

Сумський державний педагогічний університет імені А. С. Макаренка

Фізико-математичний факультет

Кафедра математики, фізики та методик їх навчання

**Нінахова Діана Андріївна**

**ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ КОМПЕТЕНТІСНИХ ЗАВДАНЬ У  
КУРСІ МАТЕМАТИКИ СТАРШОЇ ШКОЛИ**

Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)

Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка

Кваліфікаційна робота  
на здобуття освітнього ступеня магістра

Науковий керівник:

\_\_\_\_\_ О.О. Одінцова,  
кандидат фізико-математичних наук,  
доцент кафедри математики, фізики та  
методик їх навчання

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ року

Виконавець:

\_\_\_\_\_ Д.А. Нінахова

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ року

Суми 2023

## Зміст

<b>ВСТУП</b> .....	3
<b>РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ</b> .....	7
<b>1.1. Поняття компетентнісної задачі. Роль компетентнісних завдань в шкільному курсі математики</b> .....	7
<b>1.2. Компетентнісні задачі у дослідженні PISA</b> .....	9
<b>1.3 Аналіз застосування компетентнісних завдань в ЗНО (НМТ) з математики</b> .....	19
<b>РОЗДІЛ 2 ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ КОМПЕТЕНТНІСНИХ ЗАДАЧ ПРИ ВИВЧЕННІ ДЕЯКИХ ТЕМ МАТЕМАТИКИ В СТАРШІЙ ШКОЛІ ТА ПРИ ПІДГОТОВЦІ ДО ЗНО (НМТ)</b> .....	33
<b>2.1 Методичні особливості використання компетентнісних задач при навчанні математики старшої школи</b> .....	33
<b>2.2 Приклади уроків із застосуванням компетентнісних завдань</b> .....	35
<b>2.2.1 Урок на тему «Застосування похідної»</b> .....	35
<b>2.2.2 Інтегрований урок математики та біології на тему «Застосування теорії ймовірності в природничих науках»</b> .....	40
<b>2.2.3 Урок на тему «Обчислення об'ємів та площ поверхонь многогранників та тіл обертання»</b> .....	45
<b>2.3 Підготовка до ЗНО(НМТ) у розрізі теми дослідження</b> .....	51
<b>ВИСНОВКИ</b> .....	60
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ</b> .....	62

## ВСТУП

**Актуальність:** Суспільнознавчі науки наразі розглядають сучасну людину як всебічно розвинену особистість з рядом набутих компетентностей, тому одним з найважливіших завдань освітнього процесу стало виховання такої людини. Сучасна людина повинна не лише мати знання, а й уміти їх застосовувати в реальному житті, зокрема, ті, що належать до певних навчальних дисциплін і освітніх галузей. Саме математика є тим предметом, що розвиває логічне мислення, креативність, пам'ять, вчить аналізувати та полегшує сприймання інших наук. Під час навчання математики, окрім розвитку основних складових математичної компетентності, розвиваються, ті, які є особистісними вміннями та якостями людини: комунікативна, інформаційна, соціальна, мотиваційна, громадянська, інтелектуальна компетентності.

Як засвідчує дослідження PISA, результати проведення ЗНО (2020, 2021) та НМТ (2022, 2023) сучасним учням важко даються до розв'язування задачі прикладної спрямованості (компетентнісні задачі).

*Компетентнісні задачі* – це задачі з різних галузей життя людини, що мають на меті вміння людини використовувати набуті знання на практиці. Саме компетентнісні завдання з математики є основним шляхом поєднання знань математичного спрямування та життєвих ситуацій, а також дають основу для розвитку складових математичної компетентності.

Саме тому тема «Особливості використання компетентнісних завдань в курсі математики старшої школи» є актуальною.

**Метою дослідження** є з'ясування особливостей використання компетентнісних завдань в курсі математики старшої школи.

Згідно з метою дослідження було визначено такі **завдання:**

- 1) проаналізувати навчальну та навчально-методичну літературу за темою дослідження;
- 2) розкрити сутність поняття компетентнісна задача та важливість застосування таких задач при навчанні математики;

- 3) опрацювати результати дослідження PISA та типові задачі цього дослідження;
- 4) проаналізувати результати проходження ЗНО (НМТ) у розрізі теми дослідження;
- 5) розглянути методичні особливості використання компетентнісних задач при вивченні окремих тем в курсі математики старшої школи;
- 6) розробити конспекти уроків до тем «Застосування похідної», «Застосування теорії ймовірності в природничих науках (інтегрований урок математики та біології)» та «Обчислення об'ємів та площ» із застосуванням компетентнісних задач;
- 7) розробити завдання для підготовки до ЗНО(НМТ) у контексті дослідження.

Отже, **об'єктом дослідження** є процес навчання математики учнів старшої школи.

**Предмет** дослідження – особливості використання компетентнісних завдань в курсі математики старшої школи.

**Методи дослідження.** Для досягнення мети та розв'язання поставлених завдань використано наступні методи:

- теоретичні – аналіз науково-методичної та навчальної літератури для узагальнення основних науково-теоретичних засад теми дослідження;
- емпіричні – вивчення педагогічної документації, зокрема звітів дослідження PISA та ЗНО (НМТ) останніх років для визначення методики використання задач компетентнісного спрямування та рівня підготовки учнів до їх розв'язання.

#### **Накова новизна одержаних результатів.**

Визначено частку задач прикладної спрямованості в ЗНО та НМТ останніх чотирьох років, а також проаналізовано показник складності кожного з цих завдань. Узагальнено методичні особливості використання компетентнісних задач на уроках математики. Розроблено конспекти уроків з алгебри та геометрії із використанням компетентнісних задач.

**Практичне значення здобутих результатів** полягає у розробці конспектів уроків з математики які мають завдання компетентнісного спрямування та їх розв'язання, а також рекомендацій щодо підготовки до ЗНО (НМТ). Матеріали можуть використовуватися педагогічними працівниками при підготовці до уроків окремих тем шкільного курсу математики в старшій школі, а також при підготовці учнів до ЗНО (НМТ). Робота буде корисною студентам педагогічних спеціальностей та вчителям математики закладів загальної середньої освіти, що цікавляться збільшенням компетентнісних у своїй педагогічній діяльності.

#### **Апробація результатів та публікації.**

- Студентська звітна конференція: Вплив результатів дослідження PISA учнями України щодо математичної грамотності на систему освіти України
- Студентська звітна конференція: Матеріали результатів наукових досліджень молодих науковців. – Суми: Вид-во фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2023. – Випуск 17. – 48 с. - С.32-33.
- Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу “ІТМ\*плюс - 2023 Форум молодих дослідників” (17 листопада 2023 р., м. Суми) - Суми: [СумДПУ ім. А.С. Макаренка], 2023. – 120 с. - С.55-56

**Структура та обсяг магістерської роботи.** Магістерська робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатку.

У вступі розглянуто актуальність роботи, визначено об'єкт, предмет, мету та завдання дослідження.

У першому розділі «Теоретичні основи дослідження» розкрито сутність поняття компетентнісна задача, важливість та роль застосування таких задач при вивченні курсу математики. Опрацьовано результати дослідження PISA та

типових задач дослідження у розрізі математичної грамотності. Проаналізовано застосування компетентнісних завдань у ЗНО та НМТ з математики з 2020 по 2023 роки, визначено частку цих завдань у тестуванні та розглянуто ці задачі та їх показник складності.

У другому розділі «Особливості використання компетентнісних задач при вивченні деяких тем математики в старшій школі та при підготовці до ЗНО(НМТ)» розглянуто методичні особливості використання компетентнісних задач на уроках у курсі математики старшої школи. Розроблено конспекти уроків деяких тем із застосуванням компетентнісних завдань. Проведено аналіз матеріалів щодо методів підготовки до ЗНО (НМТ).

Загальний обсяг магістерської роботи – 65 сторінок. Список використаних джерел включає 27 найменувань. У тексті містяться 3 таблиці, 47 рисунки.

## РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

### 1.1. Поняття компетентнісної задачі. Роль компетентнісних завдань в шкільному курсі математики

На разі в основу сучасної освіти в Україні покладено компетентністний підхід, про свідчить Закон України «Про освіту», в якому компетентність визначається як «динамічна комбінація знань, умінь, навичок, способів мислення, поглядів, цінностей, інших особистих якостей, що визначає здатність особи успішно соціалізуватися, провадити професійну та/або подальшу навчальну діяльність» [3]. Зокрема, в загальних положеннях даного закону предметну компетентність визначено як «... набутий учнями у процесі навчання досвід специфічної для певного предмета діяльності, пов'язаної із засвоєнням, розумінням і застосуванням нових знань» [3].

Предметні компетентності поділяються на: суспільствознавчу, історичну та здоров'язбережувальну, природничо-наукову і математичну, мистецьку, літературну, комунікативну, міжпредметну естетичну, проектно-технологічну та інформаційно-комунікативну [9, с.11].

Чимало відомих сучасних українських учених-педагогів досліджують теми пов'язані з поняттям «компетентність» та «математична компетентність». І в залежності від поставлених задач досліджень, поняття «математична компетентність» може розглядатися по-різному. Так І.М. Зіненко розглядає дане поняття як діяльнісну ознаку особистості, що складається з математичної грамотності та досвіду самостійної діяльності. [8, с.171] А С.А. Раков визначає поняття «математична компетентність» як уміння людини бачити та застосовувати в житті математику, а також уміння розуміти зміст математичного моделювання, будувати та досліджувати математичну модель, аналізувати та пояснювати отримані результати, здатність оцінити похибку обчислень [19, с. 15].

Математична компетентність (як ключова) включає ряд компетентностей, які є особистісними вміннями та якостями людини, і в концепції компетентнісного підходу є нероздільними. Серед них, першочерговими є аксіологічний, когнітивний, загальнокультурний, мотиваційний, інтелектуальний, інформаційний, світоглядний, комунікативний компоненти. [9, с.12]

Наразі формування потреби та вмінь учнів до застосування здобутих знань на практиці є найголовнішим завданням реформ системи освіти України. Тож запровадження компетентнісного підходу в навчання, зокрема і математики є необхідним на сучасному етапі.

Н.А. Тарасенкова виокремила два рівні сформованості предметної математичної компетентності, а саме: фактологічний та праксеологічний, що є відносно незалежними і потребують власних засобів формування. Проте, праксеологічний рівень математичної компетентності не може утворитись, якщо не буде на достатньому рівні сформований фактологічний рівень.

У своїх наукових працях Ніна Анатоліївна дала визначення Фактологічному та праксеологічному рівням математичної компетентності:

«Фактологічний рівень предметної математичної компетентності – це спроможність учнів діяти на основі отриманих знань у межах суто математичної ситуації.» [23, с.78]

«Праксеологічний рівень предметної математичної компетентності – це спроможність учнів діяти на основі отриманих знань у межах практичної ситуації.» [23, с.78]

Засобом формування фактологічного рівня математичної компетентності є стандартні задачі курсу математики, а засобами формування праксеологічного рівня є, безпосередньо, компетентнісні завдання. [23, с.78]

Отже, *компетентнісні задачі* – це задачі, метою яких є вирішення певних стандартних або нестандартних життєвих ситуацій, за допомогою встановлення необхідного способу розв'язання. [1, с. 234]



Рисами компетентнісних задач, що відрізняють їх від стандартних задач є:

- важливість одержаного результату, що активує пізнавальну мотивацію учнів;
- умову задачі сформульовано як певну життєву ситуацію, яку потрібно вирішити, використавши знання на які немає прямої вказівки в задачі;
- дані в задачі можуть бути представлені різними формами, що потребує аналізу та вміння зіставляти факти;
- вказівка на можливу область застосування результатів вирішення задачі;
- в задачі можуть бути присутні надлишкові дані. [1, с. 234-235]

## 1.2. Компетентнісні задачі у дослідженні PISA

Наразі система освіти України зміщується в бік компетентнісного підходу, тож необхідно відслідковувати зміни рівня знань учнів та вміння ними користуватися в повсякденному житті. Дослідження PISA - це міжнародне дослідження, що є одним з найавторитетніших джерел оцінювання якості освіти. Проєкт був започаткований Організацією економічного співробітництва і розвитку.

У програмі беруть участь 15-річні школярі (вважається, що в цьому віці, в більшості країн світу, школярі закінчують основну школу) більше 80 країн світу. Тестування проводиться кожні три роки з 2000 року. Україна долучилась до дослідження у 2016 році, проте саме тестування відбулося у 2018.

Проєкт передбачає оцінювання вмінь і знань учнів з читацької, математичної та природно-наукової грамотності. Відповідно до результатів дослідження проводиться порівняння освітніх систем країн-учасників. Надалі дані використовуються для впровадження змін в освітню галузь країни. [13, с.2]

Для оцінки знань учнів, визначається репрезентативна вибірка. Для більш точного результату участь беруть школярі з навчальних закладів різних форм

власності з усієї країни. Для проходження основного етапу дослідження (2018 року) було обрано учнів 2002 року народження, що мали від 15 років до 16 років і 6 місяців на момент проведення тестування.

Оцінювання знань з математичної грамотності, визначається здатністю школярів застосовувати математичні методи вирішення завдань в суспільних, наукових, життєвих та професійних умовах.

Результати оцінювання вказуються на числовій шкалі, що розділена на 6 рівнів математичної грамотності. Кожен рівень математичної грамотності описує види роботи, які здатні виконати учні даного рівня. (Див. табл.1.1, [PISA-2018. Результати. (Том I)., с.162-163]).

