

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка

Фізико-математичний факультет

Кафедра математики, фізики та методик їх навчання

Ільченко-Наумова Світлана Миколаївна

**ЗАДАЧІ ПРАКТИЧНОГО ЗМІСТУ НА СКЛАДАННЯ ВІВНЯНЬ ТА ЇХ
СИСТЕМ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ**

Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)

Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка

Кваліфікаційна робота

На здобуття освітнього ступеня магістра

Науковий керівник:

_____ Ю.В.Хворостіна

кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри математики, фізики та
методик їх навчання

«__» _____ 2023 року

Виконавець:

_____ С.М.Ільченко-Наумова

«__» _____ 2023 року

Суми 2023

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ	8
1.1. Аналіз програм шкільного курсу математики щодо практичної та прикладної спрямованості	8
1.2. Аналіз підручників з теми дослідження	12
1.3. Задачі практичного змісту у ЗНО 2021 року та НМТ 2022 року з математики	16
Висновки до розділу 1	26
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ	27
2.1. Текстові задачі як засіб формування математичної компетентності	27
2.2. Методичні особливості навчання розв'язувати задачі прикладного характеру	34
2.3. Реалізація компетентнісного підходу при розв'язуванні задач практичного змісту	40
2.4. Прикладна спрямованість шкільного курсу математики	44
2.5. Алгебраїчний метод розв'язання текстових задач	48
2.6. Практичні напрацювання з теми дослідження	52
Висновки до розділу 2	68
ВИСНОВКИ	69
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	73

ВСТУП

Актуальність теми. Шкільний зміст математики має бути спрямований на підготовку учнів до повсякденного життя, а математичні знання повинні мати безпосереднє застосування в повсякденному житті. Задачі практичного змісту навчають учнів вирішувати реальні проблеми. Розв'язання практичних задач може бути більш захопливим для учнів, оскільки вони бачать безпосередню користь у своїх навичках і можливостях використовувати математику в реальному житті. Розв'язання задач вимагає від учнів аналізу і розуміння інформації, вміння виділяти важливі дані і розробляти логічний план дій. Це сприяє розвитку їх критичного мислення і проблемного підходу. Задачі практичного характеру зазвичай включаються в іспити, зокрема в зовнішнє незалежне оцінювання та національний мультипредметний тести, тому важливо, щоб учні мали досвід їх розв'язування. Крім того, ці навички корисні в подальшому навчанні і реальному житті. Знання, отримані шляхом розв'язання задач, можуть бути корисними в майбутній кар'єрі у таких галузях, як інженерія, фінанси, наука і багато інших.

Складання рівнянь та їх систем для вирішення практичних задач вимагає від учнів аналізу та розуміння проблеми. Вони повинні перетворити словесний опис на математичні вирази, тобто отримати математичну модель, що розвиває їх когнітивні здібності. Складання рівнянь допомагає учням побачити, як, начебто абстрактні математичні структури, використовується для розв'язання реальних життєвих проблем і ситуацій. Це надає їм контекст та мотивацію для вивчення математики.

Загалом, включення задач практичного змісту у шкільний курс математики залишається важливим і актуальним, оскільки це сприяє кращому розумінню математики і розвитку корисних навичок для майбутнього.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблеми прикладної та практичної спрямованості математики в цілому, зокрема текстових задач, присвячують свої наукові праці вітчизняні дослідники: Війчук Т.І., Дорофєєвої Г.В., Межейнікової Л.С., Ракова С.А.[43], Слепкань З.І.[45], Терешина Н.А.,

Швець В.О.[53]. Свої теоретичні та методичні дослідження цій темі присвятили Г. Бевз, І. Богданович, Б. Колесніков., Д. Пойа, П. Стратілов та ін. У роботах Л.О. Соколенко, Швець В.О. [48] показано важливість використання прикладних задач у курсі алгебри та початків аналізу. Прикладними задачами як засіб формування математичних компетентностей учнів займаються Ачкан В. [1], Бондар С. [3]; компетентнісно орієнтований підхід до навчання досліджує Родигіна І.В. [44]; професійною компетентністю вчителя математики як загальна умова педагогічної діяльності – Скляр І. О. [46] та багато інших. Так окремим типам текстових задач та методам їх розв'язання присвячено ряд робіт: Бондарчук В.С.[4], Костевська Л. [14] розв'язування текстових задач на спільну роботу різними способами; Бусел Т.Л. [5] розв'язування текстових задач на відсотки; Вигівська Л. [6] розв'язування задач за допомогою рівнянь та інші. Важливе місце займає питання класифікацій таких задач, які б допомагали визначати систему розв'язування задач відповідно до їх типів. Дослідженням класифікації задач займався чимало вчених, погляди яких не співпадали (М. Богданович, І. Бетюкова, М. Бантова, А. Столяр, М. Нікітін). Тому в сучасній методичній літературі немає єдиного підходу до вирішення цієї проблеми.

Мета і завдання дослідження.

Мета дослідження полягає у виявленні методичних особливостей вивчення задач практичного змісту на складання рівнянь та їх систем у шкільному курсі математики.

Виходячи з мети дослідження виділено наступні завдання дослідження:

- опрацювати наукову, навчальну та методичну літературу з даної теми;
- зробити аналіз діючих навчальних програм та підручників з математики у контексті теми дослідження;
- дослідити завдання зовнішнього незалежного оцінювання та національного мультипредметного тесту з математики останніх років у контексті задач прикладного характеру

- визначити вплив розв’язання задач практичного змісту на формування математичної компетентності учнів;
- розглянути методичні особливості навчання розв’язувати задачі прикладного характеру, зокрема алгебраїчним методом;
- дослідити прикладну спрямованість шкільного курсу математики;
- розробити конспекти уроків з теми дослідження.

Об’єктом дослідження є процес навчання математики учнів середньої школи.

Предметом дослідження є методичні особливості навчання учнів розв’язуванню задач практичного змісту на складання рівнянь та їх систем у шкільному курсі математики.

Методи дослідження. У ході написання роботи були застосовані такі методи дослідження: абстрактно-логічний (передбачає узагальнення теоретичних основ та формулювання на їх основі висновків), табличний (аналіз чинників відбувається у вигляді таблиць), аналітичний, аналіз (виокремлення суттєвих ознак і характеристик із загального, несуттєвого), синтез (поєднання абстрагованих сторін у цілісне відображення реального стану речей).

Наукова новизна одержаних результатів. Вперше визначено відсотковий вміст текстових задач практичного і прикладного спрямування деяких підручники із серії підручників з математики основної і старшої школи авторів А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М. С. Якір [18-29]. Також визначено відсоток задач практичного змісту у сертифікованій роботі основної сесії ЗНО з математики 2021 року та національного мультипредметного тесту 2022 року; обчислено середнє значення показників успішності виконання текстових задач і дискримінативності їх учасниками. Узагальнено методичні особливості навчання розв’язувати задачі прикладного характеру, зокрема алгебраїчним методом. Розроблено конспекти уроків з теми дослідження

Практичне значення одержаних результатів. Практичне значення отриманих результатів полягає у розробці рекомендації, щодо навчання учнів розв'язувати задачі практичного змісту за допомогою рівнянь та їх систем у шкільному курсі математики. Матеріали можуть бути використані педагогічними працівниками під час викладання математики у шкільному курсі та у підготовці здобувачів освіти до різного рівня учнівських конкурсів.

Апробація результатів та публікації. За матеріалами кваліфікаційної роботи були зроблені виступи на конференціях, опубліковано тези доповідей та стаття:

- Ільченко-Наумова С. Задачі практичного змісту у зовнішньому незалежному оцінюванні з математики 2021 року // Збірник праць студентів фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С.Макаренка. – Суми : Вид-во фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2023. – Випуск 17. – С. 36-40.

- Ільченко-Наумова С. Задачі практичного змісту у зовнішньому незалежному оцінюванні з математики / Ільченко-Наумова С., Хворостіна Ю. // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс-2022 Форум молодих дослідників»: матеріали III Всеукраїнської науково-методичної інтернет-конференції студентів, аспірантів та молодих вчених (18 листопада 2022 р., м. Суми) – Суми: [СумДПУ імені А.С.Макаренка], 2022. – С. 35.

- Ільченко-Наумова С. Задачі практичного змісту як засіб формування математичної компетентності // Студентська звітна конференція: Матеріали результатів наукових досліджень молодих науковців. – Суми : Вид-во фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2023. – Випуск 17. – С.21-22

Структура та обсяг роботи. Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків до розділів, загального висновку, списку використаних джерел.

Повний обсяг роботи – 77 сторінок, з яких: 2 таблиці, 5 рисунків, список використаних джерел – із 54 найменувань на 7 сторінках.

<http://fizmat.ssru.edu.ua>
Дотримуйтесь
принципів академічної
доброчесності
<http://fizmat.ssru.edu.ua>

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Аналіз програм шкільного курсу математики щодо практичної та прикладної спрямованості

У характеристиці навчального змісту і особливостей його реалізації *навчальної програми з математики для учнів 5–9 класів загальноосвітніх навчальних закладів* [31] зазначається, що істотне місце у вивченні курсу математики займають текстові задачі, основними функціями яких є розвиток логічного мислення учнів та ілюстрація практичного застосування математичних знань. Під час розв'язування текстових задач учні вчаться використовувати математичні моделі. Процес розв'язання таких завдань сприяє ознайомленню із всіма темами, передбаченими шкільною програмою. Зокрема, серед загальних цілей шкільної математичної освіти висувається формування здатності застосовувати математичні методи у процесі розв'язування різноманітних навчальних і практичних задач. Також важливим є ознайомлення зі способами і методами математичних доведень, а також формування умінь їх практичного використання. Окремої теми, присвяченій вивченню задач практичного змісту, у програмі [31] не передбачено, проте вміння розв'язувати задачі такого типу сформульовано у очікуваних результатах навчально-пізнавальної діяльності учнів багатьох тем.

У *навчальній програмі для поглибленого вивчення математики в 8-9 класах загальноосвітніх навчальних закладів* [32] крім загальних завдань в основній школі, реалізуються особливі, характерні для даного етапу, завдання поглибленого навчання математики. Освітні цілі цих завдань охоплюють формування учнівських знань про елементи прикладної математики, а також навичок у створенні та дослідженні простих математичних моделей реальних процесів і явищ. У цій програмі передбачено вивчення теми «Елементи прикладної

математики» (9 клас, Алгебра). Вона ілюструє практичне застосування теоретичного матеріалу курсу математики в різних сферах реального життя. Практичну цінність цієї теми мають усвідомити в першу чергу учні, які планують займатися професійною діяльністю в галузях, де математика відіграє важливу роль. Це може служити додатковим стимулом для їхнього зацікавлення у поглибленому вивченні математики. Вивчення математичних моделей повинно базуватися на реальних життєвих ситуаціях, що сприятиме більш ефективному засвоєнню математичного матеріалу.

У програмах [31], [32] в очікуваних результатах навчально-пізнавальної діяльності учнів зазначається, що учень/учениця складає рівняння та системи рівнянь за умовою текстової задачі, розв'язує текстові задачі, зокрема за допомогою рівнянь та їх систем, застосовує вивчені означення і властивості до розв'язування задач практичного змісту при вивченні наступних тем: «Натуральні числа і дії з ними. Геометричні фігури і величини» (5 клас, Математика), «Раціональні числа та дії з ними» (6 клас, Математика), «Лінійні рівняння та їх системи» (7 клас, Алгебра), «Квадратні рівняння» (8 клас, Алгебра), «Трикутники. Ознаки рівності трикутників», «Коло і круг» (7 клас, Геометрія), «Чотирикутники», «Розв'язування прямокутних трикутників», «Многокутники. площі многокутників» (8 клас, Геометрія), «Розв'язування трикутників» «Вектори на площині» (9 клас, Геометрія) тощо.

У пояснювальній записці *навчальної програми з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів рівень стандарту* [33] зазначається, що для успішної участі в сучасному суспільному житті, особистість повинна володіти конкретними методами математичної діяльності та вміти застосовувати їх для вирішення реальних завдань. Навчання багатьох предметів загальноосвітньої школи також передбачає певний рівень математичної підготовки та готовності застосовувати ці знання.

Сучасний ринок праці висуває високі вимоги до математичних навичок, які є важливим елементом отримання якісної професійної освіти та подальшого розвитку. Тому основною метою математичного курсу є створення умов для досягнення практичної компетентності кожним учнем.

Практична компетентність є ключовим показником якості математичної освіти та готовності молоді до різних сфер діяльності. Вона свідчить про здатність молоді застосовувати математичні навички в повсякденному житті та у професійній сфері.

Однією з головних цілей математичного навчання є формування навичок застосування математики. Метод математичного моделювання використовується як ефективний засіб для реалізації практичної спрямованості шкільного курсу математики. Цей метод охоплює введення понять, виявлення зв'язків, ілюстрації, систему вправ і контролю. Такий підхід допомагає учням здобувати не лише теоретичні знання, а й вміння успішно застосовувати їх у різних життєвих ситуаціях.

У навчальній програмі [33] пояснено, що означає реалізація практичної спрямованості в процесі навчання математики. Створення запасу математичних моделей, які відображають реальні явища і процеси, є важливим завданням, оскільки вони мають широкий культурний вплив та вивчаються у різних предметах. Формування в учнів знань та навичок, необхідних для дослідження цих математичних моделей, є ключовим елементом освіти. Також важливим аспектом є навчання учнів побудові і дослідженню простих математичних моделей реальних явищ і процесів.

Впровадження інформаційно-комунікаційних засобів у навчання математики сприяє практичній спрямованості математичної освіти. Встановлення міжпредметних зв'язків математики з іншими предметами, особливо з природничими, є ефективним засобом забезпечення практичної спрямованості.

Особливу увагу слід приділяти встановленню зв'язків між математикою та інформатикою, що є ключовими галузями в підготовці особистості до життя в сучасному інформаційному суспільстві.

Отже, навчальна програма [33] пронизана практичною спрямованістю математичної освіти. Зокрема очікуваними результати навчально-пізнавальної діяльності учнів при вивченні теми «Похідна та її застосування» (10 клас, Алгебра і початки аналізу) є те, що учень розв'язує нескладні прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин, а при вивченні тем «Многогранники», «Об'єми многогранників», «Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл» (11 клас, Геометрія) – учень застосовує вивчені формули і властивості до розв'язування задач, зокрема прикладного змісту

Навчальна програма з математики для Учнів 10-11 класів (початок вивчення на поглибленому рівні з 8 класу) загальноосвітніх навчальних закладів поглиблений рівень [34] та навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів профільний рівень [35] також мають практичну спрямованість вивчення математики. Зокрема при вивченні теми «Інтеграл та його застосування» (11 клас, Алгебра і початки аналізу) учень повинен навчитися використовувати інтеграл для розв'язування прикладних задач, теми «Паралельність прямих і площин у просторі», «Перпендикулярність прямих і площин у просторі», «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі» (10 клас, Геометрія) учень повинен розв'язувати вправи, що передбачають моделювання життєвих ситуацій паралельності та ортогонального проєкціювання в задачах практичного та прикладного змісту, також моделювання задач природничих дисциплін навчально-практичного та прикладного змісту.

1.2. Аналіз підручників з теми дослідження

Для аналізу були вибрані деякі підручники із серії підручників з математики основної і старшої школи рекомендовані Міністерством освіти і науки України авторів А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М. С. Якір [18-29]. Ці підручники використовували вчителі математики, під час проходження мною педагогічної практики, та використовую особисто у своїй професійній діяльності.

Підручник з математики 5 класу [18] складається із двох розділів: перший розділ «Натуральні числа та дії над ними» складається із трьох параграфів, а другий розділ «Дробові числа і дії над ними» – двох параграфів. У першому параграфі «Натуральні числа» серед з вправ, у тому числі й усні, ми нарахували 39, які можна віднести до текстових задач практичного змісту, що становить 19,4% від загальної кількості вправ у цьому параграфі. Другий параграф за нашими підрахунками налічує 74 таких задачі, що становить 28,1% від загальної кількості вправ у цьому параграфі. Відсотки текстових задач практичного змісту по відношенню до загальної кількості вправ у третьому, четвертому і п'ятому параграфі відповідно становлять 29,1%; 27,8% і 51,6%. Найбільший відсоток задач практичного змісту містить 5 параграф, у якому основна їх кількість зосереджена у темах «Відсотки. Знаходження відсотків від числа», «Знаходження числа за його відсотками». У загальному підручник з математики 5 класу містить 31,2% таких задач. Звичайно майже усі текстових задач учні 5 класу розв'язують арифметичним способом. Але у пункті 10 «Рівняння» другого параграфу є групи вправ, у яких ставиться завдання «Розв'яжіть за допомогою рівняння задачу». Наприклад, вправа 277 на рисунку 1.1:

277. Розв'яжіть за допомогою рівняння задачу:

- 1) Івасик задумав число. Якщо до цього числа додати 27 і від отриманої суми відняти 14, то одержимо число 36. Яке число задумав Івасик?



