

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ А. С. МАКАРЕНКА**

ISSN: 2519-2361

**АКТУАЛЬНІ ПИТАННЯ
ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОЇ
ОСВІТИ**

Збірник наукових праць

Виходить двічі на рік

Заснований у жовтні 2012 року

Випуск 2(26), 2025

ICV 2024 86.25

Суми – 2025

УДК 37.016:51

Свідоцтво про державну реєстрацію КВ №19538-9338Р від 25.10.2012
Засновник, редакція, видавець і виготовлювач
Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка

Друкується згідно з рішенням вченої ради
Сумського державного педагогічного університету імені А. С. Макаренка
(протокол №4 від 24.11.2025)

Збірник наукових праць «Актуальні питання природничо-математичної освіти» включено до Переліку наукових фахових видань України (**Категорія «Б»**) відповідно до наказу МОН № 1471 від 26.11.2020 року.

ГОЛОВНИЙ РЕДАКТОР

Ольга Чашечникова доктор педагогічних наук, професор (м. Суми, Україна)

ЗАСТУПНИК ГОЛОВНОГО РЕДАКТОРА

Ніна Тарасенкова доктор педагогічних наук, професор (м. Черкаси, Україна)

ЧЛЕНИ РЕДАКЦІЙНОЇ КОЛЕГІЇ

Сью Джонстон-Вайлдер професор (м. Ковентрі, Велика Британія)
Марк Англебаум Ph.D., професор (м. Беер-Шева, Ізраїль)
Добринка Мілушева-Бойкіна доктор наук, доцент (м. Пловдив, Болгарія)
Поліна Сабінін доктор наук, професор (м. Массачусетс, США)
Катерина Власенко доктор педагогічних наук, професор (м. Київ, Україна)
Ірина Лов'янова доктор педагогічних наук, професор (м. Київ, Україна)
Броне Наркявичене Ph.D., професор (м. Каунас, Литва)
Михайло Каленик кандидат педагогічних наук, професор (м. Суми, Україна)
Олена Бабенко кандидат педагогічних наук, доцент (м. Суми, Україна)

У збірнику представлені результати актуальних досліджень, присвячених спрямованості навчання дисциплін природничо-математичного циклу на розвиток інтелектуальних умінь та творчих здібностей учнів і студентів.

Статті проходять анонімне рецензування

**MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE
SUMY STATE PEDAGOGICAL UNIVERSITY
NAMED AFTER A. S. MAKARENKO**

ISSN: 2519-2361

**TOPICAL ISSUES
OF NATURAL SCIENCE AND
MATHEMATICS EDUCATION**

Collection of scientific works

Published two times a year

Founded in October of 2012

Issue 2(26), 2025

ICV 2024 86.25

Sumy – 2025

UDC 37.016:51

Founded, edited (certificate of registration KB №19538-9338P)
Sumy State Pedagogical University named after A.S. Makarenko

Published in accordance with the resolution of the academic council of
Sumy State Pedagogical University named after A.S. Makarenko
(protocol № 4 from 24.11.2025)

EDITOR-IN-CHIEF

Olha Chashechnikova Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Sumy, Ukraine)

DEPUTY EDITOR-IN-CHIEF

Nina Tarasenkova Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Cherkasy, Ukraine)

EDITORIAL BOARD MEMBERS

Sue Johnston-Wilder Professor (Coventry, United Kingdom)

Mark Applebaum Ph.D., Professor (Beer-Sheva, Israel)

Dobrinka Milusheva-Boykina Doctor of Sciences, Associate Professor (Plovdiv, Bulgaria)

Polina Sabinin Doctor of Sciences, Professor (Massachusetts, USA)

Kateryna Vlasenko Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Kyiv, Ukraine)

Iryna Lovianova Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Kyiv, Ukraine)

Bronė Narkevichienė Ph.D., Associate Professor (Kaunas, Lithuanian)

Mykhailo Kalenyk Candidate of Pedagogical Sciences, Professor (Sumy, Ukraine)

Olena Babenko Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor (Sumy, Ukraine)

The collection of articles presents the results of current research which highlight orientation of training courses in natural science and mathematical disciplines on developing intellectual skills and creative abilities of students. Articles are anonymous review.

РОЗДІЛ 1. АКТУАЛЬНІ ПИТАННЯ ПІДВИЩЕННЯ ЯКОСТІ НАВЧАННЯ
ДИСЦИПЛІН ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОГО ЦИКЛУ
В ШКОЛІ ТА ЗАКЛАДАХ ВИЩОЇ ОСВІТИ
РІЗНИХ РІВНІВ АКРЕДИТАЦІЇ

УДК 378.091.214.18:[512+514]:005.32-057.87

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/5-13

І. А. Акуленко

ORCID ID 0000-0003-4603-409X

В. В. Атамась

ORCID ID 0000-0002-2819-5829

Черкаський національний
університет ім. Б. Хмельницького

РОЛЬ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ ТА АНАЛІТИЧНОЇ
ГЕОМЕТРІЇ У ФОРМУВАННІ СТІЙКОЇ ПІЗНАВАЛЬНОЇ МОТИВАЦІЇ
СТУДЕНТІВ – МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

Статтю присвячено актуальній проблемі формування стійкої пізнавальної мотивації студентів вищих навчальних закладів в адаптаційний період навчання. Авторами проведено аналіз наукових досліджень, які висвітлюють роль структурування навчального змісту як чинника, що позитивно впливає на стійкість пізнавальних мотивів здобувачів вищої освіти. Теоретичну основу дослідження становлять положення теорії когнітивного навантаження Дж. Свеллера. Авторами встановлено, що одним із найпотужніших механізмів структурування навчального змісту, а отже, і формування стійкої внутрішньої мотивації студентів, виступають міжпредметні зв'язки. У статті розроблено та обґрунтовано класифікацію міжпредметних зв'язків лінійної алгебри та аналітичної геометрії: "експорт-імпорт" зв'язки, зв'язки-"ілюстратори" та інтегруючі зв'язки. Практичним внеском роботи є розроблення комплексу конкретних навчальних задач, які демонструють мотиваційний потенціал міжпредметних зв'язків: задачі економічного, хімічного змісту, з криптографії та геометрії. Особлива увага приділена задачам-"мостам" (Rich Tasks), які можна розв'язувати різними способами, залучаючи апарат обох дисциплін. Авторами також підкреслено важливість розуміння студентами різних методологічних підходів до введення одних і тих же понять у курсах лінійної алгебри та аналітичної геометрії (наприклад, аксіоматичного підходу в лінійній алгебрі та геометричного підходу в аналітичній геометрії у введенні поняття скалярного добутку). Результати дослідження можуть бути використані у практиці навчання математичних дисциплін у вищій школі для підвищення ефективності навчального процесу та формування стійкої внутрішньої пізнавальної мотивації студентів. Проте авторами висловлено позицію про необхідність подальших емпіричних досліджень, особливо щодо узгодження міждисциплінарної диференціації навчальних дисциплін та їх інтеграції у контексті забезпечення стійкої пізнавальної мотивації студентів.

Ключові слова: міжпредметні зв'язки, пізнавальна мотивація, структурування навчального змісту, лінійна алгебра, аналітична геометрія, задачі хімічного змісту.

Постановка проблеми. Проблема стійкості пізнавальної мотивації студентів в адаптаційний період (зазвичай, 1-2-й семестри навчання у ЗВО) є однією з ключових у вищій школі. Вона безпосередньо впливає на пізнавальну активність, успішність, відсів студентів та якість їхньої майбутньої професійної діяльності. В адаптаційний період відбувається перебудова всіх базових характеристик навчальної діяльності, яка набуває змісту й характеру навчально-професійної діяльності. Акценти в організації навчально-пізнавальної діяльності зміщуються: від жорстко регламентованої форми організації

навчання, під постійним контролем учителя в школі до гнучкої форми організації навчання у ЗВО з можливістю побудови індивідуальної освітньої траєкторії, високим рівнем автономії, самоорганізації, самоконтролю та більш розосередженим у часі контролем з боку викладача. Відбуваються глибинні зміни у мотиваційній сфері особистості: перехід від домінування зовнішньої мотивації у пізнавальній діяльності (оцінка і контроль учителя, контроль і похвала батьків, успішне зовнішнє незалежне оцінювання тощо) до пріоритетності внутрішніх мотивів (акцентуація професійних інтересів, активізуються процеси самоактуалізації, розширюється спектр професійної самоідентифікації).

Однак саме адаптаційний період має певні труднощі й характеризується своєрідними «гойдалками»: від ейфорійного сприйняття студентами невичерпності своїх фізичних та інтелектуальних сил до перспективно-негативної професійної самоідентифікації, нівелювання цінності обраної професії, кризи професійно-особистісної ідентичності. Одним із чинників нестійкої пізнавальної мотивації виступає також суттєве ускладнення змісту навчання, значне наростання його абстрактності, фундаментальності, необхідності швидкого темпу в просуванні та засвоєнні. Ці загальні закономірності особистісного розвитку студентства повною мірою прослідковуються у здобувачів вищої освіти за спеціальністю А4 Середня освіта (математика) на першому адаптаційному етапі їхнього навчання у ЗВО. Відтак, постає проблема формування стійкої пізнавальної мотивації студентів, зокрема в опануванні змісту математичних фундаментальних дисциплін.

Аналіз актуальних досліджень. У сучасному міжнародному науковому дискурсі проблема мотивації учнів і студентів до навчання досліджується у різних аспектах на вихідних позиціях теорії самовизначення (Ф. Гудей [4]), теорії цілей досягнення (Д. Дж. Чазан, Г. Н. Пелетє, Л. М. Деніелс [5]), теорії когнітивного навантаження (П. Еванс, М. Ванстенкісте, Ф. Паркер та ін. [3]). Поряд із суто теоретичними напрацюваннями науковці висвітлюють сучасні освітні практики: від традиційного офлайн-навчання до новітніх інноваційних середовищ онлайн-навчання. Наукові дослідження трактують мотивацію навчання як складний, залежний від контексту феномен, що зазнає впливів множинних взаємодіючих факторів.