Таблиця 1.1

Короткий опис шести рівнів математичної грамотності в PISA 2018[6, с.62-63]

Рівень	Нижня межа оцінки	Відсоток учнів здатних виконувати завдання цього рівня або вище (Середній по ОЕСР)	Характеристики завдань
6	669	2,4%	Учні показують високий рівень математичних знань. Вони здатні формувати та коментувати свої дії та припущення. А також можуть застосувати математичні знання в нетипових контекстах та вільно володіють математичними символами та операціями. Вони

			здатні інтегрувати інформацію з різних джерел та представлену в різних формах, а також легко перетворювати та переходити від однієї форми інформації до іншої.
5	607	10,9%	Учні 5 рівня здатні самі розробляти складні моделі, встановлювати обмеження та припущення. Можуть самі визначати, порівнювати та використовувати різні стратегії вирішення завдань. Можуть чітко описати ситуацію як за допомогою символів так і формально. Можуть цілеспрямовано працювати з завданням, використовуючи набуті знання та вміння, а також належні форми викладення інформації. Учні спроможні формулювати свої міркування та інтерпретації у письмовій формі.
4	545	29,5%	На рівні 4 учні здатні працювати з точними моделями складних конкретних ситуацій, які мають певні обмеження або потребують установлення певних припущень. Учні здатні використовувати свої вміння, а також інтуїцію в простих ситуаціях. А також можуть давати

			пояснення та докази своїх результатів .
3	482	53,8%	На даному рівні учні здатні до розуміння інформації різних видів, а також можуть використовувати для її здобуття різні джерела. Вони можуть оперувати процентами, дробами та пропорціями, можуть інтерпретувати та використовувати прості моделі та стратегії вирішення проблем. Учні здатні проводити міркування, а також надавати елементарну інтерпретацію результатів.
2	420	76,0%	На 2 рівні учні здатні використовувати інформацію лише одного виду, та видобувати її лише з одного джерела. Вони здатні використовувати базові правила, формули, алгоритми, для задач лише з натуральними числами. Здатні буквально інтерпретувати результати.
1	358	90,9	На цьому рівні учні здатні виконувати чітко сформульовані завдання, дії яких є очевидними та впливають безпосередньо з умови.

Згідно з даними розміщеними у звіті PISA за 2018 рік [25, с.146], рівень покриття в Україні, тобто частина школярів, що мають можливість взяти участь

в дослідженні, лише на 1% нижче середнього рівня країн ОЕСР та становить 87%. Частина учнів, що має з математичної частини рівень 2 та вище, становить 64,1%, що є нижчим за показники по ОЕСР. Найвищого рівня математичної грамотності досягнула дуже мала кількість учнів, в той час як 45,9% учнів не досягли базового рівня математичної грамотності.

Дослідження PISA також вивчає вплив різних життєвих чинників на рівень знань учнів та їх успішність. Для цього проводять анкетування, в якому досліджують: зміст освітніх програм, соціально-економічні чинники, ранній розвиток, кваліфікація вчителів, кількість часу відведеного на навчання, залучення та ставлення батьків до навчального процесу, мотивація до навчання, зацікавленість певними дисциплінами, гендерна політика, тощо.

Рівень знань учнів є результатом впливу сукупності всіх факторів, і хоча фактори впливу на підготовку кожного учня є індивідуальними, дослідження показало, що велика частина українських учнів, що брали участь у тестуванні, мають низький рівень знань з математичної грамотності. Результати проведення показали, що лише 5% учасників змогли розробити та використовувати моделі складних ситуацій, показати розвинене вміння міркувати, використовувати узагальнення, припущення та чітко пояснювати свої дії. Завдання третього рівня змогли виконати лише 37,9%, ці учні можуть виконувати завдання з цілими числами, слідувати чітким інструкціям та легко розв'язують задачі з елементарними алгоритмами та формулами.

Відносно референтних країн, результати України досить низькі. (Рис.1.1)

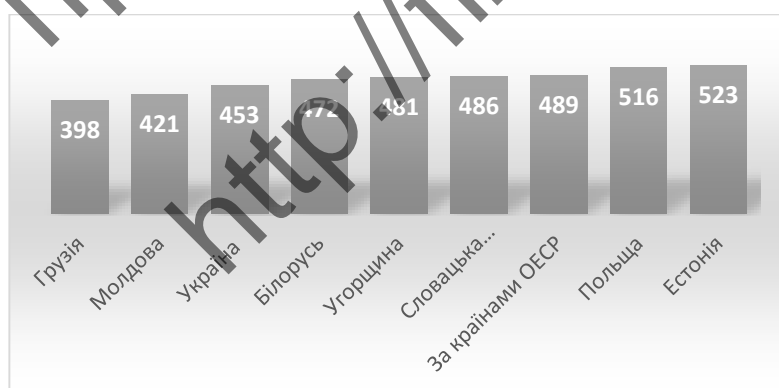


Рис.1.1. Результати проходження оцінювання PISA у 2018 році для різних країн (бальний вираз). [6, с.64]

Україна має показники трохи вищі, ніж показники Молдови та Грузії, в той час як інші країни вибірки майже досягають середнього рівня за країнами ОЕСР. Учні Естонії та Польщі мають значно вищі бали ніж Грузія, Молдова, Україна, Білорусь, Угорщина та Словацька Республіка. Ці відмінності можуть бути пов'язані з безліччю чинників, в тому числі політичні рішення та зміни, що відбувались в країнах. Для точного розуміння причин таких показників, необхідно проводити детальне дослідження впливу факторів, що впливають на розвиток освіти країни, але слід враховувати, що кожна зміна призводить до різних результатів у різних країнах. [27, с.90-93]

Основний етап дослідження, що мав проходити у 2021 році, перенесли на весну 2022 року, через пандемію. Нажаль, через повномасштабне вторгнення в Україну російської федерації, дослідження в Україні провели в жовтні 2022 року.

Участь у дослідженні взяли понад 3500 учнів (вдвічі менше від запланованої до війни кількості) з 3 по 26 жовтня. Тестування мало три ключові галузі (математика, читання, природо-наукові дисципліни) та додаткову – креативне мислення. Математика стала основною галуззю дослідження у 2022 році.[21]

За інформацією статті опублікованої на сайті Всеосвіта, Міністерство освіти України має результати проведення дослідження PISA-2022. За даними дослідження Україна має на 12 балів нижчі результати проходження оцінювання (441 бал) в порівнянні з 2018 роком (453 бали). Досягли базового рівня математичної грамотності всього 58% українських учнів, що брали участь в дослідженні. Разом з тим, в інших країнах також відслідковуються погіршення результатів проходження оцінювання.

О.В. Лісовий пов'язує погіршення результатів з такими причинами:

- Довготривала пандемія;
- Розвиток соціальних мереж та велике залучення у них підлітків;
- Загальна ситуація в світі, що зумовлює появу стресу;
- Відсутність належного контролю дистанційного навчання.

[20]

На офіційному сайті PISA Ukraine, після реєстрації, вчителі мають змогу використовувати тестові завдання міжнародного дослідження PISA в роботі, зокрема, для вимірювання здатності учнів до застосування математичних знань в повсякденних ситуаціях, а також, створюючи онлайн тести на основі завдань дослідження, впроваджувати на своїх уроках компетентнісні завдання. На сайті опубліковано більше ніж 80 завдань математичної спрямованості, також розміщені посібники з математики, читання та природо-наукових дисциплін, що дають змогу використовувати завдання на уроках без інтернету. [18]

В посібнику PISA з математики, розміщені завдання досліджень попередніх років (не включаючи 2018 та 2022 роки). Розглянемо деякі з них:

### 1. «Музичний хіт-парад»

У стимулі до завдання (Див. Рис.1.2) розміщено текстову інформацію та діаграму, з відображенням продажів дисків музичних гуртів протягом шести місяців.

У січні вийшли нові компакт-диски гуртів «U2 Rock» і «Скажені кенгуру». Після цього в лютому вийшли компакт-диски гуртів «Нікому не рідна» і «Металеві музиканти». Нижче на діаграмі показано продажі компакт-дисків цих гуртів із січня до червня.

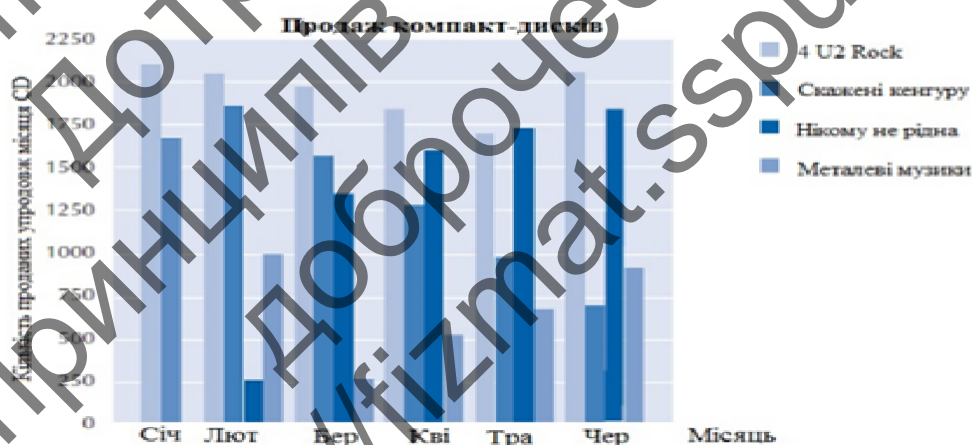


Рис.1.2. Стимул до завдання «Музичний хіт-парад» [26, с.30]

Це демонстраційне завдання складається з трьох завдань з множинним вибором. (Див. рис.1.3)

**Завдання 1: МУЗИЧНИЙ ХІТ-ПАРАД**  
Скільки компакт-дисків продав у квітні гурт «Металеві музики»?

A 250  
B 500  
C 1000  
D 1270

---

**Завдання 2: МУЗИЧНИЙ ХІТ-ПАРАД**  
У якому місяці гурт «Тікому не рідна» вперше продав більше компакт-дисків, ніж гурт «Скажені кенгуру»?

A такого місяця не було  
B у березні  
C у квітні  
D у травні

---

**Завдання 3: МУЗИЧНИЙ ХІТ-ПАРАД**  
Менеджер гурту «Скажені кенгуру» схвилюваний через те, що кількість проданих компакт-дисків зменшилася з лютого до червня.  
Продаж якої кількості компакт-дисків цього гурту варто очікувати в липні, якщо та сама негативна тенденція зберігатиметься й надалі?

A 70 компакт-дисків  
B 370 компакт-дисків  
C 670 компакт-дисків  
D 1340 компакт-дисків

Рис.1.3. Завдання 1-3 «Музичний хіт-парад» [26, с.31]

Перше завдання потребує вміння прочитання даних з діаграми. Для цього потрібно зорієнтуватися, який стовпчик відповідає завданню, та знайти відповідне числове значення на діаграмі та у варіантах відповіді.

Друге завдання потребує вміння аналізувати та порівнювати дані діаграми. Для цього потрібно знайти колір відповідних стовпчиків та відслідкувати зміни зв'язків між ними.


Третє завдання потребує вміння встановлювати закономірності та виконувати прогнозування. Для цього учасникам тестування необхідно знайти потрібну інформацію на діаграмі встановити темп зменшення продажів та на основі цих даних спрогнозувати кількість продажів на наступний місяць. [26, с.32]

## 2. «Фудзі»

У стимулі до групи завдань розміщено малюнок та невелике текстове повідомлення. Група завдань має три завдання: одне з яких має простий множинний вибір, а два інші відкриту числову форму відповіді. (Див. рис.1.4)



Гора Фудзі – це знаменитий дімаючий вулкан у Японії.



**Завдання 1: ФУДЖІ**

Гора Фуджі відкрита для сходження на неї лише з 1 липня до 27 серпня щороку. За цей період близько 200 000 людей сходять на гору Фуджі.

Скільки в середньому людей сходять на гору Фуджі щодня?

A 340  
B 710  
C 3400  
D 7100  
E 7400

**Завдання 2 : ФУДЖІ**

Пішохідна доріжка Готемба, що веде в бік вершини гори Фуджі, має довжину близько 9 км. Туристи мають повертатися з 18-кілометрової прогулянки не пізніше 20 год. Тимофій розракував, що він може йти гору із середньою швидкістю 1,5 кілометра на годину, а спускатися – удвічі швидше. Ця швидкість утворює перерви на туалеті й час для відпочинку.

За допомогою показань швидкості, розрахованих Тимофієм, визначте, не пізніше якої години він повинен розпочати свою подорож, щоб повернутися до 20 год.

Відповідь: .....

**Завдання 3: ФУДЖІ**

Тимофій одягнув крокомір, щоб зрахувати свої кроки під час сходження доріжкою Готемба. Його крокомір показав, що він пройшов 22 500 кроків угору.

Зарахуйте довжину кроку Тимофія під час його сходження 9-кілометровою доріжкою Готемба. Дайте відповідь у сантиметрах (см).

Відповідь: ..... см.

Рис.1.4. Завдання 1-3 «Фуджі» [26, с.33]


Перше завдання потребує вміння аналізувати дані та знаходити середні показники. Для вирішення цього завдання необхідно визначити кількість днів для сходження та знайти середнє значення кількості людей, що сходять на гору за один день.

Друге завдання потребує вміння визначення часу за допомогою відстані і швидкості, а також вміння вибудовувати конкретний алгоритм дій. Для вирішення цього завдання необхідно виконати чотири етапи обчислень: 1) час сходження на гору; 2) швидкість та час спуску з гори; 3) час необхідний на подолання всього шляху; 4) визначення найпізнішої години, щоб розпочати подорож.

Третє завдання потребує міркувань та вміння знаходити середні значення. Для розв'язання цього завдання необхідно правильно виконати обчислення та перевести число у необхідну міру довжини. [26, с.34-35]

### 3. «Кроки»

У стимулі до групи завдань «Кроки» розміщено текстову інформацію до завдань та зображення з допоміжними даними. Група має два завдання, що мають відкриту форму з розгорнутою відповіддю. (Див. Рис.1.5)



На знімку зображено сліди людини, які вона залишила на піску. Довжина кроку  $P$  – відстань між двома сусідніми слідами.

Залежність між числом кроків дорослого чоловіка й довжиною його кроку наближено виражається формулою  $\frac{n}{P} = 140$ , де  $n$  – кількість кроків за одну хвилину,  $P$  – довжина кроку в метрах.

---

**Завдання 1: КРОКИ**  
Використовуючи наведену формулу, обчисліть довжину кроку Андрія, якщо він робить 70 кроків за хвилину. Запишіть хід своєї роботи.

.....

---

**Завдання 2: КРОКИ**  
Богдан знає, що довжина його кроку дорівнює 0,87 м. Застосовуючи наведену вище формулу, обчисліть швидкість переміщення Богдана в метрах за секунду та в кілометрах за годину. Запишіть хід своєї роботи.

.....

