

Сумський державний педагогічний університет імені А. С. Макаренка

Фізико-математичний факультет

Кафедра математики, фізики та методик їх навчання

Глазько Сергій Сергійович

**КОМПЕТЕНТІСНІ ЗАДАЧІ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ В
СЕРЕДНІЙ ШКОЛІ**

Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)

Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка

Кваліфікаційна робота
на здобуття освітнього ступеня магістра

Науковий керівник

_____ Я.О. Чкана

кандидат педагогічних наук, доцент

«__» _____ 2023 року

Виконавець:

_____ С.С. Глазько

«__» _____ 2023 року

Суми 2023

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ КОМПЕТЕНТНІСНОГО ПІДХОДУ ТА НАСКРІЗНИХ ЛІНІЙ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ	6
1.1. Компетентнісний підхід у навчанні математики: нормативне забезпечення, основні засади.....	6
1.2. Поняття "компетентність", "компетенція", "математична компетентність"	11
1.3. Ключові компетентності та наскрізні лінії при вивченні математики у школі.....	16
Висновки до розділу 1	31
РОЗДІЛ 2. ПРАКТИЧНІ АСПЕКТИ СТВОРЕННЯ ТА ВИКОРИСТАННЯ КОМПЕТЕНТНІСНИХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ З МАТЕМАТИКИ.....	32
2.1. Поняття "компетентнісна задача", їх класифікація, вимоги та методика їх створення.....	32
2.2. Роль компетентнісних задач при вивченні математики в школі. Створення банку компетентнісних задач.....	39
2.3. Приклади практичного використання компетентнісних задач на уроках з математики.....	44
Висновки до розділу 2	54
ВИСНОВКИ.....	55
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	57
ДОДАТКИ	63

ВСТУП

Компетентнісний підхід у навчанні, який визнаний на загальнодержавному рівні, націлено на формування комплексної системи знань, умінь, навичок та досвіду особистості. У структурі української освіти математика відіграє ключову роль, сприяючи загальному та інтелектуальному розвитку особистості. Одна з головних цілей у навчанні математики в школі полягає у формуванні математичної компетентності. Важливо відзначити, що математична компетентність – це невід'ємна частина сприйняття навколишнього світу за допомогою методів математики, нею передбачається застосування математичних знань у повсякденному житті та становить важливий елемент подальшої професійної та освітньої діяльності. До теперішнього часу у математичній освіті залишається недостатньо вивченим такий засіб розвитку математичної компетентності як компетентнісні задачі.

У методичній та науково-педагогічній літературі можна знайти достатню кількість досліджень різноманітних аспектів компетентнісного підходу. У дослідженнях І. Зимньої, Н. Бібік, О. Топузова, О. Онопрієнко, І. Зязюна, О. Пометун, О. Савченко можна знайти визначення сутності понять «компетенція», «компетентність». У працях І. Родигіної, В. Краєвського, І. Бега, С. Гончаренка наявна характеристика різних аспектів запровадження компетентнісного підходу у навчальний процес. Безпосереднє впровадження задач у навчання математики, у тому числі компетентнісно орієнтованих, описане у роботах Л. Павлової, Н. Морзе, М. Амосової, О. Кузьмінської, І. Богатирьової, О. Коломієць, С. Бас, М. Дубової та інших.

Об'єкт дослідження – процес навчання математики.

Предмет дослідження – методичні засади навчання математики учнів середньої школи на основі використання компетентнісних задач.

Мета дослідження – розкрити зміст компетентнісних задач на уроках математики середньої школи, що становитиме основу теоретичного підґрунтя для розробки конспектів уроків.

Для досягнення поставленої мети розв'язувалися такі завдання дослідження:

- 1) розкрити зміст компетентнісного підходу у навчанні математики, а саме основних понять та нормативного забезпечення;
- 2) охарактеризувати ключові компетентності та наскрізні лінії з точки зору реалізації їх на уроках математики;
- 3) розглянути сутність компетентнісних задач, їх класифікацію, методика створення та роль при навчанні математики;
- 4) продемонструвати методичні розробки фрагментів уроків з використанням компетентнісних задач та сформуванню банку компетентнісних задач.

Для вирішення поставлених завдань застосовувалися такі методи науково-педагогічних досліджень:

- теоретичні: аналіз наукової педагогічної, психологічної та методичної літератури, дисертаційних робіт, систематизація й узагальнення педагогічного досвіду, за допомогою яких обґрунтовано теоретичні положення проблеми практичного використання компетентнісних задач;
- емпіричні: педагогічне спостереження для перевірки ефективності запропонованої методичної системи практичного використання компетентнісних задач на уроках з математики.

Наукова новизна одержаних результатів дослідження полягає в тому, що було з'ясовано та узагальнено психолого-педагогічні умови, які забезпечують ефективне формування математичних компетентностей у школярів під час уроків математики; здійснена спроба подолати протиріччя між необхідністю навчання розв'язанню компетентнісно орієнтованих завдань та нерозробленістю методики їх використання у процесі навчання математики.

Практичне значення отриманих результатів полягає у тому, що розроблені фрагменти уроків з використанням компетентнісних задач можуть бути використані на уроках математики для формування і вдосконалення ключових математичних компетентностей.

Апробація результатів дослідження. Результати дослідження виносилися на обговорення та отримали позитивну оцінку на науково-методичних семінарах кафедри математики, фізики та методик їх навчання Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка, а також висвітлювалися на науково-практичних і науково-методичних конференціях: IV Всеукраїнська науково-методична інтернет-конференція студентів, аспірантів та молодих вчених Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс-2023 Форум молодих дослідників» 17 листопада 2023 року м. Суми, Україна і також наші роботи представлені в освітньому проєкті «На Урок» <https://naurok.com.ua/profile/2486622>

Структура і обсяг дослідження. Дослідження складається зі вступу, двох розділів, висновків до кожного розділу, загальних висновків, списку використаних джерел (50 найменувань) та 1 додаток на 5 сторінках. Повний обсяг магістерської роботи складає 63 сторінки, основний текст – 55 сторінок. Магістерська робота містить 2 таблиці, 9 рисунків.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ КОМПЕТЕНТНІСНОГО ПІДХОДУ ТА НАСКРІЗНИХ ЛІНІЙ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ

1.1. Компетентнісний підхід у навчанні математики: нормативне забезпечення, основні засади

Компетентнісний підхід на сучасному етапі розбудови освітнього простору знайшов своє відображення в усіх його ланках. Це пояснюється тим, що запровадження компетентнісного підходу щодо організації навчального процесу на сьогодні визнано як вітчизняними, так і зарубіжними науковцями одним із актуальних і пріоритетних напрямів оновлення змісту освіти.

Під компетентнісним підходом розуміють орієнтацію навчального процесу на те, щоб майбутні випускники закладів вищої освіти набули як ключові, так й спеціальні професійні компетенції, необхідні для успішної реалізації професійної діяльності, та які формуватимуть професійну компетентність [33]. У розрізі такого підходу навчальна діяльність набуває практично-орієнтованого та дослідницького характеру. Це є дуже важливою складовою, так як під час навчання математики формуються мисленнєві якості, що є характерними для даної діяльності, та які будуть потрібні людині для її повноцінного суспільного життя; спостерігається оволодіння конкретними математичними знаннями, уміннями та навичками, що є необхідні для застосування у практичній діяльності, для вивчення суміжних дисциплін і продовження освіти. Компетентнісний підхід передбачає глибокі системні перетворення, які зачіпають викладання, зміст, оцінювання, освітні технології, зв'язки з іншими рівнями професійної освіти, запровадження модульної структури навчальних планів.

Компетентнісний підхід у навчанні математики – це освітній підхід, який спрямований на розвиток математичних компетентностей учнів, а не лише на запам'ятовування фактів і алгоритмів. Основна ідея цього підходу – навчати

учнів розв'язувати реальні завдання, розуміти математичні концепції та застосовувати їх в практичних ситуаціях.

Розглянемо основні засади компетентнісного підходу у навчанні математики:

- *розвиток критичного мислення* (учні навчаються аналізувати математичні завдання, виявляти ефективні методи розв'язання, оцінювати правильність результатів і виправляти помилки);
- *використання проблемно-пошукових методів* (розв'язання завдань, які передбачають пошук рішень і використання різних математичних теорій, а не лише застосування алгоритмів);
- *акцент на реальних ситуаціях* (доцільно використовувати завдання, що містять реальні ситуації, які можуть бути корисними в повсякденному житті і роботі);
- *співпраця та комунікація* (активна робота над математичними завданнями в групах, коли учні обмінюються ідеями, обговорюють свої думки, що сприяє розвитку навичок комунікації);
- *активне використання технологій* (комп'ютери, програми та онлайн-ресурси можуть бути важливими інструментами для вивчення та розв'язування математичних завдань);
- *індивідуалізація навчання* (компетентнісний підхід дозволяє учням розвивати свої навички відповідно до їх потреб і темпу навчання).

Таким чином, компетентнісний підхід створює умови для глибокого розуміння математичних теорій та їх застосування у різних життєвих ситуаціях, а також розвиває критичне мислення та навички співпраці. Він сприяє підготовці учнів до подальшого життя та кар'єри, де математичні знання та навички є важливими.

Нормативне забезпечення компетентнісного підходу у навчанні математики в Україні визначається рядом офіційних документів та стандартів. Закон України "Про освіту" [16] встановлює загальні принципи та цілі освіти в Україні, включаючи підтримку розвитку компетентнісного підходу у

навчанні. Міністерством освіти та науки України розроблено і затверджено Стандарти базової та повної загальної середньої освіти [16], що містять стандарти навчальних програм, в яких визначені компетенції та очікувані результати для учнів у різних предметних областях, включаючи математику. Національний кураторський центр з питань загальної середньої освіти розробляє освітні програми для загальноосвітніх шкіл, в яких визначається зміст навчання, включаючи математику, згідно з компетентнісним підходом. Також, міністерство освіти та науки України затверджує підручники та навчальні матеріали для загальноосвітніх шкіл, які відповідають вимогам компетентнісного підходу. В національній системі освіти розроблено критерії оцінювання, які враховують компетентнісний підхід та включають в себе оцінювання, спрямоване на вимірювання компетенцій учнів у математиці, оцінку здатності учнів застосовувати свої знання та навички в реальних ситуаціях. Математичний компонент навчальних стандартів має велике значення в контексті компетентнісного підходу. У них визначаються навички, знання та завдання, які повинні володіти учні на різних етапах навчання. Велику роль відіграють методичні рекомендації та матеріали, які допомагають впроваджувати компетентнісний підхід у навчанні.

У модельних навчальних програмах, за основу яких взята Типова освітня програма для 5-9 класів закладів загальної середньої освіти та Державний стандарт базової середньої освіти, чітко простежується спрямування на досягнення цілі освітньої математичної галузі, а саме, на розвиток особистості учня шляхом формування математичних компетентностей у взаємозв'язку з іншими ключовими компетентностями, щоб впродовж життя була успішна освітня та професійна діяльність [38].

Розглянемо деякі особливості реалізації компетентнісного підходу в навчанні математики учнями основної школи у поєднанні з доцільними засобами його впровадження, які виокремив Прус А. В. [36].

Виховуючи інтерес до вивчення математики, бажано починати формувати ставлення до математичної діяльності. Прикладний аспект

математики, сферу її застосування слід демонструвати, насамперед, застосовністю математики до розв'язання різних життєвих ситуацій, виховуючи математичну культуру як невід'ємну частину загальної культури. Засобами для цього є факти з історії математики [35, с. 41], зокрема біографічні ситуації з життя математиків, літературні твори, прикладні задачі, прикладна інформація, художні твори, наочні матеріали, особливо фото-та відеоматеріали, що демонструють математичні прояви (геометричні фігури, кількісні відношення тощо) в природі, архітектурі, побуті тощо. Важливо організувати регулярні математичні екскурсії.

Доцільним під час формування математичної компетентності є залучення учнів до евристичної діяльності. Засобами евристичної діяльності є алгоритми та евристичні приписи вирішення типових вправ, прикладні задачі, математичні довідники, комп'ютерна техніка, опорні конспекти тощо.

Математику варто викладати емоційно, з гарним використанням літературної мови та активним залученням образної пам'яті учнів. Щоб створити сприятливе емоційне середовище для математичної діяльності можна користуватися наступними видами уроків: урок-дискусія, урок-презентація тощо. Важлива роль при цьому відводиться відповідній організації навчальної діяльності на уроці – роботі у групі, у парі, дидактичній грі.

Доцільною для учнів буде демонстрація зв'язку всередині навчального предмету «математика» (між різними поняттями та всередині цих понять) та міжпредметних зв'язків. Це допомагатиме перевіряти, оцінювати та вчасно коригувати свою власну математичну діяльність, пізнавати свій математичний потенціал. На нашу думку, це буде підґрунтям у прагненні розширювати власні математичні здібності.

У навчанні математики реалізація компетентнісного підходу характеризується своїми особливостями та вимагає від вчителів і учнів нових підходів та стратегій. З власного досвіду, можемо виділити наступні особливості реалізації цього підходу:

- активне навчання, коли учні активно залучаються до процесу навчання, вони вирішують завдання, встановлюють зв'язки між різними математичними концепціями та розв'язують проблеми. Вчителі стимулюють учнів до самостійного дослідження і вирішення завдань;
- контекстуальне навчання, коли математика вивчається в контексті реальних ситуацій і завдань, що допомагає учням бачити практичне застосування математики в їхньому житті. Прикладами можуть бути задачі, які моделюють реальні ситуації, наприклад, фінансові розрахунки або геометричні завдання, пов'язані з будівництвом;
- проблемне навчання, коли учні навчаються розв'язувати математичні проблеми, що передбачають пошук рішень, аналіз і вибір оптимальних шляхів вирішення. Важливо, щоб учні навчилися ставити і вирішувати проблеми самостійно;
- співпраця та комунікація, коли учні спілкуються і співпрацюють між собою при вирішенні завдань, що розвиває навички комунікації та співпраці. Колективне вирішення завдань може включати в себе дискусії, обговорення та спільне пошук рішень;
- використання сучасних технологій, програм та онлайн-ресурсів для навчання та вирішення математичних завдань. Комп'ютерні програми та інтерактивні інструменти можуть полегшити навчання і допомогти учням краще розуміти матеріал;
- оцінювання компетентностей, коли оцінка здійснюється на основі здатності учнів застосовувати свої знання та навички в реальних ситуаціях, а не лише на основі пам'яті та розуміння теоретичних концепцій;
- індивідуалізація навчання, тобто врахування індивідуальних потреб і темпу навчання кожного учня. Учителі можуть працювати з учнями із різним рівнем підготовки, надаючи додаткову підтримку або вибірккові завдання.