Наукові розвідки А. Ішіда та Т. Секіяма узагальнили [1] тенденції в дослідженнях мотивації учнів та студентів до навчання серед різних демографічних груп і культурних контекстів. Дослідження виявило шість ключових факторів, що впливають на мотивацію навчання: 1) психологічні цінності; 2) когнітивні фактори; 3) соціальні та екологічні впливи; 4) демографічні фактори; 5) академічне минуле та навчальні звички; 6) педагогічні впливи та освітні програми. Дослідження чилійських науковців [2] продемонструвало вагомі докази на користь того, що конкретні мотиваційні практики по-різному впливають на пізнавальну мотивацію. Дослідники підкреслюють, що педагогічні впливи, які наголошують на важливості пізнавального процесу, на використанні когнітивних ресурсів індивідууму для глибокого розуміння об'єкту та предмету пізнання (а не просто для оцінок), а також сприяють автономії учнів/студентів, виступають основними предикторами пізнавальної активності й успішності здобувачів у різних галузях освіти. Результати наукових розвідок П. Еванса, М. Ванстенкісте, Ф. Паркера [3] також показали, що стратегії навчання, спрямовані на зменшення когнітивного навантаження й посилення залученості студентів, позитивно співвідносилися з автономною пізнавальною мотивацією та навчальними досягненнями здобувачів освіти. Позитивний вплив на стійкість пізнавальних мотивів виявили освітні практики викладачів, що підтримували навчання зі структуруванням навчального змісту.

Сучасні дослідження трактують [3] структурованість навчального змісту як багатовимірний конструкт, що залежить від когерентності всіх компонентів освітньої системи загалом, та когнітивної архітектури окремого індивідууму. Дж. Свеллер, розглядає [6; 7] когнітивні структури, що утворюють базу знань індивіда, як певні ментальні схеми. Вихідною його позицією є те, що навчання зі структуруванням змісту має безпосередньо враховувати обмеження короткострокової робочої пам'яті та сприяти побудові когнітивних схем у довгостроковій пам'яті суб'єкта. Зміст довгострокової пам'яті становлять саме такі схеми – витончені структури, що дозволяють індивідууму виявляти пізнавальну активність, мотивують його навчання. Щоб відбулося ментальне конструювання схеми, освітній

процес має нівелювати навантаження на короткострокову пам'ять шляхом активізації й побудови конструктів у довгостроковій пам'яті. Це дозволяє індивідууму ефективно обробляти нову інформацію та конструювати збагачені схеми для забезпечення міцних зв'язків між новими і попередньо опанованими знаннями. Ці конструкти можуть відображати як систему понять і фактів у межах однієї навчальної дисципліни, так і зв'язки між поняттями, фактами і способами пізнавальної діяльності у межах кількох навчальних дисциплін, т.з. міжпредметні (міждисциплінарні) зв'язки. Таким чином, у науковому дискурсі позиціонується погляд на міжпредметні зв'язки (О. Глобін [13]) як на один із факторів, що позитивно впливають на структурування змісту навчання, а, відтак, і на стійкість пізнавальної мотивації здобувачів освіти.

Мета статті – окреслити роль міжпредметних зв'язків навчальних дисциплін «Лінійна алгебра» та «Аналітична геометрія» у формуванні стійкої пізнавальної мотивації студентів – майбутніх учителів математики

Виклад основного матеріалу. Стійкість пізнавальної мотивації – це здатність учня/студента зберігати інтерес до змісту навчання, до самого процесу здобуття знань, незважаючи на зовнішні перешкоди (складність предмета, невдачі на іспитах, втома, соціальний тиск тощо). Проблема полягає в тому, що у багатьох першокурсників в адаптаційний період проявляється так звана «криза мотиву», коли стара, зовнішня мотивація (тиск і контроль з боку школи і батьків, бажання «отримати диплом») швидко вичерпується, а нова, внутрішня (професійний інтерес) ще не сформована. З іншого боку, абстрактність змісту математичних курсів (як от, «Лінійна алгебра» та «Аналітична геометрія») може спровокувати падіння впевненості в собі та переходу від «мотивації досягнення успіху» до «мотивації уникнення невдачі». Для нівелювання цих тенденцій науковці пропонують підхід – зменшення когнітивного навантаження шляхом структурування навчального змісту. Позитивний вплив у цьому аспекті має виявлення міжпредметних зв'язків. Зупинимось більш детально на мотиваційному потенціалі міжпредметних зв'язків лінійної алгебри та аналітичної геометрії.

Навчальні курси «Лінійна алгебра» та «Аналітична геометрія» є обов'язковими освітніми компонентами освітньо-професійних програм першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності А4 Середня освіта (математика). У змісті курсу «Лінійна алгебра» відображено сучасний апарат лінійної алгебри, що передбачає, як вказує О. Кострикін у низці навчальних посібників, розробку математичної мови для вираження однієї з найзагальніших природничих ідей – ідеї лінійності. Тому зміст навчальної дисципліни «Лінійна алгебра» включає в себе основи теорії лінійних рівнянь, теорії визначників, теорії матриць, теорії векторних просторів та лінійних перетворень векторних просторів, теорії форм (зокрема лінійних, білінійних, квадратичних), теорії многочленів. Опановуючи зміст цієї навчальної дисципліни студенти вивчають фундаментальні поняття: n -мірного лінійного векторного простору (ЛВП), арифметичного n -мірного простору, n -мірного вектора, лінійного відображення (лінійного оператора) n -мірного векторного простору, системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР), розв'язку СЛАР, сумісної та несумісної, визначеної та невизначеної, еквівалентних СЛАР, перестановок парних і непарних, визначника, порядку визначника, матриці, видів матриць, арифметичних операцій з матрицями, мінора й алгебраїчного доповнення елемента матриці, її рангу, лінійної залежності/незалежності векторів, лінійної комбінації векторів, базису й рангу системи векторів, базису й розмірності ЛВП, координат n -мірного вектора, підпростору ЛВП, ізоморфізму підпросторів ЛВП, скалярного добутку векторів, евклідового векторного простору (ЕВП), унітарного простору, ортогональних векторів і ортогональної системи векторів ЕВП, лінійного оператора (ЛО), його області значень, ядра й дефекту, матриці ЛО, власних значень і власних векторів ЛО, спряженого, самоспряженого, ортогонального лінійного перетворення ЕВП, спектра оператора, лінійної, білінійної і квадратичної форми.

Міжпредметні зв'язки курсу лінійної алгебри виявляються в ході аналізу широкого спектра її застосувань [10; 11]: в інформатиці та веб-технологіях (алгоритм PageRank (пошук Google), в теорії графів та мережевому аналізі, (інформаційний пошук), у статистиці та науці

про дані (аналіз головних компонент, факторний аналіз, багатовимірна статистика), машинному навчанні та ШІ (нейронні мережі (матриці ваг), зменшення розмірності, рекомендаційні системи), квантовій фізиці (квантова механіка (вектори станів), квантові обчислення (унітарні перетворення), квантова теорія інформації), у теорії обробки сигналів (стиснення зображень, обробка аудіо, аналіз Фур'є), в економіці та фінансах (модель Леонт'єва, оптимізація портфеля, економетрія), у хімії (теорія молекулярних орбіталей, розрахунки квантової хімії, хімічна кінетика) та в інших галузях знань. Міжпредметні зв'язки лінійної алгебри виявляють свій мотиваційний потенціал, коли вони встановлюються у ході розв'язування конкретних, автентичних завдань інженерного, фізичного, хімічного інформатичного змісту, математичною моделлю яких є, наприклад, система лінійних рівнянь. Такі задачі представлено, зокрема у збірниках [10; 11]. Ми пропонуємо також до розгляду зі студентами наступні задачі.

Задача 1. Інвестор розподіляє 100 000 доларів між трьома видами облігацій: з річною прибутковістю 3%, 4% та 5%. Відомо, що загальний річний дохід від усіх інвестицій має становити 4200 доларів. Сума інвестицій в облігації з 3% та 4% прибутковістю дорівнює сумі інвестицій в облігації з 5% прибутковістю. Яку суму інвестор вклав у кожен вид облігацій?

Задача 2. Фермеру потрібно годувати тварин, використовуючи три види кормів (I, II і III), які містять необхідні поживні речовини: протеїн, вуглеводи та вітаміни. 1 кг першого корму містить 200 г протеїну, 400 г вуглеводів та 100 г вітамінів. 1 кг другого корму містить 300 г протеїну, 200 г вуглеводів та 50 г вітамінів. 1 кг третього корму містить 100 г протеїну, 500 г вуглеводів та 150 г вітамінів. Для щоденного раціону тварин потрібно 1.8 кг протеїну, 2.6 кг вуглеводів та 0.6 кг вітамінів. Скільки кілограмів кожного виду корму необхідно змішати, щоб задовольнити добову потребу тварин у поживних речовинах?

Задача 3. У лабораторії проводять аналіз суміші, що складається з трьох солей: карбонату калію (K_2CO_3), карбонату натрію (Na_2CO_3) та карбонату літію (Li_2CO_3). Відомо, що маса суміші становить 100 г. При взаємодії суміші з надлишком хлоридної кислоти (HCl) виділилося 45,8 г вуглекислого газу (CO_2). Після реакції утворилася суміш хлоридів (KCl, NaCl, LiCl), загальна маса якої склала 111,4 г. Визначте масу кожної солі в початковій суміші.

Задача 4 [11, с. 80]. Дано криптотекст: «ЕЬЦ ИЦЕ ППІ ТЛЧ ТХХ ИШХ ИШХ КПС ГТН ВТУ» зашифрований лінійним шифром третього порядку. Відомо, що дев'ять останніх літер криптотексту мають означати частину підпису ЖЕЙМСБОНД. Розшифруйте повідомлення.