Рис.1.5. Завдання 1-2 «Кроки» [26, с.42]

Обидва завдання потребують вміння аналізувати інформацію та знаходити зв'язки. Для цих завдань необхідно було підставити числові дані в формулу та порахувати необхідне значення. [26, с.43]

Отже, вміння розв'язувати компетентності завдання – це не тільки внутрішня мета сучасної математичної освіти, але й тенденція світової дидактики.

### 1.3 Аналіз застосування компетентнісних завдань в ЗНО (НМТ) з математики

При закінченні школи та вступі до університету зовнішнє незалежне оцінювання (ЗНО), останні 2 роки – національний мультипредметний тест (НМТ) є основним показником знань учня з шкільних дисциплін. Тож, на нашу думку, доцільно розглянути наявність завдань прикладної спрямованості (зокрема компетентнісних задач) серед завдань ЗНО та НМТ з математики останніх років.

Для порівняння кількості компетентнісних задач, їх складності, а також для визначення залежності їх наявності відносно форм завдань тестування, ми обрали офіційні звіти проведення зовнішнього незалежного оцінювання за 2020 та 2021 роки, а також офіційні звіти про результати мультипредметного тесту у 2022 та 2023 роках.

У ході аналізу, було порівняно кількісний розподіл завдань сертифікаційних робіт з 2020 по 2023 роки за змістовими блоками. Результати порівнянь наведено в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2

Кількісний та відсотковий розподіл завдань сертифікаційних робіт за 2020, 2021, 2022 та 2023 роки за змістовими блоками

№ з/п	Рік проведення	2020р.	2021р.	2022р.	2023р.
	Змістовий блок	Кількість завдань (частка від загальної кількості завдань, %)			
1	Алгебра і початки аналізу	23 (66%)	23 (68%)	14 (70%)	15 (68%)
2	Геометрія	12 (34%)	11 (32%)	6 (30%)	7 (32%)
	<i>Усього</i>	<b>35</b> <b>(100%)</b>	<b>34</b> <b>(100%)</b>	<b>20</b> <b>(100%)</b>	<b>22</b> <b>(100%)</b>

Ми можемо помітити, що кількість завдань в Національному мультипредметному тесті є значно меншою, ніж кількість завдань в Зовнішньому незалежному оцінюванні, звісно, і часу на написання НМТ відведено менше.

Тож, у 2020 року учні мали 180 хвилин (3 години) на вирішення завдань ЗНО з математики, 2021 року - 210 хвилин (3,5 години), 2022 року учні мали 120 хвилин на написання НМТ з усіх трьох предметів, тобто близько 40 хвилин на написання тесту однієї навчальної дисципліни, 2023 року учні мали 60 хвилин (1 година) для написання тесту з математики. [15, с. 188; 16, с.224; 7, с.70; 17, с.28]

Зміна формату оцінювання вступників, а отже і час проведення, звісно, пов'язана з повномасштабним вторгненням росії в Україну. Оскільки, через терористичні акти з боку країни агресора, проводити таку кількість тестувань одночасно, до того ж з чималим часом виконання, небезпечно, таке рішення проблеми було необхідним та правильним з боку держави.

Розглянемо як змінювалась кількість компетентнісних задач (К-задач) в ЗНО та НМТ з математики, що відображено в таблиці 1.3 [15, с.198-208; 16, с.235-246; 7, с.90-97; 17, с.36-42], котра відтворює результати проведеного нами аналізу звітів зазначених вище та зведення цих даних.

Таблиця 1.3

Наявність компетентнісних задач у сертифікаційних роботах за 2020, 2021, 2022 та 2023 роки за формами завдань.

Роки проведення	Форма завдання				Усього К-задач (відсоткова частка від загальної кількості)
	Завдання з вибором однієї правильної відповіді	Завдання на встановлення відповідності	Завдання відкритої форми з короткою відповіддю	Завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю	
2020	3	0	4	0	7 (20%)
2021	5	0	4	0	9 (26,47%)
2022	2	0	0	-*	2 (10%)
2023	3	0	1	-*	4 (18,18)

\*«-» - тестування не передбачає завдань даної форми.

Проаналізувавши таблицю 1.3, можемо помітити, що 2021 року частка завдань прикладної спрямованості (26,47%) була більшою, ніж у 2020 році (20%).

Така зміна відбулась, оскільки освітня система України змінюється на користь компетентних задач та завдань практичної спрямованості. У 2022 році частка незначна – 10%, що пов'язано з швидкою зміною системи оцінювання знань, отриманих на основі повної загальної середньої освіти. Можемо відмітити, що у НМТ 2023 року відсоткове значення компетентних завдань в тестуванні значно збільшилось та становить 18,18%, що майже досягає значення 2020 року.

В оцінюванні результатів проведення ЗНО та НМТ одними з найважливіших показників є складність завдання, дискримінація та кореляція.

Складність завдання тестування – це показник, того наскільки успішно учні виконали завдання. Воно визначається часткою набраних балів всіх учасників до максимально можливої кількості балів, що вони могли отримати за цей тест [15, с.194]

Дискримінативність завдання тестування – це можливість завдання розділяти учасників за рівнем знань. Цей показник визначається різницею складності тестового завдання між добре підготованими учасниками та погано підготованими. [15, с.194]

Кореляція завдання тестування – це коефіцієнт, який відображає зв'язок між отриманими балами певного тестового завдання окремого учня та набраними ним балами за тестування загалом. [15, с.196].

Розглянемо завдання тесту 2020 року в розрізі цих показників.

Перше завдання ЗНО 2020, що відноситься до К-задач, – це завдання № 3, воно має значення складності тестового завдання 87,4%, що визначає дане завдання як дуже легке.(рис.1.6).

3. Копіювальна машина робить 3 копії за 4 секунди. Яку максимальну кількість копій можна одержати за 1 хвилину?

А	Б	В	Г	Д
45	60	75	80	120

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
А	87,4	3,3	2,9	2,8	3,4	0,2	87,4	30,0	0,3

Рис.1.6. Психометричні характеристики 3 завдання сертифікаційної роботи 2020 року [15, с.198]

Наступне завдання, що має прикладну спрямованість, – це завдання 8, воно має значення складності тестового завдання 45,3%, що визначає дане завдання як оптимальне. (рис.1.7).

8. На вершину гори ведуть 5 доріг. Скільки всього є варіантів вибору маршруту підйому на вершину гори однією дорогою, а спуску – іншою?

А	Б	В	Г	Д
5	9	10	20	25

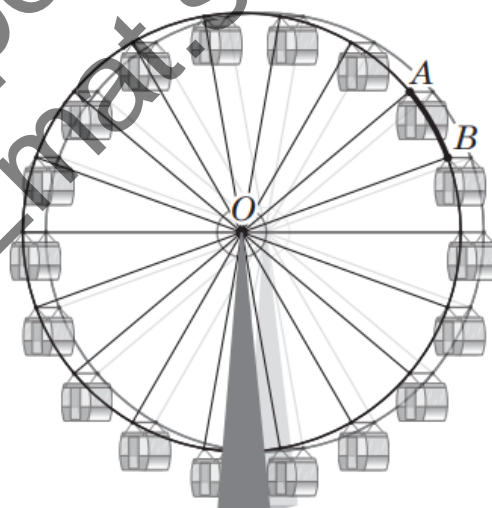
Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	9,1	10,4	15,2	45,3	19,7	0,3	45,3	59,4	0,4

Рис.1.7. Психометричні характеристики 8 завдання сертифікаційної роботи 2020 року [15, с.200]

Завдання 19 зовнішнього незалежного оцінювання має значення складності тестового завдання 38,3%, що визначає дане завдання як складне. (Рис.1.8).

19. Каркас колеса огляду складається з двох однакових кіл, до яких прикріплено 18 кабінок на однаковій відстані одна від одної, та ребер (радіусів кіл), що з'єднують місця прикріплення кабінок та центри кіл (див. рисунок). Довжина кожного ребра дорівнює 27 м. Визначте довжину дуги АВ кола із центром у точці О. Укажіть відповідь, найближчу до точної. Товщиною каркасу знехтуйте.

А	Б	В	Г	Д
12,6 м	9,5 м	5,4 м	4,6 м	3,2 м



Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Б	8,8	38,3	17,3	17,1	17,6	0,9	38,3	42,8	0,4

Рис.1.8. Психометричні характеристики 19 завдання сертифікаційної роботи 2020 року [15, с.203]

Завдання 25, що є компетентнісним, складається з двох завдань:

Перше має значення складності тестового завдання 59,7%, що визначає дане завдання як оптимальне.

Друге має значення складності тестового завдання 36,7%, що визначає дане завдання як складне. (рис.1.9).

**25.** Вартість оренди автомобіля бюджетного класу складається з основної плати та додаткової плати за понаднормовий пробіг. За перевищення норми пробігу (50 км за одну добу) нараховують додаткову плату в розмірі 6 грн за кожен понаднормовий кілометр. Пробіг автомобіля, орендованого на 6 діб, становить 420 км.

1. Яку суму грошей  $P$  (у грн) становитиме додаткова плата за понаднормовий пробіг орендованого автомобіля?

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1			
720	40,6	59,7	59,7	61,5	0,4

2. Основна плата за оренду автомобіля є фіксованою й становить 400 грн за кожну добу. Скільки відсотків від основної плати за 6 діб становить сума грошей  $P$ ?

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1			
30	63,3	36,7	36,7	70,6	0,6

Рис.1.9. Психометричні характеристики 25 завдання сертифікаційної роботи 2020 року [15, с.205]

Завдання 28 ЗНО 2020 року має значення складності тестового завдання 11,1%, що визначає дане завдання як дуже складне. (Рис.1.10).

**28.** Човен проплив 18 км проти течії річки, витративши вдвічі менше часу, ніж на подолання 48 км за течією. Власна швидкість човна є сталою. Визначте власну швидкість човна (у км/год), якщо швидкість течії дорівнює 2,5 км/год.

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
17,5	88,9	11,1	11,1	38,6	0,6

Рис.1.10. Психометричні характеристики 28 завдання сертифікаційної роботи 2020 року [15, с.206]

Компетентнісна задача, що в ЗНО знаходиться під номером 29, має значення складності тестового завдання 18%, що визначає дане завдання як дуже складне. (Рис.1.11).

29. У першому рядку таблиці наведено значення температури повітря, яку вимірювали на метеостанції через кожні 3 години впродовж доби. У другому рядку зазначено частоту фіксувань відповідного значення температури впродовж доби. За даними метеостанції визначте *середню* температуру ( $y$  °C) протягом цієї доби.

Температура, °C	12	15	17	18
Частота фіксувань	1	4	2	1

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
15,5	52,0	48,0	48,6	77,9	0,5

Рис.1.11. Психометричні характеристики 29 завдання сертифікаційної роботи 2020 року [15, с.207]

Останнє завдання прикладної спрямованості в зовнішньому незалежному оцінюванні 2020 року – 31, воно має значення складності тестового завдання 12,6%, що визначає дане завдання як дуже складне. (Рис.1.12).

31. Для участі в роботі студентської ради з кожної з двох груп навмання вибирають по 1 студенту. Серед 24 студентів першої групи проживають у гуртожитку 6 студентів, а серед 28 студентів другої групи – 14 студентів. Яка ймовірність того, що обидва вибрані для роботи в раді студенти будуть з тих, хто проживає в гуртожитку?

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
0,125	87,4	12,6	12,6	43,0	0,6

Рис.1.12. Психометричні характеристики 31 завдання сертифікаційної роботи 2020 року [15, с.207]

Розглянемо завдання тесту 2021 року в розрізі психометричних характеристик.



Завдання 1 зовнішнього незалежного оцінювання 2021 року має значення складності тестового завдання 89,1%, що визначає дане завдання як дуже легке (Рис.1.13).

1. За 6 однакових конвертів заплатили 3 грн. Скільки всього таких конвертів можна купити за 12 грн?

А	Б	В	Г
6	24	80	36

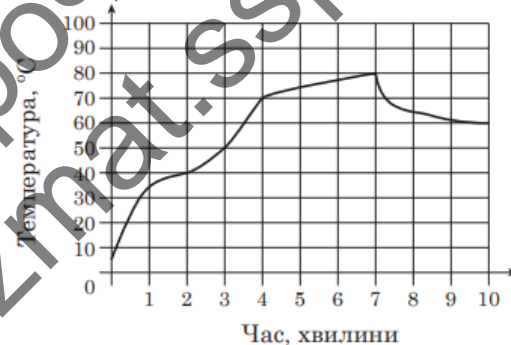
Ключ	Відповіді учасників (%)				Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г				
Б	5,3	89,1	1,6	3,8	0,2	89,1	21,9	0,2

Рис.1.13. Психометричні характеристики 1 завдання сертифікаційної роботи 2021 року [16, с.235]

Друге завдання зовнішнього незалежного оцінювання 2021 року також відноситься до компетентнісних та має значення складності тестового завдання 85,3%, що визначає дане завдання як дуже легке. (Рис.1.14).

2. На графіку відображено зміну робочої температури двигуна легкового автомобіля протягом 10 хвилин з моменту його запуску. Визначте за графіком кількість хвилин, протягом яких робоча температура двигуна була не більшою за 50 °С.

А	Б	В	Г
7	4	3	2

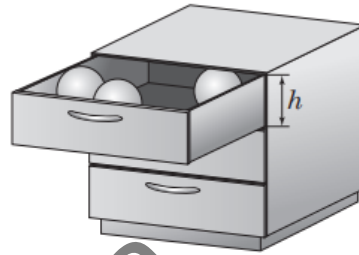


Ключ	Відповіді учасників (%)				Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г				
В	1,7	2,1	85,3	10,6	0,3	85,3	29,3	0,2

Рис.1.14. Психометричні характеристики 2 завдання сертифікаційної роботи 2021 року [16, с.235]

Завдання 3 ЗНО 2021 року має значення складності тестового завдання 53,7%, що визначає дане завдання як оптимальне. (Рис.1.15).

3. Пластикові кульки радіуса 6 см зберігають у висувній шухлядці, що має форму прямокутного паралелепіпеда (див. рисунок). Якою з наведених може бути висота  $h$  цієї шухлядки?