Реалізація компетентнісного підходу в навчанні математики допомагає учням розвивати не лише математичні знання, але й навички, які є важливими

в сучасному світі, такі як критичне мислення, проблемне вирішення, комунікація та застосування математики в реальних ситуаціях.

1.2. Поняття "компетентність", "компетенція", "математична компетентність"

У компетентнісному підході базові поняття – це «компетенція» та «компетентність». У педагогічній літературі ці поняття розробляються досить плідно та розглядаються різнобічно, але до сих пір не мають однозначності у змісті та визначеннях.

Термін «компетенція» характеризує всю ту різноманітність знань, умінь, особистісних властивостей, якостей, якими має володіти людина у відповідності до свого місця у професійній та соціальній діяльності. Термін «компетентність» вказує відповідність між необхідним та реальним в особистості фахівця, на те, в якій мірі особистістю засвоюється зміст компетенцій. Іншими словами, «компетентність» є якісним показником [14, с.37].

У межах власної компетенції особистість може бути некомпетентною або компетентною в тому чи іншому питанні, тобто володіти компетентністю у певній галузі діяльності. Дані поняття є значно ширшими за поняття знань, умінь, навичок та характеризуватися [17]:

- спрямованістю особистості: мотивацією, ціннісними орієнтаціями тощо;
- здібностями особистості: подоланням стереотипів, критичністю мислення, проникливістю, гнучкістю методів тощо;
- характером особистості: вольовими якостями, темпераментом, цілеспрямованістю, самостійністю тощо.

Таким чином, компетентність – це результат оволодіння учнем відповідними компетенціями, що включають його особистісне відношення до них та предмету діяльності.

У галузі освіти компетенція є об'єктивною категорією, суспільно визнаним рівнем знань, умінь, навичок, відношень тощо у деякій сфері життєдіяльності людини; компетентність є інтегративним утворенням особистості, що поєднує знання, уміння, навички, досвід та особистісні якості, якими зумовлюються прагнення, здатність та готовність до розв'язування завдань, що виникають у реальній життєвій ситуації, при цьому усвідомлюючи значущість результатів діяльності та предмета [13, с. 232].

Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти трактує компетентність як набуту під час навчання інтегровану здатність школяра, яка формується із умінь, знань, досвіду, відношень та цінностей, які можуть на практиці цілісно реалізуватися; компетенція є суспільно визнаним рівнем знань, умінь, навичок, відношень у деякій сфері життєдіяльності людини [16]. Сукупністю компетенцій, наявністю знань та досвіду, потрібних для ефективної діяльності в деякій предметній галузі називається компетентність [15, с. 20].

Під компетентністю будемо розуміти інтегровану характеристику якості особистості як суб'єкта діяльності в певній галузі [43, с. 251].

До структури компетентностей входять фахові компетентності. До основних фахових компетенцій вчителя математики Прус А.В. відносить наступні [37, с. 5]:

- предметну (математичну), яка включає вміння вирішувати типові математичні задачі; можливості володіти дедуктивними методами доведення та спростування тверджень; володіти найсучаснішими інформаційно-комунікаційними технологіями підтримки математичної діяльності; володіти методами дослідження індивідуально та соціально значущих завдань, використовуючи математичні методи; оцінювання доцільності застосування математичних методів для вирішення цих індивідуально та суспільно значущих завдань тощо;

- методичну, якою включаються знання мети навчального процесу з математики, його зміст; знання та вільне володіння засобами, методами та

різноманітними організаційними формами під час навчання математиці; знання та уміння виховувати учнів під час їхнього навчання математиці тощо;

- особистісно-професійну, до якої належить позитивна мотивація щодо навчання; ціннісне відношення до обраної фахової діяльності; прагнення самовдосконалюватися; сформованість математичного, педагогічного, комунікативного, організаційного, креативного та рефлексивного мислення.

Під математичною компетентністю розуміється здатність структурувати певні дані (ситуацію), виділяючи при цьому математичні відношення, створюючи математичні моделі ситуацій, вміння до її аналізу та перетворення, інтерпретування отриманих результатів. [9]

Розглянемо складові математичної компетентності [27]:

- обчислювальна (готовність учнів користуватися обчислювальними вміннями на практиці);
- інформаційно-графічна (готовність користуватися вміннями та навичками, способами діяльності, що пов'язані із графічною діяльністю, наприклад будувати коло без циркуля);
- логічна (характеризується здатністю учнів здійснювати логічні операції, наприклад під час розв'язування рівнянь, розрізнення хибних та істинних тверджень);
- геометрична (проявляється через володіння просторовою уявою).

Ігор Зіненко, український вчений в галузі математичної освіти та методики викладання математики, визначив структурні компоненти математичної компетентності наступним чином [17]:

- 1) поняттєва компетентність (включає в себе розуміння математичних понять, термінів і концепцій, а також їх взаємозв'язків);
- 2) методологічна компетентність (охоплює знання та навички використання різних методів, прийомів і алгоритмів для розв'язання математичних завдань і проблем);

3) алгоритмічна компетентність (учні повинні бути здатні використовувати алгоритми і процедури для вирішення різноманітних математичних завдань, включаючи обчислення, розв'язання рівнянь тощо);

4) моделювальна компетентність (здатність моделювати реальні ситуації або задачі за допомогою математичних моделей і розв'язувати їх);

5) символічна компетентність (вміння працювати з математичними символами, формулами та виразами, а також розуміння їх значення та використання для розв'язання завдань);

6) мовна компетентність (здатність чітко та точно висловлювати математичні думки та ідеї в письмовій і усній формі, а також розуміти математичний мовний апарат).

Ці компоненти утворюють комплекс математичної компетентності, який допомагає учням ефективно володіти математикою та застосовувати її в різних сферах життя. Дослідник вважає, що описані галузі математичної діяльності починають формуватися ще на ранніх етапах навчання, проте їхня інтеграція є можливою у підлітковому віці, що зумовлюється психологічними особливостями цієї вікової групи.

Розуміння математичної компетентності з точки зору особистісної діяльнісної характеристики, як сукупність математичної грамотності та досвіду самостійної діяльності дозволяє обґрунтувати її структурні компоненти, такі як: мотиваційно-ціннісний, когнітивний, операційно-технологічний та рефлексивний [36].

Мотиваційно-ціннісним структурним компонентом включається мотивація та відношення (цінності та інтереси) до математичної діяльності. Даний компонент можна охарактеризувати за допомогою системи орієнтацій учнів на розуміння та вільне оперування математичними вміннями та знаннями, на самостійні пошуки потрібних знань, перенесенням загальновідомих способів математичної діяльності на нові, нестандартні ситуації, проявом активності у судженнях, критичним мисленням, гнучкістю

методу, прогнозуванням власної діяльності, іншими словами на розвиток творчого особистісного потенціалу.

У когнітивний структурний компонент включається система уявлень школяра, якими характеризується глибина обізнаності в математичних знаннях та математичній діяльності.

Операційно-технологічним структурним компонентом створюється досвід самостійної математичної діяльності, який передбачає оволодіння загальновідомими математичними вміннями.

Рефлексивний структурний компонент можна охарактеризувати за допомогою пізнання учнями власного математичного потенціалу, прагнення розширювати математичні здібності з ціллю осмислити власну значущість під час вирішення життєвих проблем за допомогою засобів математики.

На нашу думку, характеристика математичної компетентності не буде повною, якщо не розглядати її зміст. С. Раков виділив наступні предметно-галузеві математичні компетентності:

- процедурну компетентність, в яку включаються вміння розв'язувати типові математичні завдання;
- логічну компетентність, яка передбачає здатність володіти дедуктивними методами доведення та спростування тверджень;
- технологічну компетентність, тобто здатність володіти та розбиратися в сучасних математичних пакетах;
- дослідницьку компетентність, що характеризує здатність володіти методами дослідження індивідуально та соціально значущих завдань математичними методами;
- методологічну компетентність, в яку включаються вміння до оцінки доцільності застосування математичних методів щодо розв'язування індивідуально та суспільно значущих завдань [38].

Таким чином, математична компетентність сьогодні є однією з ключових із тих, що потрібні кожній людині, щоб бути успішною у сучасному

суспільстві. Проте, рівень математичної підготовки у багатьох випускників шкіл та студентів закладів вищої освіти залишає бажати кращим.

1.3. Ключові компетентності та наскрізні лінії при вивченні математики у школі

У процесі реформування у системі освіти в Україні, відповідно до основних положень концептуальних засад реформи середньої освіти «Нова українська школа», оновлено зміст шкільних навчальних програм для середньої і старшої школи. Одним із головних моментів у нових програмах є те, що під час навчання мають реалізовуватися чотири наскрізні лінії, які в процесі навчання школярів розкриваються послідовно.

Значення і сутність наскрізних ліній висвітлюють навчальні програми з математики, методичні відеорекомендації, які створюються проєктом EdEra спільно із Міністерством освіти і науки України. [34]

Навчальні програми для 5-11 класів [25] (2017 р.) такі ключові компетентності, як екологічну грамотність та здоровий спосіб життя, підприємливість, соціальну та громадянську компетентність виокремлюються у чотирьох наскрізних лініях ("Екологічна безпека та сталий розвиток", "Громадянська відповідальність", "Здоров'я і безпека", "Підприємливість та фінансова грамотність"). Описані компетентності мають відношення до всіх навчальних предметів і спрямовуються на те, щоб посилити мотивацію, інтерес до навчання, щоб виробити у школярів здатність до застосування знань та умінь у різноманітних сферах діяльності, у реальних життєвих ситуаціях. Завдання навчання математики полягає у тому, щоб зробити деякий внесок в їхнє формування.

Для реалізації зазначених змістовних ліній на практиці необхідно посилити уваги до деяких аспектів, відповідно інтерпретувати зміст тем. Провідні ідеї, основою яких виступають наскрізні лінії, у викладання шкільних

предметів втілюються як у теоретичному змісті шкільних курсів, так і під час практичних робіт, розв'язування завдань, виконання проєктів [20].

Наскрізні лінії ключових компетентностей можуть реалізовуватися під час розв'язування завдань практичного змісту, тобто задач, які з'являються за межами математики, але їхнє розв'язування відбувається із залученням математичного апарату. Сучасні підручники таких задач містять чимало. В основному, це задачі, на суміші, на рух, на вимірювання та обчислення відстаней, на виконання виробничих завдань, побутового змісту, вартість покупок тощо. Беззаперечно потрібно мати навички їхнього розв'язувати, однак перевагу рекомендується надавати тим задачам, що мають відношення до сучасних суспільно-економічних цінностей та запитів. У першу чергу, це енергозбереження (вода, тепло, газ, світло — цінні ресурси, які потрібно заощаджувати), фінансова грамотність (планування та раціональне використання сімейних та власних коштів, правильна співпраця із фінансовими установами), екологія та здоров'я (бережне відношення до природних ресурсів, чистота довкілля, організація правильного харчування та дослідження якості продуктів харчування, вибір здорового способу життя, позиція щодо вживання нікотину та алкоголю тощо).

Завдання задач — це сприяння виробленню у школярів ціннісних орієнтацій, правильної поведінки щодо енергоресурсів, власного здоров'я, власних фінансів, оточуючого середовища, взаємовідносин між людьми, допомога в усвідомленні значення математичної освіти для ведення успішної діяльності в сучасному суспільстві. Практичні задачі, традиційно містять наступні запитання: «Скільки коштують цукерки (печиво, морозиво)?», «Яка сума грошей буде на банківському рахунку через визначений час?», «Скільки грошей потрібно заплатити за користування електроенергією?» Проте, ціннісну орієнтацію містять такі запитання: «Яким чином скласти власний раціон із продуктів, у яких є збалансований вміст цукру?», «Через який час можна купити певну річ, знаючи її вартість, на кошти від процентних відрахунків?»,

«Скільки грошей може заощадити родина, якщо звичайні лампи будуть замінені на енергозберігаючі?» [7].

Розглянемо чотири наскрізні змістові лінії та ключові компетентності з метою дослідити їхню реалізацію на уроках математики.

Однією з ключових компетентностей є «Екологічна грамотність і здорове життя», реалізація якої можлива за допомогою наскрізної змістовної лінії «Здоров'я і безпека». Завдання наскрізної лінії полягають у становленні учня як стійкого емоційно члена суспільства, який буде здатним вести здоровий спосіб життя та сформувати поруч себе життєве середовище, що буде безпечним.

Реалізація наскрізної лінії можлива шляхом використання завдань з реальними даними щодо безпеки і охорони здоров'я (текстових завдань, пов'язаних із середовищем дорожнього руху, рухом транспортних засобів та пішоходів). Важливим є звернення уваги на проблеми, що пов'язуються із ризиками для здоров'я та життя. Розв'язання проблем із «ага-ефектом», пошук оптимальних методів вирішення задач тощо, в учнів здатні викликати багато радісних емоцій.

Навчання математики у формування ключової компетентності «Екологічна грамотність і здорове життя» повинне зробити свій внесок, реалізувавши уміння до аналізу та критичного оцінювання соціально-економічних подій в державі на базі статистичних даних; уміння враховувати соціальні, екологічні, правові, етичні наслідки власних рішень. Дуже важливим є використання на уроках задач, що сприятимуть усвідомленню цінності ведення здорового способу життя.