Навчальний курс «Лінійна алгебра» має тісні міжпредметні зв'язки з іншими освітніми компонентами в професійній підготовці майбутнього вчителя математики, зокрема із курсом «Аналітична геометрія». Власне аналітична геометрія, як наука, з'явилася як реалізація ідеї Рене Декарта про універсальний метод. Суть його полягає в тому, що будь-яка задача зводиться до математичної задачі, розв'язування якої своєю чергою зводиться до застосування алгебраїчного методу. Надзвичайно показовим є погляд Ж. Лагранжа: «Поки алгебра і геометрія розвивалися кожна своїм шляхом, розвиток їх був повільний а застосування обмежене. Та коли ці дві науки об'єдналися, вони одна одній додали життєвої снаги і відтоді обидві швидкою ходюю рушили вперед до досконалості» [8, с. 30]. Використання міжпредметних зв'язків лінійної алгебри з аналітичною геометрією є одним із найпотужніших механізмів для підвищення стійкості внутрішньої мотивації студентів до вивчення цих дисциплін.

Міжпредметні зв'язки цих дисциплін можна розподілити на кілька класів. По-перше – це «експорт-імпорт» зв'язки (В. Кірман, Н. Тарасенкова), коли математичний апарат однієї навчальної дисципліни використовується для визначення понять або формулювання чи доведення властивостей понять іншої.

Прикладом такого застосування може слугувати відшукання векторного добутку, через детермінанти, якщо вектори задані координатами в прямокутній декартовій системі координат. Якщо $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$, а $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$, то

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = (|y_1 z_1 y_2 z_2|, -|x_1 z_1 x_2 z_2|, |x_1 y_1 x_2 y_2|).$$

Також мішаний добуток векторів $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$, $\vec{c} = (x_3, y_3, z_3)$ знаходиться як визначник третього порядку:

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = |x_1 y_1 z_1 x_2 y_2 z_2 x_3 y_3 z_3|.$$

Крім того, найчастіше в аналітичній геометрії використовуються різні прийоми розв'язування рівнянь та систем рівнянь і нерівностей, зокрема метод Гауса. Як приклад, це відшукування точок перетину прямих і площин, точок дотику до кривих чи поверхонь другого порядку.

Інший клас зв'язків – це зв'язки-«ілюстратори». На їх основі абстракції однієї навчальної дисципліни, як от «Лінійної алгебри» (матриці, вектори, системи рівнянь), наочно візуалізують за допомогою понять, що вивчає інша навчальна дисципліна, а саме, аналітична геометрія (прямі, площини, лінії і поверхні другого порядку, перетворення на площині і в просторі). Наприклад, поняття лінійної оболонки векторів, підпростору розв'язків СЛОР, лінійного многовиду краще засвоюється студентами, якщо супроводжується наочністю із використанням площини та зсуву площини на деякий вектор – направлений відрізок. Зв'язки-ілюстратори «спрацьовують» для візуалізації таких абстрактних понять лінійної алгебри як підпростір лінійного векторного простору, ортогональне доповнення підпростору, ортогональна проекція вектора на підпростір, лінійний оператор векторного простору, лінійна і квадратична форма. Крім суто ілюстративної функції ці зв'язки «підсвічують» можливі сполучні ланки між абстрактними поняттями і їх можливим геометричним конкретним змістом. Наприклад, вивчаючи тему «Лінійні оператори» доцільно вказати на зв'язки між матрицями розмірності 3 на 3 і перетворення тривимірного векторного простору, показати, як матрицею можна задати вже відомі студентам перетворення простору: симетрію відносно початку координат, симетрію відносно однієї осі координат, симетрію відносно деякої координатної площини. Множення матриць можливо пов'язати із перетвореннями площини, проілюструвати прикладом того, як матриця «перетворює фігуру» на площині чи в просторі (обертання, стиснення, зсув). У такий спосіб студенти усвідомлюють, що апарат лінійної алгебри – це мова 3D-графіки та комп'ютерного моделювання. Розв'язування СЛР з трьома невідомими (методом Гауса) доцільно супроводжувати геометричною інтерпретацією: СЛР має єдиний розв'язок – три площини перетинаються в одній точці, безліч розв'язків – площини перетинаються по прямій або співпадають, немає розв'язків – площини паралельні або перетинаються лише попарно. Коли студент бачить, як суто абстрактні поняття можна проілюструвати наочно конкретними прикладами відомих геометричних фігур, тоді абстракція перестає бути перешкодою і стає інструментом пізнання, знижає когнітивне навантаження.

Додаткового поштовху зазнає пізнавальна мотивація, коли студенти опановують нові способи розв'язування задач зі свого попереднього навчального досвіду (шкільного курсу математики), використовуючи математичний апарат лінійної алгебри і аналітичної геометрії, щоб встановити властивості наочно зображених геометричних об'єктів за допомогою координатного і векторного методів суто аналітично, наприклад шляхом дій із матрицями та визначниками. Наведемо приклад типової задачі.

Задача 5. Знайти висоту AH піраміди $ABCD$, якщо

$$A(1, 3, 6), B(0, 1, -1), C(3, 4, 2), D(2, -3, -2).$$

Для розв'язування цієї задачі спочатку знаходимо координати векторів, наприклад, $\vec{BA}, \vec{BC}, \vec{BD}$. Далі знаходимо об'єм піраміди $ABCD$, який дорівнює одній шостій модуля мішаного добутку цих векторів. Наступним кроком визначаємо площу основи піраміди, як половину довжини векторного добутку $\vec{BC} \times \vec{BD}$. Нарешті висоту AH знаходимо як частку потроєного добутку об'єму піраміди і площі основи. При обчисленнях використовуємо вище наведені формули для обчислення векторного і скалярного добутків.

Ще один клас міжпредметних зав'язків – інтегруючі зв'язки. Вони стають явними для студентів унаслідок розв'язування задач-«мостів» (Rich Tasks). Ці задачі провокуються іншим видом задач, такими, що мають різні способи розв'язування із залученням апарату чи то лінійної алгебри, чи аналітичної геометрії. Наведемо кілька прикладів задач-«мостів» і тих задач, що до них приводять (табл. 1).

Таблиця 1.

Задача	Розв'язування у АГ	Розв'язування у ЛА
Дано три вектори $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ у просторі R^3 . Дослідіть, чи є вони компланарними (чи лежать в одній площині).	Обчислити мішаний добуток векторів $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Якщо він дорівнює нулю, то вектори компланарні.	Скласти матрицю А, стовпцями якої є ці вектори. Обчислити ранг цієї матриці, $\text{rank } A$. Якщо $\text{rank } A < 3$, то вектори лінійно залежні, тобто компланарні.
Задача-міст. Доведіть, що геометричний критерій (мішаний добуток трьох векторів дорівнює 0) еквівалентний алгебричному критерію ($\text{rank } A < 3$). Як це узагальнити для n -мірного векторного простору?		
Дано квадрат ABCD, де $A(0; 0), B(1; 0), C(1; 1), D(0; 1)$. Знайдіть площу фігури, що утворилася після його обертання на 45°	Використати формули повороту, знайти нові координати, обчислити площу (площа залишається незмінною, оскільки поворот – ізометрія).	Визначаємо матрицю повороту на кут α : $A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$. Площа нового об'єкта дорівнює добутку площі старого і модуля визначника $\det A$.
Задача-міст. Чи змінюється площа фігури при перетворенні, яке задається матрицею $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$? Як геометрично інтерпретувати перетворення, що задано матрицею B?		

Такі задачі можна використати у вивченні теми «Зведення квадратичної форми до канонічного виду» у курсі лінійної алгебри та тем «Мішаний добуток векторів», «Зведення рівняння кривої другого порядку до канонічного вигляду» у курсі аналітичної геометрії. Зауважимо, що відповідні теми цих курсів розосереджені в часі, тому студенти спочатку знайомляться із суто аналітико-геометричним підходом (через ортогональні перетворення тривимірного простору). Проілюструємо це прикладом

Задача 6 [12]. Визначити тип кривої другого порядку, заданої загальним рівнянням: $a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$.

Для цього рівняння записуємо відповідну симетричну матрицю:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}$$

і в подальшому працюємо з нею.

Шукаємо інваріанти відносно ортогональних перетворень: $S = a_{11} + a_{22}$, $\delta = |a_{11} \ a_{12} \ a_{13} \ a_{12} \ a_{22} \ a_{23} \ a_{13} \ a_{23} \ a_{33}|$, $\Delta = \det \det A$. Далі знаходимо корені λ_1 і λ_2 характеристичного рівняння:

$$\lambda^2 - S\lambda + \delta = 0.$$

Отримані результати дають змогу звести матрицю А до діагонального виду:

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Повернувшись до рівняння отримуємо: $\lambda_1 x_2^2 + \lambda_2 y_2^2 + \frac{\delta}{\Delta} = 0$. Це рівняння легко зводиться до канонічного вигляду, що дає змогу визначити тип кривої другого порядку.

Використовуючи цей спосіб можна знайти і кут повороту осей координат, і вектор паралельного перенесення, щоб перейти до системи координат $x_2 O_2 y_2$, у якій дана крива має канонічне рівняння. Аналогічним способом можна звести до канонічного вигляду загальне рівняння другого порядку від трьох змінних і визначити тип поверхні другого порядку.

У подальшому вже в курсі лінійної алгебри узагальнюють ці способи, вивчаючи метод Лагранжа, метод ортогональних перетворень і метод Якобі зведення квадратичної форми до канонічного виду. Такі задачі мають потужний як мотиваційний, так і методологічний ефект, оскільки, з одного боку, формують внутрішню мотивацію студентства, з іншого боку – демонструють, як апарат лінійної алгебри використовують для дослідження об'єктів засвоєння в курсі аналітичної геометрії, а відтак, є корисними і в ракурсі здійснення методологічної рефлексії.