- 2) Бабуся спекла 60 пиріжків. Частина пиріжків вона віддала сусідам, а 20 пиріжками пригостила онуків. Після цього в неї залишилось 28 пиріжків. Скільки пиріжків бабуся віддала сусідам?

Рис. 1.1. Вправа 277 Математика 5 клас

Підручник математика 6 клас [19] складається з чотирьох параграфів: «Подільність натуральних чисел», «Звичайні дроби», «Відношення і пропорції» і «Рациональні числа і дії над ними». Перший параграф містить найменшу кількість текстових задач, порівняно з іншими параграфами, і налічує 14% від загальної кількості вправ у цьому параграфі. Другий параграф містить 26,9% відсотка таких задач. У пунктах «Пропорції», «Відсоткове відношення двох чисел», «пряма і обернена пропорційність» та «Діаграми» третього параграфа зосереджена основна кількість текстових задач практичного змісту цього параграфа, який налічує 38,9% таких задач. І останні четвертий параграф містить 19,9% задач практичного спрямування. Підсумовуючи, підручник математика 6 клас містить близько 28,9% задач практичного спрямування, основна маса яких розв'язується арифметичним методом, але є задачі, які розв'язуються за допомогою рівнянь. Так, пункт

«Розв'язування задач за допомогою рівнянь» містить 35 вправ і майже усі їх можна віднести до задач практичного змісту.

Підручник з алгебри 7 клас [20] містить чотири змістових параграфів. Перший параграф «Лінійні рівняння з однією змінною» містить 46,2 % текстових задач, причому майже усі задачі зосереджені у пункті «Розв'язування текстових задач». У цьому пункті автори підручника виділяють основні способи розв'язання текстових задач: за допомогою рівнянь; арифметичний спосіб («розв'язання задач по діях»); за допомогою побудови математичної моделі у вигляді геометричної фігури (схеми). Другий параграф «Цілі вирази» містить лише 9,6% текстових задач практичного змісту, причому лише у рубриці «Вправи на повторення». У третьому параграфі «Функції» таких задач налічується 10,8% від загальної кількості вправ у цьому параграфі. Четвертий параграф «Системи лінійних рівнянь з двома змінними» містить 27,8% задач, які можна віднести до задач практичного спрямування. У перших пунктах цього параграфу можна зустріти задачі, у яких вимагається лише скласти рівняння за умовою, а не розв'язати задачу. Приклад такої вправи наведено на рис.1.2.

1090.* Складіть рівняння з двома змінними за такою умовою:

- 1) довжина прямокутника дорівнює x м, ширина — y м, периметр — 18 м;
- 2) автобус їхав 4 год зі швидкістю x км/год і 3 год зі швидкістю y км/год, проїхавши всього 250 км;
- 3) зошит коштує x грн, а ручка — y грн, 2 ручки дорожчі за 5 зошитів на 1,2 грн;
- 4) кусок сплаву масою x кг, який містив 12 % міді, та кусок сплаву масою y кг, який містив 20 % міді, сплавили разом і отримали новий сплав, що містить 9 кг міді;
- 5) в одному ящику було x кг цукерок, а в другому — y кг; після того як із першого ящика переклали в другий 8 кг цукерок, в обох ящиках цукерок стало порівну.

Рис. 1.2. Вправа 1090 Алгебра 7 клас

У пункті «Розв'язування задач за допомогою систем лінійних рівнянь» розглядаються в основному задачі, у яких системи двох лінійних рівнянь із двома змінними використовують як математичні моделі реальних ситуацій. З вище проведеного аналізу, можна зробити висновок, що розглядуваний підручник з алгебри для учнів 7 класу містить 16,5% задач практичного спрямування.

Підручник з алгебри для учнів 8 класу [22] розділено на три параграфи «Раціональні вирази», «Квадратні корені. Дійсні числа» і «Квадратні рівняння». Перші два параграфи майже не містять текстових задач, а якщо і з'являються, то в основному у рубриці «Вправи на повторення». Відсотки таких задач відповідно у першому і другому параграфі становлять 9,5% і 5,4% від загальної кількості вправ у кожному параграфі. А от у третьому параграфі особливу увагу стосовно теми кваліфікаційного дослідження становить пункт «Раціональні рівняння як математичні моделі реальних ситуацій». Цей пункт містить 30 вправ, а інші пункти цього параграфа майже не містять задач практичного змісту. І тому відсоток таких задач у третьому параграфі становить 13,3%. Загальний вміст задач практичного спрямування становить 9,3%.

У підручнику з алгебри для учнів 9 класів [24] вміщає у собі 13,9% задач практичного змісту. У першому параграфі «Нерівності» міститься 5,4% таких задач від загальної кількості вправ у цьому параграфі, у другому параграфі «Квадратична функція» – 15,5%, а у третьому параграфі «Числові послідовності» – 14,2%. У всіх пунктах текстові задачі майже в повній мірі містяться у рубриці «Вправи на повторення», крім пункту «Системи двох рівнянь із двома змінними як математичні моделі прикладної задачі». У цьому пункті автори означають поняття математичної моделі, прикладної задачі і майже усі вправи носять прикладний характер. Також можна зустріти текстові задачі практичного спрямування і за межами основних змістових параграфів: у рубриці «Для тих, хто хоче знати більше».

Наступні підручники з математики [28] і [29] для учнів 10 та 11 класів рівня стандарт були проаналізовані лише у частині алгебра і початки аналізу.

У підручнику з математики для учнів 10 класу у перших двох параграфах «Функції, їхні властивості та графіки», «Тригонометричні функції» ми не змогли знайти серед вправ жодної задачі практичного змісту. А у третьому параграфі «Похідна та її застосування» таких задач ми нарахували 6. Таким чином у цьому підручнику у частині алгебра і початки аналізу міститься 1,2% задач практичного спрямування.

У підручнику з математики для учнів 11 класу текстові задачі практичного змісту можна зустріти лише при вивченні визначеного інтеграла і у третьому параграфі «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики». Відсоток таких задач по відношенню до усіх вправ з розділу «Алгебра і початки аналізу» становить 11,2%.

Середній відсоток вмісту задач практичного змісту за усіма підручниками, що аналізувалися, становить 16%.

1.3. Задачі практичного змісту у ЗНО 2021 року та НМТ 2022 року з математики

У програмі зовнішнього незалежного оцінювання з математики [40] виокремлено одне із основних завдань ЗНО з математики – оцінка вмінь учасників «будувати математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ та досліджувати ці моделі засобами математики». Практично зорієнтовані завдання є актуальними у навчальному процесі, що підкреслює єдиність математичних знань із різними сферами людського життя.

Завдання ЗНО (основної сесії) та НМТ (на прикладі першої зміни четвертої сесії) практичного змісту були представлені у завданнях таких типів:

- завдання з вибором однієї правильної відповіді (перевірка уміння аналізувати та працювати з даними в табличній, текстовій та графічній формах, застосування властивостей геометричних фігур та тіл до розв'язання задач прикладного характеру);
- структуроване завдання відкритої форми з короткою відповіддю (розв'язування сюжетних задач на відсоткові співвідношення та пропорції);
- неструктуроване завдання відкритої форми з короткою відповіддю (обчислення ймовірності випадкових подій, розв'язання комбінаторних задач).

Нами був здійснений аналіз завдань ЗНО 2021 року та НМТ 2022 року з математики у контексті виокремлення та аналізу задач практичного змісту та використано психометричні характеристики завдань сертифікаційної роботи з математики офіційного звіту про проведення в 2021 році зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти [38] та національного мультипредметного тесту з математики у 2022 році [39]. У офіційному звіті використовується наступні поняття.

Складність тестового завдання (P-value) – показник успішності виконання цього завдання учасниками тестування. Визначають як відношення (у відсотках) кількості балів, набраних усіма учасниками за виконання цього завдання, до максимальної кількості балів, яку вони могли б отримати за його виконання. У таблиці наведено інтервали значень складності та характеристику тестового завдання.

Інтервал значення P-value	Характеристика завдання
> 80 %	дуже легке
60 – 79 %	легке
40 – 59 %	оптимальне
21 – 39 %	складне
≤ 20 %	дуже складне

Розподільна здатність (дискримінативність) тестового завдання (D-index) – здатність тестового завдання відділяти учасників тестування з різним рівнем

навчальних досягнень. Дискримінативність завдання визначають як різницю складності завдання для сильної та слабкої (добре і погано підготовленої) груп учасників тестування. У таблиці наведено інтервали значень розподільної здатності та характеристику дискримінативності тестового завдання.

Інтервал значення D-index	Характеристика дискримінативності завдання
41 – 100 %	дуже хороша
31 – 40 %	хороша
21 – 30 %	середня
≤ 20 %	низька

Завдання 1 (основна сесія ЗНО 2021, №1)

За 6 однакових конвертів заплатили 3 грн. Скільки всього таких конвертів можна купити за 12 грн?

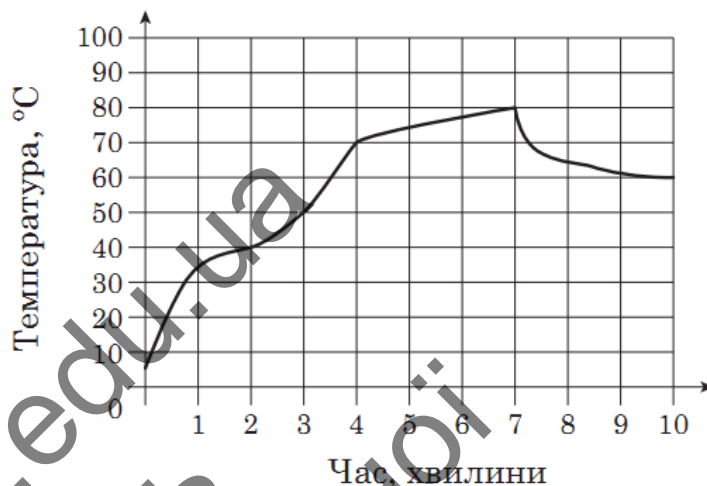
А	Б	В	Г
6	24	30	36

Правильна відповідь: Б. Харківський регіональний центр оцінювання якості освіти надає такі статистичні дані: відповідь Б була присутня у бланках 89,1% учасників, близько 11% учнів відповіли неправильно або не виконали завдання взагалі. Складність завдання (P-value) визначена 89,1, а дискримінація (D-index) – 21,9. Отже, це завдання відноситься до дуже легких із середньою дискримінативністю.

Завдання 2 (основна сесія ЗНО 2021, №2)

На графіку відображено зміну робочої температури двигуна легкового автомобіля протягом 10 хвилин з моменту його запуску. Визначте за графіком кількість хвилин, протягом яких робоча температура двигуна була не більшою за 50 °C

А	Б	В	Г
7	4	3	2

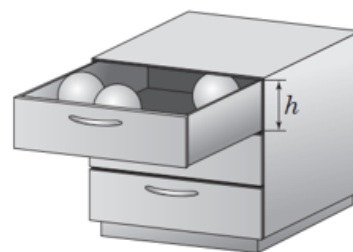


Правильна відповідь: В. Харківський регіональний центр оцінювання якості освіти надає такі статистичні дані: відповідь В була присутня у бланках 85,3% учасників, близько 15% учнів відповіли неправильно або не виконали завдання взагалі. Складність завдання (P-value) визначена 85,3, а дискримінація (D-index) – 29,3. Отже, це завдання відноситься до дуже легких із середньою дискримінативністю.

Завдання 3 (основна сесія ЗНО 2021, №3)

Пластикові кульки радіуса 6 см зберігають у висувній шухляді, що має форму прямокутного паралелепіпеда (див. рисунок). Якою з наведених може бути висота h цієї шухляди?

А	Б	В	Г
3 см	6 см	10 см	13 см



Правильна відповідь: Г. Харківський регіональний центр оцінювання якості освіти надає такі статистичні дані: відповідь Г була присутня у бланках 53,7% учасників, 46,3% учнів відповіли неправильно або не виконали завдання взагалі. Складність завдання (P-value) визначена 53,7, а дискримінація (D-index) – 83,3. Отже, це завдання відноситься до оптимальних із дуже хорошою дискримінативністю.

Завдання 4 (основна сесія ЗНО 2021, №8)

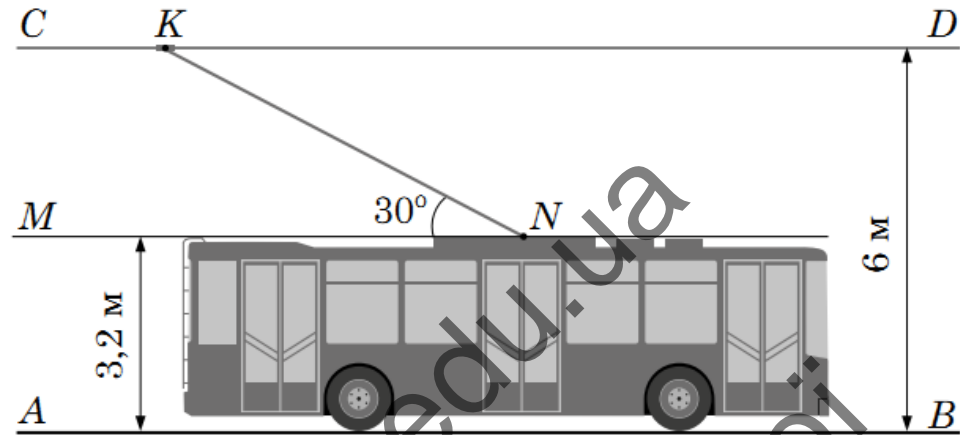
Для місцевості, що лежить на рівні моря, нормальний атмосферний тиск становить 760 мм рт. ст. Із підняттям на кожні 100 метрів угору атмосферний тиск знижується на 10 мм рт. ст. Укажіть з-поміж наведених формулу, за якою визначають атмосферний тиск p (у мм рт. ст.) на висоті h метрів над рівнем моря.

А	Б	В	Г	Д
$p = \frac{760 \cdot 100}{10h}$	$p = 760 - \frac{100h}{10}$	$p = 760 + \frac{10h}{100}$	$p = 760 + \frac{100h}{10}$	$p = 760 - \frac{10h}{100}$

Правильна відповідь: Д. Харківський регіональний центр оцінювання якості освіти надає такі статистичні дані: відповідь Д була присутня у бланках 24,6% учасників, 75,4% учнів відповіли неправильно або не виконали завдання взагалі. Складність завдання (P-value) визначена 24,6, а дискримінація (D-index) – 44,7. Отже, це завдання відноситься до складних із дуже хорошою дискримінативністю.

Завдання 5 (основна сесія ЗНО 2021, №16)

Прямолінійною дорогою AB рухається тролейбус (див. рисунок). Лінія CD електричного дроту паралельна AB й даху MN тролейбуса. Штанга KN , що на рисунку є відрізком, утворює з MN кут 30° . Відстані між прямими CD й AB , MN й AB дорівнюють 6 м і 3,2 м відповідно. Укажіть проміжок, якому належить довжина (у м) штанги KN . Уважайте, що всі зазначені прямі лежать в одній площині.



А	Б	В	Г	Д
[1; 3)	[3; 5)	[5; 5,5)	[5,5; 6)	[6; 8)

Правильна відповідь: Г. Харківський регіональний центр оцінювання якості освіти надає такі статистичні дані: відповідь Г була присутня у бланках 46% учасників, 54% учнів відповіли неправильно або не виконали завдання взагалі. Складність завдання (P-value) визначена 46,0, а дискримінація (D-index) – 68,8. Отже, це завдання відноситься до оптимальних із дуже хорошою дискримінативністю.