Щоб актуалізувати знання учнів стосовно доходів, заощаджень та витрат можна проводити практичні роботи на побудови стовпчастих чи кругових діаграм щодо сімейних доходів (зарплати, пенсії, стипендії, премії, винагороди тощо) та сімейних витрат (харчування, комунальні послуги, шкільні витрати, одяг, інші витрати). Порівнявши доходи та витрати, учням вдасться

сформулювати висновок: «Від економного бережливого відношення до грошей залежатиме добробут та здоров'я кожної сім'ї».

Наведемо приклад текстової задачі на уроках математики, яка сприяє покращенню результативності у навчально-виховному процесі під час формування ключової компетентності «Екологічна грамотність і здорове життя» шляхом реалізації наскрізної змістової лінії «Здоров'я і безпека».

Задача 1.1. Людина для нормального функціонування організму має щодня отримувати вітаміну С у кількості 500 мг. Під час паління однієї цигарки руйнується 30 мг вітаміну С. Скільки міліграмів цього вітаміну втрачає той, хто на день викурює 15 цигарок? Скільки міліграмів вітаміну С буде потрапляти до його організму, у випадку, коли він споживає вітамін за нормою?

Розв'язання.

Порахуємо, яка кількість вітаміну С витратиться під час куріння

$$30 \cdot 15 = 450 (\text{мг})$$

$$500 - 450 = 50 (\text{мг})$$

Відповідь: до організму курця надходить 50 мг вітаміну С.

Громадянською відповідальністю у членів деякого суспільства не тільки створюється зобов'язання виконувати певні норми та обов'язки, але й формуються умови для самореалізації кожного громадянина. Успішним, патріотичним, моральним громадянином, що дбає про власний професійний розвиток, власну родину, буде проявлятися турбота й про країну. Під відповідальним громадянином розуміється особа, яка здатна ідентифікувати себе як громадянин держави, у якій мешкає, працює або навчається, прийняти громадянські цінності, виконати громадянські обов'язки, та постійно займатися особистісним саморозвитком (як інтелектуальним, так й професійним та фізичним), реалізувати власні громадянські права, дбати про стабільний і постійний розвиток країни [39].

Складовими громадянської відповідальності є громадянська ідентифікація; готовність до свідомого приймання та виконання законів;

сформованість системи національних цінностей; вміння передбачити наслідки власних вчинків та дій; усвідомлення своєї відповідальності за все оточуюче; шанобливе відношення до державних символів, культури, історії; вмотивованість до здійснення суспільно важливих дій та вчинків; вибір професії за здібностями; політико-правові та історичні знання; готовність до свідомого виконання громадянських обов'язків та прав; усвідомленість потреби засвоювати систему знань; толерантне відношення до інших людей; здатність відстоювати свої погляди; активна позиція у громадській діяльності; розвиненість потреби допомагати іншим [34].

Реалізація наскрізної лінії «Громадянська відповідальність» допоможе у формуванні активних членів громади, які розумітимуть механізми та принципи функціонування суспільства, є вільними людьми, які визнають людські й національні цінності та керуються етичними, моральними критеріями та почуттям громадянської відповідальності у своїй поведінці [25].

Дана наскрізна лінія ґрунтується на тому, що учні усвідомлюють свою громадянськість, тобто розумово осягають і внутрішнє сприймають той факт, що особа відноситься до певного соціуму; усвідомлюють власну гордість за приналежність до певної нації, сприймають оточуючий світ через призму національних інтересів, уміють мислити на основі образів національної культури тощо.

Виховання громадянської відповідальності на уроках математики здійснюється через те, що розширюється зміст освіти, доцільні методи та форми навчання, користуються сприятливими виховними ситуаціями.

Робота по вихованню у молоді громадянської відповідальності у школі, як зазначає Борзяк І.М. [6], відбувається у двох напрямках:

- 1) під час проведення позакласних заходах (організуються і проводяться бесіди, диспути та конференції, випускаються газети чи брошури, переглядаються фільми, зустріч з відомими людьми, екскурсії тощо);

2) під час проведення уроків (організуються та проводяться уроки з математики із залученням матеріалу, що сприяє здійсненню виховання громадянської відповідальності).

Вихованням громадської відповідальності варто займатися ще в початковій, основній та старшій школі, проте в кожній віковій групі вчителю математики варто висвітлювати різнобічні аспекти та акцентувати увагу на відповідному напрямі. Вчителями у школі приділяється увага викладанню основних норм поведінки та моральних цінностей. Переваги належать духовно-моральній, історико-красназвчій та національно патріотичній тематиці.

Громадянську відповідальність вважають складовою патріотичного виховання. Під час навчання математики патріотичне виховання учнів є особистісно-орієнтованим педагогічним процесом, спрямованим на те, щоб учні набули інтегративну якість, що охарактеризує їхнє позитивне відношення до Батьківщини та її полікультурності, щоб учні усвідомили власну причетність до національної спадщини та українського етносу, відповідально ставилися до вибору ціннісних орієнтацій та розвитку особистості.

Підручники з математики містять задачний матеріал, використовуючи який, можна реалізовувати патріотичне виховання. З метою збільшення потенціалу патріотичного виховання навчального предмета математики, потрібно частіше в зміст уроку включати задачі, які викликатимуть почуття гордості за рідну країну, стосуватимуться державності, прапора, столиці тощо.

Наскрізну лінію «Громадянська відповідальність» варто засвоювати шляхом колективної діяльності, до якої відноситься дослідницька робота, робота в групах, проєкти тощо, та яка розвиватиме у школярів готовність співпрацювати, толерантність стосовно найрізноманітніших способів діяльності та думок.

Групову форму роботи на уроках математики можна реалізувати на різних етапах уроку. Досить часто учителями призначаються спікери в цих групах, крім того можливий більш демократичний шлях, коли група сама собі

обирає капітана. Цей капітан не завжди є відмінником, бо йому треба буде брати відповідальність на себе за тих, хто представлятиме команду на тих чи інших етапах, за оцінки, які отримуються відповідно до своєї участі членами команди.

Під час засвоєння та використання математичних знань, вмінь та навичок будуть закладатися об'єктивні передумови збагачення не лише чисто математичного, але й загальнокультурного потенціалу учнів, створюватимуться широкі можливості розвитку та формування уявлень та уяви, мислення, пам'яті учнів, їхнього наукового світогляду, візуальної алгоритмічної, інформаційної культури, вміння встановити причинно-наслідкові зв'язки між певними фактами, обґрунтувати твердження, а реальні ситуації математизувати. За рахунок дидактично обґрунтованої організації навчання математики з'являється можливість істотно вплинути на інтелектуальний розвиток школярів, у навчальній діяльності сформувати позитивні особистісні риси, розвинути пізнавальну самостійність, розумову активність, саморегуляцію, творчість тощо.

Наведемо приклади задач, використання яких сприятиме формуванню у школярів громадянської відповідальності.

Задача 1.2. В озера Кагул максимальна глибина становить 30 м, що становить 500% від максимальної глибини озера Ялпуг, яке є найбільшим озером в Україні. Яка максимальна глибина озера Ялпуг?

Розв'язання: складемо пропорцію:

$$30 \text{ м} - 500 \%$$

$$x \text{ м} - 100 \%$$

Розв'язуємо пропорцію, отримуємо $x = 6 \text{ м}$.

Відповідь: 6 метрів – це максимальна глибина у озера Ялпуг.

Задача 1.3. Хліб є найбільшим багатством нашої країни, оскільки Україна після США і Канади посідає третє місце по вирощуванню зернових. У 6 класі 28 учнів. Скільки кілограм хліба буде потрапляти у відходи, після того,

як клас відвідає їдальню, якщо кожний школяр залишить півшматочка хліба. Один шматочок важить 60 грам?

Розв'язання:

- 1) $60:2=30$ (гр.) – вага півшматочка хліба;
- 2) $30*28=840$ (гр.) – вага хліба, що потрапляє у відходи;
- 3) $840:1000=0,84$ (кг) – вага хліба, що потрапляє у відходи у кілограмах.

Відповідь: у відходи потрапить 0,84 кг хліба.

Набута учнями громадянська компетентність буде сприяти формуванню в них здатності до активної, відповідальної й ефективної реалізації громадянських прав та обов'язків з метою розвинути демократичне громадянське суспільство.

У теперішній час, час стрімкого розвитку малого бізнесу, а зокрема приватної підприємницької діяльності важливо, аби дітям ще із шкільної парти надавалися якісні знання по фінансовій грамотності.

Фінансова грамотність є вмінням використовувати фінансові знання та застосовувати здобуті фінансові навички, з метою отримання максимальної користі від управління своїми фінансами та від використання фінансових послуг.

Метою наскрізної лінії *«Підприємливість і фінансова грамотність»* є розвивати якості молодшої людини, діяти успішно в умовах швидкозмінного технологічного середовища, забезпечувати краще розуміння учнями практичних моментів по фінансовим питанням (інвестування, заощадження, страхування, кредитування, запозичення, тощо). Дана наскрізна лінія зв'язана із розв'язуванням практичних завдань щодо планування господарської діяльності та реального оцінювання своїх можливостей, формування сімейного бюджету, економного відношення до природних ресурсів. Реалізуватися вона може під час вивчення відсоткових обчислень, функцій та рівнянь [48].

Для реалізації ключових компетентностей цієї наскрізної лінії дітям середнього шкільного віку потрібно організувати ігрову діяльність, щоб у

процесі гри вони могли ознайомитися із банківською діяльністю, сферою бізнесу, пробували формувати та розпоряджатися власним капіталом, розуміли місце податків у галузі власної підприємницької діяльності. На цьому етапі – головне це пояснити учням сутність грошей як особливого капіталу, що приносить дохід і під час його особистого використання, і під час тимчасової передачі його іншому суб'єкту.

Математичною задачею фінансового змісту є задача, в якій математика використовується в фінансових дисциплінах, а математичні поняття, операції та закони застосовуються у фінансовій сфері. Призначення цих задач – виховати в учнів пізнавальний інтерес. Вони мають бути доступними, з реальним і цікавим сюжетом. Під час формулювання задач із фінансовим змістом учитель повинен це так робити, щоб для розв'язання або відповіді можливе було застосовування фінансових понять та економічних законів. Окрім того, фінансові терміни дітям мають бути відомі або пояснені до моменту розв'язування задач.

У дітей первинні знання про гроші формуються у дошкільному віці, а вже у віці 10-12 років у них починає формуватися усвідомлення щодо економічних дій. Саме тому, на нашу думку, починати формування фінансової грамотності учнів на уроках математики потрібно з п'ятого класу. Щоб досягнути цю мету потрібно у шкільний курс математики вводити різноманітні економічні завдання, задачі.

Подібні задачі можна запропонувати вже у 5-6 класі. Оновлена програма з математики 2017 року для базової загальної середньої освіти передбачає формування фінансової грамотності школярів поетапно. Кожний розділ програми передбачає очікувані результати від навчально-пізнавальної діяльності учня [25].

У 5-му класі під час вивчення теми «Натуральні числа і дії з ними» пропонується розв'язувати сюжетні задачі, в яких містяться реальні дані щодо розрахунку сімейного бюджету, щодо можливості оформлювати товари в кредит. У 6-му класі під час вивчення теми «Відношення і пропорції»

Відсоткові розрахунки» учням можна пропонувати розв'язувати сюжетні задачі, в яких потрібно приймати рішення у галузі фінансових операцій. Щоб розв'язувати задачі бізнесового та фінансового змісту необхідним є вміння проводити розрахунки на відсотки. Розділом «Раціональні числа та дії з ними» передбачається розв'язування таких сюжетних задач, де потрібні розрахунки власних та родинних фінансів, комунальних платежів. Ці задачі можуть допомогти учням сформуванню вміння розпоряджатися власними коштами, депозитами або кредитами, оцінити ризики кредитів, прорахувати реальні та очікувані витрати.

Задача 1.4. Річний бюджет родини складає 360 000 гривень. На те, щоб прожити щомісяця нею витрачається 350 доларів (курс обміну валют 1 долар – 38 гривень). Чи є можливість у цієї сім'ї придбати собі наступні товари: газову плиту вартістю 8 200 грн, ноутбук вартістю 25 700 грн та диван ціною 11 000 грн?

Розв'язання:

$$350 \cdot 38 = 13\,300 \text{ (грн)} \text{ – на проживання щомісячно;}$$

$$13\,300 \cdot 12 = 159\,600 \text{ (грн)} \text{ – на проживання за рік;}$$

$$360\,000 - 159\,600 = 200\,400 \text{ (грн)} \text{ – залишок за рік;}$$

$$200\,400 - (8\,200 + 25\,700 + 11\,000) = 155\,500 \text{ (грн).}$$

Відповідь: у сім'ї є можливість придбати всі товари, при цьому ще залишиться 155 500 гривень.

Задача 1.5. На минулому тижня ціна чорного хліба – 25 грн, вчора ціна підвищилася на 5%, а сьогодні іще на 3%. Скільки грошей мамі треба, щоб купити дві чорних хлібини.

Розв'язання:

$$25 + (25 \cdot 0,05) = 26,25 \text{ (грн)} \text{ – коштував хліб вчора;}$$

$$26,25 + (26,25 \cdot 0,03) = 27,04 \text{ (грн)} \text{ – коштує хліб сьогодні;}$$

$$27,04 \cdot 2 = 54,08 \text{ (грн)} \text{ – мама заплатить за дві хлібини.}$$

Відповідь: на дві хлібини мама треба 54,08 грн.

Для 7 класу можна використати наступну задачу [18, с. 220]:

Задача 1.6. Щоб преміювати працівників офісу була нарахована певна сума коштів. Якщо кожний отримає по 1100 грн, то ще залишається 200 грн, а для того щоб кожний отримав по 1200 грн, 600 грн не вистачає. Скільки в офісі працівників та яка сума коштів була нарахована для преміювання?