А	Б	В	Г
3 см	6 см	10 см	13 см

Ключ	Відповіді учасників (%)				Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г				
Г	5,5	29,0	11,3	53,7	0,5	53,7	83,3	0,6

Рис.1.15. Психометричні характеристики 3 завдання сертифікаційної роботи 2021 року [16, с.236]

Завдання 8 зовнішнього незалежного оцінювання 2021 року має значення складності тестового завдання 24,6%, що визначає дане завдання як складне. (Рис.1.16).

8. Для місцевості, що лежить на рівні моря, нормальний атмосферний тиск становить 760 мм рт. ст. Із підняттям на кожні 100 метрів угору атмосферний тиск знижується на 10 мм рт. ст. Укажіть з-поміж наведених формулу, за якою визначають атмосферний тиск  $p$  (у мм рт. ст.) на висоті  $h$  метрів над рівнем моря.

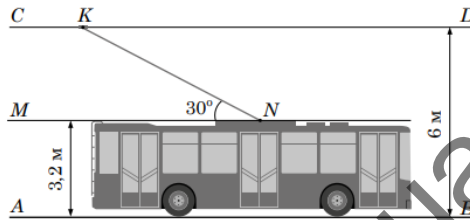
А	Б	В	Г	Д
$p = \frac{760 \cdot 100}{10h}$	$p = 760 - \frac{100h}{10}$	$p = 760 + \frac{10h}{100}$	$p = 760 + \frac{100h}{10}$	$p = 760 - \frac{10h}{100}$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Д	13,8	85,7	6,3	18,8	24,6	0,6	24,6	44,7	0,4

Рис.1.16. Психометричні характеристики 8 завдання сертифікаційної роботи 2021 року [16, с.237]

Завдання 16 відноситься до К-задач та має значення складності тестового завдання 46%, що визначає дане завдання як оптимальне. (Рис.1.17).

16. Прямолінійною дорогою  $AB$  рухається тролейбус (див. рисунок). Лінія  $CD$  електричного дроту паралельна  $AB$  й даху  $MN$  тролейбуса. Штанга  $KN$ , що на рисунку є відрізком, утворює з  $MN$  кут  $30^\circ$ . Відстані між прямими  $CD$  й  $AB$ ,  $MN$  й  $AB$  дорівнюють 6 м і 3,2 м відповідно. Укажіть проміжок, якому належить довжина ( $y$  м) штанги  $KN$ . Уважайте, що всі зазначені прямі лежать в одній площині.



<b>A</b>	<b>B</b>	<b>B</b>	<b>Г</b>	<b>Д</b>
[1; 3)	[3; 5)	[5; 5,5)	[5,5; 6)	[6; 8)

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	A	B	B	Г	Д				
Г	9,2	22,7	10,5	46,0	10,7	0,9	46,0	68,8	0,5

Рис.1.17. Психометричні характеристики 16 завдання сертифікаційної роботи 2021 року [16, с.239]

Завдання 21 зовнішнього незалежного оцінювання, що є завданням прикладного спрямування, складається з двох завдань.

Перше має значення складності тестового завдання 54,2%, що визначає дане завдання як оптимальне.

Друге має значення складності тестового завдання 28,2%, що визначає дане завдання як складне. (Рис.1.18).

21. Олена купила через веб-сайт посадочний документ (див. фрагмент документа) на потяг, що коштує 240 грн. У його вартість входять вартість квитка – 34,50 грн, плацкарти – 147 грн й інших витрат – 58,50 грн. За 10 днів до відправлення поїзда Олена вирішила повернути цей посадочний документ. Відповідно до правил за таких умов їй повертають лише вартість квитка й половину вартості плацкарти. Крім того, за повернення посадочного документа з Олени *додатково* стягнуть збір 18 грн.

ЦЕЙ ПОСАДОЧНИЙ ДОКУМЕНТ Є ПІДСТАВОЮ ДЛЯ ПРОЇЗДУ			
Прізвище, Ім'я	Абвдейко Олена		Поїзд
Відправлення	2200001	КИЇВ-ПАСАЖИРСЬКИЙ	Вагон
Призначення	2200200	ВІННИЦЯ	Місце
Дата/час відпр.	12.12.2020 08:50		Сервіс
Дата/час приб.	12.12.2020 09:09		
ВАРТ = 240,00 ГРН			

1. Яку суму грошей  $P$  (у грн) отримає Олена, повернувши цей документ?

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1			
90	45,8	54,2	54,2	59,5	0,4

2. Скільки відсотків від вартості документа становить сума грошей  $P$ ?

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1			
37.5	71,8	28,2	28,2	65,9	0,6

Рис.1.18. Психометричні характеристики 21 завдання сертифікаційної роботи 2021 року [16, с.242]

Завдання 25 зовнішнього незалежного оцінювання має значення складності тестового завдання 15,7%, що визначає дане завдання як дуже складне. (Рис.1.19).

25. У першому класі 15 дівчаток, з яких лише одна на ім'я Дарина, і 11 хлопчиків. На першому уроці вчителька навмання формує пари дітей, які сидітимуть за однією партою. Першою вона вибирає пару для Дарини. Яка ймовірність того, що Дарина сидітиме за однією партою з дівчанкою?

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
0,56	84,3	15,7	15,7	52,4	0,7

Рис.1.19. Психометричні характеристики 25 завдання сертифікаційної роботи 2021 року [16, с.243]

Завдання 26 також визначається, як дуже складне, оскільки має значення складності тестового завдання 7,8%. (Рис.1.20).

26. Для приготування дезінфікуючого розчину концентрат розводять водою в масовому відношенні 2 : 7 відповідно, після чого на кожні 10 г води додають 1 г ароматичної рідини. Скільки грамів концентрату потрібно для приготування 485 г розчину?

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
100	92,2	7,8	7,8	24,0	0,5

Рис.1.20. Психометричні характеристики 26 завдання сертифікаційної роботи 2021 року [16, с.244]

Завдання 29, остання К-задача тесту 2021 року, має значення складності тестового завдання 16,2%, тож є дуже складним (Рис.1.21).

29. Редактор стрічки новин вирішує, у якій послідовності розмістити 6 різних новин: 2 політичні, 3 суспільні й 1 спортивну. Скільки всього є різних послідовностей розміщення цих 6 новин у стрічці за умови, що політичні новини мають передувати іншим, а спортивна новина – бути останньою? Уважайте, що кожну із цих 6 новин у стрічці не повторюють.

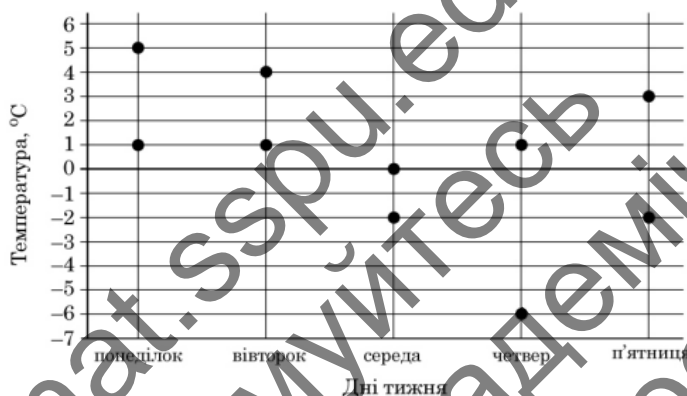
Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
12	83,8	16,2	16,2	43,0	0,5

Рис.1.21. Психометричні характеристики 29 завдання сертифікаційної роботи 2021 року [16, с.244]

Розглянемо завдання національного мультипредметного тесту 2022 року в розрізі психометричних характеристик.

Завдання 1 у зразку національного мультипредметного тесту 2022 року має значення складності тестового завдання 80,5%, що визначає дане завдання як дуже легке. (Рис.1.22).

1. На рисунку показано точками найвищу і найнижчу температури повітря з понеділка до п'ятниці в деякому місті України. У який день різниця між найвищою та найнижчою температурами повітря була найбільшою?



- А Понеділок  
Б Вівторок  
В Середя  
Г Четвер  
Д П'ятниця

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	6,1	3,8	6,3	80,8	3,0	19,5	80,5	41,8	0,4

Рис.1.22. Психометричні характеристики 1 завдання сертифікаційної роботи 2022 року [7, с.90]

Друге компетентнісне завдання НМТ 2022 має значення складності тестового завдання 77,7%, що визначає дане завдання як легке. (Рис.1.23).

2. У під'їзді шістнадцятиповерхового будинку на першому поверсі розташовано 6 квартир, а на кожному з решти поверхів – по 8. На якому поверсі квартира № 31, якщо квартири від № 1 і далі пронумеровано послідовно від першого до останнього поверху?

А	Б	В	Г	Д
3	4	5	6	7

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
В	2,7	14,1	78,0	4,3	0,9	22,3	77,7	35,6	0,3

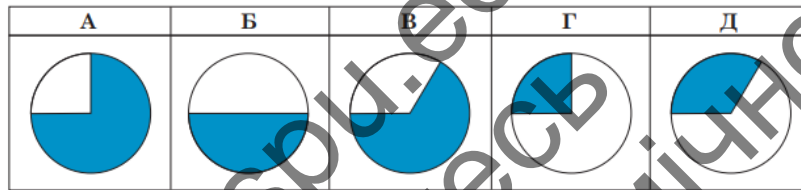
Рис.1.23. Психометричні характеристики 2 завдання сертифікаційної роботи 2022 року [7, с.90]

Розглянемо завдання тесту 2023 року в розрізі психометричних характеристик.

Перше завдання, прикладного спрямування, національного мультипредметного тесту 2023 року має значення складності тестового завдання 53%, що визначає дане завдання як оптимальне. (Рис.1.24).

1. Для облаштування кафе було придбано столи і стільці у співвідношенні 1:3 відповідно. Укажіть діаграму, на якій правильно відображено розподіл придбаних столів і стільців.

■ – столи      □ – стільці



Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	A	B	B	Г	Д				
Г	9,9	18,8	5,6	53,0	29,5	0,2	53,0	30,5	0,2

Рис.1.24. Психометричні характеристики 1 завдання сертифікаційної роботи 2023 року [17, с.36].

Другою задачею такого типу є завдання 7, що має значення складності тестового завдання 53,6% та визначається як оптимальне (Рис.1.25).

7. Плату за користування комп'ютерною програмою підвищили зі 140 грн у 2021 р. до 161 грн у 2022 р. На скільки відсотків збільшили плату у 2022 р. порівняно із 2021 р.?

A 10  
B 15  
B 21  
Г 85  
Д 115

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	A	B	B	Г	Д				
Б	10,4	53,6	30,1	1,8	3,9	0,2	53,6	65,2	0,4

Рис.1.25. Психометричні характеристики 7 завдання сертифікаційної роботи 2023 року [17, с.37]

Завдання 12, тесту 2023 року, має значення складності тестового завдання 42,8%, що визначає дане завдання оптимальне. (Рис.1.26).

12. Матеріальна точка рухається прямолінійно за законом  $x(t) = 6t^2$ , де  $x(t)$  – координата точки,  $t$  – час. За якою формулою визначають швидкість  $v(t)$  цієї матеріальної точки в будь-який момент часу  $t$ ?

- А  $v(t) = 6t$
- Б  $v(t) = 12t$
- В  $v(t) = 2t^3$
- Г  $v(t) = 6t^3$
- Д  $v(t) = 3t$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Б	18,8	42,8	13,0	13,9	11,3	0,2	42,8	36,7	0,3

Рис.1.26. Психометричні характеристики 12 завдання сертифікаційної роботи 2023 року [17, с.39]

Завдання 20 НМТ 2023 року, що відноситься до компетентнісних задач з математики, визначається як дуже складне, оскільки його значення складності становить 12,7%. (Рис.1.27).

20. Переможцю олімпіади заплановано подарувати комплект із 5 книг, у якому 2 збірники олімпіадних задач та 3 науково-популярні книги. Скільки всього варіантів формування такого комплекту книг, якщо є 8 різних збірників та 10 різних науково-популярних книг?

Відповідь	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
3360	87,3	12,7	12,7	42,8	0,6

Рис.1.27. Психометричні характеристики 20 завдання сертифікаційної роботи 2023 року [17, с.42]

Тож, проаналізувавши компетентнісні завдання сертифікаційних робіт з 2020 по 2023 рік, можемо зауважити, що кожного року, окрім 2022, завдання мали різний рівень складності від дуже легкого до дуже складного, а в 2022 році завдання мали лише легкий та дуже легкий рівень складності. Слід зауважити, що за результатами звітів, проаналізованих нами, завдання тестувань підібрані правильно та доречно.

Про те велике число компетентнісних завдань сертифікаційних робіт, що пропонуються на ЗНО (НМТ), викликають труднощі у тих, хто проходить оцінювання, тому варто звертати увагу за вміння розв'язувати задачі

прикладного змісту не тільки під час навчання математики, а також і при підготовці до складання ЗНО (НМТ).

<http://fizmat.ssru.edu.ua>  
Дотримуйтесь  
принципів академічної  
добросовісності  
<http://fizmat.ssru.edu.ua>



## РОЗДІЛ 2 ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ КОМПЕТЕНТІСНИХ ЗАДАЧ ПРИ ВИВЧЕННІ ДЕЯКИХ ТЕМ МАТЕМАТИКИ В СТАРШІЙ ШКОЛІ ТА ПРИ ПІДГОТОВЦІ ДО ЗНО (НМТ)

### 2.1 Методичні особливості використання компетентнісних задач при навчанні математики старшої школи

Для вчителів навчання дітей в школі неможливе без знань щодо методики навчання своєї наукової галузі. Тож для вчителів математики при підготовці та проведенні уроків необхідно керуватись знаннями щодо методики навчання математики.

За визначенням З.І. Слєпкань методика навчання математики – «це наука про математику як навчальний предмет і закономірності процесу навчання математики учнів різних вікових груп». [22, с.8] Науковець вважала, що основними завданнями процесу навчання, зокрема математичного, є: досягнення глибокого засвоєння знань матеріалу, понять, аксіом, законів, теорем; формування в учнів умінь і навичок до застосування теоретичних знань на практиці; формування моральних та етичних принципів учнів. На сучасному етапі розвитку освіти дидактика визначає навчання як цілеспрямований процес організації та стимулювання учнів до навчально-пізнавального процесу, з метою отримання наукових навичок, вмінь, знань, розвитку світогляду, переконань та творчих здібностей. [22, с.52]

Методами навчання математики називають способи, що використовують для навчальної діяльності учнів, а також способи стимулювання учнів до навчально-пізнавального процесу.