Завдання 6 (основна сесія ЗНО 2021, №21)

Олена купила через веб-сайт посадочний документ (див. фрагмент документа) на потяг, що коштує 240 грн. У його вартість входять вартості: квитка – 34,50 грн, плацкарти – 147 грн і інших витрат – 58,50 грн. За 10 годин до відправлення потяга Олена вирішила повернути цей посадочний документ. Відповідно до правил за таких умов їй повертають лише вартість квитка й половину вартості плацкарти. Крім того, за повернення посадочного документа з Олени додатково стягнуть збір 18 грн.

МПС	ЦЕЙ ПОСАДОЧНИЙ ДОКУМЕНТ Є ПІДСТАВОЮ ДЛЯ ПРОЇЗДУ		
Прізвище, Ім'я	Абвгдейко Олена		Поїзд
Відправлення	2200001	КИЇВ-ПАСАЖИРСЬКИЙ	Вагон
Призначення	2200200	ВІННИЦЯ	Місце
Дата/час відпр.	12.12.2020 06:50		Сервіс
Дата/час приб.	12.12.2020 09:09		
ВАРТ = 240,00 ГРН			

1. Яку суму грошей P (у грн) отримає Олена, повернувши цей документ?
2. Скільки відсотків від вартості документа становить сума грошей P ?

Правильна відповідь на запитання 1: 90 грн. Харківський регіональний центр оцінювання якості освіти надає такі статистичні дані: відповідь 90 грн була присутня у бланках 54,2% учасників, близько 56% учнів відповіли неправильно або не виконали завдання взагалі. Складність завдання (P -value) визначена 54,2, а дискримінація (D -index) – 59,5. Отже, це завдання відноситься до оптимальних із дуже хорошою дискримінативністю.

Правильна відповідь на запитання 2: 37,5%. Харківський регіональний центр оцінювання якості освіти надає такі статистичні дані: відповідь 37,5% була присутня у бланках 28,2% учасників, близько 72% учнів відповіли неправильно або не виконали завдання взагалі. Складність завдання (P -value) визначена 28,2, а дискримінація (D -index) – 65,9. Отже, це завдання відноситься до складних із дуже хорошою дискримінативністю.

Завдання 7 (основна сесія ЗНО 2021, №25)

У першому класі 15 дівчаток, з яких лише одна на ім'я Дарина, і 11 хлопчиків. На першому уроці вчителька навмання формує пари дітей, які сидіти-муть за однією партою. Першою вона вибирає пару для Дарини. Яка ймовірність того, що Дарина сидітиме за однією партою з дівчинкою?

Правильна відповідь: 0,56. Харківський регіональний центр оцінювання якості освіти надає такі статистичні дані: відповідь 0,56 була присутня у бланках

15,7% учасників, 84,3% учнів відповіли неправильно або не виконали завдання взагалі. Складність завдання (P-value) визначена 15,7, а дискримінація (D-index) – 52,4. Отже, це завдання відноситься до дуже складних із дуже хорошою дискримінативністю.

Завдання 8 (основна сесія ЗНО 2021, №26)

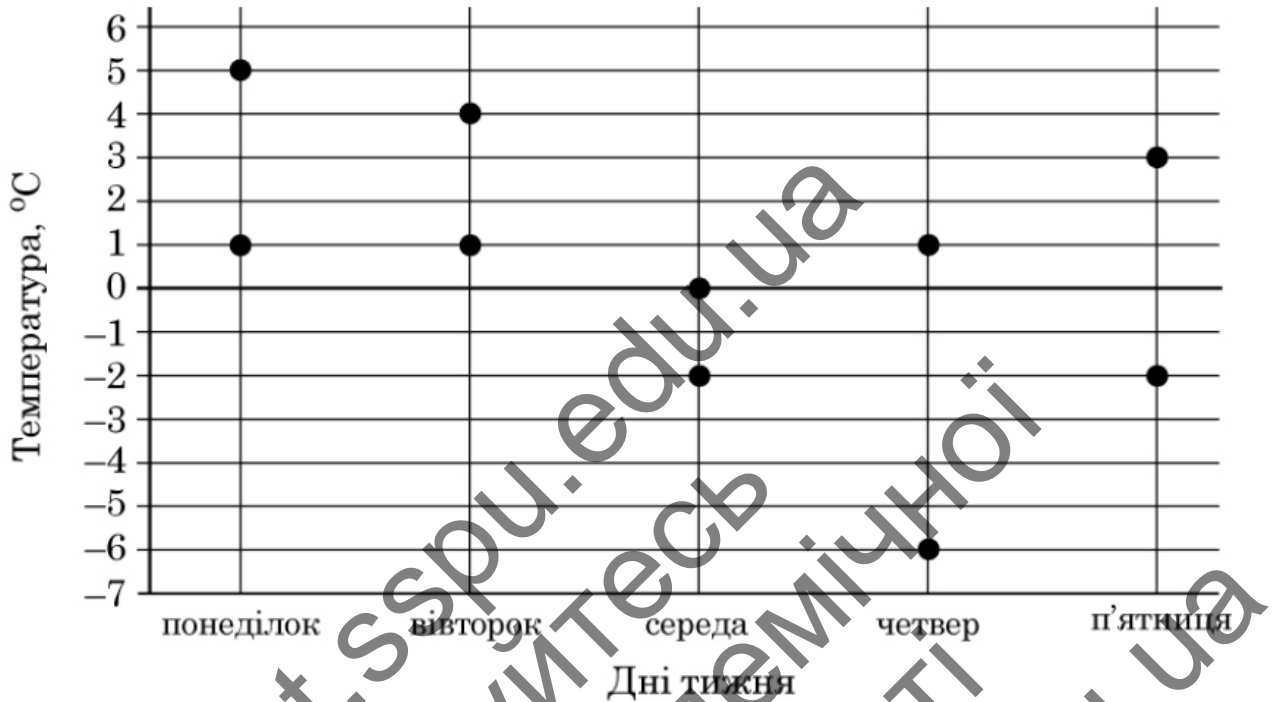
Для приготування дезінфікувального розчину концентрат розводять водою в масовому відношенні 2: 7 відповідно, після чого на кожні 10 г води додають 1 г ароматичної рідини. Скільки грамів концентрату потрібно для приготування 485 г розчину?

Правильна відповідь: 100 г. Харківський регіональний центр оцінювання якості освіти надає такі статистичні дані: відповідь 100 г була присутня у бланках 7,8% учасників, 92,2% учнів відповіли неправильно або не виконали завдання взагалі. Складність завдання (P-value) визначена 7,8, а дискримінація (D-index) – 24,0. Отже, це завдання відноситься до дуже складних із середньою дискримінативністю.

Задачі практичного змісту становили 23,5 % від загальної кількості завдань сертифікованої роботи основної сесії ЗНО з математики 2021 року. Середнє арифметичне показників успішності виконання текстових задач (P-value) учасниками ЗНО 2021 року становить 44,96, а дискримінативності (D-index) – 49,97. Отже, задачі практичного змісту ЗНО 2021 року відноситься до оптимальних із дуже хорошою дискримінативністю.

Завдання 9 (перша зміна четверта сесія НМН 2022, №1)

На рисунку показано точками найвищу і найнижчу температури повітря з понеділка до п'ятниці в деякому місті України. У який день різниця між найвищою та найнижчою температурами повітря була найбільшою?



- А Понеділок
- Б Вівторок
- В Середа
- Г Четвер
- Д П'ятниця

Правильна відповідь: Г. Харківський регіональний центр оцінювання якості освіти надає такі статистичні дані: відповідь Г була присутня у бланках 80,5% учасників, 19,5% учнів відповіли неправильно або не виконали завдання взагалі. Складність завдання (P-value) визначена 80,5, а дискримінація (D-index) – 41,8. Отже, це завдання відноситься до дуже легких із дуже хорошою дискримінативністю.

Завдання 10 (перша зміна, четверта сесія НМН 2022, №2)

У під'їзді шістнадцятиповерхового будинку на першому поверсі розташовано 6 квартир, а на кожному з решти поверхів – по 8. На якому поверсі квартира № 31, якщо квартири від № 1 і далі пронумеровано послідовно від першого до останнього поверху?

А	Б	В	Г	Д
3	4	5	6	7

Правильна відповідь: В. Харківський регіональний центр оцінювання якості освіти надає такі статистичні дані: відповідь В була присутня у бланках 77,7% учасників, 22,3% учнів відповіли неправильно або не виконали завдання взагалі. Складність завдання (P-value) визначена 77,7, а дискримінація (D-index) – 35,6. Отже, це завдання відноситься до легких із хорошою дискримінативністю.

Задачі практичного змісту становили лише 10 % від загальної кількості завдань мультипредметного тесту блоку математика 2022 року. Середнє арифметичне показників успішності виконання текстових задач (P-value) учасниками НМТ (блок математика) 2022 року становить 79,1, а дискримінативності (D-index) – 38,7. Отже, задачі практичного змісту НМТ 2022 року відноситься до легких із дуже хорошою дискримінативністю.

Якісна підготовка школярів передбачає озброєння їх математичними методами пізнання реальної дійсності. Цьому сприяє зближення методів розв'язування задач, що розглядають у курсі математики, з методами розв'язання задач, що виникають на практиці. Тому використання задач практичного змісту під час вивчення математики є важливим аспектом свідомого сприйняття навчального матеріалу учнями, адже саме задачі практичного змісту викликають у школярів активізацію розумової діяльності, сприяють виникненню особистих мотивів навчання. Задачі, які містять нові відомості з різних життєвих галузей, розвивають інтерес і допитливість.

Висновки до розділу 1

У цьому розділі ми проаналізували програми шкільного курсу математики та деякі шкільні підручники з математики щодо практичної та прикладної спрямованості. Також розглянули задачі практичного змісту у зовнішньому незалежному оцінюванні з математики 2021 року та національному мультипредметному тесті 2022 року з математики.

У очікуваних результатах навчальних програма з математики зазначається, що учні, керуючись умовами текстових задач, складають рівняння та системи рівнянь, розв'язують текстові задачі, використовуючи рівняння та їх системи, а також застосовують вивчені означення і властивості для розв'язання практично орієнтованих задач у процесі навчання. Важливою частиною цього процесу є використання математичних моделей при розв'язанні текстових задач, що супроводжується освоєнням широкого спектру тем, передбачених навчальними програмами.

Але аналіз деяких шкільних підручників показує, що відсоток задач практичного чи прикладного характеру дуже низький. І вчителю буде дуже важко за допомогою досліджуваних підручників у повній мірі забезпечити результати навчання, що зазначені у навчальних програмах з математики.

Проаналізувавши завдання основної сесії ЗНО з математики 2021 року, можна зробити висновок, що задачі практичного змісту відносяться до оптимальних із дуже хорошою дискримінативністю. А з аналізу завдань НМТ 2022 року випливає, що задачі практичного змісту відносяться до легких і також із дуже хорошою дискримінативністю.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

2.1. Текстові задачі як засіб формування математичної компетентності

Поняття «задача» знаходить широке застосування не лише в математиці, але і в різних галузях науки. У педагогічній літературі не існує єдиного визначення математичної задачі. У шкільному курсі математики, поняття задачі широко трактується як вимога обчислити, перетворити, побудувати, довести або дослідити щось, або питання, яке є еквівалентним цій вимозі. До того ж, сучасні педагоги розповсюджують різні тлумачення поняття "текстова задача", і, зазвичай, багато авторів розглядають поняття "текстова задача" і "сюжетна задача" як взаємозамінні. Декілька авторів, таких як Г.П. Бевз, О.Б. Єпішева, В.І. Крупич, Ю.М. Колягін, С.М. Лук'янова, Л.О. Соколенко, А.М. Пишкало, З.І. Слєпкань, А.А. Столяр, Л.В. Шелехова, В.О. Швець, Л.Г. Флон, Л.П. Фрідман та інші, пропонують свої власні визначення текстових задач. Наприклад, текстовою задачею може бути названо завдання, яке ставить вимогу знайти значення певної величини на основі інформації, поданої у формі відомих відношень між іншими величинами [30]. У своїх дослідженнях, автори розглядають структуру задачі, виокремлюють етапи її розв'язування, описують методи та прийоми, які застосовуються в цьому процесі, та розробляють різноманітні класифікації математичних задач. Давайте розглянемо деякі приклади визначень. Наприклад, А.А. Столяр визначає математичну задачу як завдання, сформульоване за допомогою математичних термінів. З іншого боку, Г.П. Бевз [2], М.В. Богданович, М.В. Козак, З.І. Слєпкань, Р.С. Черкасов розглядають математичну задачу як будь-яку вимогу обчислити, побудувати, довести або дослідити щось, що включає в себе кількісні відношення та просторові форми, що визначаються знаннями про навколишній світ. Незалежно від різних трактувань цього поняття, автори взагалі

згодні щодо основних складових будь-якої задачі, таких як умова, запитання, відомі та невідомі величини та суб'єкт, який розв'язує задачу.

Під текстовою задачею розуміють сформульовану природною мовою вимогу для визначення невідомого числа або значення конкретної величини на підставі взаємозв'язків між числами або значеннями різних величин. У кожній текстовій задачі існує певне вихідне дане та питання, яке потрібно вирішити. Те, що подається в умові задачі, називається її постановкою, в той час як запитання про шукану величину оформлено у вимозі [17].

Умова текстової задачі представляє собою частину тексту, в якій описана сюжетна ситуація (подія, явище, процес), числові значення, що охоплюють її кількісну сторону, та відношення між цими значеннями. Ситуація завершується вимогою визначити невідомий компонент. Вимога може бути сформульована у вигляді інструкції або запитання. Важливо зауважити, що у багатьох випадках умову задачі розглядають як весь текст задачі, але правильна постановка задачі передбачає наявність як умови, так і запитання. Умова задачі зазвичай містить характеристики об'єктів задачі, де ці об'єкти можуть бути різними: предметами, явищами, подіями або процесами.

Математичним змістом текстових задач є не самі за собою явища, а ті їхні аспекти, в яких виражена їхня кількісна характеристика. Ця сторона явища або об'єкта задачі виявляється у визначенні (у умові задачі) числових величин і їх значень - як відомих, так і невідомих.

У тексті задачі подаються вихідні дані, які, зазвичай, представлені числами. Вони описують кількісні відносини у ситуації, описаній в задачі: значення величин, числові параметри наборів даних, а також числові зв'язки між ними. Зазвичай числові параметри величин та числові зв'язки визначаються числами, але числові відношення між ними можуть бути подані словесно. Знайти невідоме

значення у числовому вигляді, зазвичай, є основною метою вирішення текстової задачі.

Важливо, щоб запитання задачі було логічно пов'язаним з її умовою. Згідно з висловлюванням А.К. Артьомова, такий зв'язок може бути прямим або непрямим. Прямий зв'язок передбачає, що запитання задачі безпосередньо впливає з інформації, наданої в умові, і для його відповіді потрібно використовувати цю інформацію. Непрямий зв'язок означає, що запитання задачі не має безпосереднього зв'язку з умовою і вимагає попереднього перетворення, щоб встановити цей зв'язок. При цьому перетворення може бути виконане різними способами, що може призвести до різних методів розв'язування задачі:

1. Переформулювання запитання – заміна даного запитання іншим, що є рівносильним першому, тобто таким, щоб з першого логічно слідував другий та навпаки.

2. Добір допоміжного запитання. В цьому випадку до запитання даної задачі ставиться допоміжне запитання, відповідь на яке дозволяє відповісти на запитання даної задачі. При цьому добір може бути неоднозначним, що породжує різні способи розв'язування.

У результаті встановлення зв'язку між умовою і вимогою формується визначається оператор задачі – це окрема дія (у випадку простих задач) або набір дій (у випадку складених задач), які виконуються для розв'язування задачі.

Залежно від кількості арифметичних дій, необхідних для відповіді на запитання, всі текстові задачі розділяють на два класи: прості та складені. [17].

Під простою задачею розуміють текстову задачу, на яку можна відповісти безпосередньо, виконавши лише одну арифметичну операцію. Складена задача, навпаки, – це задача, на яку неможливо відповісти однією арифметичною дією, для розв'язання складеної задачі потрібно виконувати дві або більше арифметичних операцій.