Розв'язання:

Нехай в офісі x працівників. Складемо рівняння:

$$1100x + 200 = 1200x - 600$$

$$1100x - 1200x = -600 - 200$$

$$-100x = -800;$$

$$x = 8.$$

Нарахована сума $1100 \cdot 8 + 200 = 9000$ (грн).

Відповідь: в офісі 8 працівників, для преміювання нарахували 9000 грн.

У сучасних підручниках математики містяться задачі фінансового змісту.

Нище наведені приклади таких задач, взяті із чинних підручників з алгебри.

Приклад 1.1. Податок на додану вартість (ПДВ) складає 20% вартості товару. Визначить суму податку з товару, який було продано за 53 262 грн [49, с. 220].

Приклад 1.2. Перебуваючи за кордоном, у вас є можливість скористатися послугами одного із двох мобільних операторів. Перший пропонує оплачувати 10 грн за першу хвилину і 2 грн за кожну наступну хвилину розмов, а другий – 7 грн і 3 грн відповідно. Побудуйте графік залежності вартості розмови від часу, що не перевищує 6 хв, для кожного оператора. Зробіть висновок. [4, с. 191].

Приклад 1.3. Магазин щодня продає товар на суму 8 000 грн. У вигляді формули запишіть залежність кількості грошей, отриманої за проданий товар від кількості робочих днів. Визначити, на яку суму грошей буде продано товару за місяць у магазині, якщо було 28 робочих днів. Побудуйте графік отриманої функції [45, с. 183].

Приклад 1.4. Вкладником покладені кошти на депозити у різні банки, перший з них нараховує 10% річних, а другий – 15% річних. Його загальний

прибуток за рік складав 12% від початкового розміру внесених коштів. Знайти відношення розміру вкладу в 1-му банку до розміру вкладу у 2-му банку [19, с. 206].

Приклад 1.5. На мобільний телефон через термінал оплати можна перевести певну суму грошей, при цьому стягується комісія – ціле додатне число відсотків. Сашко поклав n гривень (n – натуральне число) на мобільний телефон, і його рахунок був поповнений на 847 грн. Скільки гривень Сашко поклав на рахунок, якщо відомо, що комісійний відсоток є меншим, ніж 30%? [46, с. 74].

Приклад 1.6. Дайте назву: а) множині жоржин у вазі; б) множині людей, якікладають гроші, щоб їх зберегти та примножити у будівництво, наприклад, торгових центрів; в) множині чотирьох співаків, які виступають разом; г) множині осіб, якими добровільно безкорисливо підтримується розвиток культури, освіти, охорони здоров'я та незахищені категорії населення? [5, с. 146].

Фінансову грамотність учнів можна формувати не тільки в процесі розв'язування задач, але й під час вивчення нового навчального матеріалу. Для учнів цікавими і корисними є позакласні заходи, що мають фінансову спрямованість.

Змістова лінія «Екологічна безпека й сталий розвиток» спрямовується на те, щоб сформувати в учнів соціальну активність, відповідальність та екологічну свідомість, готовність приймати участь щодо вирішення питань розвитку суспільства та збереження довкілля, усвідомлення важливості у сталому розвитку майбутніх поколінь.

Ми погоджуємося з думкою В.С. Яценко [50] щодо формування системи еколого-виховної діяльності школярів у загальноосвітніх навчальних закладах: «В умовах національного відродження і розвитку України еколого-виховна діяльність має набути соціального та державного пріоритету. Головне в переоцінці методологічних орієнтирів у теорії морального виховання – зміна визначальних напрямів у формуванні особистості. Центральним стає

виховання загальнолюдських цінностей (доброти, милосердя, толерантності тощо), стимулювання внутрішніх сил особистості до саморозвитку і самовиховання. Як наслідок цього зростає значення і необхідність екологічної освіти й виховання школярів».

Проблематику наскрізної лінії «Екологічна безпека та сталий розвиток» в курсі математики можна реалізувати, насамперед, шляхом включення математичних концепцій та методів, які допомагають вирішувати екологічні проблеми та розуміти вплив людської діяльності на навколишнє середовище, використовуючи завдання, що містять реальні дані щодо використання природних ресурсів, їх примноження та збереження. Аналіз цих даних сприятиме розвитку бережливого відношення до екології, навколишнього середовища, формуватиме критичне мислення, уміння вирішити проблеми, критично оцінити перспективи для розвитку особистості та навколишнього середовища [9, с. 58].

У процесі навчання математики формування в учнів екологічних знань відбувається із залученням різних форм навчально-пізнавальної діяльності: розв'язування задач, дібраних учителем; самостійне складання задач учнями з подальшим їх розв'язуванням; складання та виконання частково-пошукових завдань (складається передбачення результату досліду або наслідки дії екологічних чинників; планується дослідження; осмислюються або пояснюються певні ситуації; передбачаються можливі наслідки власної діяльності або діяльності інших людей; на розрахунок оптимальних розмірів резервуарів для зберігання води або оптимального використання енергії); вивчення методів збору та аналізу даних, пов'язаних з екологічними показниками, наприклад, із забрудненням повітря, води, ґрунту тощо; вивчення математичних моделей, що описують динаміку екологічних систем, таких як популяції тварин, динаміка лісових масивів чи зміни клімату; написання екологічно-алгебраїчного диктанту; цікаві короткі повідомлення на уроках; створення емоційно-моральної ситуації; застосування інтегрованих

уроків; організація екскурсій; проведення різноманітних пізнавальних екологічно-математичних ігор та інших позакласних заходів тощо.

Якщо існує мета екологічного виховання школярів, то особлива увага має відводитися задачам, що містять інформацію про функціонування навколишнього середовища та життєдіяльність людини. У таких задачах має відобразитися реальна ситуація та міститися пізнавальні відомості. Їхня умова має бути лаконічною, але з акцентом на математичний зміст і спосіб розв'язання.

Обираючи задачі, доцільним є дотримання певних вимог. У задачі має демонструватися практичне використання математичних методів та ідей, вона має ілюструвати матеріал, який викладається на певному уроці, оперувати відповідними або інтуїтивно зрозумілими учням термінами та поняттями, містити реальні числові дані, які не призведуть до громіздких обчислень.

Задача 1.7. Одна картоплина, залишена на 1 м^2 поля в масштабах 1 га є рівнозначною втраті 300 кг врожаю. Які втрати будуть на площі 500 га?

Розв'язання:

$$300 \cdot 500 = 150\,000 \text{ (кг)}$$

Відповідь: втрати картоплі становлять 150 000 кг або 150 т.

Задача 1.8. Тривалість життя у сосни є в три рази більшою за тривалість життя акації і на 100 років більшою тривалості життя берези. Разом вони живуть 950 років. Скільки років живе кожне дерево?

Розв'язання: нехай тривалість життя акації становитиме x років, тоді тривалість життя сосни – $(3x)$ років, берези – $(3x - 100)$ років. Отримаємо рівняння:

$$x + 3x + 3x - 100 = 950, \text{ звідки } x = 150$$

Таким чином, акація живе 150 років, сосна – 450 років, береза – 350 років.

Відповідь: 150 років, 450 років, 350 років.

Підсумовуючи зазначене вище, зробимо висновок, що екологізація математики сприятиме тому, що здобувачі освіти будуть отримувати знання

про оточуючий світ та його екологічні проблеми, здійснюватиметься мотивація навчальної діяльності школярів, розв'язуватимуться деякі питання у розрізі екологічного виховання, формуватимуться уявлення щодо ролі математики під час вирішення екологічних проблем, виховуватиметься інтелектуальна зрілість особистості, розвиватимуться дослідницькі навички. Це вимагатиме від вчителя нових знань, змін сформованих роками стереотипів мислення та викладання, залучення нових форм та методів навчання.

Розв'язування задач, за допомогою яких реалізуються наскрізні лінії здатне активізувати в учнів пізнавальну діяльність, пробудити інтерес до предмета, сприятиме розвитку їхніх здібностей, прищепить уміння використовувати на практиці набуті знання, стимулюватиме учнів здобувати нові знання, розширювати власний кругозір, готуватиме їх до дорослого життя. Застосування таких задач формуватиме в учнів системне мислення, здатність здійснити оптимальний вибір, порівнювати, узагальнювати та аналізувати. Такі задачі є сприятливим фактором для розвитку позитивних особистісних моральних рис, таких як старанність, кмітливість, працьовитість, відповідальність, наполегливість під час досягнення поставленої мети.

Висновки до розділу 1

Провідним засобом для реалізації нормативних вимог щодо ключових рис випускника сучасних закладів загальної середньої освіти виступає впровадження у навчальний процес загальноосвітніх шкіл компетентнісного підходу шляхом формування ключових та предметних компетентностей.

Прикладна спрямованість математики – це дієвий засіб формування математичної компетентності, так як прикладна спрямованість шкільного курсу математики є орієнтацією змісту, цілей та засобів навчання математики в напрямку набуття школярами під час математичного моделювання знань, вмінь та навичок, що будуть використовуватися ними у різноманітних сферах життя. Щоб сформувати структурні компоненти математичної компетентності потрібне постійне залучення нетрадиційних методів навчання: інтерактивних, проблемно-пошукових в сукупності із інформаційними засобами навчання, якими забезпечуватиметься розвиток в учнів пізнавального інтересу до математики.

У розділі 1 розглянуто наскрізні змістові лінії з точки зору їх реалізації на уроках математики. Наведені варіанти задач і прикладів, якими ілюструється реалізація цих ліній, що напрямлені на розвиток та соціалізацію учнів, формування їхнього наукового світогляду, екологічного стилю мислення, культури, економічно грамотної поведінки, зацікавленості творчими дослідженнями, і врівноважують компетентнісний та знаннєвий компоненти змісту освіти, виступають як інструмент для застосування інноваційних навчальних методик.

РОЗДІЛ 2. ПРАКТИЧНІ АСПЕКТИ СТВОРЕННЯ ТА ВИКОРИСТАННЯ КОМПЕТЕНТНІСНИХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ З МАТЕМАТИКИ

2.1. Поняття "компетентнісна задача", їх класифікація, вимоги та методика їх створення

Навчальним процесом, що будується на основі компетентнісного підходу, передбачається, що перед учнями потрібно поставити проблему, під час вивчення якої вони будуть здійснювати цільовий пошук необхідних відомостей та формуватимуть орієнтовний алгоритм дій для розв'язування подібних завдань [21]. Задачі такого типу сприятимуть свідомому використанню знань, способів діяльності, плануванню кроків для розв'язання, корекції та контролю власних дій. Здійснений теоретичний аналіз поставленої проблеми дає можливість зробити висновок, що компетентнісні задачі виступають засобом для того, щоб сформувати математичну компетентність учнів основної школи.

Як зазначає багато дослідників, компетентнісна задача здатна змодельовати практичну, життєву ситуацію, її можна розглядати, як діяльнісне завдання. Її метою є сформувати систему універсальних навчальних дій, забезпечити умови для того, щоб знання, навички та вміння могли застосовуватися у нових міжпредметних незнайомих ситуаціях, набути досвіду, щоб вирішувати завдання життєвого характеру.

Ми вважаємо, що компетентнісна задача є навчальною задачею, умова якої моделюється у вигляді проблемних ситуацій, а її розв'язання буде сприяти формуванню усіх видів компетентностей і передбачати самоконтроль та самооцінку навчальної математичної діяльності.

Компетентнісні задачі здатні сприяти інтелектуальній активності та самостійності як під час розв'язування, так й під час оцінювання (взаємооцінювання, самооцінювання) інтелектуальних завдань, вони можуть

слугувати здатності до рефлексії, оцінювання, цілепокладання, ефективної дії [28]. Зазначимо, що особливість компетентнісних задач полягає у рефлексії виконаної діяльності.

Мета розв'язання компетентнісної задачі здебільшого полягає у надбанні нового знання (методу, способу вирішення, прийому) із можливими перенесеннями на інші предмети; структура цього завдання, як правило, нестандартна, можлива наявність кількох шляхів вирішення [22].

Потрібне чітке розмежування компетентнісних задач з математики та навчальних прикладних задач з математики. Розглянемо важливі відмінні ознаки компетентнісних завдань від математичних стандартних (практичних, предметних, міжпредметних). Ними є наступні [24]:

- 1) значущість отриманого результату, чим забезпечується пізнавальна мотивація учнів;
- 2) умова задачі формулюється як сюжет, ситуація або проблема, при цьому щоб її вирішити, потрібним буде використання знань, на які в тексті задачі немає явної вказівки;
- 3) дані та інформація в задачі можуть представлятися в різних формах, що викликає потребу розпізнавати об'єкти;
- 4) вказівки щодо галузі застосування результату, який одержується під час розв'язування задачі;
- 5) по структурі компетентнісні задачі є нестандартними (можуть не визначатися деякі із компонентів);
- 6) наявні надлишкові, недостатні або суперечливі дані в умові задачі, що сприяє об'ємному формулюванню умови;
- 7) наявність варіативності у способах розв'язання (у залежності від різного ступеня раціональності), при чому ці способи можуть бути учням ще невідомі і їх потрібно буде конструювати.

Виділяються такі типи пізнавальних компетентнісних завдань: предметні, міжпредметні, практичні [24]. Розглянемо кожний із них більш детально.

1. Предметні компетентнісні задачі. Для розв'язання предметної компетентнісної задачі, необхідно зробити аналіз умови задачі, виокремити дані, які будуть зайвими, та дані, яких не вистачатиме, якщо потрібно, то виконується рисунок, з'ясовується, якою інформацією з інших розділів математики треба буде скористатися, обирається найраціональніший спосіб розв'язання, розв'язується задача, формулюються висновки.

2. Міжпредметні компетентнісні задачі. Щоб їх розв'язати потрібне буде використання знань із інших навчальних предметів (біології, географії, фізики, хімії тощо), необхідно провести дослідження умови або здійснити пошук даних, яких не вистачає, при чому як розв'язання, так і відповідь можуть перебувати у залежності від результатів даних, що були отримані під час дослідження.