Варто наголосити, що міжпредметні зв'язки не можна розглядати тільки у ракурсі математичних понять і фактів, що вивчають у курсах лінійної алгебри і аналітичної геометрії.

Цілком поділяємо погляди Н. Кугай, Л. Сухойваненко, що не менш важливо їх трактувати як зв'язки, що стосуються особливих способів математичної діяльності і методів пізнання (включно із визначенням математичних понять), підкреслюючи їх міждисциплінарну диференціацію. Наприклад, вивчаючи курси лінійної алгебри і аналітичної геометрії студенти мають усвідомити, що поряд із наявними тісними зв'язками між різними поняттями цих дисциплін, мають місце ситуації, коли одні і ті ж самі поняття можуть вводитися і використовуватися в лінійній алгебрі і аналітичній геометрії по-різному. Наприклад, поняття скалярного добутку векторів. У курсі лінійної алгебри скалярний добуток векторів визначається аксіоматично (через систему аксіом), надалі вивчаємо його властивості, ґрунтуючись саме на аксіомах скалярного добутку, з тим вводимо поняття норми вектора і доводимо нерівність Коші-Буняковського, яка дає можливість ввести поняття кута між векторами і довести формулу для обчислення скалярного добутку векторів як добутку їхніх норм, що помножений на косинус кута між векторами. Таким чином, у курсі лінійної алгебри до введення поняття скалярного добутку запроваджено аксіоматичний підхід. Натомість у курсі аналітичної геометрії поняття скалярного добутку векторів вводить як добуток довжин векторів на косинус кута між ними. Потім геометрично (вектори тут класи напрямлених відрізків) доводять властивості, які співпадають з аксіомами скалярного добутку, що задають поняття скалярного добутку в лінійній алгебрі. Важливо, щоб студенти розуміли, що поняття скалярного добутку в лінійній алгебрі є узагальненням цього поняття в аналітичній геометрії.

Виявлення цих різних підходів до введення одного і того ж поняття у курсах лінійної алгебри і аналітичної геометрії також сприяє підвищенню структурованості навчального змісту, що зменшує когнітивне навантаження на студентів. Це виступає ще одним прийомом у формуванні стійкої пізнавальної мотивації здобувачів освіти.

Для верифікації окреслених підходів було проведено анкетування студентів спеціальності А4 Середня освіта математика для виявлення впливу структурування навчального змісту курсів «Лінійна алгебра» і «Аналітична геометрія» шляхом виокремлення їх міжпредметних зв'язків задля формування стійкої пізнавальної мотивації в адаптаційному етапі здобування вищої освіти. Аналіз результатів анкетування формує проблемне поле для подальших узагальнень і рекомендацій.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Міжпредметні зв'язки навчальних дисциплін у вищій математичній освіті мають значний мотиваційний потенціал, оскільки забезпечують структурованість змісту навчання, а відтак дозволяють зменшити когнітивне навантаження у процесі опанування нового змісту студентами. Однак ця проблематика все ще потребує більшої кількості емпіричних досліджень, особливо щодо того, як узгодити міждисциплінарну диференціацію навчальних дисциплін та справжню їх інтеграцію задля забезпечення стійкої пізнавальної мотивації здобувачів освіти.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Ishida, A., Sekiyama, T. (2024). Variables influencing students' learning motivation: Critical literature review. *Frontiers in Education*, 9, 1445011. Retrieved from: <https://doi.org/10.3389/educ.2024.1445011>.
2. Valenzuela, J., Miranda-Ossandon, J., Muñoz, C., Precht, A., Del Valle, M., Vergaño-Salazar, J-G. (2024). Learning-oriented motivation: Examining the impact of teaching practices with motivational potential. *PLoS ONE* 19(2): e0297877. Retrieved from: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0297877>
3. Evans, P., Vansteenkiste, M., Parker, P. et al. Cognitive Load Theory and Its Relationships with Motivation: a Self-Determination Theory Perspective. *Educ Psychol Rev* 36, 7 (2024). Retrieved from: <https://doi.org/10.1007/s10648-023-09841-2>
4. Guay, F. (2021). Applying Self-Determination Theory to Education: Regulations Types, Psychological Needs, and Autonomy Supporting Behaviors. *Canadian Journal of School Psychology*, 37(1), 75-92. Retrieved from: <https://doi.org/10.1177/08295735211055355>
5. Chazan, D. J., Pelletier, G. N., Daniels, L. M. (2021). Achievement Goal Theory Review: An Application to School Psychology. *Canadian Journal of School Psychology*, 37(1), 40-56. Retrieved from: <https://doi.org/10.1177/08295735211058319>

6. Sweller, J. (2011). Cognitive load theory. In J. P. Mestre & B. H. Ross (Eds.), *The psychology of learning and motivation* (Vol. 55, pp. 37–76). Academic Press. Retrieved from: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-387691-1.00002-8>
7. Sweller, J., Ayres, P., Kalyuga, S. (2011). *Cognitive load theory*. Springer. Retrieved from: <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-8126-4>
8. Зоря, А. С., Кіро, С. М. (1981). Про математику і математиків. К.: Рад. школа. (Zoria, A. S., Kiro, S. M. (1981). *On mathematics and mathematicians*. Rad. shkola).
9. Власенко, К., Лов'янова, І., Армаш, Т., Сітак, І., Чумак, О. (2020). Особливості використання електронних ресурсів на прикладі курсу «Лінійна алгебра та аналітична геометрія». *Професіоналізм педагога: теоретичні й методичні аспекти*, (12), 5–18. Retrieved from: <https://doi.org/10.31865/2414-9292.12.2020.206633> (Vlasenko, K., Lovyanova, I., Armash, T., Sitak, I., Chumak, O. (2020). Features of the use of electronic resources on the example of the course "Linear algebra and analytic geometry". *Professionalism of the Teacher: Theoretical and Methodological Aspects*, (12), 5–18. Retrieved from: <https://doi.org/10.31865/2414-9292.12.2020.206633>).
10. Рокіцький, І.О. Панасенко, О.Б. (2012). Застосування лінійної алгебри. Вінниця: Вид. Главацька Р. В., 240 с. (Rokitskyi, I. O., Panasenko, O. B. (2012). *Applications of linear algebra*. Hlavatska, R. V. Publishers/
11. Кляцька Л.М., Лещенко Ю.Ю. (2012). Матрична алгебра та її застосування: навч. посіб. Черкаси: ЧНУ ім. Б. Хмельницького. 136 с. (Klyatska, L. M., Leshchenko, Y. Y. (2012). *Matrix algebra and its applications: A textbook for organizing independent student work*. Bohdan Khmelnytskyi National University of Cherkasy).
12. Тарасенкова, Н. А., Коломієць, О. М. (2020). Лінії другого порядку: навч.-метод.посіб для організації самостійної роботи студентів. Черкаси: «Сіяч». 80 с. (Tarasenkova, N. A., Kolomiets, O. M. (2020). *Second-order curves: A teaching and methodological guide for organizing independent student work*. Siyach Publishers).
13. Глобін, О. І. (2012). Міжпредметні зв'язки в умовах профільного навчання математики : методичний посібник Київ : Педагогічна думка. 88 с. (Globin, O. I. (2012). *Interdisciplinary connections in the conditions of specialized mathematics education: A methodological guide*. Pedagogichna dumka Publishers.)

Akulenko I. A., Atamas V. V. The Role of Interdisciplinary Links between Linear Algebra and Analytic Geometry in Developing Sustainable Cognitive Motivation of Pre-Service Mathematics Teachers.

The article addresses the relevant problem of developing stable cognitive motivation among students of higher educational institutions during the adaptation period of their studies. The authors conducted an analysis of scientific research that highlights the role of structuring educational content as a factor that positively affects the persistence of cognitive motives of higher education students. The theoretical foundation of the study is based on the principles of John Sweller's cognitive load theory. The authors established that one of the most powerful mechanisms for structuring educational content, and consequently for developing stable intrinsic motivation in students, is the establishment of interdisciplinary connections. The article develops and substantiates a classification of interdisciplinary connections between linear algebra and analytic geometry: "export-import" connections, "illustrative" connections, and integrating connections. The practical contribution of the work is the development of a comprehensive set of specific learning tasks that demonstrate the motivational potential of interdisciplinary connections: tasks with economic and chemical content, problems from cryptography and geometry. Special attention is given to "bridge tasks" (Rich Tasks) that can be solved in various ways using the tools of both disciplines. The authors also emphasize the importance of students understanding different methodological approaches to introducing the same concepts in linear algebra and analytic geometry courses (for example, the axiomatic approach in linear algebra and the geometric approach in analytic geometry when introducing the concept of scalar product). The results of the study can be used in the practice of teaching mathematical disciplines in higher education to enhance the effectiveness of the educational process and develop stable intrinsic

cognitive motivation in students. However, the authors emphasize the necessity for further empirical research, particularly regarding the alignment of interdisciplinary differentiation of academic disciplines and their integration in the context of ensuring stable cognitive motivation among students.