Враховуючи наведені вище факти, підкреслюємо важливість, того що майбутні вчителі повинні мати чітке уявлення про структуру текстових задач. Це включає розуміння умови та вимоги, як складових задачного формулювання, розрізняння канонічного та неканонічного формулювання задачі, виявлення об'єктів задачі, розуміння математичного змісту текстових задач, включаючи числові дані, невідому величину, взаємозв'язки між числовими даними та невідомою, а також різні види співвідношень, які пов'язані з задачею. Важливо також розуміти логічну основу умови задачі та методи виявлення прихованих логічних зв'язків.

Розв'язувати задачу означає виконати в ній необхідні дії, такі як обчислення, побудови, дослідження чи доведення. При розв'язанні задачі на доведення ми не отримуємо просто відповідь, а отримуємо підтвердження сформульованого в задачі твердження. Відповідь до задачі не вгадується, вона знаходиться шляхом виконання необхідних кроків. Для знаходження невідомих чисел важливо зрозуміти, які дії та операції потрібно виконати, над якими числами працювати, в якому порядку ці дії виконувати і чому саме ці кроки призводять до відповіді на запитання задачі.

Процес розв'язання задачі включає в себе кілька етапів, включаючи аналіз задачі, будівництво моделі, вибір методу розв'язання, запис послідовності кроків, перевірку розв'язку, дослідження задачі та її розв'язання, формулювання відповіді і навчальний аналіз задачі та способу її розв'язання.

Зазвичай у процесі розв'язання текстових задач використовують лише чотири основних етапи: аналіз задачі, складання плану розв'язання, запис розв'язання і формулювання відповіді. При розв'язанні складних, проблемних задач або завдань із узагальнюючим значенням, зупиняються на всіх етапах. Однак сучасний підхід до математичної освіти в школі викликає підвищену увагу до другого етапу – побудови моделі задачі.

Серед різних видів текстових задач виділяють практичні і прикладні задачі, кожна з яких відіграє важливу роль у навчанні.

Практичні задачі допомагають учням розуміти практичний застосунок математики у повсякденному житті, розвивати навички самостійного розв'язання не лише математичних завдань, але і життєвих проблем, а також формувати в них відповідальне ставлення до навколишнього середовища і повагу до оточуючих. Задачі практичного змісту демонструють учням необхідність вивчення теоретичного матеріалу і показують, як математичні абстракції виникають з реальних життєвих ситуацій.

Прикладні задачі в математиці відрізняються від інших тим, що містять нематематичні поняття у своїй умові. У літературі виділяють кілька підходів до визначення прикладних задач, а саме: задачі, які потребують перекладу з природної мови на математичну; завдання, які подібні за формулюванням і методами розв'язання до реальних практичних завдань; сюжетні задачі, які сформульовані у формі проблемних завдань. Однак всі вони мають спільні ознаки: запитання задачі ставиться так, як це зазвичай відбувається в житті, розв'язок має практичне значення, дані та шукані величини задачі мають реальну природу і походять із реальних ситуацій.

Орієнтація на практичне використання математичних знань в задачах допомагає учням розвивати навички, які можна використовувати в реальному житті та в інших предметах, таких як географія, фізика, хімія, біологія, економіка, соціологія, медицина і технології.

Прикладні задачі повинні відповідати декільком умовам:

- мати практичний зміст, який ілюструє практичне значення математичних знань;
- відповідати вимогам шкільної програми та підручників;

- бути сформульованими зрозумілою мовою, уникати складних термінів, які можуть потребувати додаткових пояснень;
- мати реальні числові дані, які відповідають реальним ситуаціям;
- відображати особистий досвід учнів у змісті, що викликати пізнавальний інтерес;
- відображати ситуації в різних галузях, таких як виробництво, економіка, торгівля, та ілюструвати застосування математики в конкретних професіях.

Використання прикладних задач сприяє створенню проблемних ситуацій на уроці. Розв'язування таких задач стимулює учнів здобувати нові знання, розширювати свій теоретичний багаж з технічних і інших предметів та готує до дорослого життя. Інформацію для створення прикладних задач можна брати з різних галузей науки, виробництва, сільського господарства. Умови таких задач повинні бути різноманітними, включаючи описову частину, розрахунки та інші аспекти, уникати монотонності та шаблонних формулювань.

На уроках математики розумно включати прикладні задачі, оскільки робота з ними сприяє розвитку важливих навичок учнів. Розв'язання прикладних завдань допомагає їм краще зрозуміти сутність математичних понять і застосовувати свої знання на практиці. Також це сприяє аналізу результатів, робить можливим зробити відповідні узагальнення, порівняння і зробити висновки. Робота з прикладними задачами розширює кругозір учнів, а також сприяє розвитку системного мислення. Розв'язування завдань прикладного характеру на уроках математики розвиває учнівські навички та здатність до здійснення оптимальних виборів. Вирішення таких завдань сприяє формуванню позитивних моральних рис особистості, таких як старанність, кмітливість, працьовитість, відповідальність та наполегливість у досягненні цілей.

Використання прикладних задач є одним із шляхів реалізації міжпредметних зв'язків, дидактичного принципу організації навчально-пізнавальної діяльності

особистості, що сприяє інтеграції математики до інших навчальних предметів (табл. 2.1).

Таблиця 2.1.

Наявність прикладних задач у шкільному курсі

Предмет	Тема	Математична складова
Фізика	Рівномірний рух, рівноприскорений рух	Арифметична прогресія, лінійна і квадратична функції
	Шлях при рівноприскореному русі, вільне падіння	Квадратні рівняння, графік квадратичної функції
	Закон додавання швидкостей	Рух за течією і проти течії, нерівності, алгебраїчні рівняння
Хімія	Задачі на розчини та сплави	Відсоткові розрахунки
	Задачі на змішування розчинів	Відсоткові розрахунки, алгебраїчні рівняння та їх системи
Географія	Приріст населення	Прогресії
Біологія	Розмноження живих організмів	Геометрична прогресія

Використання задач практичного змісту у процесі навчання математики має дуже важливе значення. Це допомагає учням усвідомити важливість опанування математичними знаннями та сприяє більш свідомому та активному засвоєнню навчального матеріалу. Майбутні вчителі математики повинні пам'ятати, що їх завдання включає в себе формування в учнів старшої школи таких навичок: уміння аналізувати умову текстової задачі та виділяти основні типи текстових

задач; здатність розуміти залежності між величинами та вміння виражати невідомі величини через відомі; уміння розрізняти дві однакові величини, які виражені різними способами; здатність логічно обґрунтовувати математичні твердження та використовувати математичні методи під час розв'язання текстових задач; використання математичних знань та вмінь для вирішення задач міжпредметного змісту; уміння ефективно працювати з підручником та критично оцінювати умову текстової задачі, навіть якщо вона містить неповну або зайву інформацію; здатність виділяти головне, аналізувати, робити висновки; використання отриманих математичних знань у повсякденному житті, що сприяє формуванню математичної компетентності старшокласників. [30].

2.2. Методичні особливості навчання розв'язувати задачі прикладного характеру

Розвиток навичок розв'язування текстових задач базується на систематичному набутті математичних знань, формуванні вмінь і навичок у математичному моделюванні, обчисленні та розвитку розумової діяльності (планування, пошук раціональних методів, критичне мислення та ін.).

Дослідники умовно поділяють текстові задачі на кілька основних типів за загальними підходами до їх розв'язання: задачі на спільну роботу, задачі на розчини та суміші, задачі на рух, задачі на відсотки.

Деякі методисти (такі як В.А. Ярошук, А.Ф. Єсаулов, З.І. Калмикова, Н.О. Менчинська) вважають, що необов'язково ставити оцінювання на тип текстових завдань і не обмежувати учнів конкретною методикою їх розв'язання. Вони вважають, що кожен учень має можливість вибрати метод розв'язання, який він розуміє найкраще. Основною метою вчителя є надання загальних принципів, базових знань і методів, які допоможуть учням при виборі оптимального методу розвитку завдань.

Задачі на спільну роботу відрізняються за власною специфікою розв'язання і зустрічаються в шкільному курсі математики з 6-го по 9-й клас. Починаючи з 6-го класу, після вивчення операцій із звичайними дробами, учні знайомляться з базовими завданнями цього типу. У 7 класі подібні задачі зустрічаються серед задач на повторення. У курсі алгебри 8-го класу аналогічні задачі можна виділити поступове ускладнення завдань на спільну роботу, для розв'язування яких використовують квадратні рівняння. У курсі алгебри 9-го класу подібні задачі розв'язуються за допомогою систем рівнянь. [2]

Задачі на сумісну роботу, як правило, мають таке формулювання: «Деяку роботу, об'єм якої може бути не вказано і не є шуканим (наприклад, друк рукопису, заповнення резервуара, обробка поля тощо) виконує декілька осіб або механізмів, що працюють рівномірно (тобто з постійною для кожного продуктивністю)».

В цих задачах об'єм всієї роботи, яку треба виконати, умовно приймається за одиницю. Час t , що необхідний для виконання всієї роботи, та v – продуктивність праці (швидкість), тобто кількість роботи, виконана за одиницю часу, пов'язані співвідношенням: $v = \frac{1}{t}$.

При розв'язуванні подібних задач іноді доцільно умову розписувати у вигляді таблиці (табл. 2.2.):

Таблиця 2.2.

Таблиця взаємозалежності часу та руху

	$t_{окрема}$	$v_{окрема}$	$v_{сумісна}$	$t_{сумісна}$
I	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} \pm \frac{1}{y} = \frac{x \pm y}{xy}$	$\frac{xy}{x \pm y}$
II	y	$\frac{1}{y}$		

Пояснення: У виконанні певної роботи беруть участь два об'єкти: I та II. Якщо I об'єкт виконує всю роботу за x годин (хвилин, секунд), то за 1 годину він виконає $\frac{1}{x}$ роботи – це є швидкість роботи I об'єкта. Аналогічно, якщо II виконує всю роботу за y годин, то його швидкість – $\frac{1}{y}$ роб/год.

Алгоритм знаходження сумісної швидкості роботи двох об'єктів:

- додати їхні окремі швидкості, якщо об'єкти допомагають один одному виконувати роботу;
- відняти, якщо заважають.

Для знаходження часу, за який два об'єкти впораються з роботою разом ($t_{\text{сумісна}}$) необхідно об'єм виконаної роботи V ділити на їхню сумісну швидкість $v_{\text{сумісна}}$. Якщо $V=1$, то $1 \div \frac{x \pm y}{xy} = \frac{xy}{x \pm y}$.

Зручність використаної таблиці 2.2. полягає в тому, що в ході розв'язання тієї чи іншої задачі її можна застосовувати і повністю, і частково, заповнювати зліва направо, справа наліво, з обох кінців до середини в залежності від умови.

Однією з класичних задач даного типу є задача, пов'язане з басейном, що може заповнюватися або зливатися через дві труби. Основний аспект – усвідомлювати, як протікає процес у цій задачі. Тому цілком доцільно провести евристичну бесіду для обговорення процесу наповнення басейну двома трубами:

1. обидві труби наповнюють басейн водою;
2. одна – наповнює, через другу – спустошується.

Для підвищення завантаження задач, пов'язаних з обчисленням сумісної роботи, корисно використовувати візуальні засоби, такі як малюнки, які ілюструють процес, або слайди з відповідною презентацією на цю тему.

Для формування вмінь розв'язувати задачі на сумісну роботу різними методами, важливо організувати процес навчання таким чином, щоб учням стали зрозумілі суть завдань і зв'язок між обсягом роботи, часом та продуктивністю. [4].

Задачі на рух, можна класифікувати так:

А. зустрічний рух:

- 1) якщо два тіла рухаються назустріч одне одному з двох місць, то до зустрічі вони разом проходять усю відстань між ними;
- 2) при одночасному виїзді тіл з двох місць час їх руху до моменту зустрічі однаковий;
- 3) за одиницю часу рухомі тіла зближаються на відстань, що дорівнює сумі їх швидкостей.

Б. рух в одному напрямку:

- 1) одне тіло може наздогнати друге тоді, коли швидкість цього тіла більша за швидкість тіла, яке потрібно наздогнати;
- 2) зменшення відстані між тілами за одиницю часу дорівнює різниці швидкостей тіл;
- 3) збільшення відстані між рухомими тілами за одиницю часу дорівнює різниці їх швидкостей;
- 4) одне тіло випередить друге за стільки одиниць часу, скільки разів різниця між швидкостями цих тіл міститься у відстані між ними.

Ці закономірності стануть більш зрозумілими, якщо ми використовуємо графічні ілюстрації для їх візуалізації. Під час розв'язання задач можна також використовувати спеціальну таблицю, яка демонструє залежність між основними величинами.

У задачах на рух в більшості випадків виникають ситуації, коли два об'єкти рухаються назустріч один одному або в одному напрямку, або одне тіло рухається вздовж, або навпроти напрямку течії річки, а також ситуації, коли два об'єкти рухаються по колу.

Серед основних задач на відсотки виділяють такі види:

I. Знаходження відсотків від даного числа.

Щоб знайти $p\%$ від числа a , потрібно:

- 1) записати відсоток у вигляді звичайного чи десяткового дробу;
- 2) помножити число на цей дріб, тобто $\frac{p}{100} \cdot a$.

II. *Знаходження числа за його відсотками.*

Щоб знайти невідоме число a , $p\%$ якого дорівнює b , треба записати відсоток у вигляді звичайного чи десяткового дробу і поділити число на цей дріб, тобто $a = \frac{b \cdot 100}{p}$.

III. *Знаходження відсоткового відношення двох чисел.*

Щоб знайти скільки відсотків перше число становить від другого, треба перше число a поділити на друге b і результат помножити на 100, тобто $p\% = \frac{a}{b} \cdot 100\%$.

Задачі на відсотки можна розв'язувати кількома способами:

- зведення до дробів;
- зведення до одиниці;
- складання пропорцій.

Приклад: Агрофірмі потрібно оприскати 300 га кукурудзи. За перший день оприскали 120 га. Скільки відсотків кукурудзи оприскано за перший день?

I спосіб (зведення до задачі на знаходження відношення двох чисел):

$$\frac{120}{300} = 0,4 = 40\%.$$

II спосіб (зведення до одиниці):

$$300 : 100 = 3 \text{ (га)} - \text{припадає на } 1\%,$$

$$\text{тому } 120 : 3 = 40\%.$$

III спосіб (складання пропорції):

$$300 \text{ га} - 100\%$$

$$120 \text{ га} - x\%$$

$$x = \frac{120 \cdot 100\%}{300} = 40\%.$$

Відповідь: 40 %.

IV. Поняття складних відсотків.

Обчислювати відсотки величин, які одержано при нарахуванні відсотків, часто доводиться на практиці. Наприклад, банківські відсотки на вклади, що нараховуються:

А) щомісячно (протягом року):

$$A_n = A_0 \cdot \left(1 + \frac{pn}{100}\right) \text{ — формула простих відсотків,}$$

де A_n — сума, що отримає вкладник через n місяців; A_0 — початковий внесок; p — відсоткова місячна ставка; n — кількість місяців, за які нараховується відсоток.

Б) щорічно (під певний відсоток річних):

$$A_n = A_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \text{ — формула складних відсотків,}$$

де A_n — нарощений капітал; A_0 — початковий внесок; p — відсоткова щорічна ставка; n — кількість років.

Розрізнити простий відсотковий приріст від складного відсоткового приросту можна, звертаючи увагу на процес обчислень. При простому відсотковому прирості відсоток вираховується кожного разу від початкового значення величини, тоді як при складному відсотковому прирості відсоток обчислюється від попереднього значення.

V. Задачі на обчислення відсотків від відсотків.

У певних завданнях на відсотки обговорюється питання збільшення або зменшення значення на кілька відсотків. Коли мова йде про послідовне підвищення ціни на товар декілька разів, важливо зрозуміти, що в кожному випадку відсотки розраховуються від останньої вартості товару.

Тривалий час текстові задачі мало розв'язувались за допомогою графічних зображень і рідко включали схеми, діаграми тощо. Традиційний підхід вважав такий метод розв'язування за неправильний або навіть шкідливий. Проте слід пам'ятати, що ілюстрації розвивають логічне мислення. У сучасному світі

графічні зображення, діаграми та схеми поширені в багатьох галузях науки. Тому важливо вчити учнів використовувати малюнки як засіб розв'язання задач.