3. Практичні компетентнісні задачі. Для їхнього розв'язання необхідне застосування знання, яке пов'язане із життєвими ситуаціями, із деяким видом діяльності, тобто додаткових нематематичних знань; в задачі дані не мають бути відірваними від реальності (мають відповідати дійсності); одержаний результат повинен бути для учнів значущим.

Використання компетентностно орієнтованих завдань дозволить вирішити проблему більш якісного засвоєння знань із предмета та надає можливість їхнього практичного застосування. Компетентнісно орієнтована задача повинна містити запитання різних типів – із вибором відповіді, із короткою відповіддю (у вигляді виразу, слова, числа, формули тощо), із вільною розгорнутою відповіддю. Ці питання бувають взаємопов'язаними, тому під час послідовної відповіді на кожне з них, учні мають помітити деякі закономірності, сформулювати на певні узагальнення. Бувають випадки, коли питання між собою незалежні, тому відповідаючи на наступне питання, не варто брати до уваги правильну відповідь на попереднє. Одне і теж завдання може містити питання різних типів: на початку будуть пропонуватися запитання, в яких треба вибирати відповідь або що містять коротку відповідь, а вже у кінці – запитання, якими передбачається розгорнута відповідь.

Роблячи підбір компетентнісних задач, варто брати до уваги їхній рівень складності, поступово виконуючи перехід від низьких до середніх, потім до високих рівнів складності. У залежності від рівнів складності, у компетентнісно орієнтованих задачах наявна наступна диференціація [11]:

1) завданнями першого (або початкового) рівня складності вважаються задачі, розв'язання яких буде можливим в результаті застосування однієї стандартної математичної ідеї, коли поставлена математична, межпредметна або конкретна життєва ситуація;

2) завданнями другого рівня складності вважаються задачі, розв'язання яких буде можливим в результаті комбінування кількох математичних ідей;

3) завданнями третього рівня складності вважаються задачі, розв'язання яких буде можливим в результаті реалізації математичної ідеї через залучення нестандартних методів розв'язання;

4) завданнями четвертого рівня складності вважаються творчі компетентнісно орієнтовані задачі, розв'язання яких буде можливим в результаті побудови математичної моделі, яка базується на дослідницькому підході.

На рис.2.1 зображено структуру компетентнісно орієнтованих задач.



Рис. 2.1. Структура системи компетентісно орієнтованих задач

Як зазначає С.П. Семенець [41], компетентісні задачі з математики мають відповідати на наступні запитання:

- 1) як саме необхідно діяти, вирішуючи типові задачі з математики? – цим питанням актуалізується процесуальний та діяльнісний виміри математичної компетентності;
- 2) чого необхідно саме так діяти? – змістовний та теоретичний виміри у математичній компетентності;
- 3) чому необхідне вирішення саме таких задач з математики? – ціннісний та мотиваційний виміри у математичній компетентності;
- 4) що необхідно вміти та знати, які особистісні якості мати, щоб можна було розв'язати поставлені математичні задачі? – змістовий та теоретичний,

процесуальний та діяльнісний, особистісний та психологічний, референтний та комунікативний виміри у математичній компетентності;

5) у якій мірі суб'єкти математичної діяльності готові (беруться до уваги знання, уміння, особистісні якості), до розв'язання задач певного типу? – рефлексивний та оцінний виміри у математичній компетентності.

Коли мова йде про компетентнісні задачі, доречним буде розглянути алгоритм їхнього розв'язування. Взявши за основу узагальнений спосіб дій, спрямований на розв'язання математичних завдань, запропонований З.І. Слєпкань [44, с. 95], наведемо послідовні етапи у розв'язуванні компетентнісних задач:

1. Проаналізувати умову задачі (для цього спочатку визначити до якого виду вона належить: є предметною, міжпредметною, практичною, прикладною, тощо).

2. Здійснити пошуки оптимального шляху розв'язання, встановити тип задачі:

а) виявити взаємозв'язки з іншими сферами діяльності або предметами, з вивченими раніше розділами математики або взагалі з реальними життєвими обставинами;

б) виявити особливості у числових даних, знайти відсутні дані або відсіяти зайві дані, виявити всі можливі взаємозв'язки між даними, поділити завдання на декілька простіших, якщо у цьому є потреба;

в) підібрати уже відому або скласти нову математичну модель, яка може бути у вигляді рівняння, формули, нерівності, системи тощо;

г) попрацювати зі складеною математичною моделлю та оцінити ефективність складеної моделі.

3. Розв'язати математичну задачу та отримати відповідь.

4. Інтерпретувати одержаний результат на мову з умови задачі.

5. Співставити отриманий розв'язок із реальністю, з відомими математичними об'єктами та записати відповідь.

6. Проаналізувати одержаний результат і обговорення пізнавальних наслідків (тобто, де саме може бути використаний цей результат, які завдання будуть розв'язуватися аналогічно, яким чином можна інакше розв'язати задачу, більш раціональним способом).

Умовою компетентнісних задач можуть не визначатися певні її компоненти, або можуть бути наявними надлишкові та суперечливі дані, що дає можливість об'ємно формулювати умову. Окрім цього, у компетентнісній задачі може бути далеко не один спосіб розв'язання. Всі можливі способи вирішення задачі буде дуже доцільним розбирати з учнями.

Будь-яка складова частина компетентнісно орієнтованої задачі буде підпорядковуватися деяким вимогам, які зумовлюються тим, що компетентнісно орієнтовані задачі організують діяльність учня, а не спрямовані на відтворення ним інформації чи окремих дій. Сформулюємо деякі вимоги до компетентнісних задач. [9]

- 1) контекстуалізація, тобто задача повинна бути вкладена у реальний життєвий або практичний контекст, щоб учні могли побачити застосування математики в реальному світі;
- 2) активне мислення – завдання має спонукати учнів до критичного мислення, аналізу та пошуку оптимальних рішень;
- 3) мультидисциплінарність – задача може включати елементи інших предметів або зв'язуватися з різними аспектами життя, щоб продемонструвати учням важливість інтеграції знань;
- 4) гнучкість та різноманітність вирішення – задача може мати кілька шляхів розв'язання, дозволяючи учням вибрати оптимальний метод вирішення;
- 5) оцінка процесу розв'язання, тобто важливо не лише правильне розв'язання, але й оцінка та пояснення процесу мислення під час розв'язання задачі;
- 6) компетентнісні завдання мають сприяти самостійному вивченню та дослідженням учнями поза межами класу.

Ці вимоги допомагають створювати завдання, які розвивають різні аспекти математичної компетентності та допомагають учням бачити зв'язок між математикою та реальним життям.

2.2. Роль компетентнісних задач при вивченні математики в школі. Створення банку компетентнісних задач

Задачі – це один із можливих шляхів для розвитку у людини її творчих здібностей. Саме під час розв'язування задач будуть формуватися (і проявлятися) більшість зі складових математичної компетентності (обчислювальна культура, математичне мислення, комунікативна здатність, дослідницькі навички, вміння використовувати математичну символіку, засоби наочності тощо). Під час розв'язування задач також будуть формуватися певні риси характеру та якості інтелекту, наприклад, спостережливість, допитливість, ініціативність, наполегливість, креативність, фантазія та уява, винахідливість, здатність до самовдосконалення і самоосвіти.

Варто зазначити, що не будь-які задачі спонукають до мислення. На сучасному етапі діючі шкільні підручники перенасичені саме задачами репродуктивного характеру, для вирішення яких не варто докладати жодних інтелектуальних зусиль. Навпаки, задачі для учня мають ставати справжніми науковими проблемами, їхнє розв'язання – дослідженнями та пошуками, а одержані результати – математичними відкриттями. Вирішення компетентнісних задач, на нашу думку, якнайкраще буде тренувати мислення, сприятиме інтелектуальному розвитку, формуватиме дослідницькі навички, здатність до рефлексії, виховуватиме математичну культуру та культуру розумової праці.

Вміння розв'язувати компетентнісні завдання можна вважати показником, який визначає рівень розвитку мовлення учнів та їхнього математичного мислення. Подібні задачі вимагають від виконавця наполегливу працю, креативність, логіку. У математики є перевага серед інших дисциплін,

яка полягає у тому, що майже кожна задача торкається різноманітних аспектів життєдіяльності людини, серед них економічний, сільськогосподарський, культурний, побутовий тощо. Математичними розрахунками користуються скрізь, майже на кожному кроці. Безпосередня реалізація принципу «зв'язок навчання з практикою» сприятиме тому, що будуть формуватися дослідницько-пошукові, аналітичні вміння та допоможе усвідомити власну причетність до загальнолюдських цінностей. Практика показує, що найважливішими будуть задачі, які вимагатимуть побудувати щонайкоротший маршрут, відшукати місце та побудувати на ньому об'єкти так, щоб мінімізувати транспортні витрати.

В учнів середньої школи формуються основи для того, щоб вміти виконувати логічні, послідовні та ґрунтовні міркування. Компетентнісні задачі доцільно використовувати регулярно, у тій мірі, наскільки це дозволяє зробити тема уроку. В результаті цього, у школярів буде зростати інтерес до математики, підвищуватися пізнавальна активність, створюватимуться умови відчуття радості від досягнутого успіху. Всі ці фактори сприятимуть виникненню бажання до самостійного і творчого оволодіння новими знаннями.

Нам імпонує думка Н. А. Тарасенкової [47] щодо сутності компетентнісних завдань із математики: у випадку, коли подія, яка описується у задачі, мала (або принаймні могла б мати) місце у житті школяра чи його оточенні, тоді його життєвий досвід виступить помічником, щоб математизувати ситуацію, в протилежному випадку – навпаки. Будуть спостерігатися гальмівні ефекти, оскільки учням потрібні будуть додаткові зусилля аби сформулювати уявлення реального перебігу подій, а себе відчутти їх учасником.

Зробимо порівняння навчальної задачі з математики та компетентнісної задачі (таблиця 2.1).

Таблиця 2.1.

Математична задача	Компетентнісна задача
Дуб за добу споживає приблизно 90 літрів води. Скільки дуб вип'є води за тиждень?	Людина, вага якої 50 кг, за добу буде споживати приблизно 360 г кисню. Одним дорослим деревом виробляється до 140 л кисню. Яка кількість дерев здатна забезпечити киснем сім'ю із 5 осіб впродовж року (загальна маса членів родини складає 250 кг)? З'ясувати, які дерева найкраще саджати поруч з будинками, щоб перероблювати вуглекислий газ. Яку кількість ялин треба посадити для того, щоб можна було компенсувати втрату 2 тополь?

Щоб розв'язати математичну задачу, учнем мають бути виконані підрахунки і отримається результат, який не міститиме пізнавального характеру, а тільки покаже рівень оволодіння програмним матеріалом. Розв'язування компетентнісних задач здатне забезпечити пізнавальну мотивацію, бо для розв'язання таких завдань, необхідно буде використати не тільки математичні знання, але й отримані знання з інших навчальних предметів, займатися пошуком в різних джерелах даних, яких не вистачає, проаналізувати всі можливі шляхи для розв'язання поставлених задач, здійснити самоконтроль своїх дій. Ще раз наголошуємо, що застосування компетентнісних задач у навчанні математики здатне активізувати пізнавальну діяльність учнів.

Із року в рік, результати зовнішнього незалежного оцінювання з математики демонструють майже повну неспроможність у випускників шкіл користуватися математикою в «нематематичних» ситуаціях. Аналогічний стан можна зафіксувати навіть серед першокурсників університетів, які навчаються на математичних спеціальностях. Наведемо приклад. У ході тестування, яке

мало показати рівень критичного мислення [3] опитувані отримали наступне завдання.

Фермер і посіви. Фермер вирощував конюшину на двох квадратних ділянках поля (рис. 2.2). Наступного року аби дотриматися правил сівозміни, він на цих ділянках посіє озиме жито. Для конюшини буде виокремлюватися одна квадратна ділянка, площа якої становить сумарну площу ділянок, які досі займалися під конюшину. Допоможіть фермеру виокремити таку ділянку, для цього зобразіть її на рисунку, не виконуючи при цьому ніяких підрахунків та вимірювань. Побудови мають бути обґрунтованими.

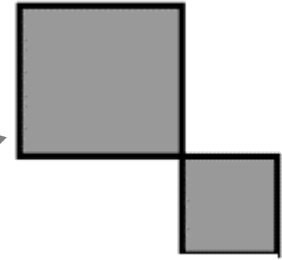


Рис. 2.2

В опитуванні приймали участь дев'ятнадцять осіб і жоден із них не зміг розв'язати задачу (жоден не впізнав у задачі теорему Піфагора, хоча сама теорема була правильно сформульована всіма опитуваними). У даному прикладі демонструється одна із можливих причин у низькому рівні математичної грамотності. Вона полягає у формальному вивченні (а точніше – заучуванні) теоретичного матеріалу в шкільному курсі математики. Успішно розв'язувати задачі буде неможливо, якщо буде відсутня належна теоретична підготовка. Якісною теоретичною підготовкою вважатиметься, коли спостерігатиметься вільне володіння матеріалом, а не просте запам'ятовування та здатність до відтворення означень, формул, теорем тощо. Для того, щоб певну інформацію, твердження та факти включити в надійну базу та використовувати як інструмент для подальших процесів пізнання, дуже важливим є проникнення в сутність матеріалу, який вивчається, у повній мірі, всебічно та наочно зрозуміти факти, поняття, методи, принципові ідеї. Завдання учителя – подбати про те, аби під його керівництвом школярі зрозуміли і пізнали цю суть, продемонструвавши її різні прояви – чуттєві, наочні, а не просто сформулювати у словесній формі або використовуючи тільки математичні формули [2].

Другою причиною є недостатня практика у розв'язуванні компетентнісних задач (через неякісні задачі, відсутність часу, слабку розробленість методичного забезпечення). Для того, щоб компетентнісна задача могла сповна виконати свою функцію, для учня вона має бути практично значущою. Тільки у цьому випадку вона зможе викликати інтерес, внутрішньо мотивуватиме до розв'язування. Виходячи з цього, до змісту компетентнісних задач переважно повинен включатися місцевий матеріал, географічні, господарські, виробничі, соціальні, культурні реалії регіону проживання. Жодним підручником не можуть бути враховані ці реалії, бо для всіх регіонів вони є своїми та особливими. Таким чином, створюється широке поле для вчительської діяльності.