Key words: *interdisciplinary connections, cognitive motivation, structuring of educational content, cognitive load, linear algebra, analytic geometry, chemistry-related problems.*

Подано до друку 22.10.2025

Прийнято до друку 05.11.2025

УДК 372.854:37.091.33:376

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/13-22

O. M. Babenko

ORCID ID 0000-0002-1416-2700

Yu. V. Kharchenko

ORCID ID 0000-0002-8960-2440

A. S. Materiienko

ORCID ID 0000-0003-4184-2944

Сумський державний педагогічний
університет імені А. С. Макаренка

PRINCIPLES OF UNIVERSAL DESIGN IN CHEMISTRY EDUCATION

The article is devoted to the theoretical justification and specification of methodological approaches to the implementation of the principles of Universal Design for Learning (UDL) in the process of teaching chemistry in general secondary education institutions. The relevance of the study is determined by the insufficient development of subject-oriented methodological solutions that integrate UDL principles with the specific features of chemistry as a school subject. The purpose of the article is to identify and describe pedagogical strategies for the organization of learning activities that ensure the implementation of the three core principles of UDL (providing multiple means of engagement, providing multiple means of representation, and providing multiple means of action and expression), taking into account the abstract nature of chemical concepts, the experimental nature of the subject, the multimodality of educational information, and safety requirements. A system of methodological strategies is proposed, which includes: organizing the study of chemistry content through diverse everyday and practical contexts with opportunities for choice and differentiation of roles within research groups; multisensory representation of chemical concepts through the integration of verbal explanations, symbolic notation, physical and virtual models, dynamic visualizations, and tactile tools; systematic use of augmentative and alternative communication (AAC) to support understanding of chemical terminology, processes, and laboratory actions; and providing students with alternative formats for demonstrating learning outcomes while maintaining unified assessment criteria for chemical content. The results obtained indicate that Universal Design for Learning in chemistry teaching methodology functions as a coherent system of practical pedagogical solutions aligned with the objectives of the New Ukrainian School reform.

Keywords: *Universal Design for Learning, chemistry teaching methodology, multiple means of engagement, multiple means of representation, multiple means of action and expression, augmentative and alternative communication, multisensory approaches, multimodality, accessibility of the educational environment, variability of learning.*

Problem Statement. The reform of the national education system of Ukraine, initiated by the Law of Ukraine “On Education” (2017) and the implementation of the Concept of the New Ukrainian School, sets qualitatively new tasks for pedagogical science and educational practice. Among these tasks, one of the most significant is the creation of an educational environment capable of ensuring equal access to high-quality education for every child, regardless of their individual characteristics, abilities, and educational needs. Within international educational

discourse, the concept of Universal Design for Learning (UDL) has been actively developed. This concept proposes a systemic approach to designing the educational process – not as the adaptation of an existing system to the needs of particular students, but as the creation of a flexible and variable learning environment that takes natural human diversity into account at the stage of planning and organizing educational activities. In doing so, it ensures that every learner has the opportunity to choose the most effective pathway for achieving established educational goals.

However, an analysis of the current state of Ukrainian pedagogical research reveals a significant gap in the study of issues related to the application of Universal Design principles specifically within the methodology of teaching natural sciences, and chemistry in particular. Chemistry is characterized by a number of specific features that render the problem of accessibility and variability of instruction particularly relevant and methodologically complex. While general principles of inclusive education and the creation of accessible informational environments are represented in the works of Ukrainian scholars, concrete methodological developments concerning the organization of chemistry instruction on the basis of Universal Design remain practically absent in scientific publications. This includes, in particular:

- strategies for the formation of abstract chemical concepts taking into account different cognitive capabilities of students;
- approaches to organizing experimental work that would ensure the possibility of participation for students with diverse physical abilities;
- methods of varying the forms of presenting educational information and demonstrating learning achievements.

This gap has become especially evident in the context of the international Erasmus+ project “Comprehensive Introduction of Augmented and Alternative Communication Methodology into the Ukrainian System of Education” (AMUSE, 2025–2027). The purpose of this project is to modernize training programs for pedagogical staff through the development of courses on the methodology of using Augmentative and Alternative Communication (AAC) across various subject domains, including the natural sciences. Work carried out within this framework has revealed a critical need for a scientific substantiation of methodological approaches that would organically integrate the general didactic principles of Universal Design for Learning with the subject-specific characteristics of chemistry. Such integration must take into account both the psychological and pedagogical regularities of mastering chemical concepts and the didactic possibilities of modern technologies.

The specificity of chemistry as a school subject is determined by several interrelated factors that create both challenges and unique opportunities for the implementation of Universal Design principles. First, chemistry operates with highly abstract concepts (atom, molecule, chemical bond, electronic structure of matter, reaction mechanism) that are not directly accessible to sensory perception and require the formation of complex mental models. This presupposes a high level of development of abstract thinking and spatial imagination. Second, chemical education has a distinctly experimental character: the conduct of laboratory and investigative work constitutes an integral component of the educational process. This requires direct interaction with reagents and equipment, the possession of specific practical skills, and strict adherence to safety regulations. Third, instructional material in chemistry is inherently multimodal: the same phenomenon can and should be represented simultaneously at the macroscopic, microscopic, and symbolic levels. Full understanding presupposes not only the separate mastery of each level, but also the ability to establish connections between them and to move from one mode of representation to another.

It is precisely this multiplicity of forms of representation – often perceived in traditional practice as an additional complication – that, under methodologically sound organization, can become a powerful resource for implementing the principle of multiple means of representation. The multimodal nature of chemistry provides natural opportunities for students with different cognitive and sensory abilities to identify those forms of information presentation that are most accessible to them.

Analysis of current research. The conceptual foundations of Universal Design were formulated in the 1970s by American architect Ronald L. Mace, who proposed the idea of “design for all” to create environments accessible to the widest range of users without subsequent adaptation. In

1997, R. Mace and colleagues from the Center for Universal Design formulated seven fundamental principles [9], encompassing equitable and flexible use, intuitive clarity, perceptible information, tolerance for error, minimization of physical effort, and appropriate spatial configuration.

The adaptation of Universal Design to education is associated with the Center for Applied Special Technology (CAST, USA), where the concept of Universal Design for Learning (UDL) was developed in the 1990s. The starting premise was the recognition that learning difficulties are often determined not by individual characteristics of students, but by the organization of the educational process, oriented toward a hypothetical “average” learner. The theoretical foundation of UDL is grounded in neuroscientific research that identified three functional brain networks involved in learning: the affective, recognition, and strategic networks [14]. Differences in these networks account for the natural variability in learning, necessitating an educational environment that offers multiple pathways for achieving outcomes.

On these premises, CAST developed the UDL framework, which includes three interconnected principles: providing multiple means of engagement, multiple means of representation of instructional information, and multiple means of action and expression [16]. Each principle is further elaborated through guidelines and checkpoints, ensuring their practical application in the planning and implementation of the educational process.

In the international pedagogical literature, the application of UDL has been studied for more than two decades, with a discernible shift from conceptual substantiation to empirical investigations. In particular, research by L. Florian and H. Linklater [10] demonstrated that a key factor of professional competence is the teacher’s ability to organize instruction flexibly, focusing on students’ strengths rather than limitations. Teachers prepared on UDL principles exhibit greater confidence in working with diverse classrooms and less frequently resort to exclusionary practices.

A significant contribution to practical tools for UDL was made by the Department of Education of New South Wales (Australia), which proposed a structured framework for planning instruction [15]. The document contains algorithms for identifying learning barriers, examples of UDL implementation across various subject areas, including natural sciences, and instruments for evaluating effectiveness. Empirical data indicate that proactive planning taking learner variability into account improves the quality of the educational experience for all students.

A systematic review conducted by A. Al-Azawei, F. Serenelli, and K. Lundqvist [8] confirmed a consistent positive impact of this approach on academic achievement, motivation, and engagement. Particularly pronounced results were recorded in science and technical disciplines, where multimodal presentation of abstract information contributes to deeper conceptual understanding. Special emphasis is placed on the effectiveness of UDL in online and blended learning environments, which expand opportunities for varying the pace, forms of presenting material, and methods of demonstrating outcomes.

Within the context of science education, the work of the InterAcademy Partnership (IAP), which consistently supports inquiry-based science education (IBSE), is of considerable interest. Despite their different origins, IBSE and UDL share common methodological foundations, in particular an orientation toward the variability of cognitive pathways and the active role of the learner, which creates a basis for their integration in order to foster key twenty-first-century competencies.

In the Ukrainian educational context, the development of Universal Design ideas intensified after the ratification of the United Nations Convention on the Rights of Persons with Disabilities. In the works of L. Baida [2], I. Bihus [3], and A. Teitiak [5], Universal Design is considered as an intersectoral approach that has not only social but also economic justification. Subsequent studies emphasize the comprehensive nature of Universal Design in education, which encompasses the accessibility of the educational environment, curricula, information resources, and the professional development of teachers.

A number of instructional materials and practical recommendations, in particular the works of Ye. Honcharova [4] and I. Shepeniuk [7], propose tools for implementing UDL in professional practice, emphasizing the necessity of proactively embedding variability into the lesson structure. At the same time, critical analysis indicates the absence of specialized studies devoted to the methodological aspects of implementing UDL principles in the teaching of specific science

disciplines, particularly chemistry. Issues related to the organization of research activities, the formation of abstract chemical concepts, and the variation of ways in which learning outcomes are demonstrated remain insufficiently explored, which determines the relevance of this study.

The purpose of this article is to provide a theoretical substantiation and specification of methodological approaches to the implementation of the principles of Universal Design for Learning in the process of teaching chemistry in general secondary education institutions, taking into account the specific features of the subject, and to identify pedagogical strategies that ensure multiple means of engagement, representation of educational information, and demonstration of students' learning outcomes.

Presentation of the main material.

Providing multiple means of engagement is the first principle of Universal Design for Learning and is based on the recognition of the fundamental fact that learners differ significantly in what motivates and engages them in educational activity: what is interesting and meaningful for one student may prove completely uninteresting, detached from real life, or overly abstract for another. These differences are determined not only by individual traits of character or temperament, but also by prior life experience, cultural context, family values, professional orientations, personal interests, and hobbies. In the context of teaching chemistry – a subject traditionally perceived by many students as difficult, abstract, and disconnected from everyday life – the issue of motivation and engagement becomes particularly acute. If a student does not perceive personal meaning in studying chemical formulas, reaction equations, laws, and theories, and if all of this remains merely a set of symbols and rules to be memorized mechanically for the purpose of passing a test, then even the most refined teaching methods will not lead to genuine, deep understanding of chemical regularities, nor will they foster sustained interest in the subject that could serve as a foundation for further study of chemistry or for choosing a profession related to the natural sciences.