При вивченні методів розв'язання задач вчитель повинен пояснювати учням, як створити малюнки для задач та навчати їх цьому навичку. Кожній дитині притаманний індивідуальний підхід до вирішення задач, і деяким дітям легше розуміти завдання, коли вони використовують зображення. Розв'язання задач таким способом сприяє розвитку графічної культури учнів. Однак для того, щоб вони змогли використовувати цей метод, їм потрібно розуміти поняття і мати глибокі знання з арифметичних операцій.

2.3. Реалізація компетентнісного підходу при розв'язуванні задач практичного змісту

Задачі практичного змісту відіграють суттєву роль у формуванні математичної компетентності. Ось кілька прикладів завдань, де розглядається конкретний компонент математичної компетентності, і відзначимо, як саме відбувається цей процес усвідомлення.

Задача 1. Банк через рік нарахував у вигляді відсотків 600 грн., а вкладник поклав у банк ще 2400 грн. Ще через рік вкладник отримав 23690 грн. Скільки грошей спочатку було покладено в банк?

Завдання такого характеру призначені для розвитку процедурної компетентності учнів. Задачі на відсотки, які асоційовані з величиною вкладу, мають переважно алгоритмічний характер, і тому набуває важливості навчання правильному підбору та відтворенню послідовності розв'язку. Поєднання параметрів, таких як термін вкладу та початкова сума, може призвести до необхідності спрощення завдання до більш конкретної та типової форми.

Задача 2. У кінотеатрі кількість рядів на 7 більша за кількість місць у ряді. Скільки рядів у кінотеатрі, якщо всього в ньому 408 місць?

Поданий приклад допомагає формувати в учнів важливу навичку абстрагування від конкретної життєвої ситуації та усвідомлення задачі у математичному контексті. Це включає в себе створення математичної моделі, введення невідомих величин, розв'язання отриманого рівняння за допомогою математичних методів, а також аналіз результатів і їх адаптацію до реального життя. Такий підхід сприяє розвитку дослідницької компетентності учнів та проведенню всебічного аналізу розв'язку задачі.

Задача 3. Матері 36 років, а її Оленці – 7 років. Через скільки років мати буде вдвічі старша за свою доньку?

Дане завдання спрямоване на розвиток методологічної компетентності учнів. Учневі потрібно обрати метод розв'язання життєвої та реалістичної задачі, проаналізувати ефективність обраного підходу та знайти правильне рішення.

Задача 4. З міст А і В, відстань між якими 80 км, одночасно назустріч один одному вийшли два велосипедисти. Один прибув у В через 1 год 20 хв, а другий в А через 3 год після зустрічі з першим. Скільки годин вони їхали до зустрічі?

У ході розв'язання даної задачі можна запропонувати створити графік, що відображає залежність відстані, подоланої велосипедистами від одного міста до іншого, від часу, протягом якого вони рухалися. Цей графік може допомогти визначити час до їх зустрічі. Використання таких зображень при розв'язанні текстових завдань на уроках математики сприяє розвитку технологічної компетентності.

Задача 5. Водій автомобіля зупинився для заміни колеса на 12 хв. Після цього збільшивши швидкість на 15 км/год, він надолужив витрачений час на відстані 60 км. З якою швидкістю (в км/год) він рухався після зупинки?

Цю задачу рекомендується пропонувати, коли метою є підкреслити важливість використання математики в реальних ситуаціях та практичній діяльності. Розв'язання цієї задачі з використанням дедуктивного методу

допоможе розвинути логічну компетентність, яка є невід'ємною частиною математичної компетентності [50].

Завдання також варто використовувати, коли ми хочемо надати учням і студентам складні завдання, які сприяють розвитку не одного, а кількох аспектів математичної компетентності одночасно.

Задача 6. *Із міста Квантор до міста Предикат можна дістатися по шосе, яке складається із двох відрізків ґрунтової дороги, які перетинаються під кутом 120° . Якщо вирушити із міста Квантор в Предикат та йти по першому шляху до перехрестя, а потім по другій частині дороги, то на весь шлях буде затрачено 5 годин. Туристи вирушили до міста Предикат навпростець по бездоріжжю і подолали відстань між містами за 6,5 години. Якщо туристи будуть йти не по трасі, навпростець, від міста Квантор до середини шляху від перехрестя до міста Предикат, то вони витратять на цей шлях більше 5 годин. Скільки часу потрібно для того, аби подолати маршрут від міста Квантор до перехрестя доріг, якщо швидкість руху по бездоріжжю в 1,5 рази більша, за швидкість трасою.*

Ця задача на рух, рекомендується для учнів дев'ятого класу, може бути розв'язана застосуванням теореми косинусів та розв'язанням квадратної нерівності і спрямована на розвиток процедурної компетентності.

Логічний аспект математичної компетентності полягає у розмірковуванні стосовно позначення шуканої величини та оперування математичною символікою.

Дослідницька компетентність розвивається при побудові математичної моделі, включаючи створення схематичного малюнка руху, вираженні всіх невідомих величин через відомі. Після розв'язання проводиться аналіз розв'язання, врахування додаткових умов, перевірка, на основі якої формується кінцевий висновок щодо завдання.

Методологічна компетентність проявляється через усвідомлення необхідності розв'язання задачі за допомогою графічного зображення руху та

послідовності алгебраїчних обчислень. Це вдосконалює навички розв'язання завдань підвищеної складності, пов'язаних із рухом. [51].

<http://fizmat.ssru.edu.ua>
Дотримуйтесь
принципів академічної
доброчесності
<http://fizmat.ssru.edu.ua>

2.4. Прикладна спрямованість шкільного курсу математики

Питання прикладної спрямованості шкільного курсу математики є важливою проблемою, яку необхідно вирішити. Це, як мета навчання математики, задекларовано у "Концепції математичної освіти 12-річної школи", "Концепції профільної освіти у старшій школі", "Державному стандарті базової шкільної середньої освіти: освітня галузь Математика", програмах з математики для середньої школи та інших офіційних документах. Щоб дослідити цю проблему, українські математики-методисти, такі як М.Я. Ігнатенко, З.І. Слєпкань, Л.О. Соколенко, А.В. Прус, В.О. Швець та інші, здійснюють наукові дослідження, спрямовані на вирішення питань прикладної спрямованості шкільних курсів алгебри та початків аналізу, стереометрії, інтегрованого курсу "Математика" тощо.

Прикладна спрямованість шкільного курсу математики – це поняття визначене педагогом-математиком В.В. Фірсовим та подальше уточнене іншими ученими. За визначенням Л.О. Соколенко, А.В. Пруса, В.О. Швеця [48], прикладна спрямованість шкільного курсу математики передбачає встановлення цілеспрямованих зв'язків математики з практичним застосуванням; розвиток учнівської здатності застосовувати математичні знання, уміння і навички в повсякденному житті та у майбутній професійній діяльності через математичне моделювання.

У вищесказаному підрозумівається врахування таких аспектів навчання математики, які важливі для розв'язання прикладних задач, які виходять за межі математики, але базуються на математичних концепціях та методах.

Часто разом із поняттям прикладна спрямованість шкільного курсу математики обговорюється також практична спрямованість навчання математики. У працях Л.О. Соколенка, А.В. Пруса та В.О. Швеця [48], практична спрямованість навчання математики полягає в акценті на формуванні у учнів

вмінь та навичок розв'язування математичних задач. Зрозуміло, що в реальному процесі навчання прикладна та практична спрямованості мають взаємодоповнювати один одного.

Один із важливих методів для реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу алгебри та початків аналізу – це метод математичного моделювання. До найбільш ефективних засобів віднесено використання прикладних задач, які вимагають глибокого розуміння як математичних концепцій, так і певної предметної області.

Важливо зауважити, що процес розв'язання прикладних задач включає всі етапи математичного моделювання. Це включає в себе: переклад прикладної задачі із природної мови області, в якій вона виникла, на математичну мову (перший етап, створення математичної моделі); розв'язання математичної задачі, отриманої в результаті (другий етап, дослідження математичної моделі); інтерпретацію результатів, тобто переклад розв'язку математичної задачі з математичної мови на мову області, в якій вона виникла (третій етап, інтерпретація розв'язку).

Схему процесу розв'язування прикладної задачі можна зображено на рис. 2.1, де ПЗ – прикладна задача, МЗ – математична задача, РМЗ – розв'язання математичної задачі, РПЗ – розв'язок прикладної задачі. [48]

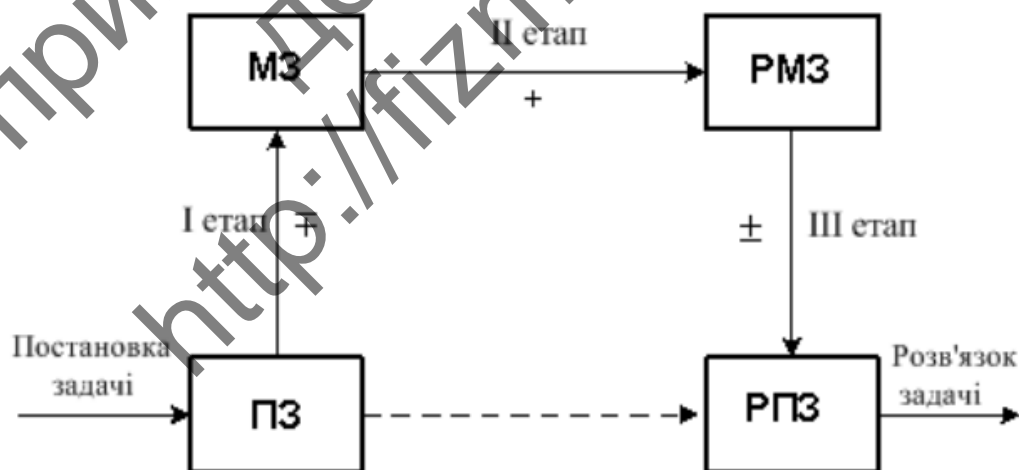


Рис. 2.1. Процес розв'язування прикладної задачі

На основі спеціальних досліджень встановлено, що для учнів найбільш складним завданням є перший етап у розв'язуванні прикладних задач. ($\bar{\tau}$ – демонструють дуже обмежені навички перекладу прикладних задач з природної мови на мову математики і створення адекватних математичних моделей). Проте, коли учням пропонують готову математичну модель або надають допомогу в її створенні, їх навички у розв'язуванні таких задач виявляються досить ефективними (+ – добре). Менш успішним етапом порівняно з другим є третій етап розв'язання прикладних задач (\pm – учні не завжди володіють навичками інтерпретації розв'язку математичної задачі як розв'язку прикладної задачі).

Варто зауважити, що навчання учнів розв'язуванню прикладних задач є завданням складним і для вчителя і для учня.

Для забезпечення ефективного навчання учнів розв'язуванню прикладних задач, Л.О. Соколенко, А.В. Прус і В.О. Швець розробили методичні прийоми та рекомендації для кожного з вищезазначених етапів:

- I етап:
- використовуйте евристичні запитання, спеціальні евристики та інші методи, які допомагають учням перекладати умову прикладної задачі на математичну мову;
 - заохочуйте учнів абстрагуватися від незначущих властивостей об'єкта та акцентувати увагу на створенні математичної моделі;
 - допомагайте учням формулювати умову прикладної задачі в математичних термінах.
- II етап:
- використовуйте додаткові джерела інформації та теоретичних знань за необхідності;
 - використовуйте ілюстративні матеріали, графіки, або рисунки, що сприяють пошуку розв'язку прикладної задачі;
 - застосовуйте математичні задачі-двійники для підсилення зрозуміння;

- використовуйте комп'ютерні технології для створення рисунків, графіків та виконання обчислень;
- доводьте знайдений розв'язок до числового значення або розрахункової формули.

III етап: - вибирайте розв'язки математичних задач, які є розв'язками прикладних задач, з огляду на область їхньої відповідності та здійснійте перевірку розв'язків;

- оцінюйте ступінь точності отриманих розв'язків.

Детальніший опис цих методичних прийомів та рекомендацій можна знайти у навчальному посібнику [54], де ці принципи ілюструються конкретними прикладами.

У своїх дослідженнях Ачкан В. [1] розглядає процес розв'язування прикладних задач та навчання учнів основам математичного моделювання. Важливим та складним етапом при розв'язуванні прикладних задач є створення відповідної математичної моделі. Цей етап вимагає від учнів розвинути кілька ключових навичок, таких як виділення важливих факторів, вибір математичних інструментів для створення моделі та уникнення помилок при цьому. Прикладні задачі можна умовно розділити на дві категорії: ті, де математична модель вже міститься в умові задачі, і ті, де учні повинні самостійно створити математичну модель. Розв'язання перших прикладних задач виявляється досить простим порівняно з розв'язанням тих, які вимагають створення нової математичної моделі. Незалежно від типу задачі, розв'язування складається з кількох етапів, які включають: 1) постановку задачі; 2) переклад умов задачі на мову математики; 3) складання математичної моделі задачі; 4) розробка плану розв'язання задачі в рамках моделі; 5) виконання плану, перевірка та дослідження отриманого розв'язку; 6) інтерпретацію отриманого результату; 7) аналіз обраного методу розв'язання задачі з метою визначення його доцільності та можливості

використання іншого методу або підходу. Під час навчання розв'язуванню прикладних задач в курсі алгебри та початків аналізу досягаються певні дидактичні цілі, такі як: підготовка учнів до вивчення рівнянь та їх систем, створення мотивації для навчання та виникнення проблемних ситуацій; закріплення теоретичних знань та розвиток математичних компетентностей; аналіз володіння учнями математичними навичками у розв'язуванні рівнянь та їх систем.

2.5. Алгебраїчний метод розв'язання текстових задач

Одним із методів розв'язання текстових задач З.І. Слєпкань виділяє «методом рівнянь» [45]. Вона зазначає, що вміння розв'язувати задачі методом рівнянь містить такі розумові дії:

- 1) виокремити умову і вимогу, тобто проаналізувати задачу;
- 2) встановити істотні зв'язки між відомими і шуканими величинами;
- 3) позначити невідому та подати потрібні величин через введenu невідому;
- 4) виявити величини, значення яких прирівнюватимуться;
- 5) скласти рівняння і розв'язати його;
- 6) перевірити розв'язування задачі.

Цю послідовність дій, можна назвати алгоритмом розв'язування текстових задач за допомогою рівнянь.

Уміння аналізувати формулювання завдань стає доступним для учнів лише тоді, коли вони зрозуміло засвоїли їх суть. Уміння можна сформулювати, якщо попередньо відпрацьовано всі його складові. Важливо вміти чітко та лаконічно пояснити учням суть завдання. Це можна зробити різними способами. Якщо мова йде про задачу із підручника, то ефективним способом є читання задачі вголос вчителем або одним із учнів, а інші слухають та спостерігають, як звучить завдання. Найкраще, коли задачу читають не менше двох разів. Рекомендується, щоб учень, який буде розв'язувати задачу, після повторного висловлення суті

завдання та виділення умови та вимоги, зробив їх скорочений запис на дошці. Перші приклади таких скорочених записів на дошці може створити вчитель, надаючи зразок для наслідування учнями. Щодо окремих задач, то доцільно представити їх у вигляді таблиць або графічних ілюстрацій для більшої наочності.

Наведемо приклад [45]. *Один кусок дроту на 54 м довший за другий. Після того як від обох кусків відрізали по 12 м, перший виявився в 4 рази довшим, ніж другий. Знайти довжину кожного куска.*

Скорочений запис змісту задачі може мати вигляд:

I	II+54	-12	II·4	?
II		-12		?

Геометрична ілюстрація (рис. 2.2) завдання ілюструє співвідношення між заданими та шуканими величинами, сприяючи вибору оптимального методу для визначення невідомої величини x і складанню простого рівняння для розв'язання $3x = 54$.

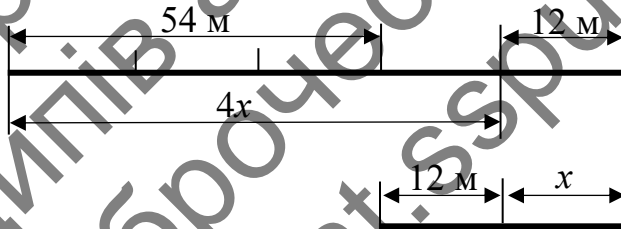


Рис. 2.2. Геометричне зображення змісту задачі

У процесі рівняння, необхідно ретельно розібрати, які величини вказані у вмісті задачі, з'ясувати, як вони пов'язані між собою та зі шуканою величиною і які з них можна виразити через інші. Далі, відповідно до залежностей між відомими та невідомими величинами, складається відповідне рівняння.