Грамотний підбір задач з практичним змістом здатний розв'язати проблему, яка постає перед шкільним учителем, особливо у сільській місцевості – прояв незацікавленості серед значної частини (можливо навіть більшості) учнів до вивчення математики. За допомогою введення компетентнісних задач учитель може пробудити учнівський пізнавальний інтерес, переконати школярів у тому, що математика буде корисною кожному у житті в незалежності від сфери діяльності. Те, що сільські діти (від малечку) залучаються до ведення домашнього господарства, займаються різноманітними народними промислами, постійно живуть з природою в єдності є неабияким сприятливим фактором, що допомагатиме вчителю виконувати це завдання.

Нами були зібрані приклади компетентнісних завдань, які можна використовувати на уроках математики (додаток А).

Вміння працювати з інформацією, представленою в різних формах, надзвичайно важливе для подальшого особистісного розвитку. Компетентнісні задачі, спрямовані на розвиток інформаційної компетентності учня, передбачають перекодування інформації (текст-таблиця, таблиця-графік, задача-рисунок), доцільними в даному випадку є задачі-рисунок, задачі-фотографії, задачі-графіки.

Варто наголосити, що розв'язання компетентнісних задач навчально-математичну діяльність здатне зробити ефективною, оскільки при цьому учні будуть виступати як суб'єкт своєї діяльності, а вчитель буде підтримувати, настановуватиме. Під час розв'язування компетентнісних завдань можна спостерігати зміну суб'єкта діяльності.

2.3. Приклади практичного використання компетентнісних задач на уроках з математики

Компетентнісно орієнтованими завданнями найчастіше користуються безпосередньо під час уроків, рідше їх можуть залучати під час позакласних заходів, також вони можуть пропонуватися у якості домашнього завдання. Вони використовуються під час уроків різних типів: вивчаючи новий матеріал, закріплюючи знання, комплексно застосовуючи знання, узагальнюючи та систематизуючи знання, на уроках контролю, оцінки та корекції [32].

Сучасні підручники містять досить мало компетентнісно орієнтованих завдань, а ті що є – це завдання першого рівня. Наприклад зробивши аналіз підручника «Математика алгебра і початки аналізу та геометрія 10 клас Мерзляк» можна сказати, що компетентнісні задачі зустрічаються не у всіх параграфах. Вони є у розділі «вправи для повторення», але їх мало у всьому підручнику. Зробивши аналіз підручника 11 класу «Математика алгебра і початки аналізу та геометрія Є. Нелін О. Долгова» картина складається трішки інакше в цьому підручнику є компетентнісні задачі в спеціальному пункті який називається «виявіть свою компетентність» але на мою думку цих задач мало в підручниках. Проте, взявши за основу наявні завдання, можна розробити власні задачі, які допоможуть у формуванні ключових компетентностей. Іншими словами, зміст відповідного параграфу доцільно розглядати у якості середовища, а не у якості матеріалу, який мають засвоїти учні незважаючи ні на що.

Для того, щоб скласти компетентнісно орієнтовані задачі, потрібно чітко розуміти їхні три рівні (рівень відтворення, рівень встановлення зв'язків, рівень міркування). В основі виокремлення цих рівнів лежать рівні математичної підготовленості учнів [31].

До задач першого рівня складності (рівень відтворення) відносяться задачі, для вирішення яких достатньо застосувати одну стандартну математичну ідею в математичну, межпредметну або конкретну життєву ситуацію.

Наведемо приклад. Шматок мила у великій родині після активного використання протягом тижня вдвічі зменшився по ширині, довжині та висоті. На скільки днів при такому ж використанні ще вистачить мила?

Розв'язання: вважатимемо, що шматок мила – це прямокутний паралелепіпед, у якого довжина, ширина та висота відповідно становлять a , b , c . Тоді об'єм паралелепіпеда $V = a \cdot b \cdot c$. Після того, як мило тиждень використовувалося, розміри паралелепіпеда вдвічі зменшуються, тобто стають $\frac{a}{2}$, $\frac{b}{2}$, $\frac{c}{2}$. Таким чином, об'єм шматка стає рівним $\frac{a}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{c}{2} = \frac{a \cdot b \cdot c}{8}$. Отримуємо, що після семи днів лишається $\frac{1}{8}$ частина мила, а $\frac{7}{8}$ використалося протягом семи днів. За один день витрачалося $\frac{1}{8}$ мила, тобто його залишається на один день.

Щоб розв'язати таку задачу потрібно лише знати формулу для визначення об'єму в прямокутному паралелепіпеді.

До другого рівня (рівня встановлення зв'язків) відноситься встановлення взаємозв'язків та інтеграція матеріалу по різним математичним темам, які потрібні щоб вирішити поставлене завдання. Свої знання учні можуть використовувати у різних, навіть достатньо складних ситуаціях. У них є здібності до упорядкування, співвідношення та проведення обчислень, вирішення багатокрокових текстових завдань. Вони вже мають можливість до виконання нескладних завдань з алгебри, у які включаються здібності складати вирази, вирішувати систему лінійних рівнянь, обчислювати значення

величин, користуючись відомими формулами. Учні здатні до інтерпретації інформації, що подана у таблицях та за допомогою графіків.

Прикладом завдання, що належить до рівня встановлення зв'язків є задача 8 (додаток А).

До третього рівня (рівня міркувань) належать математичні роздуми, що вимагають узагальнень та розвинутої інтуїції. В учнів уже є можливість до організації інформації, вони роблять узагальнення, вирішують нестандартні проблеми, роблять висновки на моменті отримання вхідних даних та обґрунтовують власну думку. Школярі можуть обчислювати зміни у наявних даних, що пов'язаних з відсотками, застосовувати знання різноманітних алгебраїчних залежностей та понять, складати моделі алгебри нескладних ситуацій, володіють вміннями інтерпретації, інтерполяції та екстраполяції даних з різних таблиць та з графіків. Завданнях третього рівня передбачають, насамперед, самостійне виділення проблеми з поданої ситуації, яку можна вирішити математичними засобами, та розробку відповідної їй математичної моделі, вирішення поставленого завдання, користуючись математичними міркуваннями та узагальненнями, та інтерпретацію розв'язку, враховуючи особливості поставленої у завданні проблеми.

Прикладом завдання, що відноситься до третього рівня математичної грамотності, є задача 7 «Садівник» (додаток А).

Розглянемо на прикладі, як можна сконструювати компетентнісну задачу, взявши за основу звичайну математичну задачу (таблиця 2.2).

Таблиця 2.2.

Задача з математики	Сконструйована компетентнісна задача
Обчислити площу прямокутника, одна сторона якого на 6 м більша за іншу, а його периметр становить 36 м.	Щоб обгородити земельну ділянку, що має прямокутну форму, витрати дроту склали 72 м (обгороджували у два ряди). Обчислити, яку кількість метрів поліетиленової плівки необхідно використати для покриття ґрунту

	<p>ділянки, якщо ширина ділянки на 6 м є меншою від її довжини:</p> <p>а) вартість 1 м² плівки, шириною 1,5 м становить 20 грн.;</p> <p>б) вартість 1 м² плівки, шириною 2,5 м становить 18 грн.</p> <p>Яку плівку і у якій кількості необхідно використовувати для заощадження коштів?</p>
--	---

Нижче наведений конспект уроку з геометрії для 8 класу, який містить компетентнісно-орієнтовані завдання.

Конспект уроку

8 клас

Тема уроку: «Подібні трикутники»

Мета уроку:

навчальна:

- сформувати уявлення про подібні трикутники;
- працювати над тим, щоб учні засвоїли означення подібних трикутників, зміст поняття «коефіцієнт подібності»
- сформувати вміння записувати ці твердження математичною мовою, використовуючи символ « \sim ».
- розвивальна - розвивати логічне мислення та вміння робити аналіз та узагальнення;
- виховна - виховувати дисциплінованість та свідоме відношення до вивчення геометрії, вміння слухати та поважати думки інших.

Тип уроку: урок засвоєння нових знань.

Обладнання: інтерактивна дошка, друковані трикутники, роздатковий матеріал.

Хід уроку

I. Організаційний етап.

II. Перевірка домашнього завдання.

III. Актуалізація опорних знань.

- Що називається відношенням відрізків?
 - Які відрізки будуть називатися пропорційними?
 - Сформулюйте теорему про пропорційні відрізки.
 - Чи буде сформульована теорема справедлива для довільних прямих однієї площини
1. $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$
 2. Назвіть у трикутників рівні елементи?
 3. Які кути є відповідними у трикутниках?
 4. Які сторони є відповідними у трикутниках?
 5. Чи можуть у трикутнику кути дорівнювати 10° , 80° , 100° ? Чому?

IV. Мотивація учнів.

1. Як одним словом можна назвати пари об'єктів?



2. Усі ці об'єкти є подібними. Вивчення подібних фігур розпочнемо із вивчення подібних трикутників. Тема сьогоднішнього уроку – «Подібні трикутники».

3. Важливим є починати вивчення із трикутників, які є найпростішими багатокутниками. Для того, щоб розібратися із подібними фігурами, нам допоможе знання властивостей подібних трикутників під час розв'язання інших важливих геометричних задач;

4. Знаючи властивості подібних фігур, зокрема трикутників, ми можемо відповісти на наступні запитання:

- Як можна обчислити висоту дерева?
- Як можна обчислити висоту певного недоступного об'єкта?
- Як можна знайти відстань до цього недоступного об'єкта?
- Як можна виміряти ширину річки?

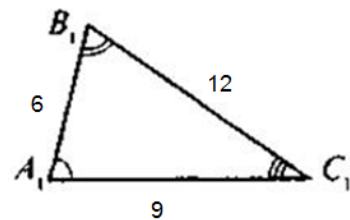
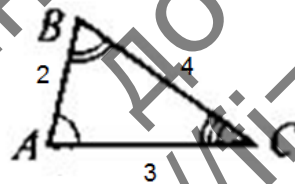
IV. Вивчення нового матеріалу.

Оголошення теми.

Знак подібності.

Коефіцієнт подібності.

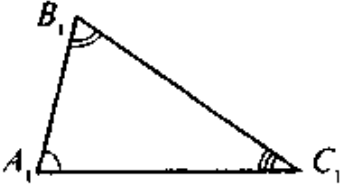
2. Подібні трикутники.



- Як називаються відповідні сторони трикутника? (*пропорційні*)
- Як називаються такі два трикутника? (*подібні*)
- Користуючись дослідженням, сформулюємо означення подібності трикутників.

Означення: «*Два трикутники називаються подібними, якщо в них відповідні кути рівні, а відповідні сторони пропорційні*»

Учні у зошиті виконують малюнок та записують:



$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1 \Leftrightarrow \angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1;$

$$\frac{AB}{A_1B_1} \Rightarrow AB = kA_1B_1$$

$$\frac{BC}{B_1C_1} \Rightarrow BC = kB_1C_1$$

$$\frac{AC}{A_1C_1} \Rightarrow AC = kA_1C_1$$

- Знайдіть відношення $AB : BC : AC$ та $A_1B_1 : B_1C_1 : A_1C_1$.

- Сформулюйте відповідний висновок.

$$AB : BC : AC = A_1B_1 : B_1C_1 : A_1C_1$$

- Знайдіть периметри трикутників: ABC та $A_1B_1C_1$, та їхнє відношення:

$$\frac{P_{\triangle ABC}}{P_{\triangle A_1B_1C_1}}$$

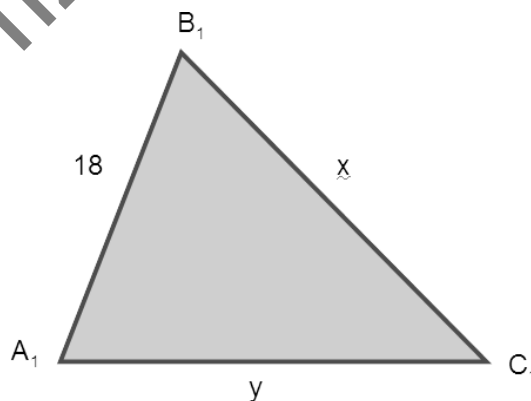
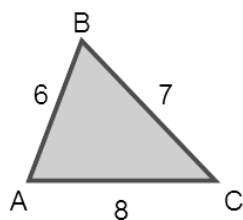
. Сформулюйте відповідні висновки.

$$\frac{P_{\triangle ABC}}{P_{\triangle A_1B_1C_1}} = k$$

V. Практичне завдання.

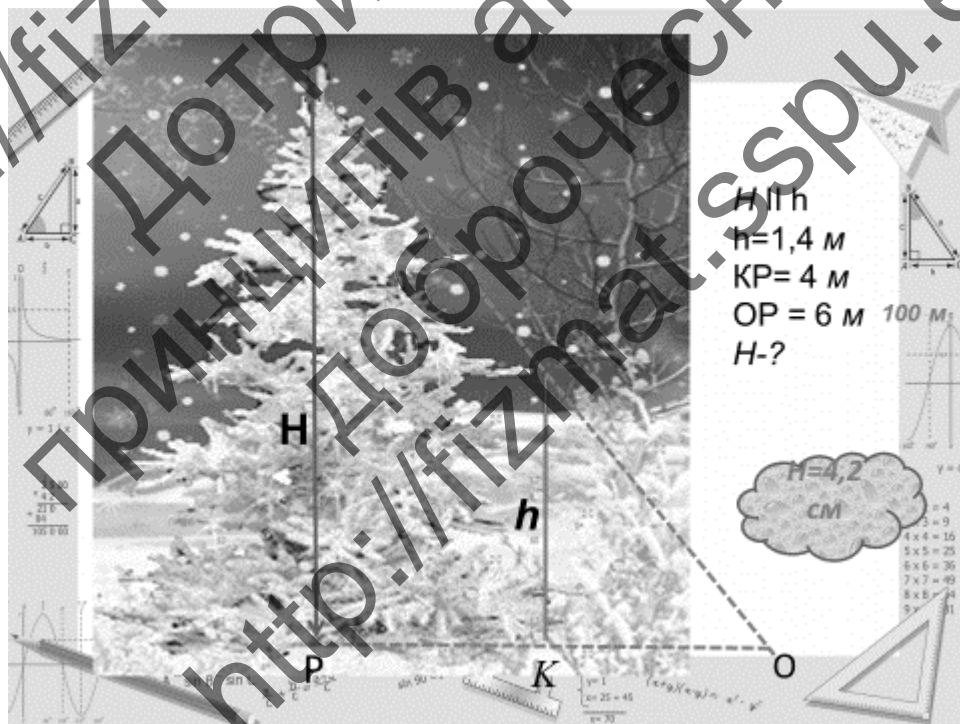
Пряма яка паралельна стороні трикутника та перетинає дві інші його сторони, відтинає від даного трикутника йому подібний.

$$\frac{AB}{MB_1} = \frac{BC}{B_1K} = \frac{AC}{MK} = k$$



V. Засвоєння нових знань.

Розв'яжемо наступні задачі:



Задача №17.7

Знайдіть висоту вежі, якщо відстань від спостерігача до жердини дорівнює 1,5 м, до вежі 39 м, висота жердини 3 м, а зріст спостерігача 1,8 м.