The application of the principle of multiple means of engagement in the methodology of teaching chemistry involves creating diverse “entry points” into chemical knowledge – varied contexts through which students can explore the same chemical concepts and regularities, while selecting those that are personally meaningful and relevant to them. For example, the topic “Main Classes of Inorganic Compounds” may be approached through several instructionally equivalent contexts that collectively encompass acids, bases, oxides, and salts. In the sphere of everyday life and nutrition, students may investigate the properties of acidic and alkaline substances in food products, processes of preservation, and the role of salts in flavor formation. Within household chemistry, attention may be directed to the composition and mechanisms of action of cleaning agents, the interaction of oxides with water, and the practical implications of acid–base reactions. An ecological perspective enables the study of acid rain, soil and water acidification, and the role of mineral salts in environmental systems. In the context of health and medicine, learners may analyze the regulation of acid–base balance in the human body and the chemical nature of pharmaceutical compounds. Finally, an industrial and technological context allows consideration of the production and application of inorganic compounds in metallurgy, construction materials, fertilizer manufacturing, and other sectors. Despite the diversity of these contexts, they lead students to the same system of fundamental chemical concepts and patterns, differing only in the situational framework through which these concepts are actualized.

It is important to emphasize that these contexts do not represent different topics or separate sections of the curriculum; rather, they are different pathways into the same chemical concepts (acid, base, salt, pH, indicator, neutralization), the same regularities (changes in substance properties depending on the pH of the medium; interactions between acids and bases), and the same experimental skills (determination of pH using indicators, titration). The difference lies solely in the specific objects and phenomena through which these concepts, regularities, and skills are formed. From an organizational perspective, this approach may be implemented through the creation of thematic research groups within the classroom. At the beginning of studying a topic, students are invited to choose one of the proposed contexts in accordance with their interests (those interested in cooking select the nutrition context; those concerned about environmental issues select the ecological context; those considering future careers choose the professional context,

etc.). Based on these choices, groups of students with similar interests are formed, each receiving a set of research objects corresponding to the selected context (for example, the “Nutrition” group receives various food products to measure their pH; the “Household” group receives different detergents; the “Ecology” group receives water samples from various sources, etc.). Within each group, students may further differentiate their roles according to their individual strengths and preferences: one student assumes the role of experimenter, working with reagents and equipment; another acts as an observer-documentarian, carefully recording the procedures and results in a form convenient for them (written notes, schematic drawings, photographs); another functions as a data analyst, systematizing results, constructing tables and graphs, and identifying patterns; another takes on the role of theorist, consulting textbooks, reference materials, and online resources to explain observed phenomena in terms of chemical theory; finally, someone may serve as presenter, responsible for preparing and delivering the group’s findings to the class.

Such an organization of work ensures the implementation of the engagement principle at several levels simultaneously: at the level of contextual choice (the opportunity to select what is personally interesting), at the level of role selection within the group (the opportunity to contribute through one’s strongest competencies), and at the level of social interaction (the opportunity to collaborate with peers who share similar interests).

Another important aspect of implementing the principle of multiple means of engagement is the creation of opportunities for self-monitoring, self-regulation, and reflection on one’s own learning process, which contributes to the development of a responsible attitude toward learning. In chemistry education, this may be achieved through the systematic use of structured checklists for laboratory and research work. Such checklists enable students, without constant teacher reminders, to track the sequence of experimental procedures, monitor compliance with safety regulations, assess the quality of obtained results, and identify possible sources of error. The use of reflective observation journals, in which students record not only the experimental protocol and conclusions after each laboratory activity but also responses to reflective questions such as “What surprised me most during this activity?”, “What difficulties did I encounter and how did I overcome them?”, “What did I understand about chemical processes as a result of this experiment?”, “What questions remain?”, and “Where might I encounter similar processes in everyday life?”, also promotes the development of conscious engagement with learning and the ability to identify personal strengths as well as areas requiring further development.

Providing multiple means of representation is the second principle of Universal Design for Learning. It acquires particular significance in view of the specific nature of chemical concepts, which are inherently multilevel and multimodal [11]. In the methodology of teaching chemistry, three levels of representation of chemical knowledge are traditionally distinguished [13]:

- the macroscopic level (what can be directly observed): changes in the color of solutions, formation of a precipitate or gas, release or absorption of heat, changes in the physical state of a substance, etc.;
- the submicroscopic or molecular level (what occurs at the level of atoms and molecules): breaking and formation of chemical bonds, electron transfer, changes in molecular spatial structure, interactions between particles at the molecular level – phenomena that cannot be directly observed but that constitute the underlying causes of macroscopic changes;
- the symbolic level (ways of representing chemical objects and processes through a specialized sign system): chemical formulas, structural formulas, reaction equations, graphs of dependencies, reaction mechanism schemes, and so forth.

From a pedagogical perspective, the most significant objective is not merely the separate mastery of each of these levels, but the formation of students’ ability to establish connections among them – to “translate” information from one form of representation into another. For example, when observing a macroscopic phenomenon (such as gas evolution upon adding acid to chalk), students should be able to explain it at the molecular level (the destruction of the calcium carbonate crystal lattice, interaction of carbonate ions with hydrogen ions, formation of unstable carbonic acid, which decomposes into water and carbon dioxide) and express it symbolically (the

chemical equation: $\text{CaCO}_3 + 2\text{HCl} \rightarrow \text{CaCO}_3 + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2\uparrow$). Conversely, when presented with a chemical equation, students should be able to predict the macroscopic indicators accompanying the reaction and conceptualize the corresponding changes occurring with atoms and molecules.

The structuring of such transitions between levels may be effectively supported through the use of algorithmic flowcharts that visually organize sequences of reasoning and problem-solving steps. Empirical research conducted in Ukrainian upper secondary schools has demonstrated that systematic work with algorithmic block-schemes significantly improves students' learning outcomes, particularly among those with initially lower levels of academic achievement [6].

This multilevel and multimodal character of chemical information, which in traditional teaching practice is often perceived as an additional complication that creates difficulties for students, can and should instead be regarded as a natural resource for implementing the principle of multiple means of representation. The very structure of the discipline provides an embedded opportunity to present the same chemical concepts and regularities in different forms, through different modalities, and via different channels of information perception.

Within the framework of multiple means of representation, particular significance is attached to the use of multisensory approaches in organizing and conducting chemical experiments. Traditionally, experimentation is perceived primarily as a visual activity: students observe changes in solution color, precipitate formation, gas evolution, crystal growth, or combustion. However, many chemical processes are accompanied not only by visible changes but also by other sensory effects that can and should be deliberately employed as additional channels for obtaining information about chemical phenomena. This is especially important for students with visual impairments, yet it also enriches the learning experience of all students, since engaging multiple sensory channels simultaneously promotes stronger retention and deeper conceptual understanding. For example, thermal effects accompanying chemical reactions (exothermic and endothermic processes) may be perceived tactilely by carefully touching the outer wall of laboratory glassware – strictly in compliance with safety regulations and following prior instruction.

An important instrument for implementing the principle of multiple means of representation in chemistry education is the systematic and purposeful use of augmentative and alternative communication (AAC) tools. Although AAC is traditionally associated with supporting students with severe speech impairments or autism spectrum disorders, it may in fact benefit a much broader range of learners, including those for whom the language of instruction is not native, students who experience difficulties memorizing verbal information, those who perceive visual information more effectively than verbal explanations, as well as all learners at the initial stages of studying new material, when terminology has not yet been internalized and graphic symbols can serve as cognitive scaffolds. In the context of chemistry teaching, an AAC system may involve the development and consistent use of graphic symbols – simple, easily recognizable, intuitively understandable images – to denote key chemical concepts, processes, operations, and laboratory safety rules. For example, pictograms may be used to represent states of matter (a solid depicted as densely packed particle circles; a liquid as closely positioned but mobile circles; a gas as widely spaced circles); types of chemical reactions (a synthesis reaction shown as two separate parts joined by an arrow into a larger whole; a decomposition reaction as a single entity breaking into two or more parts; a single-displacement reaction as an exchange of elements between two molecules; a double-displacement reaction as a mutual exchange of parts); properties of substances (solubility represented as a substance dissolving in water; flammability as a flame; toxicity as a skull and crossbones); laboratory safety rules (mandatory use of safety goggles indicated by a figure wearing protective glasses; the requirement to work under a fume hood shown by its image; caution when handling corrosive substances represented by a hand with a droplet falling on it); and stages of experimental procedures (prepare equipment – laboratory glassware on a table; measure reagents – a graduated cylinder; mix – two liquids being combined; observe – an eye symbol; record results – a pencil and notebook).

Providing multiple means of action and expression is the third principle of Universal Design for Learning. It is based on the recognition of the fundamental fact that students differ not only in the ways they perceive and process information (which is the focus of the second principle), but also in the ways

they interact with learning material, complete educational tasks, and demonstrate what they have learned, what they have understood, which skills they have mastered, and which competencies they have developed [12]. Traditional assessment practice in chemistry, as in most other school subjects, is quite often limited to a relatively narrow, standardized set of formats: written tests that include algorithm-based problem solving and answers to theoretical questions from the textbook; standardized laboratory reports with a rigidly prescribed structure (topic, aim, equipment and reagents, step-by-step procedure, observations presented in a table, reaction equations, conclusions, answers to control questions), which are frequently assessed more for compliance with format than for understanding of substance; multiple-choice tests or matching tasks that primarily assess recognition and mechanical memorization rather than deep understanding. Although these traditional forms of assessment undoubtedly have their value, correspond to certain didactic objectives, and make it possible to verify specific aspects of students' learning outcomes, they may create significant, and sometimes insurmountable, barriers for those students who, for various reasons, experience difficulties precisely with these particular forms of demonstrating their knowledge.