У методиці навчання алгебри, існують дві евристичні схеми для визначення рівняння в задачі. Першу схему використовують для розв'язання простих завдань. Вона передбачає такі кроки: 1) позначити як x шукану величину (або одну зі

шуканих); 2) виразити інші величини, які згадуються у вмісті задачі, через x ; 3) на основі залежностей між відомими та невідомими величинами скласти рівняння.

Друга евристична схема корисна для складніших завдань і включає наступні етапи: 1) з'ясувати, які величини можна прирівняти, виходячи з вмісту задачі; 2) вибрати невідому величину і позначити її як x ; 3) виразити значення інших величин через x ; 4) скласти рівняння на основі отриманих виразів. Друга евристична схема сприяє цілеспрямованому вибору невідомої величини та виразу інших величин через неї.

На початковому, підготовчому етапі вивчення методу рівнянь важливо повторити всі типи основних завдань, які можуть бути розв'язані за допомогою арифметичних операцій, включаючи їх письмовий запис у вигляді букв. Учням також слід навчитися складати прості вирази з використанням невідомих. Наступним кроком є усне розв'язання найпростіших завдань, які вимагають складання рівнянь з умови задачі. Наведемо приклади декількох таких завдань: [45].

1. До якого числа слід додати 13, щоб дістати 58? (Учні позначають як x невідоме число і записують рівняння: $x + 13 = 58$.)
2. Число a на 9 більше за число b . Як можна записати залежність між a і b за допомогою рівності?
3. Число m втричі більше, ніж число n . Як можна записати залежність між m і n за допомогою рівності?
4. Купили 12 кг цукерок по x гривень за 1 кг. Як записати у вигляді виразу вартість покупки?

Потрібно звернути увагу учнів та те, що фраза «а на стільки-то менше за b » іноді потребує дії віднімання, а іноді – додавання. Це залежить від того, якої з двох величин це твердження стосується. Аналогічно фраза «а в стільки-то разів менше за b » іноді потребує дії ділення, а іноді – множення. Деякі учні можуть не

реагувати на слова «сума», «додано», «всього» в умові задачі. Тому на початковому етапі слід спеціально акцентувати увагу на словах, які містять інформацію для складання рівняння.

Існують різні форми для організації розв'язування задач. На уроці можливе колективна робота окремих груп, колективне фронтальне розв'язування задач і самостійне розв'язування.

Розв'язання задач за допомогою складання рівнянь чи їх систем є універсальним методом. Підтвердженням цього є різноманітність таких задач. Умови на перший погляд несхожих між собою задач вдається записати однією математичною мовою. І у результаті перекладу умови задачі на математичну, отримуємо рівняння чи систему рівнянь.

Часто умова задачі становить опис якоїсь реальної ситуації. Складене за цією умовою рівняння чи система рівнянь отримує назву математичної моделі даної ситуації. Формулювання задач із різних галузей знань часто містить нематематичні терміни. Коли математик бере участь у розв'язуванні такої задачі, його головне завдання – перекласти її на математичну мову, використовуючи вирази, формули, рівняння, нерівності, функції, графіки і т. д. Результат такого перекладу і є математичною моделлю.

Зрозуміло, щоб отримати відповідь, рівняння треба розв'язати. Для цього в алгебрі розроблено різні методи та прийоми.

Знайдений корінь рівняння – це ще не відповідь задачі. Треба з'ясувати, чи не суперечить отриманий результат реальній ситуації, яка описана в умові задачі.

Розглянемо, наприклад, такі задачі.

1) За 8 год зорали 12 га поля, причому кожної години орали однакову за площею частину поля. Скільки гектарів поля орали щогодини?

2) Кілька тракторів зорали 12 га поля. Кожен із них зорав по 8 га. Скільки тракторів орали поле?

Математичними моделями обох цих задач є одне й те саме рівняння $8x = 12$, коренем якого є число 1,5. Але відповідь «щогодини орали 1,5 га поля» є прийнятною для першої задачі, а для другої – «поле орали півтора трактора» – ні. Тому друга задача не має розв'язків.

Галузь математики, яка займається побудовою та вивченням математичних моделей, називають математичним моделюванням. У наступному пункті розглянемо задачі, у яких рівняння чи системи рівнянь використовують як математичні моделі реальних ситуацій.

2.6. Практичні напрацювання з теми дослідження

У цьому пункті ми навидимо власні розробки конспектів уроків з математики. Перший конспект уроку на тему «Розв'язування задач за допомогою рівнянь» розроблено відповідно навчальної програми [31] з математики для учнів 6 класу загальноосвітніх навчальних закладів при вивченні теми «Раціональні числа та дії з ними», з використанням підручника з математики [19].

Другий конспект уроку на тему «Розв'язування задач за допомогою систем лінійних рівнянь» розроблено відповідно навчальної програми [31] з математики для учнів 7 класу загальноосвітніх навчальних закладів при вивченні теми «Лінійні рівняння та їх системи», з використанням підручника з математики [20].

Конспект уроку №1

Тема. Розв'язування задач за допомогою рівнянь

Мета уроку:

Навчальна. Формувати в учнів уміння розв'язувати рівняння і задачі за допомогою рівнянь.

Розвивальна. Сприяти розвитку уваги, пам'яті, вміння виявляти закономірності, висловлювати математично грамотно свою думку, узагальнювати.

Виховна. Виховувати математичну культуру запису рівнянь, інтерес до вивчення математики, наполегливість у досягненні мети, спостережливість, старанність, працьовитість.

Тип уроку: урок формування умінь і навичок.

Обладнання: підручник [19], проектор, пластиковий акваріум без води, пластикові рибки з металевими вставками, вудка на кінці ліски з магнітом.

Хід уроку

I. Організаційний момент

Перевірка готовності учнів до уроку: наявність на столах зошитів, підручників, письмового приладдя.

Вчитель: Доброго дня! Вітаю вас на уроці математики. Сідайте. Розпочинаємо наш урок. Сьогодні на уроці ми застосуємо наші знання, уміння і навички, що ви набули при розв'язанні рівнянь, до розв'язання задач за допомогою рівнянь. Я сподіваюся, що на сьогоднішньому уроці на нас чекає успіх і ви продемонструєте свою кмітливість та організованість.

II. Мотивація навчальної діяльності

Вчитель: На сьогоднішньому уроці ми вирушимо з вами на рибалку, але не звичайну, а математичну рибалку. Я знаю, що ви розумні та старанні учні, тому зможете з легкістю пройти це випробування. А допоможуть нам у цьому ваші математичні знання, уміння і навички. Але перед початком перевіримо, наскільки ви готові до рибалки?

III. Перевірка домашнього завдання

Вчитель проходить по рядах і перевіряє наявність домашнього завдання. Один із учнів зачитує свої відповіді.

Вчитель: Можливо в когось інші відповіді?

Якщо так, то ті завдання, у яких учні мали різні відповіді, розв'язуємо на дошці.

Вчитель: Можливо в когось виникли труднощі під час виконання домашньої роботи? Чи можливо у когось є запитання?

Відповісти на запитання, які виникли в учнів під час виконання домашнього завдання.

IV. Актуалізація опорних знань

Вчитель: Тепер, для вдалої математичної рибалки пригадаємо з вами теоретичний матеріал, що ми вивчали на попередніх уроках.

Фронтальне опитування

1. Що таке рівняння?

(Відповідь: Рівняння – це рівність, що містить позначене буквою невідоме, значення якого потрібно знайти.)

2. Що таке корінь рівняння?

(Відповідь: Значення невідомого, за якого рівняння перетворюється на правильну числову рівність.)

3. Що означає розв'язати рівняння?

(Відповідь: Означає знайти всі його корені або встановити, що рівняння не має жодного кореня.)

4. Сформулюйте основні властивості рівнянь.

(Відповідь: 1) Якщо обидві частини рівняння помножити (поділити) на одне й те саме відмінне від нуля число, то отримаємо рівняння, яке має ті самі корені, що й дане. 2) Якщо до обох частин рівняння додати чи від обох частин рівняння відняти одне й те саме число, то отримаємо рівняння, яке має ті самі корені, що й дане.)

5. Яка загальна схема розв'язування задач за допомогою рівнянь?

(Відповідь:

1) Уважно декілька разів прочитати і вивчити умову задачі.

2) Зробити скорочений запис чи таблицю чи схему умови задачі.

- 3) Позначити за x одну з невідомих величин, виходячи із запитання задачі
- 4) Виразити всі інші невідомі величини через x .
- 5) Скласти рівняння.
- 6) Розв'язати це рівняння і перевірити знайдені корені рівняння на відповідність умові задачі.
- 7) Записати відповідь задачі.)

V. Розв'язування вправ

Вчитель: Бачу, ви гарно підготувалися до сьогоднішньої математичної риболовлі. А тепер, той, хто був найактивніший при опитуванні, першим піде рибалити. Але рибки у математичному акваріумі не просто плавають, а підготували для вас математичні задачі. На боці кожної риби є номер. Це номер задачі, яку ця рибка підготувала за раніше і передала мені. Витягнувши рибку із акваріума за допомогою вудки, ви покажете номер, на її боці, усьому класу. А я зачитаю відповідну задачу. Ми розв'язуємо її. А потім по черзі будемо рибалити.

Учень виходить до математичного акваріума і витягує рибку з деяким номером. Вчитель зачитає умову задачі, демонструючи її на екрані.

Вправа 1. (№1172 з підручника [19])

Вчитель: На виготовлення мечів для Іллі Муромця, Альоші Поповича та Добрині Микитича пішло 250 пудів заліза. Меч Іллі Муромця у 2 рази важчий за меч Альоші Поповича, а меч Добрині Микитича на 14 пудів важчий за меч Альоші Поповича. Скільки пудів заліза пішло на меч Іллі Муромця?

Учень, що рибалив, залишається біля дошки, записує коротку умову і розв'язує задачу.

Коротка умова:

Меч Іллі	– ?,	у 2 р. важчий	_____	}	250 п.
Меч Альоші	– ?,		←		
Меч Добрині	– ?,	на 14 п. важчий	←		

Розв'язання.

Нехай x пудів важить меч Альоші Поповича. Тоді меч Іллі Муромця буде важити $2x$ пудів, а меч Добрині Микитича – $(x+14)$ пудів. З умови задачі маємо рівняння:

$$x + 2x + (x + 14) = 250;$$

$$4x + 14 = 250;$$

$$4x = 250 - 14;$$

$$4x = 236;$$

$$x = 59.$$

Отже, меч Альоші Поповича важить 59 пудів. Тоді меч Іллі Муромця важить $2 \cdot 59 = 118$ (пудів).

Відповідь: на виготовлення меча Іллі Муромця пішло 118 пудів заліза.

Вчитель: Молодець. Першу рибку можемо покласти до нашого сачка. Хто наступний бажає порибалити?

Наступний учень виходить до математичного акваріума і ловить рибку. Вчитель зачитує умову наступної задачі і демонструє її на екрані.

Вправа 2. (№1184 з підручника [19])

Вчитель: За три дні яхта капітана Врунгеля пододала 222 км, причому за другий день вона пододала $\frac{7}{8}$ відстані, пройденої за перший день, а за третій – 90% того, що пройшла за перший. Скільки кілометрів проходила яхта кожного дня?

Учень, що рибалив, залишається біля дошки, записує коротку умову і розв'язує задачу.

Коротка умова:

1 день –	?	} 222 км
2 день –	?, $\frac{7}{8}$ від	
3 день –	?, 90% від	

Розв'язання.

Нехай x км пододала яхта за перший день. Тоді $\frac{7}{8}x$ км пододала яхта за другий день і $0,9x$ км – за третій день. З умови задачі маємо рівняння:

$$x + \frac{7}{8}x + 0,9x = 222;$$

$$x + \frac{7}{8}x + \frac{9}{10}x = 222;$$

$$\frac{111}{40}x = 222;$$

$$x = 80.$$

Отже, першого дня яхта пододала 80 км, другого дня $\frac{7}{8} \cdot 80 = 70$ (км), а третього – $0,9 \cdot 80 = 72$ (км).

Відповідь: першого дня яхта пройшла 80 км, другого – 70 км, а третього – 72 км.

Вчитель: Чудово. Першу рибку можемо покласти до нашого сачка. Хто наступний бажає порибалити?

Наступний учень ловить рибку, а вчитель зачитує умову задачі і демонструє її на екрані.

Вправа 3. (№1188 з підручника [19])

Вчитель: Двом школам виділили на ремонт однакову суму грошей. Коли для першої школи придбали будівельні матеріали вартістю 60000 грн, а для другої – вартістю 30000 грн, то в розпорядженні другої школи залишилось грошей у 1,5 разів більше, ніж у першої. Скільки гривень було виділено кожній школі?

Коротка умова:

1 школа – ?, – 60000 грн,

2 школа – ?, – 30000 грн, у 1,5 рази більше

← порівну

Розв'язання.

Нехай x грн було виділено кожній школі. Тоді, після придбання будівельних матеріалів у першої школи залишилося $(x - 60000)$ грн, а у другій – $(x - 30000)$ грн.

З умови задачі маємо рівняння:

$$1,5 \cdot (x - 60000) = x - 30000;$$

$$1,5x - 90000 = x - 30000;$$

$$1,5x - x = 90000 - 30000;$$

$$0,5x = 60000;$$

$$x = 120000.$$

Відповідь: кожній школі було виділено 120000 грн.

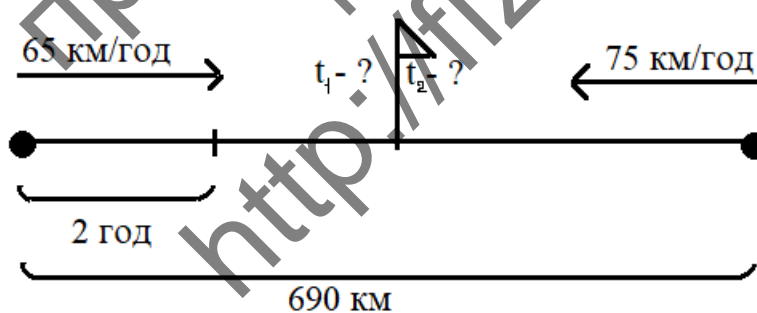
Вчитель: І знову молодці. Нажаль урок скоро завершиться, тому на риболовлю запросимо останнього учня.

Наступний учень ловить рибку, а вчитель зачитує умову задачі і демонструє її на екрані.

Вправа 4. (№1192 з підручника [19])

Вчитель: З одного міста до другого виїхав автомобіль зі швидкістю 65 км/год, а через 2 год після цього з другого міста назустріч йому виїхав інший автомобіль зі швидкістю 75 км/год. Знайдіть час, протягом якого був у дорозі кожний автомобіль до моменту зустрічі, якщо відстань між містами дорівнює 690 км.

Схема до умови задачі:



Розв'язання.

Нехай x годин був у дорозі перший автомобіль, тоді $(x - 2)$ год був у дорозі другий автомобіль. Перший подолав відстань до місця зустрічі $65x$ км, а другий – $75(x - 2)$ км. З умови задачі маємо рівняння:

$$65x + 75(x - 2) = 690;$$

$$65x + 75x - 150 = 690;$$

$$140x = 690 + 150;$$

$$140x = 840;$$

$$x = 6.$$

Отже, перший автомобіль був у дорозі 6 годин, а другий автомобіль був у дорозі $6 - 2 = 4$ (год).

Відповідь: до моменту зустрічі перший автомобіль був у дорозі 6 год, а другий – 4 год.

Вчитель: Знову впоралися із завданням від рибок-математиків. Ви молодці.

VI. Підсумки уроку

Вчитель: Риболовля підійшла до кінця. Але крім рибок, ви сьогодні «впіймали» оцінки.

Вчитель виставляє оцінки за урок і коментує їх.

Вчитель: Шановні учні, сьогодні ми з вами розв'язували задачі за допомогою рівнянь. Ви молодці, що були активними та намагалися якомога більше розв'язати задач.

VII. Домашнє завдання

Вчитель: Шановні учні, зараз відкрийте, будь ласка, власні щоденники та запишіть домашнє завдання. Виконати вправи з підручника №1185, №1189, №1193.