У педагогіці окремі методи навчання групують по-різному, залежно від вибору бази класифікації, зокрема виділяють такі групи методів:

- за способами організації навчальної діяльності учнів (здобуття нових знань; формування нових вмінь і навичок; оцінювання вмінь та знань; практичне застосування знань);

- за джерелом здобування (практичні, словесні та наочні);
- за характером навчально-пізнавальної діяльності (дослідницький метод, проблемний виклад, репродуктивний метод, пояснювально-ілюстративний, дослідницький, частково-пошуковий методи). [22, с.54-55]

На нашу думку, до останньої класифікації методів навчання також можна віднести компетентнісний підхід, адже виконання компетентнісних задач спонукає учнів до зацікавлення процесом навчання. Крім того компетентнісний підхід включає внутрішньопредметні та міжпредметні зв'язки, а також може використовуватись щодо зв'язку математики з будь якою сферою життя та творчості людини.

Попри універсальність та важливість компетентнісного підходу та К-задач, нажаль, таких завдань у підручниках та навчальних посібниках небагато. Загалом, завдання компетентнісного змісту, розміщені у підручниках, розраховані на початковий рівень складності, рідше на середній. Тобто, освітня система України має проблему відсутності достатнього обсягу методичних матеріалів для використання компетентнісно-орієнтованих завдань на уроках математики.

Хоча складання завдань компетентнісного змісту є досить трудомістким, за відсутності необхідного матеріалу з певної теми, виходом є самостійне складання завдань.

Типи задач доцільно взяти на прикладі завдань дослідження PISA, це є завдання:

- з множинним вибором;
- відкритої форми з короткою відповіддю;
- відкритої форми з розгорнутою відповіддю.

Для успішного складання К-задач слід використовувати такі принципи:

- задання має бути максимально наближене до практичної ситуації, що є цікавою та знайомою учням;

- завдання має забезпечувати комплексну перевірку знань учнів з різних тем предмету.
- запропонована ситуація повинна мати таку проблему, що необхідно вирішити застосуванням математичних знань;
- умова завдання повинна включати несуттєву додаткову інформацію, що не впливає на розв'язання ситуації;
- завдання має містити різні форми подання інформації.

За основу для складання компетентнісних завдань можна обрати завдання з підручників і адаптувати їх до необхідного нам підходу. Такі завдання можна виконувати як на уроках так і в виді домашнього завдання. Компетентнісні завдання можна використовувати на уроках всіх типів.

## 2.2 Приклади уроків із застосуванням компетентнісних завдань

### 2.2.1 Урок на тему «Застосування похідної»

Алгебра, 10 клас

Тема уроку: Застосування похідної

Мета уроку:

- **Навчальна:** Систематизувати та узагальнити знання учнів з теми; забезпечити формування умінь та навичок застосування похідної в математичних та компетентнісних задачах; встановити можливості застосування знань в практичній діяльності; ознайомити учнів з деякими завданнями ЗНО (НМТ) з теми «Похідна та її застосування».
- **Розвиваюча:** Розвивати увагу, мислення, пам'ять, культуру математичного мовлення, вміння встановлювати причино-наслідкові зв'язки та робити висновки, будувати математичні моделі та використовувати їх; формувати інтерес до уроку математики та процесу навчання.

- **Виховна:** Виховувати самостійність, наполегливість, взаємоповагу та відповідальність.

**Тип уроку:** Урок застосування знань, умінь і навичок.

**Обладнання:** підручник, дошка, роздатковий матеріал.

**Підручник:** Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти / Є.П.Нелін. — Харків : Вид-во «Ранок», 2018. — 328 с.

## ХІД УРОКУ

### I. Організаційний момент

- привітання;
- перевірка готовності до уроку;
- перевірка присутніх;

### II. Перевірка домашнього завдання

Учитель перевіряє виконання завдань, відповідає на питання, що виникли під час його виконання.

### III. Повідомлення теми, мотивація навчальної діяльності учнів

Сьогодні ми продовжимо роботу з похідною, приділяючи їй особливу увагу, адже за допомогою цього фундаментального поняття математики досліджують явища та процеси в економічних, природничих та соціальних науках.

Тож, запишіть дату проведення уроку, та тему заняття «Застосування похідної. Розв'язування завдань».

### IV. Актуалізація та систематизація опорних знань

Розпочнімо наш урок з повторення теоретичного матеріалу:

- Що таке похідна? (*«Похідною функції  $y = f(x)$  у точці  $x_0$  називають границю відношення приросту функції в точці  $x_0$  до приросту аргумента, коли приріст аргумента прямує до нуля.»* [10, с.133])
- Як знайти похідну складеної функції? (*Похідна зовнішньої функції дорівнює добутку похідної зовнішньої функції та внутрішньої функції. Зовнішня по проміжному аргументу, внутрішня по аргументу  $x$ .*)

- Що таке приріст незалежної змінної? (Приростом незалежної змінної у точці  $x_0$  називається різниця  $x-x_0$ .)

- Як позначається приріст незалежної змінної? (Приріст незалежної змінної позначається як  $\Delta x$  )

### V. Застосування знань та вмінь

Розв'язання вправ та задач на дошці.

**Завдання 1.** Знайти похідну функції:

1)  $y = x^3 + x - 2x^4$ ;  $(3x^2 + 1 - 8x^3)$

2)  $y = C$ , де  $C$  – стала;  $(y=0)$

3)  $y = \frac{1}{x}$ ;  $(\frac{1}{x^2})$

4)  $y = x^9$ ;  $(9x^8)$

**Завдання 2.**

Тіло рухається за законом  $S(t) = 24t + 6t^2$ , прямолінійно. Знайти його швидкість та прискорення в момент часу  $t = 2$  с. Шлях вимірюється в метрах.

*Розв'язання:*

$v = S'(t)$  — швидкість прямолінійного руху;  $(v = v(t))$ ,

тоді:  $v(t) = (24t + 6t^2)' = 24 + 12t$

$v(2) = 24 + 12 \cdot 2 = 48$  (м/с)

$a = v'(t)$  — прискорення прямолінійного руху.

$a(t) = (24 + 12t)' = 12$ , прискорення рівне  $12$  м/с<sup>2</sup> в будь-який момент часу, бо не залежить від часу, тож  $a(2) = 12$  м/с<sup>2</sup>

Відповідь:  $v(2) = 48$  м/с,  $a(2) = 12$  м/с<sup>2</sup>

**Завдання 3**

Нехай популяція особин кисломолочних бактерій в певний момент часу  $t$  (час в секундах) нараховує  $x(t)$  особин. Формула, яка виражає залежність кількості бактерій від часу  $X(t) = 5000 + 150t^2$ . Знайти швидкість росту популяції:

а) в момент часу 1 сек;

б) в момент часу 120 сек.

*Розв'язання:*

Нехай,  $v(t) = X'(t)$  - швидкість росту популяції кисломолочних бактерій;

$$v(t) = 300t$$

$v(1) = 300$  (ос/сек) - швидкість росту популяції через 1 сек

$v(120) = 300 \cdot 120 = 36000$  (ос/сек) швидкість росту популяції через 120 сек

Відповідь: а) 300 ос/сек; б) 36000 ос/сек.

#### Завдання 4.

Витрати підприємства описуються формулою  $K(x) = 3x^2 + 5x + 2$ . Визначте граничні витрати, якщо обсяг виробництва становить:

а) 100 од.; б) 150 од.; в) 175 од.

*Розв'язання:*

Нехай  $z(x) = K'(x)$  – граничні витрати

$$z(x) = (3x^2 + 5x + 2)' = 3x + 5$$

а)  $z(100) = 3 \cdot 100 + 5 = 300 + 5 = 305$  (грн)

б)  $z(150) = 3 \cdot 150 + 5 = 450 + 5 = 455$  (грн)

в)  $z(175) = 3 \cdot 175 + 5 = 525 + 5 = 530$  (грн)

#### Завдання 5.

Знайти похідну функції  $y = \frac{(x-1)}{(x+1)}$

*Розв'язання*

За правилом диференціювання

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v + v'u}{v^2}$$

Тоді,

$$\begin{aligned} y &= \frac{(x-1)' \cdot (x+1) + (x+1)' \cdot (x-1)}{(x+1)^2} = \frac{1 \cdot (x+1) + 1 \cdot (x-1)}{(x+1)^2} \\ &= \frac{x+1 + x-1}{(x+1)^2} = \frac{2x}{(x+1)^2} \end{aligned}$$

Завдання на застосування похідної використовуються в Національному мультипредметному тесті. По при те, що завдання цього типу в тестуванні є лише

одне, необхідність правильного його виконання є великою, адже тестування налічує невелику кількість запитань та його виконання обмежене в часі.

### Завдання 6.

Давайте розглянемо завдання на обчислення похідної з НМТ 2022 року (Рис. 2.).

12. Обчисліть значення похідної функції  $f(x) = 2x^3 - 5$  у точці  $x_0 = -1$ .

А	Б	В	Г	Д
-11	-7	1	3	6

Рис.2.1. Умова завдання 12 НМТ 2022 [7, с.93]

Згідно умовою завдання (Рис. 2.1), алгоритмом наших дій є:

- 1) знайти похідну функції;
- 2) знайти її значення у певній точці.

*Розв'язання*

$$f'(x) = 2 \cdot 3x^2 - 0 = 6x^2$$

$$f'(-1) = 6 \cdot (-1)^2 = 6$$

Відповідь: Д. 6

### Завдання 7.

Завдання на застосування похідної є також і в НМТ 2023 року (Рис. 2.2), воно відноситься до задач прикладної спрямованості. І є схожим на задачу, яка була виконана сьогодні на уроці.

12. Матеріальна точка рухається прямиoliniйно за законом  $x(t) = 6t^2$ , де  $x(t)$  – координата точки,  $t$  – час. За якою формулою визначають швидкість  $v(t)$  цієї матеріальної точки в будь-який момент часу  $t$ ?

- А  $v(t) = 6t$
- Б  $v(t) = 12t$
- В  $v(t) = 2t^3$
- Г  $v(t) = 6t^3$
- Д  $v(t) = 3t$

Рис. 2.2. Умова завдання 12 НМТ 2023 року. [17, с.39]

Для виконання цієї задачі необхідно:

- 1) Визначити спосіб знаходження формули швидкості;

- 2) Знайти похідну заданої функції, що є формулою визначення швидкості точки.

*Розв'язання*

$v(t) = x'(t)$  – швидкість матеріальної точки в будь-який момент часу;

$$v(t) = (6t^2)' = 6 \cdot 2t = 12t$$

*Відповідь:* Б.  $12t$

## VI. Підсумок уроку. Рефлексія

Сьогодні ми розв'язували завдання на знаходження похідної, зокрема компетентнісні задачі. Навчилися застосовувати знання про похідну щодо різних міжпредметних задач.

Продовжіть речення, що ви бачите на дошці:

- було цікаво...
- сьогодні я дізнався про...
- я зрозумів, що...
- я навчився...
- мене здивувало...

## VII. Домашнє завдання

Вправи підручника: 13.6 (2,4), 14.4 (1,2), 14.9 (2,3).

### 2.2.2 Інтегрований урок математики та біології на тему «Застосування теорії ймовірності в природничих науках»

**Алгебра**

**11 клас**

**Тема уроку:** Застосування теорії ймовірності в природничих науках.

Розв'язування вправ

**Мета уроку:**

- **Навчальна:** Забезпечити формування умінь та навичок застосування теорії ймовірності; встановити можливості застосування в



практичній діяльності зокрема в біології; формувати досвід такого застосування; формувати алгоритм реалізації вмінь.

- **Розвиваюча:** Розвивати увагу, мислення, пам'ять, культуру математичного мовлення; Розвивати вміння встановлювати причинно-наслідкові зв'язки та робити висновки, працювати в команді та індивідуально; Розвивати, математичну, природничу та інформаційно-цифрову компетентності учнів.

- **Виховна:** Сприяти формуванню інтересу до математики та біології.

**Тип уроку:** Інтегрований (математика та біологія);

**Обладнання:** Дошка, роздатковий матеріал, підручник.

**Підручник:** Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова. — Харків : Вид-во «Ранок», 2019. — 304 с.

#### ХІД УРОКУ

##### I. Організаційний момент

- привітання
- перевірка готовності до уроку
- перевірка присутніх на уроці

##### II. Перевірка домашнього завдання

Учитель перевіряє виконання завдань, відповідає на питання, що виникли під час виконання.

##### III. Повідомлення теми, мотивація навчальної діяльності учнів

В повсякденному житті ви постійно стикаєтесь з різними подіями: випадковими, очікуваними або неочікуваними, неприємними або приємними. Ці події залежать від різних обставин, які швидше за все є непередбачуваними або невідомими. Такі події називають випадковими. Вивченням випадкових подій займається теорія ймовірності.

Теорія ймовірності вивчає саме масові випадкові події. Масові явища можна зустріти в хімії, фізиці, астрономії біології та інших науках. Тема біології, яка найтісніше пов'язана з теорією ймовірності є генетика. Проте, звісно ж жодну задачу теорії ймовірності не можливо розв'язати без знань про імовірності

подій. У цьому допоможуть знання з предмету, в рамках якого виникла ця задача. Тобто для цього уроку необхідне знання і генетики і теорії ймовірності. Запишімо дату та тему уроку «Застосування теорії ймовірності. Розв'язування завдань»

#### IV. Актуалізація та систематизація опорних знань

##### *Пригадаємо:*

Всі події поділяються на три групи: *вірогідні, випадкові та неможливі.*

**Вірогідні події** – це події, що відбудуться незалежно від наслідку досліду.

**Випадкові події** – це ті, які в ході досліду можуть відбутися або не відбутися.

**Неможливі події** – це події, що, в цьому досліді, відбутися не можуть.

##### **Завдання 1.**

Визначити, якою є дана подія: вірогідною, випадковою, чи неможливою?