The application of the principle of multiple means of action and expression in the methodology of teaching chemistry presupposes the creation and systematic, consistent provision to students of a wide range of diverse alternative ways and formats for demonstrating their knowledge, skills, understanding of chemical regularities, and formed competencies, while each of these ways should be assessed according to the same fair, transparent criteria related to depth of understanding, ability to apply knowledge, capacity to analyze and synthesize information, etc., rather than to the form of presentation or technical aspects of performance.

For example, instead of a single mandatory written report on an experimental investigation for all students, learners may be offered a choice among several equivalent alternatives:

- traditional written report with a description of the stages of work, tables of observations, chemical reaction equations, and well-reasoned conclusions (this format remains available and may be chosen by students who possess well-developed skills of structured written presentation of information);
- video recording of the process of conducting the experiment with oral commentary in real time, in which the student explains what is being done at each stage, justifies the sequence of actions, anticipates expected results, documents actual observations, and interprets the observed phenomena; the pedagogical effectiveness of such video-based laboratory reporting has been demonstrated in research on the organization of chemical experimentation under distance learning conditions in higher education, indicating its potential for adaptive use in general secondary education (this format is particularly suitable for students with well-developed oral communication skills and the ability for spontaneous speech and reflection directly in the course of activity) [1];
- multimedia presentation combining photographs of key stages of the experiment, schemes or diagrams illustrating the essence of chemical processes, graphs of dependencies, and brief textual comments for each slide (for students who are proficient in digital technologies and able to effectively integrate different types of information);
- infographic – a visually attractive poster that, through a system of pictograms, schemes, diagrams, and arrows, presents the essence of the experiment, the sequence of actions, the main observations, the obtained results, and the formulated conclusions (for students with developed visual-spatial thinking);
- oral presentation directly before the class or individually before the teacher with simultaneous demonstration of key moments of the experiment (for students who better express their thoughts orally in a mode of direct dialogue);
- mind map or structural-logical scheme showing the system of connections between different chemical concepts involved in the experiment and the cause-and-effect relationships between various factors (for students inclined toward systematic, structured thinking).

At the same time, it is important to understand, consistently keep in mind, and clearly communicate to students that providing them with a choice of format for presenting results in no way

implies a reduction of academic requirements or a relaxation of assessment criteria. It means only that the same knowledge, the same deep understanding of chemical principles, and the same developed competencies may be adequately and fully expressed in different forms, through different modes, and via different communication channels, and that fair, objective assessment should focus on content and substance rather than on the form of presentation or technical aspects. Regardless of the format chosen by the student, he or she is expected to demonstrate the same learning outcomes established by the curriculum and standards: understanding the chemical nature of processes; the ability to explain observed phenomena; the capacity to correctly represent processes using chemical symbolism; the ability to analyze obtained results and compare them with theoretically expected ones; the capacity to formulate well-reasoned conclusions; and the ability to identify connections between the completed work and other studied topics, real-life contexts, and practical applications.

Conclusions and prospects for further research. The study asserts that the principles of Universal Design for Learning have significant potential for improving the process of teaching chemistry in general secondary education institutions. The three interrelated UDL principles – multiple means of engagement, representation, and action and expression – are organically aligned with the specific features of chemistry and the didactic regularities of forming chemical concepts. Applying UDL makes it possible to transform characteristics traditionally perceived as sources of difficulty (abstract concepts, the necessity of experimental methods, and multimodality of information) into powerful resources for creating a flexible and adaptive learning environment that supports the diverse needs of learners.

The specific methodological approaches proposed for implementing each UDL principle demonstrate that their realization in chemistry teaching is not an abstract idea, but a practical, methodologically substantiated system of concrete solutions that can be implemented by teachers in the real conditions of the New Ukrainian School.

Prospects for further research are seen in the development and empirical validation of methodological guidelines for chemistry teachers on applying UDL principles in various topics, as well as in studying the possibilities of using modern digital technologies and online tools for a more comprehensive implementation of universal design in chemistry education.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Бабенко, О. М., Харченко, Ю. В. (2022). Хімічний експеримент в умовах дистанційної освіти. *Актуальні питання природничо-математичної освіти*, 1(19), 123–131. DOI 10.5281/zenodo.6630501. (Babenko, O. M., Kharchenko, Yu. V. (2022). Chemistry Experiment in the Distance Learning. *Topical issues of science and mathematical education*, 1(19), 123–131. DOI 10.5281/zenodo.6630501).
2. Байда, Л. (2020). Як застосовувати в школах універсальний дизайн, стандарти доступності й розумне пристосування. Режим доступу: <https://nus.org.ua/2020/06/22/yak-zastosovuvaty-v-shkolah-universalnyj-dyzajn-standarty-dostupnosti-j-rozumne-prystosuvannya/> (Baida, L. (2020). How to apply universal design, accessibility standards, and reasonable accommodation in schools. Retrieved from: <https://nus.org.ua/2020/06/22/yak-zastosovuvaty-v-shkolah-universalnyj-dyzajn-standarty-dostupnosti-j-rozumne-prystosuvannya/>).
3. Бігус, І. (2021). Універсальний дизайн в освіті: для всіх чи для кожного? Режим доступу: <https://naurok.com.ua/post/universalniy-dizayn-v-osviti-dlya-vsikh-chi-dlya-kozhnogo>. (Bihus, I. (2021). Universal design in education: For everyone or for each individual? Retrieved from: <https://naurok.com.ua/post/universalniy-dizayn-v-osviti-dlya-vsikh-chi-dlya-kozhnogo>).
4. Гончарова, Є. (2026). Акцент на візуалізацію: приклади завдань для дітей з особливими освітніми потребами в інклюзивному класі. Режим доступу: <https://nus.org.ua/2026/01/05/aktsent-na-vizualizatsiyu-primklady-zavdan-dlya-ditej-z-osoblyvymy-osvitnimy-potrebamy-v-inklyuzivnomu-klasi/> (Honcharova, Ye. (2026). Focus on visualization: Examples of tasks for children with special educational needs in an inclusive classroom. Retrieved from: <https://nus.org.ua/2026/01/05/aktsent-na-vizualizatsiyu-primklady-zavdan-dlya-ditej-z-osoblyvymy-osvitnimy-potrebamy-v-inklyuzivnomu-klasi/>).

5. Тейтяк, А. (2017). Універсальний дизайн в освіті. Режим доступу: <https://rcpio.ipho.kubg.edu.ua/?p=2414> (Teitiak, A. (2017). Universal design in education. Retrieved from: <https://rcpio.ipho.kubg.edu.ua/?p=2414>).
6. Харченко, Ю. В., Бабенко, О. М. (2024). Використання алгоритмічних блок-схем при вивченні хімії, 1(23), 53–65. DOI 10.5281/zenodo.12190693. (Kharchenko Yu. V., Babenko O. M. (2024). The use of algorithmic flowcharts in chemistry education. *Topical issues of science and mathematical education*, 1(23), 53–65. DOI 10.5281/zenodo.12190693).
7. Шепенюк, І. (2024). Універсальний дизайн навчання у природничій освітній галузі: навіщо? як? чому? навчати. Режим доступу: https://znayshov.com/News/Details/universalnyi_dyzzain_navchannia_u_pryrodnychii_osvitnii_haluzi_navishcho_Yak_chomu_navchaty. (Shepeniuk, I. (2024). Universal Design for Learning in natural science education: Why? How? What to teach. Retrieved from: https://znayshov.com/News/Details/universalnyi_dyzzain_navchannia_u_pryrodnychii_osvitnii_haluzi_navishcho_Yak_chomu_navchaty).
8. Al-Azawei, A., Serenelli, F., Lundqvist, K. (2016). Universal Design for Learning (UDL): A content analysis of peer-reviewed journal papers from 2012 to 2015. *Journal of the Scholarship of Teaching and Learning*, 16(3), 39–56. Retrieved from: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1104867.pdf>.
9. Connell, B., Jones, M., Mace, R., Mueller, J., Mullick, A., Ostroff, E., Sanford, J., Steinfeld, E., Story, M., Vanderheiden, G. (1997). *The principles of universal design: Version 2.0*. The Center for Universal Design.
10. Florian, L., Linklater, H. (2010). Preparing teachers for inclusive education: Using inclusive pedagogy to enhance teaching and learning for all. *Cambridge Journal of Education*, 40(4), 369–386. Retrieved from: <https://doi.org/10.1080/0305764X.2010.526588>.
11. Horna-Saldaña, C., Canaleta, X. (2024). Application of Universal Design for Learning and digital fabrication in the creation of a tool for inclusive teaching of the ordering of chemical elements. *Journal of Chemical Education*, 101(12), 5261–5271. Retrieved from: <https://doi.org/10.1021/acs.jchemed.4c00679>.
12. King-Sears, M. E., Johnson, T. M. (2020). Universal Design for Learning chemistry instruction for students with and without learning disabilities. *Remedial and Special Education*, 41(4), 207–218.
13. Permatasari, M. B., Rahayu, S., Dasna, I. W. (2022). Chemistry learning using multiple representations: A systematic literature review. *Journal of Science Learning*, 5(2), 334–341. Retrieved from: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1346429.pdf>.
14. Rose, D. H., Meyer, A. (2002). *Teaching every student in the digital age: Universal Design for Learning*. Association for Supervision and Curriculum Development.
15. Universal Design for Learning. Retrieved from: <https://education.nsw.gov.au/teaching-and-learning/curriculum/planning-programming-and-assessing-k-12/about-universal-design-for-learning>.
16. Universal Design for Learning. Retrieved from: <https://www.cast.org/what-we-do/universal-design-for-learning/>.

Бабенко О. М., Харченко Ю. В., Матерієнко А. С. Принципи універсального дизайну в навчанні хімії.