Учні записують завдання у щоденники.

Вчитель: Усі домашні вправи подібні до тих, які ми виконували на уроці. Тому, щоб розв'язати вдома задачі за допомогою рівнянь, спочатку пригадаєте

алгоритм розв'язання задач алгебраїчним методом, тобто за допомогою рівнянь, а потім розгляньте, як ми розв'язували такі задачі на уроці. Хочу подякувати вам за сьогоднішню співпрацю, ви великі молодці, тому я гадаю, що з домашнім завданням у вас не виникнуть проблеми. До побачення.

Конспект уроку №2

Тема. Розв'язування задач за допомогою систем лінійних рівнянь

Мета уроку:

Навчальна. Формування вмінь учнів розв'язувати задачі складанням системи рівнянь; ознайомити учнів із технологією розв'язування текстових задач складанням систем лінійних рівнянь із двома змінними; вдосконалити вміння застосовувати різні способи розв'язання систем лінійних рівнянь із двома змінними.

Розвивальна. Сприяти розвитку логічного мислення, пам'яті, зосередженості, уважності; вміння виявляти закономірності, висловлювати математично грамотно свою думку.

Виховна. Виховувати наполегливість у досягненні мети, математичну культуру запису систем рівнянь, інтерес до вивчення математики.

Тип уроку: комбінований.

Обладнання: підручник [20], проектор, м'який м'ячик, два комплекти карток із запитаннями.

Хід уроку

I. Організаційний момент

Перевірка готовності учнів до уроку: наявність на столах зошитів, підручників, письмового приладдя.

Вчитель: Доброго дня! Вітаю вас на уроці математики. Сідайте. Розпочинаємо наш урок. Сьогодні на уроці ми застосуємо наші знання, уміння і навички, що ви набули при розв'язанні систем рівнянь, до розв'язання задач.

Також на сьогоднішньому році ми вдосконалимо вміння застосовувати різні способи розв'язання систем лінійних рівнянь із двома змінними. Я сподіваюся, що на сьогоднішньому уроці на нас чекає успіх і ви продемонструєте свою організованість, наполегливість та логічне мислення.

II. Перевірка домашнього завдання

Вчитель: А зараз перевіримо виконання домашнього завдання. Вдома вам потрібно було розв'язати три системи рівнянь. Тому до дошки вийдуть троє учнів і кожен напише розв'язання однієї системи.

Троє учнів відтворюють на дошці розв'язування систем.

Вчитель проходить по рядах і перевіряє наявність домашнього завдання.

Вчитель: Можливо в когось виникли труднощі під час виконання домашньої роботи? Чи можливо у когось є запитання?

Відповісти на запитання, які виникли в учнів під час виконання домашнього завдання.

III. Мотивація навчальної діяльності

Вчитель: У попередніх класах ви вивчали числа і дії над ними, потім вирази та їх перетворення, потім рівняння, а нещодавно системи рівнянь. Тепер ми застосуємо ваші знання, уміння і навички до розв'язання задач практичного змісту за допомогою систем лінійних рівнянь. Ви уже вмієте розв'язувати задачі за допомогою рівнянь, тобто алгебраїчним методом. У багатьох випадках алгебраїчний метод спрощує розв'язання текстових задач. Колись давно способами розв'язання задач було звичайне прикидання «на око». Математика ж змогла сформулювати і розв'язати ті задачі, які виникають у різноманітніших видах людської діяльності. Цим і завоювала авторитет серед різних наук.

IV. Актуалізація опорних знань

Вчитель: А зараз ми зіграємо з вами у «математичний футбол». Поділимо усіх учнів класу на дві команди за рядами. Кожній команді буду роздано по

комплекту карток із запитаннями. Команди по черзі братимуть одну із своїх карток і задаватимуть питання суперникам: «подають м'яч». Якщо команда правильно відповідає на запитання, то вона відбила м'яч. Якщо ні, то на поставлене запитання повинна відповісти сама команда. Якщо сама команда правильно відповідає на запитання, то вона забила «гол» суперникам, якщо ні, то «м'яч розіграли» і правильну відповідь озвучу я. Команди по черзі «б'ють у ворота суперника»: задають запитання. Перемагає та команда, яка заб'є більше голів. А першим буде «подавати м'яч» та команда, яка першою відповість на запитання: Скільки буде 17 помножити на 24? (Відповідь: 408)

Картки із завданнями

1. Що таке рівняння з двома змінними?

(Відповідь: Рівняння, що містять дві змінних називаються рівняннями з двома змінними)

2. Сформулюйте означення розв'язку рівнянь з двома змінними.

(Відповідь: Пару значень змінних, яка перетворює рівняння в правильну рівність, називають розв'язком рівняння з двома змінними)

3. Яке рівняння називається лінійним рівнянням із двома змінними?

(Відповідь: Лінійним рівнянням із двома змінними називають рівняння виду $ax + by = c$, де x і y – змінні, a , b , c – деякі числа)

4. Що означає розв'язати систему рівнянь?

(Відповідь: Якщо треба знайти усі спільні розв'язки кількох рівнянь, то говорять, що треба розв'язати систему рівнянь)

5. Що називається розв'язком системи рівнянь із двома змінними?

(Відповідь: Розв'язком системи рівнянь із двома змінними називають пару значень змінних, яка перетворює кожне рівняння системи в правильну рівність)

6. Що означає розв'язати системи рівнянь із двома змінними?

(Відповідь: Розв'язати системи рівнянь – це означає знайти усі її розв'язки або довести, що розв'язків немає)

Вчитель: Кожна команда «подала по три м'яча» (задала по три запитання).
Перемогла команда

Які методи розв'язання систем лінійних рівнянь ви знаєте?

(Відповідь: метод підстановки і метод додавання)

Вчитель: Давайте пригадаємо алгоритми кожного з цих методів

Щоб розв'язати систему двох лінійних рівнянь методом підстановки, треба:

- 1) виразити з будь-якого рівняння системи одну змінну через другу;
- 2) підставити в інше рівняння системи замість цієї змінної вираз, отриманий на першому кроці;
- 3) розв'язати рівняння з однією змінною, отримане на другому кроці;
- 4) підставити знайдене значення змінної у вираз, отриманий на першому кроці;
- 5) обчислити значення другої змінної;
- 6) записати відповідь.

Щоб розв'язати систему двох лінійних рівнянь методом додавання, треба:

- 1) дібравши «вигідні» множники, перетворити одне чи обидва рівняння системи так, щоб коефіцієнти при одній зі змінних стали протилежними числами;
- 2) додати почленно ліві й праві частини рівнянь, отриманих на першому кроці;
- 3) розв'язати рівняння з однією змінною, отримане на другому кроці;
- 4) підставити знайдене на третьому кроці значення змінної в будь-яке з рівнянь вихідної системи;
- 5) обчислити значення другої змінної;
- 6) записати відповідь.

V. Сприйняття й усвідомлення нового матеріалу

Вчитель: Розглянемо задачу, у якій систему двох лінійних рівнянь із двома змінними використовують як математичну модель реальної ситуації.

Задача 1. (Приклад 1 із підручника [20])

На пошиття одного плаття та чотирьох спідниць витратили 9 м тканини, а на пошиття трьох таких самих платтів та восьми таких самих спідниць – 21 м тканини. Скільки метрів тканини треба для пошиття одного плаття та однієї спідниці окремо?

Розв'язання. Нехай на одне плаття витрачають x м тканини, а на одну спідницю – y м. Тоді на одне плаття та 4 спідниці треба $(x + 4y)$ м тканини, що за умовою становить 9 м. Отже, $x + 4y = 9$.

На 3 плаття та 8 спідниць потрібно $(3x + 8y)$ м тканини, або 21 м. Отже, $3x + 8y = 21$.

Маємо систему рівнянь

$$\begin{cases} x + 4y = 9, \\ 3x + 8y = 21. \end{cases}$$

Розв'язавши цю систему, отримуємо: $x = 3$, $y = 1,5$.

Отже, на пошиття одного плаття треба 3 м тканини, а однієї спідниці – 1,5 м.

Відповідь: 3 м і 1,5 м.

Вчитель: Розв'язуючи задачу за допомогою системи рівнянь, слід дотримуватися такої послідовності дій:

- 1) позначити деякі дві невідомі величини змінними (наприклад, x і y);
- 2) використовуючи умову задачі, скласти два рівняння;
- 3) записати систему цих рівнянь та розв'язати її;
- 4) проаналізувати знайдені значення змінних відповідно до умову задачі, дати відповідь на запитання задачі;
- 5) записати відповідь.

VI. Осмислення нового матеріалу

Вчитель: Хто бажає розв'язати і прокоментувати розв'язання наступної задачі?

Учень виходить до дошки і розв'язує задачу.

Задача 2. (№1205 із підручника [20]).

Двоє робітників виготовили 135 деталей. Перший робітник працював 7 днів, а другий – 12 днів. Скільки деталей виготовляв щодня кожний робітник, якщо перший за 3 дні зробив на 3 деталі більше, ніж другий – за 4 дні?

Розв'язання. Нехай x деталей щодня виготовляв перший робітник, а y деталей – другий робітник. Тоді перший робітник за сім днів виготовив $7x$ деталей, а другий за 12 днів – $12y$ деталей. Разом вони виготовили $(7x + 12y)$ деталей, що становить за умовою задачі 135 деталей. Отже, $7x + 12y = 135$.

Перший робітник за три дні виготовив $3x$ деталей, другий за 4 дні – $4y$ деталей, що на 3 деталі менше, ніж виготовив перший. Тоді $3x - 4y = 3$.

Отримали систему рівнянь

$$\begin{cases} 7x + 12y = 135, \\ 3x - 4y = 3. \end{cases}$$

Розв'язком цієї системи є пара чисел $x = 9$, $y = 6$.

Отже, перший робітник щодня виготовляв 9 деталей, а другий – 6 деталей.

Відповідь: 9 деталей, 6 деталей.

Вчитель: Молодець! Чи є запитання до розв'язання цієї задачі?

(вчитель відповідає на запитання, якщо такі виникли)

Вчитель: Хто бажає розв'язати і прокоментувати розв'язання наступної задачі?

Задача 3. (№1209 із підручника [20]).

Із Києва й Вінниці, відстань між якими 256 км, виїхали одночасно назустріч один одному автобус і автомобіль, які зустрілися через 2 год після початку руху. Знайдіть швидкість кожного з них, якщо автобус за 2 год проїжджає на 46 км більше, ніж автомобіль за 1 год.

Розв'язання. Нехай швидкість автобуса x км/год, а швидкість автомобіля y км/год. Тоді швидкість їхнього зближення становить $(x + y)$ км/год, і за умовою вони зустрілися через 2 год, тому $2(x + y) = 256$.

Автобус за кожні 2 год проїде $2x$ км, що на 46 км більше, ніж автомобіль за 1 год, тобто $2x - y = 46$.

Отримали систему рівнянь

$$\begin{cases} 2(x + y) = 256, \\ 2x - y = 46, \end{cases}$$

розв'язком якої є упорядкована пара чисел $(58; 70)$.

Отже, автобус рухався зі швидкістю 58 км/год, а автомобіль – 70 км/год.

Відповідь: 58 км/год, 70 км/год.

Задача 4. (№1213 із підручника [20]).

У двох бідонах було молоко. Якщо з першого бідона перелити в другий 10 л молока, то в обох бідонах молока стане порівну. Якщо з другого бідона перелити в перший 20 л молока, то в першому стане у 2,5 раза більше молока, ніж у другому. Скільки літрів молока було в кожному бідоні?

Розв'язання. Нехай x л і y л молока було відповідно у кожному бідоні. . Якщо з першого бідона перелити в другий 10 л молока, то у першому буде $(x - 10)$ л, а у другому $(y + 10)$ л. За умовою в обох бідонах молока стане порівну, тобто

$$x - 10 = y + 10.$$

Якщо з другого бідона перелити в перший 20 л молока, то у першому буде $(x + 20)$ л, а у другому $(y - 20)$ л. За умовою в першому стане у 2,5 раза більше молока, ніж у другому, тобто

$$x + 20 = 2,5 \cdot (y - 20).$$

Отримали систему рівнянь

$$\begin{cases} x - 10 = y + 10, \\ x + 20 = 2,5 \cdot (y - 20), \end{cases}$$

розв'язком якої є упорядкована пара чисел $(80; 60)$.

Отже, у першому бідоні було 80 л молока, а у другому – 60 л.

Відповідь: 80 л, 60 л.

VII. Підсумок уроку

Вчитель: Якої послідовності дій слід дотримуватися, розв'язуючи задачу за допомогою системи рівнянь?

(Відповідь: позначити деякі дві невідомі величини змінними; за умовою задачі скласти систему рівнянь; розв'язати одержану систему; проаналізувати знайдені значення змінних відповідно до умову задачі, дати відповідь на запитання задачі; записати відповідь.)

VIII. Домашнє завдання

Вчитель: Шановні учні, зараз відкрийте, будь ласка, власні щоденники та запишіть домашнє завдання. Прочитати пункт 29 підручника [20] і виконайте №№ 1206; 1210.

Учні записують завдання у щоденники.

Вчитель: Усі домашні вирази подібні до тих, які ми виконували на уроці. Тому, щоб розв'язати вдома задачу, спочатку пригадаєте алгоритм розв'язання задач за допомогою систем лінійних рівнянь, а потім розгляньте, як ми розв'язували такі задачі на уроці. Хочу подякувати вам за сьогоднішню співпрацю, ви великі молодці, тому я гадаю, що з домашнім завданням у вас не виникнуть проблеми. До побачення.

Висновки до розділу 2

У другому розділі розглянуто текстові задачі як засіб формування математичної компетентності, методичні особливості навчання розв'язувати задачі прикладного характеру, реалізація компетентнісного підходу при розв'язуванні задач практичного змісту. Також досліджено прикладну спрямованість шкільного курсу математики, розглянуто методичні особливості алгебраїчного методу розв'язання текстових задач та наведено практичні напрацювання з теми дослідження.

Задачі практичного характеру відіграють важливу роль у розвитку математичної компетентності. У цьому розділі наведено кілька прикладів завдань, де розглядається конкретний компонент математичної компетентності, і відзначимо, як саме відбувається цей процес усвідомлення.

Процес розв'язання задачі включає кілька етапів, таких як аналіз завдання, створення моделі, вибір методу розв'язання, запис послідовності кроків, перевірка розв'язку, дослідження задачі та її розв'язання, формулювання відповіді і аналіз завдання та методу його розв'язання для навчання.

Серед різних типів текстових задач виділяють практичні і прикладні, кожна з яких має важливе значення у процесі навчання.

Дослідники умовно поділяють текстові задачі на кілька основних типів за загальними підходами до їх розв'язання: задачі на спільну роботу, задачі на розчини та суміші, задачі на рух, задачі на відсотки.

Розв'язання задач за допомогою складання рівнянь чи їх систем є універсальним методом. Підтвердженням цього є різноманіття таких завдань. Прикладна спрямованість шкільного курсу математики включає встановлення зв'язків математики з практичними ситуаціями, розвиток учнівської здатності застосовувати математичні знання в житті шляхом математичного моделювання.

ВИСНОВКИ

У кваліфікаційній роботі досліджувалися методичні особливості вивчення задач практичного змісту на складання рівнянь та їх систем у шкільному курсі математики.

Для досягнення мети дослідження нами було опрацьовано наукову, навчальну та методичну літературу, було здійснено аналіз останніх досліджень і публікацій з даної теми. У роботі викладено основні напрацювання наступних дослідників: Г.П. Бевз, З.І. Слєпкань, М.В. Богданович, Л.П. Фрідман, О.Б. Єпішева, В.І. Крунич, Ю.М. Колягін, С.М. Лук'янова, Л.О. Соколенко, А.В. Прус, В.О. Швець, Л.В. Шелехова та інших. З'ясували, що у педагогічній літературі не існує єдиного визначення математичної задачі. До того ж, сучасні педагоги розповсюджують різні тлумачення поняття «текстова задача», «практичні задачі», «прикладні задачі». Однак всі вони мають спільні ознаки.