- 1) Змія виявиться отруйною; (випадкова)
- 2) Рослина виробляє кисень; (вірогідна)
- 3) Півень заговорить; (неможлива)
- 4) Квітка матиме присмний запах; (випадкова)
- 5) Пінгвіни завтра навчаться літати; (неможлива)
- 6) У савця є кров. (вірогідна)

Які події називаються несумісними? *(Дві події називаються **несумісними**, якщо поява однієї події унеможливає появу, в цьому досліді, другої, в інших випадках події сумісні.)*

Які події називаються рівноможливими? *(Дві події називаються **рівноможливими**, якщо однаково можливі їх появи при виконанні досліду)*

Що ж таке **повна група подій**? *(Це множина подій, що в результаті досліду повинна відбутись хоч одна з цих подій)*

Повну групу подій, які є несумісними та рівноможливими, називають **множиною елементарних подій** або **простором**, самі ж події називаються елементарними.

#### V. Застосування знань та вмінь

### Задача 1 (на повторення)

Катя та Ліза читають одну й ту саму книжку. У наступний понеділок на уроці «Українська література» відбудеться її обговорення. Імовірність того, що Катя встигне дочитати книгу, складає 0,8, а Ліза – 0,6. Знайдіть імовірність того, що:

- обидві дівчинки встигнуть дочитати книгу;
- жодна з дівчат не дочитає книгу до понеділка;
- книга буде прочитана;
- книгу прочитала тільки одна з дівчат.

*Розв'язання.*

Розглянемо події:  $A_1$  – Катя прочитала книгу,  $A_2$  – Ліза прочитала книгу. За умовою  $P(A_1) = 0,8$ ,  $P(A_2) = 0,6$ . Ці події є незалежними.

а) Нехай подія  $A$  полягає в тому, що обидві дівчинки встигнуть дочитати книгу. Тоді  $A = A_1 \cdot A_2$ .

Отже,  $P(A) = P(A_1) \cdot P(A_2) = 0,8 \cdot 0,6 = 0,48$ .

б) Нехай подія  $B$  полягає в тому, що жодна з дівчат не дочитає книгу до понеділка.

Ця подія є добутком подій протилежних до  $A_1$  і  $A_2$ , бо вона можлива лише тоді, коли не прочитали книгу ні Катя, ні Ліза. Отже

$$\begin{aligned} P(B) &= P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) = (1 - P(A_1)) (1 - P(A_2)) = \\ &= (1 - 0,8) \cdot (1 - 0,6) = 0,2 \cdot 0,4 = 0,08. \end{aligned}$$

в) Розглянемо подію  $C$ , яка полягає в тому, що книга буде прочитаною. Ця подія є протилежною до події  $B$ .

Тому  $C = \bar{B}$ . Отже,  $P(C) = P(\bar{B}) = 1 - 0,08 = 0,92$ .

г) Позначимо подію  $D$ , яка полягає в тому, що книгу прочитає тільки одна з дівчат. Тому  $D = A_1 \cdot (\bar{A}_2) + (\bar{A}_1) \cdot A_2$ .

$$\begin{aligned} \text{Отже, } P(D) &= P(A_1) \cdot P(\bar{A}_2) + P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2) = \\ &= 0,8 \cdot (1 - 0,6) + 0,6 \cdot (1 - 0,8) = 0,8 \cdot 0,4 + 0,6 \cdot 0,2 = 0,32 + 0,12 = 0,44. \end{aligned}$$

*А зараз розв'яжемо декілька задач, поєднавши знання з генетики та теорії ймовірностей.*

**Задача 2. (інтегрована)** У людини карий колір очей (В) домінує над блакитним (b). Гомозиготний карокий чоловік одружився з блакитноокою жінкою. Який колір очей матимуть їхні діти? [2]

Дано:		Розв'язання:
В – карий		P: ♀ bb × ♂ Bb
b	–	G: b;b; B;b
блакитний		F <sub>1</sub> = Bb; bb; Bb; bb
F <sub>1</sub> - ?		

Відповідь: За генотипом 50% гомозигот за рецесивною ознакою, 50% гетерозигот. За фенотипом 50% кароки, 50% блакитнооки.

Рис.2.3.Розв'язання задачі 2 біологічним способом [2]

Розв'яжемо цю задачу математичним способом.

Позначимо події:

A<sub>1</sub> – поява дитини з карими очима;

A<sub>2</sub> – поява дитини з блакитними очима.

Тоді ймовірність події A<sub>1</sub>=P(A<sub>1</sub>)=1/2, ймовірність події A<sub>2</sub>=P(A<sub>2</sub>)=1/2.

Тобто ці події є несумісні та рівноможливі. Тож, їхні діти мають однакову ймовірність успадкувати як карі так і блакитні очі.

**Задача 3. (інтегрована)**

Полідактилія (шестипадість), короткозорість і карий колір очей успадковуються як домінуючі ознаки. Гени, що визначають ці ознаки, містяться в різних парах хромосом. Яка ймовірність народження карокої дитини без аномалій, якщо обоє батьків гетерозиготні за всіма трьома генами?

Рис.2.4.Умова задачі 3 [5]

*Розв'язання*

Позначимо події:

A<sub>1</sub> – народження карокої дитини;

A<sub>2</sub> – народження дитини з нормальною будовою кисті;

A<sub>3</sub> – народження дитини з нормальним зором;

A – поява карокої дитини без аномалій.

Оскільки за умовою батьки гетерозиготні за всіма трьома ознаками, то згідно другого закону розщеплення:

$$P(A_1) = 3/4 ,$$

$$P(A_2) = P(1 - A_2) = 1 - 3/4 = 1/4$$

$$P(A_3) = P(1 - A_3) = 1 - 3/4 = 1/4 .$$

Тоді, оскільки усі три події відбудуться:  $P(A) = P(A_1) * P(A_2) * P(A_3)$

$$P(A) = 3/4 * 1/4 * 1/4 = 3/64.$$

*Відповідь: 3/64.*

## VI. Підсумок уроку. Рефлексія

Сьогодні на уроці ви дізнались трохи більше про зв'язок математики з біологією. Та розв'язали завдання, що пов'язують ці дві дисципліни.

Продовжіть речення, що на дошці:

- було цікаво...
- сьогодні я дізнався про...
- я зрозумів, що...
- я навчився...
- мене здивувало...

## VII. Домашнє завдання

Розв'язати задачу, що знаходиться на роздаткових матеріалах.

6. Ген комолості (безрогості) у великої рогатої худоби домінує над геном рогатості. Яке потомство слід чекати від схрещування рогатого бугая з гомозиготною комолою коровою?

Рис.2.5. Задача для домашнього опрацювання [2]

## 2.2.3 Урок на тему «Обчислення об'ємів та площ поверхонь многогранників та тіл обертання»

**Геометрія**

**11 клас**

**Тема уроку:** Обчислення об'ємів та площ поверхонь многогранників та тіл обертання

**Мета уроку:**

- **Навчальна:** Забезпечити систематизацію умінь та навичок застосування формул для обчислення об'ємів та площ поверхонь многогранників та тіл обертання; встановити можливості застосування знань в практичній діяльності; формувати досвід такого застосування; формувати алгоритм реалізації вмінь.
- **Розвиваюча:** Розвивати увагу, мислення, пам'ять, культуру математичного мовлення; Розвивати вміння встановлювати причино-наслідкові зв'язки та робити висновки, будувати математичні моделі та використовувати їх; Розвивати вміння працювати в команді та індивідуально; Розвивати математичну компетентність учнів.
- **Виховна:** виховати взаємоповагу, наполегливість, самостійність та відповідальність.

**Тип уроку:** узагальнення та систематизація знань

**Обладнання:** Комп'ютер, проектор, підручник

**Підручник:** Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова. — Харків : Вид-во «Ранок», 2019. — 304 с.

### ХІД УРОКУ

#### I. Організаційний момент

- привітання
- перевірка готовності до уроку
- перевірка присутніх на уроці

#### II. Перевірка домашнього завдання

Учитель перевіряє виконання завдань, відповідає на питання, що виникли під час виконання.

#### III. Повідомлення теми, мотивація навчальної діяльності учнів

«Геометрія є пізнання всього існуючого»

Платон

Щодня нас оточує безліч предметів, більшість з них можна розглядати як геометричні тіла, або їх сукупність. Кожен предмет має свій об'єм та площу

поверхні. Сьогодні ми продовжуємо вивчення геометричних тіл, тож запишіть тему уроку «Обчислення об'ємів та площ поверхонь многогранників та тіл обертання»

#### IV. Актуалізація та систематизація опорних знань

Розпочнімо з повторення теоретичного матеріалу:

1. Як називається висота бічної грані правильної піраміди? (Апофема)
2. Чому дорівнює об'єм прямої призми? (Добутку площі її основи на висоту)
3. Які тіла називаються рівновеликими? (Ті, що мають рівні об'єми)
4. Яке тіло утворює прямокутний трикутник, внаслідок обертання довкола одного з катетів? (Конус)
5. Чи може об'єм фігури в просторі бути від'ємним числом? Чому? (Ні, це одна з властивостей об'ємів тіл)
6. Якою формулою виражається об'єм кулі? ( $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ , де  $R$  – радіус кулі)
7. Якою формулою виражається об'єм циліндра ( $V = \pi R^2 H$ , де  $R$  – радіус основи циліндра,  $H$  – висота циліндра)

#### Задача на повторення

##### Завдання: ПІЦА

У піцерії пропонують два види круглої піци однакової товщини, але різного розміру. Діаметр меншої піци дорівнює 30 см, і вона коштує 30 зедів. Діаметр більшої піци дорівнює 40 см, і вона коштує 40 зедів.

Яку із піц вигідніше купити? Наведіть хід своєї роботи.

.....

.....

Рис.2.6. Демонстраційне завдання «Піца» [26, с.35]

*Розв'язання:*

Обидві піци мають однакову товщину, тож ми можемо порівняти їх площі

$$S_1 = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi * 15^2 = 706,5 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S_2 = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi * 20^2 = 1256 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ціна за 1 см<sup>2</sup> першої піци: 30/706,5=0,04 (зедів/см<sup>2</sup>)

Ціна за 1 см<sup>2</sup> другої піци: 40/1256=0,03 (зедів/см<sup>2</sup>)

Отже, купити другу піцу вигідніше, адже вона має меншу ціну за см<sup>2</sup>.

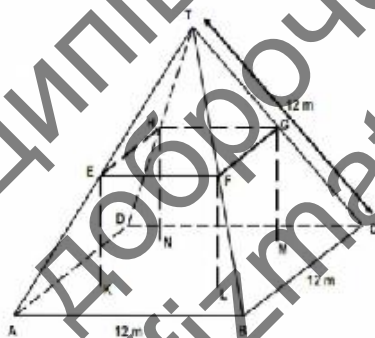
## V. Узагальнення та систематизація вивченого

### Завдання 2. «Приватний будинок»



На світлині зображено приватний будинок, дах якого має форму піраміди.

Нижче наведено рисунок побудованої учнями математичної моделі даху цього будинку із зазначенням довжини деяких відрізків.



Нижня частина даху будинку в моделі є квадратом ABCD.

Сійки, на які спирається дах, є ребрами бетонного блока, що має форму прямокутного паралелепіпеда EFGHKL MN.

Точка E – середина ребра AT, F – середина BT, G – середина CT, H – середина DT. Усі ребра піраміди дорівнюють 12 м.

Рис.2.7.Стимул до демонстраційного завдання «Приватний будинок» [18]

1. Обчисліть площу нижньої частини даху будинку – квадрата ABCD.



- Обчисліть довжину відрізка  $EF$  – горизонтального ребра бетонного блоку
- Обчисліть Площу бічної поверхні моделі даху – піраміди  $ABCDT$ .

*Розв'язання:*

- $S_{ABCD} = AB * BC = 12 * 12 = 144$  (м<sup>2</sup>);
- Розглянемо  $\triangle ATB$  та  $\triangle ETF$ : кут  $T$  – спільний, кути  $B=F$  – як відповідні при паралельних прямих  $AB$  і  $EF$  та січній  $TB$ .  
Отже,  $\triangle ATB \sim \triangle ETF$ .  
Тоді,  $\frac{TF}{TB} = \frac{1}{2}$  – оскільки точка  $F$  є серединою ребра  $TB$  за умовою.

$$\frac{EF}{AB} = \frac{TF}{TB} = \frac{1}{2} \Rightarrow EF = \frac{AB}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ (м)}$$

- $S_6 = \frac{1}{2} P_{\text{осн.}} * l$ , де  $l$  – апофема;

Нехай  $l = TQ$ , де  $Q$  – середина ребра  $BC$ .

$$QC = BC/2 = 6$$

$\triangle TQC$  – прямокутний. За теоремою Піфагора:

$$TQ = \sqrt{TC^2 - QC^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \text{ (м)}$$

$$\text{Тоді, } S_6 = \frac{1}{2} * 4AB * TQ = 2 * 12 * 6\sqrt{3} = 144\sqrt{3} \approx 249.41 \text{ (м}^2\text{)}$$

**Завдання 3** (10.25 підручника)

На полиці в магазині стоїть дві банки абрикосового варення одного сорту. Одна банка у 2 рази вища за другу проте її діаметр у два рази менший. Висока банка коштує 23 грн, а низька – 43 грн. Яку банку вигідніше купити? [10, с.264]

*Розв'язання:*

Знайдемо об'єм варення в кожній банці:

$$R = D/2$$

$$V_1 = \pi R_1^2 * H_1 = \pi \left(\frac{D_2}{4}\right)^2 * 2H_2 = \frac{1}{8} \pi * D^2 * H$$

$V_2 = \pi R_2^2 * H_2 = \pi \left(\frac{D_2}{2}\right)^2 * H_2 = \frac{1}{4} \pi * D^2 * H$ , де  $R$  – радіус циліндра,  $H$  – висота циліндра.

Ми можемо помітити, що об'єм варення в другій банці в два рази більше за об'єм варення в першій, а ціна другої банки більше в 1,87 разів за першу. Тож, вигідніше купити другу банку варення.

