014_9_20.

34. Шевченко Ю. Використання систематизуючих таблиць в навчанні математики з метою активізації пізнавальної діяльності учнів. *Збірник праць студентів фізико-математичного факультету СумДПУ імені А. С. Макаренка*, 2025. Вип. 19. С. 118-122.

35. Шевченко Ю. Складання опорних конспектів як метод зниження когнітивного перенавантаження учнів. *Студентська звітна конференція: Матеріали результатів наукових досліджень молодих науковців*. Суми, 2025. Вип. 19. С. 60.

36. Яковлєва О.М., Гасвець Я.С., Каплун В.М. Розвиток числової лінії в курсі математики закладів загальної середньої освіти. *Фізико-математична освіта*. 2020. Вип. 1(23). С. 164-170.