Опрацювавши діючі навчальні програми з математики для учнів 5-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів рівнів стандарт, поглиблений та профільний, можна зробити висновок, що істотне місце у вивченні курсу математики займають текстові задачі, основними функціями яких є розвиток логічного мислення учнів та ілюстрація практичного застосування математичних знань. Зокрема, серед загальних цілей шкільної математичної освіти висувається формування здатності застосовувати математичні методи у процесі розв'язування різноманітних навчальних і практичних задач. Серед очікуваних результатів навчально-пізнавальної діяльності учнів у цих навчальних програмах зазначається, що учні складають рівняння та системи рівнянь за умовою текстової задачі, розв'язують текстові задачі, зокрема за допомогою рівнянь та їх систем, застосовують вивчені означення і властивості до розв'язування задач практичного змісту.

Для аналізу діючих підручників з математики були вибрані лише деякі підручники із серії підручників основної і старшої школи рекомендовані Міністерством освіти і науки України авторів А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М. С. Якір. Кожен параграф кожного підручника було

досліджено на відсотковий вміст задач практичного змісту. Було з'ясовано, що починаючи з п'ятого класу у підручник є завдання, у яких ставиться завдання «Розв'яжіть за допомогою рівняння задачу», у підручнику шостого класу є пункт «Розв'язування задач за допомогою рівнянь», у сьомому – «Розв'язування задач за допомогою систем лінійних рівнянь», восьмому – «Раціональні рівняння як математичні моделі реальних ситуацій», дев'ятому – «Системи двох рівнянь із двома змінними як математичні моделі прикладної задачі» тощо. Але сумарно відсоток задач практичного спрямування у досліджуваних підручниках не зможе у повній мірі забезпечити результати навчання, що зазначенні у навчальних програмах з математики. Хоча задачі практичного характеру зазвичай включаються в іспити, зокрема в зовнішнє незалежне оцінювання та національний мультипредметний тести.

Нами був здійснений аналіз завдань зовнішнього незалежного оцінювання 2021 року та національного мультипредметного тесту 2022 року з математики з використанням офіційних звітів про проведення цих іспитів щодо виявлення задач практичного змісту та аналізу показника успішності (P-value) виконання таких завдання і їх розподільної здатності (дискримінативність) відділяти учасників тестування з різним рівнем навчальних досягнень. Так, задачі практичного змісту становили 23,5 % від загальної кількості завдань сертифікованої роботи основної сесії ЗНО і лише 10 % від загальної кількості завдань мультипредметного тесту блоку математика. Середнє арифметичне показників успішності виконання текстових задач (P-value) учасниками ЗНО 2021 року становить 44,96, а дискримінативності (D-index) – 49,97. Ці ж показники НМТ (блок математика) 2022 року: P-value – 79,1; D-index – 38,7. З цього можна зробити висновок, що задачі практичного змісту ЗНО 2021 року відносяться до оптимальних із дуже хорошою дискримінативністю, НМТ 2022 року відносяться до легких і теж із дуже хорошою дискримінативністю.

Використання задач практичного змісту у процесі навчання математики відзначається великим педагогічним впливом. Вони сприяють усвідомленню

учнями значущості математичних знань та сприяють їх активному та свідомому засвоєнню навчального матеріалу. Задачі практичного спрямування допомагають формуванню в учнів таких навичок: уміння аналізувати умову текстової задачі та виділяти основні типи текстових задач; здатність розуміти залежності між величинами та вміння виражати невідомі величини через відомі; уміння розрізняти дві однакові величини, які виражені різними способами; здатність логічно обґрунтовувати математичні твердження та використовувати математичні методи під час розв'язання таких задач; уміння критично оцінювати умову задачі; використання отриманих математичних знань у повсякденному житті. Все це сприяє формуванню математичної компетентності учнів.

У роботі описано методичні особливості навчання розв'язувати задачі прикладного характеру. Зокрема, розглянуто поділ текстових задач на кілька основних типів за загальними підходами до їх розв'язання: задачі на спільну роботу, задачі на розчини та суміші, задачі на рух, задачі на відсотки. У кожному з цих типів задач виділено підвиди та наведено специфіку їх розв'язання. Для формування вмінь розв'язувати такі задачі, важливо організувати процес навчання таким чином, щоб учням стали зрозумілі суть завдань і залежність між основними величинами. Виявлено, що ці закономірності стануть більш зрозумілими, якщо використовувати графічні ілюстрації для їх візуалізації.

Питання прикладної спрямованості шкільного курсу математики є важливою проблемою, яку необхідно вирішити. Прикладна спрямованість шкільного курсу математики передбачає встановлення цілеспрямованих зв'язків математики з практичним застосуванням; розвиток здатності учнів застосовувати математичні знання, уміння і навички в повсякденному житті та у майбутній професійній діяльності через математичне моделювання.

Найчастіше математичною моделлю деякої реальної ситуації, яка описана в умові задачі є рівняння чи система рівнянь, тобто переклад задачі на математичну мову. Підхід до вирішення завдань, при якому використовуються алгебраїчні

методи, такі як складання та розв'язання рівнянь чи систем рівнянь, називається алгебраїчним методом розв'язання задач. Основна ідея полягає в тому, щоб виразити дані задачі або невідомі величини через алгебраїчні вирази та використовувати властивості алгебри для знаходження розв'язку. Загалом, алгебраїчний метод є потужним інструментом для розв'язання широкого спектру математичних задач.

У роботі наведено власні розробки конспектів уроків з математики для учнів 6 та 7 класів загальноосвітніх навчальних закладів на тем: «Розв'язування задач за допомогою рівнянь», «Розв'язування задач за допомогою систем лінійних рівнянь».

Практичне значення отриманих результатів полягає у розробці рекомендації, щодо навчання учнів розв'язувати задачі практичного змісту за допомогою рівнянь та їх систем у шкільному курсі математики. Матеріали можуть бути використані педагогічними працівниками під час викладання математики у шкільному курсі математики та у підготовці здобувачів освіти до різного рівня учнівських конкурсів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- 1) Ачкан В. Прикладні задачі як засіб формування математичних компетентностей учнів у процесі вивчення рівнянь і нерівностей в курсі алгебри і початків аналізу // Математика в школі. – 2009. – №1-2. – С. 31-34.
- 2) Бевз Г.П. Методика викладання математики: підручник / Г.П.Бевз. – [2-ге вид.]. – К.: – Вища школа, 1977. – 374 с.
- 3) Бондар С. Компетентність особистості інтегрований компонент навчальних досягнень учнів // Біологія і хімія в школі. – 2003. – № 2. – С. 8-9.
- 4) Бондарчук В. С. Розв'язування текстових задач на спільну роботу різними способами // Методичний пошук вчителя математики: зб. наук. праць за матеріалами I Всеукр. дистанц. наук.-практ. конф., 16 березня 2017 р. / Міністерство освіти і науки України, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського [та ін.]. – Вінниця, 2017 – 269 с.
- 5) Бусел Т.Л. Відсотки в шкільному курсі математики. 2018. URL: http://buselt.blogspot.com/2018/04/blog-post_7.html
- 6) Вигівська Л. Розв'язування задач за допомогою рівнянь. Алгебра, 7 клас / Л. Вигівська // Математика. – К.: пед. преса, 2006, №16 (364). – С. 3– 5.
- 7) Глобін О. Моделювання як ефективний засіб реалізації міжпредметних зв'язків у профільному навчання математики та інформатики / Олександр Глобін, Віталій Лапінський // Математика в школі. – 2010. – № 7-8. – С. 17-20.
- 8) Глущенко Л. Розв'язування текстових задач / Людмила Глущенко // Математика. – 2008. – № 31-32. – С. 22-46.
- 9) Головань М.С. Компетенція і компетентність: досвід теорії, теорія досвіду [Текст] / М.С. Головань // Вища освіта України. – 2008.– № 3.– С. 23-30.
- 10) Гушлевська І. Поняття компетентності у вітчизняній та зарубіжній педагогіці // Шлях освіти. – 2004. - №3. – С. 22-24.

- 11) Забранський В., Грицик Т. Прикладні задачі під час вивчення лінійних та квадратних рівнянь // Математика в школі. – 2010. - №12. – С.52-60.
- 12) Компетентнісний підхід до підготовки педагогів у зарубіжних країнах: теорія та практика : монографія / [Н. М. Авшенюк, Т. М. Десятов, Л. М. Дяченко, Н.О. Постригач, Л. П. Пуховська, О. В. Сулима]. — Кіровоград : Імекс-ЛТД, 2014. — 280 с.
- 13) Компетентнісний підхід у вищій освіті: світовий досвід / [Антонюк Л.Л., Василькова Н. В., Ільницький Д. О. та ін.]. – К.: КНЕУ, 2016. – 61 с.
- 14) Костевська Л. Задачі на спільну роботу. Алгебра, 8 клас / Л. Костевська // Математика. – К. : пед. преса, 2005, №10 (310). – С. 14 - 15.
- 15) Кузьмінський А.І. Наукові засади методичної підготовки майбутнього вчителя математики / А. І. Кузьмінський, Н. А. Тарасенкова, І. А. Акуленко. – Черкаси : Вид. від. ЧНУ імені Богдана Хмельницького, 2009. – 320 с.
- 16) Леута Н. Розв'язування текстових задач 9-11 класи.//Математика, № 16 (268) 2004.
- 17) Лук'янова С.М. Розв'язування текстових задач в основній школі: традиції та інновації.// Математика в рідній школі, № 1 - 2014 - с. 37-39.
- 18) Мерзляк А. Г. Математика. 5 клас: підручник для закладів загальної середньої освіти / А. Г.Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Вид. 2-ге, доопр. відповідно до чинної навч. програми. – Х.: Гімназія, 2018. – 272 с.
- 19) Мерзляк А. Г. Математика: підручник для 6 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г.Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х.: Гімназія, 2014. – 400 с.
- 20) Мерзляк А. Г. Алгебра: підручник для 7 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г.Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – 2-ге вид., переробл. – Х.: Гімназія, 2020. – 288 с.

- 21) Мерзляк А. Г. Алгебра. Пропедевтика поглибленого вивчення: навч. посіб. для 7 кл. з поглибленим вивченням математики / А. Г.Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір.– Х.: Гімназія, 2015. – 240 с.
- 22) Мерзляк А. Г. Алгебра: підручник для 8 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г.Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – 2-ге вид., переробл. – Х.: Гімназія, 2021. – 240 с.
- 23) Мерзляк А. Г. Алгебра: підручник для 8 класу з поглибленим вивченням математики закладів загальної середньої освіти / А. Г.Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – 2-ге вид., переробл. – Х.: Гімназія, 2021. – 383 с.
- 24) Мерзляк А. Г. Алгебра: підручник для 9 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г.Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – 2-ге вид., переробл. – Х.: Гімназія, 2017. – 272 с.
- 25) Мерзляк А. Г. Алгебра для загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням математики: підручник для 9 кл. загальноосвітніх навч. закладів/ А. Г.Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х.: Гімназія, 2017. – 416 с.
- 26) Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу: проф.рівень: підручник для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г.Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М. С. Якір. – Х.: Гімназія, 2018. – 400 с.
- 27) Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу: проф.рівень: підручник для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г.Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський та ін. – Х.: Гімназія, 2019. – 352 с.
- 28) Мерзляк А. Г. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарт: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г.Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2018. – 256 с.

- 29) Мерзляк А. Г. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарт: підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г.Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2019. – 208 с.
- 30) Михайленко Л. Ф. Розв’язування текстових задач як засіб формування математичної компетентності старшокласників /Л.Ф. Михайленко, М.Б. Ковальчук //Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: Зб. наук. праць. – Вип.46.– Київ-Вінниця: ТОВ фірма «Планер», 2016. – С. 65-69.
- 31) Навчальна програма з математики для учнів 5–9 класів загальноосвітніх навчальних закладів [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi>
- 32) Навчальна програма для поглибленого вивчення математики в 8-9 класах загальноосвітніх навчальних закладів [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi>
- 33) Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi>
- 34) Навчальна програма з математики для Учнів 10-11 класів (початок вивчення на поглибленому рівні з 8 класу) загальноосвітніх навчальних закладів. Поглиблений рівень [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi>
- 35) Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень [Електронний ресурс] – Режим

- доступу до ресурсу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi>
- 36) Овчарук О. Компетентності як ключ до оновлення змісту освіти. / «Директор школи. Україна» №3-4 – 2005.
- 37) Овчарук О.В. Компетентності як ключ до формування змісту освіти // Стратегія реформування освіти України. - Київ.: К.І.С.2003. – 295 с.
- 38) Офіційний звіт про проведення в 2021 році зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти. [Електронний ресурс]. - Режим доступу: <https://testportal.gov.ua/ofzvit/>.
- 39) Офіційний звіт про результати національного мультипредметного тесту у 2022 році. [Електронний ресурс]. - Режим доступу: <https://testportal.gov.ua/ofzvit/>.
- 40) Програма зовнішнього незалежного оцінювання з математики 2018 року. [Електронний ресурс]. - Режим доступу: <http://testportal.gov.ua/progmath/>.
- 41) Професійна освіта: Словник: Навч. пос. / Уклад. С.У. Гончаренко та ін.; За ред. Н.Г. Никало. – К.: Вища школа, 2000. – 149 с.
- 42) Пуховська Л. П. Дискусія у світовому освітньо-науковому просторі щодо компетентності вчителя: схоластичний спір чи пошук сутності? / Л. П. Пуховська // Професійна освіта: проблеми і перспективи. - 2013. - Вип. 5. – С. 75-82.
- 43) Раков С.А. Формування математичних компетентностей випускника школи як місія математичної освіти // Математика в школі. – 2005. – №5. – С. 2-8.
- 44) Родигіна І.В. Компетентнісно орієнтований підхід до навчання. – Х.: Вид. група «Основа», 2005. 96 с. – (Б-ка журн. «Управління школою»; вип. 8(32)).
- 45) Слепкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. – 2-ге вид., допов. і переробл. – К.: Вища школа, 2006. – 582 с.

- 46) Склярова І. О. Професійна компетентність вчителя математики як загальна умова педагогічної діяльності [Електронний ресурс] / І. О. Склярова // Електронний збірник наукових праць Запорізького обласного інституту післядипломної педагогічної освіти: Особистість у єдиному освітньому просторі. Збірник наукових тез III Міжнародного Форуму 26-29 квітня 2012. – Випуск № 2 (8).
- 47) Соколенко О.І., Соколенко Л.О. Особливості викладання вищої математики на природничих факультетах вищих навчальних закладів // Вісник Чернігівського державного педагогічного університету. Вип. 19. Серія: Педагогічні науки. – Чернігів, 2003. – С. 85-87.
- 48) Соколенко Л.О., Філон Л.Г., Швець В.О. Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри і початків аналізу: практикум. Навчальний посібник. – Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2010. – 128 с.
- 49) Тарасенкова Н. Методичні компетентності у системі фахової підготовки майбутнього вчителя математики / Н. Тарасенкова, І. Акуленко // Вища освіта України. – 2011. – № 3. – С. 53-66. – Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/vou_2011_3_11.
- 50) Хворостіна Ю.В., Підпригора А.В. Мисленева діяльність учнів під час розв'язування текстових задач // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс – 2018» : матеріали III Міжнародної науково-методичної конференції (8-9 листопада 2018 р., м. Суми) : у 2 томах. Т. 1 / упорядн. Чашечникова О.С. – Суми : ФОП Цьома С.П., 2018. – С. 64-66.
- 51) Хворостіна Ю.В., Підпригора А.В. Розвиток математичних компетентностей при розв'язуванні текстових задач // Фізико-математична освіта: науковий журнал. Вип. 3 (17) / Сумський державний педагогічний університет імені

А.С. Макаренка, Фізико-математичний факультет редкол.: О.В. Семеніхіна (гол.ред.) [та ін.]. Суми : [СумДПУ ім. А.С. Макаренка], 2018. – С. 94-99.

- 52) Черемис І. Нові вимоги до спеціаліста: поняття компетентності й компетенції // Вища освіта України. – 2006. - № 2. – С. 84-88.
- 53) Швець В., Прус А. Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії // Математика в школі. – 2009. – № 4. – С.17-24.
- 54) Швець В.О., Прус А.В. Теорія та практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії: Навчальний посібник. – Житомир: Видавництво ЖДУ імені І.Франка, 2007. – 156 с.

<http://fizmat.ssru.edu.ua>
Дотримуйтесь
принципів академічності
Доброчесності
<http://fizmat.ssru.edu.ua>