Слайд №12

VI. Підсумки уроку:

1. Які трикутники називаються подібними? (подібними називаються трикутники у яких кути відповідно рівні, а сторони одного трикутника пропорційні відповідно сторонам другого трикутника)
2. Що таке коефіцієнт подібності? (відношення відповідних сторін трикутника)
3. Чи є подібними прямокутний та тупокутний трикутники? (ні, оскільки не всі відповідні кути будуть рівними).

Рефлексія

Перед вами лежать три смайлики 1- червоний (відповідь НІ), 2- зелений (відповідь ТАК), 3 – жовтий (відповідь НЕЗОВСІМ). Дайте відповідь на питання трикутником певного кольору.

1. Чи сподобався вам сьогоднішнє заняття?
2. Чи складно було на уроці?
3. На вашу думку, чи засвоїли сьогоднішню тему уроку?

Домашнє завдання [8]:

- Вивчити означення подібних трикутників та властивості подібних трикутників.

- Опрацювати п.17

- Розв'язати задачі № 17.3,17.6 (достатній р.)

- №17.20 (високий р.)

- Творче завдання: довести лему про подібні трикутники математично.

<http://fizmat.ssru.edu.ua>
Дотримуйтесь
принципів академічної
доброчесності
<http://fizmat.ssru.edu.ua>

Висновки до розділу 2

Під компетентнісною задачею розуміємо навчальну задачу, умова якої моделюється у вигляді проблемних ситуацій, а процес її розв'язання сприятиме формуванню усіх видів компетентностей та передбачатиме самооцінку та самоконтроль навчальної та математичної діяльності.

Використання на уроках математики компетентнісних задач буде сприяти свідомому залученню способів діяльності, знань, плануватимуться шляхи розв'язання, контролюватимуться та корегуватимуться власні дії. Під час розв'язування такого типу задач формуватиметься математична компетентність. Компетентнісні задачі можна розглядати як наріжний камінь у задачній системі компетентнісно-орієнтованого навчання математики саме в учнів основної школи. Вони сприяють осмисленню зон найближчого та актуального математичного розвитку школярів, роблять можливим діагностування їхньої математичної компетентності, допомагають у її розвитку, виступають логічним завершенням кожного навчального етапу.

У процесі розв'язування компетентнісно-орієнтованих завдань доцільною буде інша організація процесу розв'язання: детально проаналізувати текст задачі, дані задачі на предмет надлишку чи нестачі, виявити взаємозв'язки з іншими сферами діяльності, з іншими розділами математики, з іншими навчальними предметами, скласти математичну модель, інтерпретувати отриманий результат. Під час розв'язування математичних задач описані етапи часто пропускають. Працюючи з компетентнісно-орієнтованими задачами, учні мають побудувати спосіб розв'язання запропонованої ситуації, використовуючи різні математичні знання (геометричні, алгебраїчні, елементи математичного аналізу). Дуже важливо робити співставлення отриманого математичного результату з практичними діями, які наявні у реальному житті. Крім цього, в учнів під час розв'язування задач з'являється пізнавальний результат, яким можна користуватися під час вирішення аналогічних завдань.

ВИСНОВКИ

Проведення дослідження дозволяє сформулювати наступні висновки.

Під компетентісним підходом до освіти називається спроба привести у відповідність освіту до потреб ринку праці. Він не вважається чимось новим та створеним штучно, у ньому гармонійно поєднуються традиційний підхід навчання, головна мета якого полягає у формуванні сталих знань, умінь та навичок та особистісно-орієнтована форма навчання, головне завдання якої полягає у створенні умов для самореалізації та розвитку кожного школяра.

З метою підкреслення ключових компетентностей вводиться поняття наскрізних ліній. Наскрізна змістова лінія допомагає створити цілісну картину світу, проходить через усі навчальні предмети та дозволяє сформувати у дитини ключові компетентності, інтегруючи знання про оточуючий світ, взявши за основу зміст навчального матеріалу. Мета наскрізних змістовних ліній – зосередити зусилля та увагу класного керівника, вчителів-предметників, зрештою, всього педагогічного колективу на тому, щоб досягти життєво важливу для учня та суспільства мету, підкреслити ключові компетентності.

Реалізувати наскрізні лінії ключових компетентностей можливо, розв'язуючи задачі, що мають практичний зміст. Перевагу рекомендується надавати задачам, що включають сучасні суспільно-економічні запити та цінності: енергозбереження (тепло, вода, газ, світло – цінні ресурси, які треба заощаджувати), фінансову грамотність (планувати та раціонально витратити кошти, правильно співпрацювати із фінансовими установами), екологію та здоров'я (бережливо ставитися до чистоти довкілля, природних ресурсів, вибрати здоровий спосіб життя, правильно харчуватися тощо).

Виробленням умінь розв'язувати задачі, що мають практичний зміст, передбачається переорієнтація методичної системи навчання, зокрема дотримання деяких вимог під час відбору змісту та розроблення методичного апарату підручників з математики.

Втілення компетентнісного підходу шляхом введення компетентнісно орієнтованих завдань надасть змогу учням зрозуміти, що математика може бути застосована під час розв'язання певної проблеми. Самі математичні задачі є ефективним інструментом у формуванні математичної грамотності.

За допомогою різнорівневих компетентнісно орієнтованих завдань буде розвиватися критичне мислення, креативність, дослідництво, системне мислення, самостійність. Розв'язування компетентнісно-орієнтованих задач за допомогою логічних міркувань дає змогу отримувати результати та робити неупереджені висновки.

Таким чином, якщо у процесі вивчення шкільного курсу сучасний вчитель математики буде акцентувати увагу учнів на взаємозв'язок математики із життям, то він зможе викликати у школярів інтерес до навчання, почати формувати такі важливі риси характеру як наполегливість, охайність, послідовність у роботі, увагу, кмітливість, критичне відношення до власної роботи та діяльності своїх товаришів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Акуленко І. А. Компетентнісно-орієнтована методична підготовка майбутнього вчителя математики профільної школи (теоретичний аспект): монографія. Черкаси: Видавець Чабаненко Ю. 2013. 460 с.
2. Астаф'єва М. М., Прошкін В. В., Радченко С. С. Формування критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії. *Освітологічний дискурс*. 2018. № 1-2. С. 100–115.
3. Астаф'єва М.М. Роль задач у формуванні математичної компетентності школярів. *Фізико-математична освіта*. 2018. Випуск 3(17). С. 20-25.
4. Бевз Г. П., Бевз В.Г. Алгебра: підруч. для 7 класу загальноосвіт. навч. закл. К.: Генеза, 2015. 288 с.
5. Бевз Г. П., Бевз В.Г. Алгебра: підручник для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. К.: «Фоліо», 2016. 254 с.
6. Борзяк І. М. Реалізація наскрізних ліній на уроках математики: навчально-методичний посібник. Черкаси, 2019. 35 с.
7. Бурда М. І. Реалізація наскрізних ліній ключових компетентностей у підручниках з математики. *Проблеми сучасного підручника*. 2017. Вип. 19. С. 22-28. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/psp_2017_19_5.
8. Бурда М. І., Тарасенкова Н. А. Геометрія. 8 клас. К.: Зодіак-Еко, 2008.
9. Васильєва Д. В., Вашуленко О. П., Волошена В. В. Методика компетентнісно орієнтованого навчання математики в ліцеї на рівні стандарту: методичний посібник. Київ: КОНВІ ПРІНТ, 2021. 175 с.
10. Васильєва Д. Розвиток фінансової грамотності учнів на уроках математики. *Математика в рідній школі*. Київ: Педагогічна преса, 2017. № 6. С. 2-7.

11. Волошена В. Дидактичні вимоги до компетентнісно-орієнтованих задач в процесі навчання математики. *Проблеми сучасного підручника*. 2021. № 27. С. 36–45. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/729872/1/5.pdf>.

12. Волошина І., Воробйова С., Гаденко Т., Гаврилюк В., Каріх Л., Кітова О. Методичний путівник Нової української школи: математична освітня галузь: збірник методичних матеріалів. Краматорськ: Відділ інформаційно-видавничої діяльності, 2021. 37 с.

13. Головань М.С. Компетенція та компетентність: порівняльний аналіз понять. *Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології: наук. журн.* Суми : СумДПУ ім. А.С.Макаренка, 2011. № 8(18). С. 224-234.

14. Головань М.С. Математичні компетентності чи математична компетентність? *Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс-2012»*: матеріали міжнар. наук.-практ. конф. (6–7 груд. 2012 р., м. Суми). Частина I / упорядник Чашечникова О.С. Суми: Мрія, 2012. С. 36–38.

15. Денищева Л. О. Проверка компетентности выпускников средней школы при оценке образовательных достижений по математике. *Математика в школе*. 2008. № 6. С. 19–30.

16. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти. [Електронний ресурс]. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1392-2011-%D0%BF#Text> (дата звернення 04.10.2023).

17. Зіненко І.М. Визначення структури математичної компетентності учнів старшого шкільного віку. *Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології*. 2009. Вип. 2. С. 165–174.

18. Істер О. С. Алгебра: підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. К.: Генеза, 2015. 256 с.

19. Істер О.С. Алгебра: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. К.: Генеза, 2016. 272 с.

20. Кокойло А. Ю. Реалізація наскрізних ліній ключових компетентностей в курсі алгебри і початків аналізу у процесі вивчення виразів і їх перетворень. *Фізико-математична освіта*. 2018. Вип. 1. С. 236-240. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/fmo_2018_1_46.

21. Компетентнісні завдання як засіб формування інформатичної компетентності в умовах неперервної освіти / Н.В. Морзе та інші. *Інформаційні технології в освіті*. 2010. № 6. С. 23–31.

22. Компетентнісно орієнтована методика навчання математики в основній школі: Метод. посібник / О. І. Глобін, М. І. Бурда, Д. В. Васильєва, В. В. Волошена, О. П. Вашуленко, Н. Д. Мацько, Т. М. Хмара. К.: Педагогічна думка, 2015. 245 с.

23. Корінчук Р. П. Компетентнісно орієнтовані задачі та їх використання на уроках математики (Методичні рекомендації). Камінь-Каширський: опорний заклад загальної середньої освіти «Камінь-Каширський лицей №1 ім. Євгена Шабліовського», 2021. 104 с.

24. Луцик О.М. Зміст компетентнісних задач з математики. Педагогіка формування творчої особистості у вищій і загальноосвітній школах. 2020. № 70. С. 100-103. URL: http://pedagogy-journal.kpu.zp.ua/archive/2020/70/part_2/20.pdf (дата звернення: 02.10.2023).

25. Математика. Навчальна програма для учнів 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Сайт Міністерства освіти і науки України URL: <http://mon.gov.ua/activity/education/zagalna-serednya/navchalni-programi-5-9-klas-2017.html> (дата звернення 06.10.2023).

26. Махно А.О., Слободян О.І. Формування ключової компетентності «Екологічна грамотність і здорове життя» шляхом реалізації наскрізної змістової лінії «Здоров'я і безпека» на уроках математики. *Математика в школах України*. 2018. № 9. С. 4-6.

27. Міськова Н. М. Особливості запровадження компетентнісного підходу в навчанні математики у контексті нової української школи. *Психолого-педагогічні основи гуманізації навчально-виховного процесу в школі та ВНЗ*.

2019. Вип. 1. С. 116-123. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Ppog_2019_1_15 (дата звернення 03.10.2023).

28. Морзе Н.В., Кузьмінська О.Г. Компетентнісні задачі з інформатики. *Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія № 2. Компетентнісно-орієнтовані системи навчання: збірник наукових праць*. Редрада. № 6 (13). 2008. URL: https://www.ii.npu.edu.ua/files/Zbirnik_KOSN/13/03.pdf (дата звернення: 02.10.2023).

29. Онопрієнко О. В. Компетентнісно орієнтовані задачі як засіб формування математичної компетентності учнів. *Початкова школа*. 2013. № 3. С. 23-26.

30. Піскарівська Н.І. Задачі з компетентнісним підходом. *Математика в школах України*. 2019. № 7-9. С. 56-61.

31. Пометун О. І. Компетентнісний підхід до оцінювання рівнів досягнень учнів. К., 2004.

32. Пометун О. І., Пироженко Л. В. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: Науково-методичний посібник. К.: А. С. К., 2003.

33. Поплавська О. А. Компетентнісний підхід у навчанні математики. *Науковий вісник Ужгородського університету: Серія: Педагогіка. Соціальна робота*. Ужгород: Говерла, 2013. Вип. 29. С. 164–167. URL: <https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/handle/lib/412> (дата звернення 03.10.2023).