#### Завдання 4 (13.8 підручника)

Об'єми двох куль відносяться як  $m:n$ . Як відносяться площі їх поверхонь?  
[10, с.284]

*Розв'язання:*

Об'єм кулі визначається за формулою:

$$V_{\text{кулі}} = \frac{4}{3} \pi R^3, \text{ де } R - \text{радіус кулі.}$$

Площа поверхні кулі визначається за формулою:

$$S_{\text{кулі}} = 4\pi R^2, \text{ де } R - \text{радіус кулі.}$$

Тоді, радіус першої кулі:

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi R_1^3 = m$$

$$\frac{4}{3} \pi R_1^3 = m$$

$$R_1^3 = \frac{3m}{4\pi}$$

$$R_1 = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi}}$$

Радіус другої кулі:

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi R_2^3 = n$$

$$\frac{4}{3} \pi R_2^3 = n$$

$$R_2^3 = \frac{3n}{4\pi}$$

$$R_2 = \sqrt[3]{\frac{3n}{4\pi}}$$

Знайдемо площі поверхонь куль:

$$S_1 = 4\pi \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi}}^2$$

$$S_2 = 4\pi \sqrt[3]{\frac{3n^2}{4\pi}}$$

Знайдемо відношення площ поверхні:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{4\pi \sqrt[3]{\frac{3m^2}{4\pi}}}{4\pi \sqrt[3]{\frac{3n^2}{4\pi}}} = \frac{\sqrt[3]{\frac{3m^2}{4\pi}}}{\sqrt[3]{\frac{3n^2}{4\pi}}} = \sqrt[3]{\frac{3m^2/4\pi}{3n^2/4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3m^2 * 4\pi}{4\pi * 3n^2}} = \sqrt[3]{\frac{m^2}{n^2}}$$

Відповідь:  $\sqrt[3]{\frac{m^2}{n^2}}$

## VI. Підсумок уроку. Рефлексія

Сьогодні на уроці ми розв'язували задачі спрямовані на обчислення об'ємів та площ поверхонь многогранників та тіл обертання. Ми пригадали необхідний нам теоретичний матеріал, зокрема деякі формули обчислення об'єму та площі поверхонь геометричних тіл у просторі. Ви дізнались як можна застосувати знання, що стосуються теми нашого уроку, в звичайному житті.

Продовжіть речення, що ви бачите на дошці:

- було цікаво...
- сьогодні я дізнався про...
- я зрозумів, що...
- я навчився...
- мене здивувало...

## VII. Домашнє завдання

Завдання 12.5, 12.10 підручника, тест №3 с.285-286 підручника

### 2.3 Підготовка до ЗНО(НМТ) у розрізі теми дослідження

Складання вступних іспитів, а саме Зовнішнього незалежного оцінювання або Національного мультипредметного тесту є невід'ємною частиною закінчення старшої школи протягом багатьох років. Підготовці до тестування

необхідно приділити велику увагу, щоб вдало його скласти та вступити до омріяного ЗВО.

В епоху цифрової освіти та інтернет ресурсів, вивчення матеріалу можна здійснити в зручній для людини спосіб. Це стосується і підготовки вступників до складання іспиту. Учні можуть здобувати необхідні знання як самостійно, так і з допомогою репетитора чи вчителя.

Як вказано у першому розділі, К-задачам у ЗНО(НМТ) приділяється не надто велика увага, а тим більше при підготовці до цих тестувань. Тому, на нашу думку, необхідністю є систематизація способів та джерел підготовки до компетентнісних завдань в цих тестуваннях.

Найперше, знання теоретичного матеріалу, адже вирішення К-задач неможливе без теоретичного підґрунтя. Наразі є багато безкоштовних курсів на освітніх платформах, що дають змогу дистанційного вивчення матеріалу в будь-який момент часу, як от наприклад курс «Математика. Підготовка до ЗНО», що розміщений на платформі Prometheus. Курс має як теоретичну основу, так і тестування. Він розрахований на навчання протягом дев'яти тижнів (шість з яких відводиться на вивчення «Алгебри та початків аналізу», один для «Комбінаторики» та два для «Геометрії») та має 19 тем для вивчення. [12]

Пропонуємо розглянути деякі компетентнісні завдання представлені на курсі «Математика. Підготовка до ЗНО»:

2. Дві ділянки поля площею 8 га та 10 га було засіяно пшеницею. Урожайність на першій ділянці склала 36 ц/га, а на другій на 15% вища. Обчисліть, скільки центнерів пшениці було зібрано з цих ділянок разом.

А. 648

Б. 676

В. 691,2

Г. 702

Д. 745,2

✓

Рис.2.8 Приклад компетентнісного завдання з теми «Дроби, відсотки та пропорції» [12]

6. Скільки відсотків річних повинен виплачувати банк, щоб за два роки сума вкладу збільшилась з 2000 грн до 2880 грн?

А. 10

Б. 12

В. 16

Г. 20

Д. 22



Рис.2.9 Приклад компетентнісного завдання з теми «Дроби, відсотки та пропорції» [12]

1. У магазині купили кілька книг по 18 грн за кожну та кілька альбомів по 12 грн за кожен. Яке з наведених нижче чисел може дорівнювати загальній сумі (у грн) цих покупок?

А. 57

Б. 76

В. 86

Г. 90

Д. 112



Рис.2.10 Приклад компетентнісного завдання з теми «Числа та вирази» [12]

2. Якщо сувій тканини розрізати на частини по 6 м, то залишиться відріз довжиною 5 м. Якщо ж цей сувій розрізати на частини по 8 м, то залишиться відріз довжиною 3 м. Яке з наведених нижче чисел може виражати довжину (у м) цього сувою?

А. 75

Б. 85

В. 95

Г. 99

Д. 107



Рис.2.11 Приклад компетентнісного завдання з теми «Числа та вирази» [12]

4. За встановлення верхнього залізобетонного кільця колодязя заплатили 60 грн, а за встановлення кожного наступного кільця платили на 24 грн більше (порівняно з попереднім кільцем). За всю роботу було заплачено 2304 грн. Яка глибина (у метрах) колодязя, якщо висота одного кільця дорівнює 80 см?

 ✓

Рис.2.12 Приклад компетентнісного завдання з теми «Числові послідовності» [12]

7. Два тіла почали рухатись одночасно з однієї точки по прямій у одному напрямку. Швидкість першого тіла у момент часу  $t$  обчислюється за формулою  $v_1(t) = 6t$  (м/с), а швидкість другого - за формулою  $v_2(t) = 3t^2 + 4$  (м/с). Обчисліть (у м) відстань між тілами у момент часу  $t = 4$ с.

 ✓

Рис.2.13 Приклад компетентнісного завдання з теми «Похідна і інтеграл» [12]

На п'ятому тижні навчання є окрема тема, яка націлена на вирішення текстових задач, більшість з них є компетентнісними. Тема «Елементи комбінаторики. Початки теорії ймовірності» також спрямована загалом на задачі прикладного спрямування. Нажаль, у темах, що стосувались геометрії, а також тем «Функції та графіки», «Рівняння та нерівності», «Системи рівнянь та нерівностей» алгебри та початків аналізу були присутні суто математичні задачі, що не дає змогу учням примінити знання багатьох тем курсу у вирішенні компетентнісних задач.

Наступним джерелом для вивчення математики – відео на YouTube. Чимало викладачів зі шкіл та університетів знімають відеоматеріали щодо різних тем математики, або ж показують можливі способи вирішення завдань минулих років. Теоретичні знання можна поглибити також користуючись посібниками для підготовки до ЗНО(НМТ). Проте, на нашу думку, такий спосіб підготовки не є надто дієвим для самостійного вивчення для учнів з низьким рівнем знань та потребує допомоги вчителя чи репетитора.

Щодо практичного застосування та перевірки знань Український центр оцінювання якості освіти пропонує для вирішення сертифікаційні роботи ЗНО минулих років (з 2016 по 2021).



Рис.2.14 Сторінка сайту УЦОЯО [24]

Ці завдання можна роздрукувати для більшої зручності. Для перевірки правильності результатів на сайті є також збірники правильних відповідей, критерії та схеми оцінювання, а також програми та характеристики сертифікаційних робіт [24].

Сайт Освіта.UA дає змогу проходити тестування в онлайн режимі, можна спробувати свої сили на проходженні як пробних тестувань, так і основних та додаткових сесій ЗНО та НМТ різних років. Важливою особливістю є те, що можна також обрати тести за темами. [14]

Завдання 13 з 19

На клумбі висадили рядами 125 кущів троянд з однаковою кількістю кущів у кожному ряду. Виявилось, що кількість рядів на 20 менша за кількість кущів у кожному ряду.

- Скільки висадили кущів троянд у кожному ряду?
- Узимку в першому ряду зазнали ушкоджень 16 % кущів троянд. Скільки кущів троянд у першому ряду перезимували неушкодженими?

Впишіть відповіді:

1.  2.

Рис.2.15 Приклад завдання (13) у форматі ЗНО на сайті Освіта.UA [14]

Автобус вирушив з міста  $A$  до міста  $B$ , відстань між якими становить 150 км. Через 30 хв із міста  $A$  до міста  $B$  тією самою дорогою вирушив автомобіль, швидкість якого в  $1\frac{1}{5}$  рази більша за швидкість автобуса. Скільки часу (у год) витратив на дорогу з міста  $A$  до міста  $B$  автомобіль, якщо він прибув до міста  $B$  одночасно з автобусом? Уважайте, що автобус та автомобіль рухалися зі сталими швидкостями.

Впишіть відповідь:

Рис.2.16 Приклад завдання (8) у форматі ЗНО на сайті Освіта.UA [14]

До кожного завдання можна прочитати коментар, який дає повну, вичерпну відповідь до завдання.

Гарним способом підготовки до виконання компетентнісних завдань, можуть стати посібники, що мають типові завдання дослідження PISA, адже ці задачі розвивають, насамперед, уважність, логіку та інтерес до пізнання математики.

Розглянемо групу завдань, що розміщена в «Збірнику завдань для розвитку математичної компетентності учнів у форматі PISA»

**ЗАРОБІТНА ПЛАТА**

Корчак Галина Євгенівна  
Музиченко Лариса Олександрівна

Є "традиційна" схема досягнення щастя або ж його складники: успіх, самореалізація, любов, сім'я, кар'єра.

Петро, здобувши освіту, вирішив обрати місце роботи в одній з країн Євросоюзу. Спеціалісти IT сфери потрібні в Польщі, Німеччині. Він знайшов інформацію, що місячна зарплата в Польщі становить 900 євро, а в Німеччині – 2400 євро (брутто). (Брутто- без урахування податків).

Законодавство Німеччини передбачає, що при річному доході, що не перевищує 8820 євро, фіскальний збір не застосовується. Якщо розмір доходу працівника за рік коливається в діапазоні 8820-54058 євро, ставка прибуткового податку становить 14%. При доході від 54058 до 256304 євро вираховується 45%. Якщо сума перевищує 256304 євро, то податок становить 45%. Ставка податку на державне медичне страхування становить 7,3%.

У Польщі із заробітної плати він повинен заплатити внески:

1. Пенсійне страхування – 9,76 % від з/п брутто;
2. Рентне страхування на випадок пенсії по інвалідності) – 1,5 % від з/п брутто;
3. Страхування на лікарняний – 2,45 % від з/п брутто;
4. Медичне страхування – 9 % від з/п брутто з вирахуванням внеску на соціальне страхування;
5. Податок на дохід фізичної особи – 18 % від з/п брутто з вирахуванням сум, що зменшують податок.

Рис. 2.17 Стимул до завдань у форматі PISA «Заробітна плата»[4, с.17]

**Завдання 1.** Обрати Так або Ні до кожного твердження:

- 1) Річний дохід Петра, коли він працюватиме в Німеччині складатиме 28800 євро.



- 2) У Польщі Петро оплатить за медичне страхування суму, яка становить 7,3% від доходу (брутто)
- 3) Сумарна кількість сплачених податків в Польщі становить 71,2% від сумарної кількості сплачених податків у Німеччині.

**Завдання 2.** Скільки відсотків із запобітної плати заплатить Петро у Польщі, без врахування сум, що зменшують податок?

- а) 40,71
- б) 40,81
- в) 14,18
- г) 70,41

**Завдання 3.** Обчисліть суму податків, які заплатить Петро із заробітної плати у Німеччині. [4, с.17-18]

Групи завдань розроблені на різну тематику та стосуються різних сфер життя людини, зокрема:

- Група завдань «Забруднення повітря» стосуються теми екології

**3** ЗАБРУДНЕННЯ ПОВІТРЯ

Кузьменко Лариса Олександрівна  
Князева Наталія Іванівна

У 1957 році, коли було засновано Європейський Союз, він не мав жодної екологічної доктрини або назви екологічних законів. Сьогодні Європейське законодавство поширюється на всі сфери охорони довкілля, такі як боротьба із забрудненням повітря, захист води, переробка відходів, охорона природи та контроль хімічного забруднення, розвиток біотехнологій та інше.

Збільшення міського населення за останні десятиріччя привело до стрімкого зростання кількості автомобілів. У світі зареєстровано близько 1 млрд. автомобілів, які щодіно спалюють 50 млн. тонн бензину. Автомобільний транспорт є джерелом постійно зростаючого техногенного навантаження на довкілля.

Нормування і контроль викидів є загальноєвропейською проблемою і саме країни ЄС розробили комплексний підхід до нормування викидів автотранспорту як при виготовленні на автозаводах, так і при їх подальшій експлуатації. Розроблені чіткі методики екологічної перевірки автомобілів.

Наприклад, в Німеччині контроль за якістю повітря в основному регулюється Законом «Про запобігання шкідливого впливу на навколишнє середовище спричинене забрудненням повітря, шумом, вібрацією та подібними явищами». Автомобільний податок (Kraftfahrzeugsteuer) є обов'язковим. Він сплачується за рік на вимогу місцевої податкової служби. Власник зареєстрованого транспортного засобу несе відповідальність за несвоєчасну сплату податку (схема 1).

СХЕМА 1. Розрахунок дорожнього податку на нові автомобілі, які зареєстровані після 1 січня 2012 року



Рис. 2.18 Стимул до завдань у форматі PISA «Забруднення повітря»[4, с.11]

- Група завдань «Колізей» - теми історії

КОЛІЗЕЙ

Бережна Юлія Миколаївна  
Кузьменко Лариса Олександрівна

**Колізей** - найбільший амфітеатр у Римі, справжній символ Італії, одне із семи сучасних чудес світу, які обрані у 2007 році. Його спорудження тривало протягом 8 років - із 72 до 80 року за наказом імператора династії Флавії, й мало за мету показати надзвичайну могутність імператорського роду. Спорудження амфітеатру розпочав римський імператор Веспасіан після перемоги в Юдеї, а завершив будівництво у 80-му році син імператора - Тит.