34. Про схвалення Концепції розвитку громадянської освіти в Україні (Схвалено розпорядженням Кабінету Міністрів України від 3 жовтня 2018 р. № 710-р (редакція від 08.10.2022)). URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/710-2018-%D1%80#Text> (дата звернення 09.10.2023).

35. Прус А. В. Збірник задач з методики навчання математики. Житомир: Рута, 2011. 388 с.

36. Прус А. В. Про компетентнісний підхід у навчанні математики в класах суспільно-гуманітарного напрямку. *Педагогічний дискурс*. 2013. Вип.14. С. 372-376. URL: http://eprints.zu.edu.ua/20175/1/peddysk_2013_14_79.pdf

37. Прус А. В., Фонарюк О.В. Окремі питання методики реалізації компетентнісного підходу до навчання математики в основній школі: навчально-методичний посібник. Житомир: Вид-во ЖДУ імені Івана Франка, 2022. 94 с.

38. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ. Х.: Факт, 2005. 360 с.

39. Рафальська М., Боярчук О., Герасим Н. та ін. Посібник для вчителя для реалізації наскрізної тематичної лінії «Громадянська відповідальність» в оновлених шкільних програмах для 5-9 класів. Київ: Європейський центр ім. Вергеланда, 2017. 136 с.

40. Сафонова І.Я. Компетентнісний підхід до навчання математики старшокласників. *Педагогічна освіта: теорія і практика. Психологія. Педагогіка.* 2014. № 21. С. 53-57. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Potip_2014_21_12

41. Семенець С. П. Методологія і теорія розвивального навчання математики. Житомир: Вид. О. О. Євенок, 2015. 236 с.

42. Семенець С., Луцик О. Задачна система компетентісно орієнтованого навчання математики учнів основної школи. *Наукові записки Бердянського державного педагогічного університету. Серія: Педагогічні науки.* Вип.3. Бердянськ: БДПУ, 2020. С. 162-170. URL: <https://pedagogy.bdpu.org.ua/wp-content/uploads/2021/01/18-1.pdf> (дата звернення 08.11.2023).

43. Семенець С.П. Тривимірні структури зовнішнього та внутрішнього проявів компетентності. *Науковий вісник Ужгородського університету. Сер. Педагогіка.* 2018. Вип. 2 (43). С. 250-253.

44. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: підручник. К.: Вища школа, 2006. 582 с.

45. Тарасенкова Н. А. та ін. Алгебра: підруч. для 7 класу загальноосвіт. навч. закл. К.: Видавничий дім «Освіта», 2015. 288 с.

46. Тарасенкова Н. А. та ін. Алгебра: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. К.: УОВЦ «Оріон», 2016. 336 с.

47. Тарасенкова Н.А. Задачі як засоби компетентнісного навчання математики. *Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики: до 70-річчя кафедри математики і теорії та методики навчання математики НПУ імені М.П. Драгоманова: тези доп. Міжнар.наук.-практ. конф., 11–13 травня. 2017 р. К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2017. С. 77–78.*

48. Хохлова Л.Г., Богач О.О. Підприємливість і фінансова грамотність в процесі вивчення математики основної школи. *Підготовка майбутніх учителів фізики, хімії, біології та природничих наук у контексті вимог Нової української школи: матеріали III Міжнародної науково-практичної конференції (20 травня 2021 р., м. Тернопіль). Тернопіль: ТНПУ ім. В. Гнатюка, 2021. С. 227-230.*

49. Цейтлін О. І. Алгебра: підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. Х.: Вид-во «Ранок», 2015. 208 с.

50. Яценко В. С. Особливості формування системи еколого-виховної діяльності учнів загальноосвітніх навчальних закладів. *Проблеми сучасного підручника.* 2013. Вип. 13. С. 262-268. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/psp_2013_13_30.

ДОДАТКИ

Додаток А

Банк компетентнісних задач

1. *Задача з Бахшалійського рукопису (VIII ст.).* З чотирьох жертвувателів другий дав удвічі більше, ніж перший, третій – утричі більше, ніж другий, четвертий – учетверо більше, ніж третій, а всі разом дали 132. Скільки дав перший?

2. *Задачі Бхаскара Акарія (XI ст.).* Один сказав своєму другу: «Дай мені 100 рупій, і я стану вдвічі багатшим за тебе». Другий відповів: «Дай мені лише 10 рупій і я стану в шість разів багатшим за тебе». Скільки грошей було у кожного?

3. *Задачі Адама Різе (XVI ст.).* Троє хочуть купити коня за 12 флоринтів, але ніхто особисто не має такої суми. Перший каже двом іншим: «Дайте мені кожен по половині своїх грошей, і я куплю коня». Другий каже першому і третьому: «дайте мені по одній третій ваших грошей, і кінь буде мій». Потім, третій каже двом першим: «Дайте мені тільки по чверті ваших грошей, і кінь буде мій». Питання: скільки грошей було у кожного?

4. *Задача Рейно (XVIII ст.).* Дехто, помираючи, лишив заповіт, згідно з яким старший син отримує з повного спадку 100 франків і десяту частину залишку, другий – 200 франків і десяту частину нового залишку, третій – 300 франків і десяту частину нового залишку і так далі до останнього. При цьому частки всіх повинні бути рівними. Знайти розмір залишеного спадку, число синів і частку кожного.

5. *Задачі з «Арифметики» Л. Магніцького (XVIII ст.).* Господар найняв робітника за таких умов: за кожен робочий день він буде йому платити 20 копійок, а за кожен неробочий день – віднімати 30 копійок. Через 60 днів робітник нічого не заробив. Скільки було робочих днів?

6. *Задача про заготівлю сіна.* У таблиці наведені дані про щільність різних видів сіна через певні періоди після складання його в стіг.

Тип сіна	Щільність сіна в стогу (кг/м ³)			
	через 5-6 днів	через 2 тижні	через місяць	через 3 місяці
Грубо-стеблове	37-42	40-46	45-50	50-55
Лучно-лісове різнотрав'я	42-48	45-52	50-57	57-69
Дрібно-трав'яне	50-58	56-63	60-68	65-74

Завдання 1. На скільки відсотків збільшується маса одного кубічного метра лучно-лісового сіна через три місяці після його складання в стіг?

- А) на 60%; Б) на 40%; В) на 30%; Г) на 20%.

Завдання 2. Прикиньте приблизну масу (в центнерах) сіна в стозі, що на фото (Рис. А.1.), якщо відомо, що висота стогу 6 м, ширина біля основи та у місці початку звуження приблизно однакова і дорівнює 4,5 м, а фото зроблене через місяць після складання сіна в стіг. Хід міркувань і відповідні розрахунки наведіть.

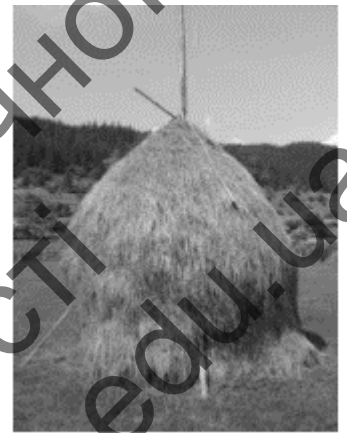


Рис. А.1

Завдання 3 (для домашньої роботи). Ураховуючи норми годівлі худоби (з практики, що склалася у Вашому домашньому господарстві або за даними, взятими з інтернету), обчисліть потребу кормів на зиму для худоби у Вашому господарстві. З'ясуйте, які корми будуть заготовлені власними силами, а які потрібно купити; поррахуйте, скільки коштів для цього потрібно передбачити в сімейному бюджеті.

7. «Садівник». Садівник має 32 метри дроту, яким він хоче позначити на землі кордон клумби. Форму клумби треба вибрати з наступних варіантів (рис.А.2). Обведіть слово «Так» або «Ні» у таблиці біля кожної форми клумби в залежності від того, чи вистачить садівнику 32 м дроту, щоб позначити її межу.

Форма клумби	Чи досить 32 м дроту, щоб загородити клумбу
Форма А	Так(Ні)
Форма В	Так(Ні)
Форма С	Так(Ні)
Форма Е	Так(Ні)

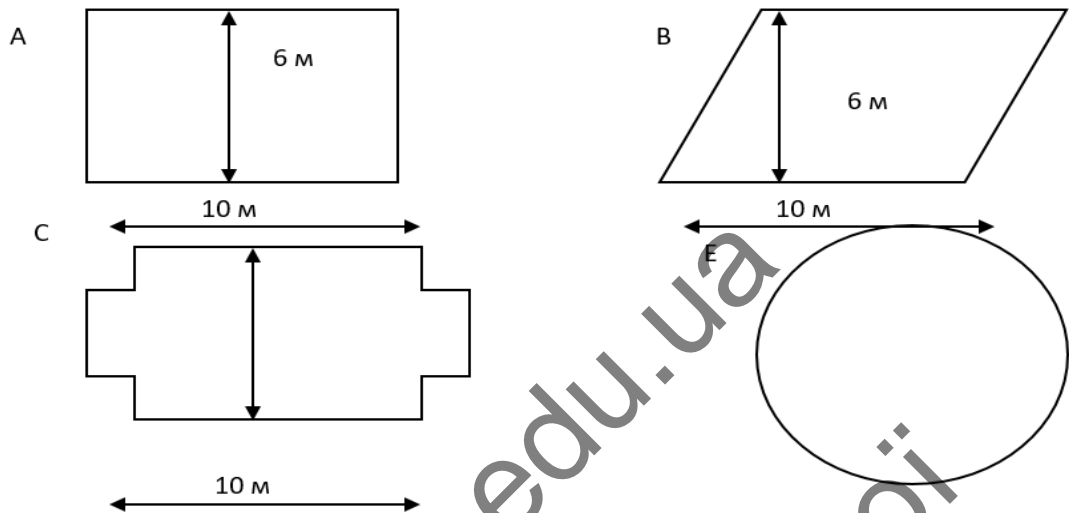


Рис. А.2. Рисунок до задачі «Садівник»

8. «Скейтборд». Сергій великий любитель кататися на скейтборді. Він нерідко заходить до магазину «Спорт», щоб з'ясувати ціни на деякі товари. У цьому магазині можна придбати повністю зібраний скейтборд. Але можна купити платформу, один комплект з 4 коліс, один комплект з двох власників коліс, а також комплект металевих та гумових складових частин і зібрати свій власний скейтборд. Ціни в магазині на ці товари представлені у таблиці нище.

Ціни на частини до скейтборду

Товар	Ціна	
Складений скейтборд	82 або 84	
Платформа	400, 600 або 650	
Один комплект із 4 коліс	140 або 360	
Один комплект із 2 тримачів коліс	160	
Один комплект залізних і резинових деталей скейтборда	100 або 200	

Питання 1. Сергій хоче сам зібрати собі скейтборд. Яку найменшу ціну та яку найбільшу ціну можна заплатити у цьому магазині за всі складові скейтборду?

Питання 2. У магазині пропонують на вибір три різні види досок, два різні комплекти коліс, два різні комплекти металевих і гумових деталей. При цьому є лише один вибір комплекту утримувачів коліс.

Скільки різних скейтбордів може зібрати Сергій із пропонованих складових частин?

А) 6; Б) 8; В) 10; Г) 12

9. Діти в саду збирали яблука і склали їх в ящики по 25шт у кожний. Чи вистачить 40 ящиків, щоб розкласти 875 яблук?

10. 145 учнів їдуть на екскурсію. Чи вистачить для цього трьох автобусів, якщо в кожний вміщується 48 учнів?

11. З відрізка тканини можна пошити 17 дитячих платків, витрачаючи на кожен по 2 м тканини. Чи вистачить цього відрізка, щоб пошити 8 платків для дорослих, витрачаючи по 4 м тканини на кожен?

12. Відстань між містами Ковель - Камінь-Каширський 50 км. Назустріч одна одній виїхали 2 автомобілі. Один з них до зустрічі пройшов 28 км. Яку відстань до зустрічі пройшов другий автомобіль?

13. З двох полів зібрали 1580т зерна – пшениці й жита. Пшениці зібрали 8т . Чого зібрали більше, пшениці чи жита і на скільки?

14. Ширина ділянки землі прямокутної форми 60м. довжина в 2 рази більша. На цій ділянці посадили новий сорт картоплі. Попередні досліді показали, що цей сорт дає врожай 7т картоплі з 1 м². Яким може бути урожай картоплі з усієї ділянки?

15. Ділянка землі прямокутної форми засіяна пшеницею. Ширина ділянки 400м, а довжина в 3 рази більша за ширину. З цієї ділянки зібрали 240т пшениці. Скільки центнерів пшениці зібрали в середньому з 1га?

16. На прямокутній ділянці, яка має розміри $102\text{м} \times 434\text{м}$ посаджено картоплю. Передбачають, що урожай картоплі становитиме 18т з гектара. Скільки картоплі планують зібрати з цієї ділянки?

17. Потрібно встановити резервуар для води місткістю 10м^3 на майданчику розміром $2,5\text{м} \times 1,5\text{м}$, який є для нього дном. Знайдіть висоту резервуара.

18. Купа щебеню має конічну форму, радіус основи якої 2м, а твірна 4,5м. Знайдіть об'єм купи щебеню.

19. Стіжок сіна має форму циліндра з конічним верхом. Радіус його основи 3м, висота 4,5м, причому циліндрична частина стіжка має висоту 2,2м. Густина сіна $0,03\text{г}/\text{м}^3$. Визначте масу стіжка сіна.

20. Рідина, налита в конічну посудину висотою 0,18м і діаметром основи 0,24м, переливається в циліндричну посудину, діаметр основи якої 0,1м. Як високо знаходиться рівень рідини в посудині?

21. Циліндрична димова труба діаметром 65см має висоту 18м. Скільки жерсті треба для її виготовлення, якщо на заклепку іде 10% матеріалу?

22. З круглого листа металу ви штампували циліндричний стакан діаметром 25см і висотою 50см. Припустимо, що площа листа при штампуванні не змінилась. знайдіть діаметр листа.