#### ЗАВДАННЯ 1.

Будівництво Колізею закінчилося в 80 р. н.е. Скільки років минуло з часу відкриття найбільшого амфітеатру до 2021 року?

- а) 2101 р.                      в) 2041 р.  
б) 1941 р.                      г) 1041 р.

#### ЗАВДАННЯ 2.

Колізей — еліптична будівля, найграндіозніший античний амфітеатр: довжина його зовнішнього еліпса дорівнює 524 м, довжина арени (велика вісь) - 86 м, її ширина (мала вісь) 54 м. Оцініть площу арени Колізею. Обґрунтуйте свої міркування.



Рис. 2.19 Стимул до завдань у форматі PISA «Колізей»[4, с.15]

- Група завдань «Подорож до Парижу» - стосуються повсякденного життя та економіки.

ПОДОРОЖ ДО ПАРИЖУ

Турчишина Олена Іванівна  
Кушнаренко Ірина Іванівна

Сім'я планує влітку подорож із відвідуванням Парижу. Батьки звернулися у турагенцію та отримали наступні пропозиції:

№	Мандрівка	Кількість днів	Вартість в євро
1	Львів - Будапешт - Мюнхен - Париж (2 ночі) - Нормандія - Диснейленд - долина Луари - Зальцбург - Львів	7	286
2	Львів - Краків - Дрезден - Париж - Лувр - Версаль - Париж - Диснейленд - Франкфурт - Прага - Львів	6	278
3	Львів - Краків - Прага - Париж - Диснейленд - Версаль - Відень - Львів	6	213
4	Львів - Вроцлав - Берлін - Париж - Версаль - Диснейленд - Прага - Краків - Велічка - Львів	6	201
5	Львів - Варшава - Берлін - Амстердам - голландський розваг "Ефтелінг" - Брюссель - Париж - Диснейленд - Франкфурт-на-Майні - Прага - Львів	8	373
6	Львів - Варшава - Берлін - Амстердам - Гаага - Делфт - Гент - Брюгге - Париж - Диснейленд - Версаль - Локсембург - Франкфурт - Париж - Кельн - Аахен - Вроцлав - Львів	10	455
7	Львів - Варшава - Берлін - Амстердам - Брюссель - Париж - Нормандія - голландський розваг "Ефтелінг" - Версаль - Лазурний берег (Ніцца, Канни, Монako) - Флоренція - Піза - Рим - Ватикан - Венеція - Будапешт - Чоп - Львів	10	406
8	Львів - Краків - Відень - Ліхтенштейн - Цюріх - Рейнський водоспад - Люцерн - Женева - Берн - Інтерлакен - Зальцбург - долина Зальцкаммергут - Будапешт - Чоп - Львів	7	333
9	Львів - Вроцлав - Берлін - Амстердам - За-ансе Сканс - Волендам - Брюссель - Париж - Прага - Краків - Львів	7	249

Рис. 2.20 Стимул до завдань у форматі PISA «Подорож до Парижу»[4, с.87]

Тож, можемо зазначити, що у сучасних учнів є багато способів для самостійної підготовки до ЗНО (НМТ), проте більшості учнів не обійтися без допомоги педагогів. Серед маси інформації все ж нелегко знайти К-задачі, що стануть корисні при майбутньому складанні тестувань, саме тому вчителі мають приділяти більшу увагу цим питанням ще на рівні вивчення та закріплення матеріалу, вплітаючи компетентнісні задачі до тем, які розглядаються безпосередньо на уроках математики.

<http://fizmat.sspu.edu.ua>  
Дотримуйтесь  
принципів академічної  
доброчесності  
<http://fizmat.sspu.edu.ua>

## ВИСНОВКИ

В результаті дослідження встановлено, що компетентнісні задачі мають на меті розвиток математичної компетентності, зокрема вони дають розуміння необхідності та доречності використання математики в різних сферах життя. Компетентнісна задача розвиває вміння опрацювати інформацію, співставляти та інтегрувати інформацію різних форм та джерел, будувати та використовувати математичні моделі, а також визначати доцільні методи виконання завдань.

Проведене під час дослідження опрацювання Закону України «Про освіту», наукових робіт, звітів (ЗНО, НМТ, дослідження PISA), посібників та підручників дало змогу розкрити тему, визначити основні переваги завдань прикладного спрямування, зокрема компетентнісних, та методику їх вивчення в шкільному курсі математики.

Зокрема у першому розділі:

- визначено, що таке «компетентність», «математична компетентність», «компетентнісна задача»;
- з'ясувано рівні сформованості математичної компетентності та основні риси компетентнісних задач;
- досліджено результати звітів PISA за 2018 рік та продемонстровано рівень підготовки учнів з математичної грамотності у порівнянні з референтними країнами, також з'ясувано причини зниження результатів дослідження 2022 року у порівнянні з 2018; розглянуто деякі типові завдання цього міжнародного дослідження та особливості їх виконання;
- проаналізовано наявність компетентнісних задач в ЗНО 2020, 2021 та НМТ 2022, 2023 років, розглянуто конкретні задачі тестувань цих років та найважливіші їх показники.

У другому розділі:

- через опрацювання методичних підручників та посібників виявлено, що наша система освіти має недостатньо матеріалів для успішного опанування

учнями компетентнісних завдань різних рівнів складності, оскільки в більшості підручники та посібники мають завдання початкового, іноді середнього рівня

– розроблено конспекти уроків із використанням компетентнісних задач, що відрізняються своїм спрямуванням: урок «Застосування похідної» – це урок застосування знань, умінь і навичок; урок «Застосування теорії ймовірності в природничих науках» є інтегрованим уроком, що поєднує математику та біологію; урок «Обчислення об'ємів та площ поверхонь многогранників та тіл обертання» – це урок узагальнення та систематизації знань.

Продовженням теми компетентнісних завдань в ЗНО(НМТ) минулих років, стала тема підготовки до подібних тестувань майбутніх років, яка розглядається у другому розділі.

– встановлено, що сучасні старшокласники мають чимало можливостей для визначення та використання зручного способу підготовки до ЗНО (НМТ), проте, що стосується саме компетентнісних задач матеріалу, удосконалення вмінь розв'язувати задачі прикладного спрямування, то їх значно менше відносно стандартних математичних завдань;

– визначено основні шляхи підготовки для підготовки складання до ЗНО (НМТ) та розроблено систему завдань, що є доступною як для самостійного опрацювання учнями так і для роботи з вчителем;

Наразі, під час вивчення математики в старших класах, приділяється не достатня увага компетентнісним завданням, крім того математичні знання учнів знизились, через дистанційне навчання, що зменшує можливості зосередити увагу учня на матеріалі. Проте, за останні роки концентрація К-задач в підручниках та посібниках дещо збільшилась, а також багато українських шкіл відновили очне навчання повністю або частково, тому тенденція є позитивною. Варто зазначити, що науковці, викладачі та молоді вчителі, зацікавлені в підвищенні рівня знань учнів, все частіше використовують задачі прикладного спрямування.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Дереза, І. (2015). Компетентнісна задача як засіб формування математичної компетентності майбутнього вчителя математики. *Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training Methodology Theory Experience Problems*, (43), 232–236.
2. «Задачі та вправи з біології» О.С. Головінова «Кегичівський ліцей». Режим доступу: <https://naurok.com.ua/zbirnik-zadach-i-vprav-z-biologi-326078.html>
3. Закон України «Про освіту». Режим доступу: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text>
4. Збірник завдань для розвитку математичної компетентності учнів у форматі PISA / Авторський колектив. За заг. ред. професора О.М. Топузова. Укладач: Д.В. Васильєва [Електронне видання]. – Київ: Педагогічна думка, 2022. - 120 с.
5. Збірник задач з розділу генетики: матеріали до практичних занять для студентів I курсу спеціальності «Лікувальна справа», «сестринська справа» / Укл.: Лиса О.М. – Чернівці, 2018. – 68с. Режим доступу: <https://naurok.com.ua/zbirnik-zadach-zbirnik-zadach-z-genetiki-66397.html>
6. Збірник праць студентів фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С.Макаренка. – Суми : Вид-во фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2023. – Випуск 17. – 102 с.
7. Звіт про результати національного мультипредметного тесту у 2022 році. Режим доступу: [https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2023/02/Zvit\\_NMT\\_2022\\_na-sajt.pdf](https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2023/02/Zvit_NMT_2022_na-sajt.pdf)
8. Зіненко І. М. Визначення структури математичної компетентності учнів старшого шкільного віку / І. М. Зіненко // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології, 2009. – № 2. – с. 165-174. Режим доступу: <https://repository.sspu.edu.ua/bitstream/123456789/8149/1/Zinenko.pdf>
9. Компетентнісно орієнтована методика навчання математики в основній школі: Метод. посібник / О.І.Глобін, М.І. Бурда, Д.В. Васильєва, В.В.

Волошена, О.П. Вашуленко, Н.Д. Мацько, Т.М. Хмара. — К.: Педагогічна думка, 2015. — 245с. Режим доступу: <https://undip.org.ua/wp-content/uploads/2021/08/POSIBNYK-Kompetentnisno-orientovana-metodyka-navchannia-matematyky-v-osnovniy-shkoli.pdf>

10. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти / Є.П.Нелін. — Харків : Вид-во «Ранок», 2018. — 328 с.
11. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова. — Харків : Вид-во «Ранок», 2019. — 304 с.
12. Математика. Підготовка до ЗНО. Режим доступу: [https://prometheus.org.ua/course/course-v1:ZNO+MATH101+2017\\_T12\\_gl=1\\*muc2d7\\* ga\\*NTU0ODcwNTkzLjE3MDE5NTgxODg.\\* ga\\_62JY148LOZ\\*MTcwMTk1ODE4Ny4xLjEuMTcwMTk1ODI4MS40OS4wLjA](https://prometheus.org.ua/course/course-v1:ZNO+MATH101+2017_T12_gl=1*muc2d7* ga*NTU0ODcwNTkzLjE3MDE5NTgxODg.* ga_62JY148LOZ*MTcwMTk1ODE4Ny4xLjEuMTcwMTk1ODI4MS40OS4wLjA)
13. Національний звіт за результатами міжнародного дослідження якості освіти PISA-2018 / кол. авт. : М. Мазорчук (осн. автор), Т. Вакуленко, В. Терещенко, Г. Бичко, К. Шумова, С. Раков, В. Горох та ін. ; Український центр оцінювання якості освіти. Київ: УЦОЯО, 2019. 439 с.  
Режим доступу: [https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/12/PISA\\_2018\\_Report\\_UKR.pdf](https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/12/PISA_2018_Report_UKR.pdf)
14. Освіта.UA Тести ЗНО онлайн з предмета «Математика». Режим доступу: <https://zno.osvita.ua/mathematics/>
15. Офіційний звіт про проведення в 2020 році зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти. Том 2. Режим доступу: [https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2020/09/ZVIT-ZNO\\_2020-Tom\\_2.pdf](https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2020/09/ZVIT-ZNO_2020-Tom_2.pdf)
16. Офіційний звіт про проведення в 2021 році зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної

- середньої освіти. Том 2. Режим доступу: [https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2021/11/ZVIT\\_ZNO\\_2021-Tom\\_2\\_.pdf](https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2021/11/ZVIT_ZNO_2021-Tom_2_.pdf)
- 17.Офіційний звіт про результати НМТ у 2023 році. Том 2. Режим доступу: [https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2023/08/ZVIT-NMT\\_2023-Tom\\_2.pdf](https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2023/08/ZVIT-NMT_2023-Tom_2.pdf)
18. Офіційний сайт PISA Ukraine. Режим доступу: <http://pisa.testportal.gov.ua/>
- 19.Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: Монографія. — Х.: Факт, 2005. — 360 с.
- 20.Сайт Всеосвіта. Режим доступу: <https://vseosvita.ua/news/maizhe-polovyna-ukrainskykh-uchniv-ne-znaiut-matematyky-rezultaty-testiv-pisa-2022-u-chomu-prychyna-98024.html>
21. Сайт Міністерства освіти і науки України. Режим доступу: <https://mon.gov.ua/ua/news/zaversheno-osnovnij-etap-doslidzhennya-pisa-2022>
- 22.Слепкань З.І. Методика навчання математики: підручник. Київ : Вища школа, 2006. 582 с
- 23.Тарасенкова Н.А. Задачі як засоби компетентнісного навчання математики. Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики: до 70-річчя кафедри математики і теорії та методики навчання математики НПУ імені М.П. Драгоманова : тези доп. Міжнар. наук.-практ. конф., 11–13 травня. 2017 р. Київ : НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2017. С. 77–78.
- 24.Український центр оцінювання якості освіти. Тести минулих років. Режим доступу: <https://testportal.gov.ua/testy-mynulyh-rokiv/>
- 25.OECD (2019), PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do, PISA, OECD Publishing, Paris. Режим доступу: [https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/12/PISA\\_2018\\_International\\_report.pdf](https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/12/PISA_2018_International_report.pdf)
- 26.PISA: математична грамотність / уклад. Т. С. Вакуленко, В. П. Горох, С. В. Ломакович, В. М. Терещенко; перекл. К. Є. Шумова. – К. : УЦОЯО, 2018.



– 60 с. Режим доступу: [http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/09/Math\\_PISA\\_Framework.pdf](http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/09/Math_PISA_Framework.pdf)

27.PISA-2018. Результати. (Том I). Що учні знають та вміють робити: Міжнародний звіт за результатами міжнародного дослідження якості освіти PISA-2018 (переклад українською мовою) / переклад. : Ларіна Т. В. ; Український центр оцінювання якості освіти. Київ : УЦОЯО, 2019. 324 с.

Режим доступу: [https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2020/02/PISA2018\\_Mizhnarodnyj-zvit\\_ukr.pdf](https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2020/02/PISA2018_Mizhnarodnyj-zvit_ukr.pdf)

<http://fizmat.ssru.edu.ua>  
Дотримуйтесь  
принципів академічності  
Доброї чесності  
<http://fizmat.ssru.edu.ua>