Статтю присвячено теоретичному обґрунтуванню та конкретизації методичних підходів до реалізації принципів універсального дизайну навчання (УДН) у процесі навчання хімії в закладах загальної середньої освіти. Актуальність дослідження зумовлена недостатньою розробленістю предметно-орієнтованих методичних рішень, що поєднують принципи УДН зі специфікою хімії як навчального предмета. Метою статті є визначення та опис педагогічних стратегій організації навчальної діяльності, які забезпечують реалізацію трьох базових принципів УДН (надання різноманітних способів залучення, надання різноманітних способів представлення інформації та надання різноманітних способів дії й самовираження) з урахуванням абстрактного характеру хімічних понять, експериментальної природи предмета, мульти-

модальності навчальної інформації та вимог безпеки життєдіяльності. Запропоновано систему методичних стратегій, яка включає: організацію вивчення матеріалу навчального предмета хімії через різноманітні побутові та практичні контексти з можливістю вибору і диференціації ролей у дослідницьких групах; мультисенсорне представлення хімічних понять шляхом поєднання вербальних пояснень, символічних записів, фізичних і віртуальних моделей, динамічних візуалізацій та тактильних засобів; систематичне використання засобів альтернативної та додаткової комунікації для підтримки розуміння хімічної термінології, процесів і лабораторних дій; надання учням альтернативних форматів демонстрації результатів навчання за умови збереження єдиних критеріїв оцінювання хімічного змісту. Отримані результати засвідчують, що універсальний дизайн навчання у методиці навчання хімії виступає цілісною системою практичних педагогічних рішень, релевантних завданням Нової української школи.

Ключові слова: універсальний дизайн навчання, методика навчання хімії, множинні засоби залучення, множинні засоби представлення, множинні засоби дії та самовираження, альтернативна та додаткова комунікація, мультисенсорні підходи, поняття мультимодальності, доступність освітнього середовища, варіативність навчання.

Подано до друку 23.10.2025

Прийнято до друку 07.11.2025

УДК 373.3:53.083:084

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/22-29

М.В. Каленик

ORCID ID 0000-0001-7416-4233

Сумський державний педагогічний
університет імені А. С. Макаренка

МЕТОДИКА РЕАЛІЗАЦІЇ ШКІЛЬНОГО ФІЗИЧНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ З КІНЕМАТИКИ В ЗАКЛАДАХ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ ЗА МОДЕЛЬНИМИ НАВЧАЛЬНИМИ ПРОГРАМАМИ В УМОВАХ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ

Метою статті є дослідження ефективних методів навчання розділу фізики «Кінематика» в сучасній шкільній освіті, з урахуванням інтеграції цифрових технологій і активних форм навчання для підвищення пізнавальної активності учнів та формування компетентностей предметної галузі. Предметом дослідження є педагогічні технології і методики викладання кінематики, направлені на розвиток предметних умінь та компетентностей школярів.

Методи дослідження включали теоретичний аналіз науково-методичної літератури, експериментальне впровадження цифрових інструментів у навчальний процес, а також емпіричні процедури, що передбачали спостереження, анкетування і статистичну обробку результатів навчальної діяльності здобувачів. Для забезпечення комунікації та дистанційного навчання були застосовані платформи Microsoft Teams, Zoom, Moodle.

Результати дослідження демонструють підвищення ефективності навчання кінематики завдяки використанню інтерактивних симуляцій і цифрових інструментів, що сприяють кращому розумінню фізичних явищ, розвитку вміння аналізувати експериментальні дані та формуванню навичок роботи з графіками і діаграмами. Запровадження активних методів навчання змінює ролі надавача освітніх послуг і здобувачів, посилюючи мотивацію і самостійність здобувачів у навчанні.

Практичне значення полягає у розробці методичних рекомендацій щодо інтеграції цифрових технологій у вивчення кінематики, що може бути використано при підготовці вчителів фізики, а також у безпосередньому освітньому процесі в закладах загальної середньої освіти. Запропоновані підходи сприяють підвищенню якості освіти та відповідають вимогам Нової української школи.

Висновки статті підкреслюють необхідність комплексного впровадження інноваційних методів навчання, поєднання традиційних і цифрових технологій з метою розвитку ключових компетентностей здобувачів. Автором відзначається, що застосування інтерактивних програм і візуальних моделей істотно покращує розуміння складних фізичних процесів.

Перспективи подальших наукових досліджень пов'язані з розробкою адаптивних освітніх платформ на основі штучного інтелекту для індивідуалізації процесу навчання, дослідженням ефективності гейміфікації навчального процесу та впливом цифрових інновацій на формування предметної компетентності в контексті STEM-освіти.

Ключові слова: *кінематика, методика навчання фізики, цифрові технології, інтерактивні симуляції, активне навчання, дистанційне навчання, шкільний фізичний експеримент, STEM-освіта, освіта НУШ.*

Постановка проблеми. У сучасних умовах розвитку освіти в Україні, зокрема в контексті реформи «Нова українська школа» (НУШ), особливу увагу приділено впровадженню модельних навчальних програм, які спрямовані на формування компетентностей учнів через активні методи навчання. Модельні програми з фізики для закладів загальної середньої освіти, затверджені Міністерством освіти і науки України, передбачають інтеграцію теоретичних знань з практичними навичками, де шкільний фізичний експеримент відіграє ключову роль. Зокрема, розділ кінематики, який вивчається у базовій школі, охоплює поняття механічного руху, швидкості, прискорення, траєкторії та графічного представлення руху, що є основою для розуміння механіки в цілому.

Однак, кризові ситуації, такі як COVID-19 та воєнний стан, призвели до масового переходу на дистанційне навчання, що суттєво ускладнило реалізацію експериментальної складової фізики. Традиційний шкільний фізичний експеримент, який передбачає використання лабораторного обладнання в шкільних кабінетах (наприклад, візки, похилі площини, секундоміри), стає недоступним у домашніх умовах. Учні, перебуваючи вдома, часто не мають доступу до спеціалізованого обладнання, що призводить до зниження мотивації, погіршення розуміння абстрактних фізичних концепцій та зменшення ефективності формування наукового світогляду.

Проблема полягає в тому, що модельні навчальні програми акцентують на компетентнісному підході, де експеримент є інструментом для розвитку критичного мислення, вміння аналізувати дані та формулювати висновки. В умовах дистанційного навчання традиційні методи не дозволяють повноцінно реалізувати ці цілі. Наприклад, у 7 класі тема «Механічний рух» вимагає демонстрації рівномірного прямолінійного руху, вимірювання швидкості та побудови графіків, але без фізичного обладнання це перетворюється на пасивне споглядання відео чи теоретичні розрахунки, що не сприяє глибокому засвоєнню.

Додатковими викликами є нерівний доступ до інтернету, технічних засобів (комп'ютери, смартфони) та цифрової грамотності як учнів, так і вчителів. За даними Міністерства освіти і науки України, під час дистанційного навчання 2020-2022 років понад 30% учнів мали труднощі з виконанням практичних завдань з природничих наук. Це призводить до розриву між теоретичним і практичним компонентами освіти, що суперечить принципам НУШ, спрямованим на інтеграцію знань.

Таким чином, актуальною є розробка методики, яка адаптує шкільний фізичний експеримент з кінематики до умов дистанційного навчання, зберігаючи вимоги модельних програм. Така методика повинна включати використання доступних цифрових інструментів, віртуальних симуляцій та домашніх засобів, щоб забезпечити інтерактивність, доступність та ефективність навчання. Без вирішення цієї проблеми ризикуємо втратити покоління учнів, які не зможуть повноцінно оволодіти фізичними компетентностями, необхідними для подальшого навчання та професійного розвитку.

Аналіз актуальних досліджень. Аналіз сучасних наукових розвідок українських дослідників свідчить про зростаючий інтерес до адаптації фізичного експерименту в умовах дистанційного навчання. Значну увагу приділено віртуальним і комп'ютерним моделям як альтернативі традиційним експериментам. Наприклад, у роботі Коршака Є.В. та Миргородського Б.Ю. [4]

розглядається методика і техніка шкільного фізичного експерименту, де акцентовано на практичних аспектах, які можна адаптувати до кінематики, включаючи демонстрації руху тіл. Ці напрацювання служать основою для сучасних адаптацій в онлайн-форматі.

Величко С.П. [4] у своїх дослідженнях фокусується на розвитку системи навчального фізичного експерименту на засадах синергетичного підходу, де підкреслюється інтеграція експерименту в шкільний курс фізики, зокрема для кінематики, з використанням сучасних технологій для дистанційного режиму. Литвинова С.Г. [7] разом із співавторами розробляє підходи до шкільного фізичного експерименту з використанням цифрових вимірювальних комплексів, що особливо актуально для дистанційного навчання кінематики, дозволяючи учням проводити віртуальні вимірювання руху. У її роботах обґрунтовано принципи використання інтернет-технологій у шкільному експерименті. Савченко В.Ф. [11] та співавтори у методичному практикумі «Навчальний фізичний експеримент» описують організацію експериментів, включаючи механіку (кінематику), з акцентом на формування умінь учнів, що можна адаптувати до онлайн-платформ. Садовий М.І. [10] аналізує навчальний експеримент у системі вивчення фізики в загальноосвітній школі, підкреслюючи його роль у формуванні компетентностей, з потенціалом для дистанційного формату через віртуальні симуляції. Сиротюк В.Д. [12] розглядає шкільний фізичний експеримент як засіб формування дослідницьких умінь учнів, з прикладами з кінематики, що сприяє адаптації до умов дистанційного навчання. Ляшенко О.І. [5, 6] у своїх працях, таких як «Методика навчання фізики як інноваційна наука», обґрунтовує інноваційні підходи до методики, включаючи дистанційне навчання фізики з експериментальною складовою. Він також досліджує формування змісту природничо-наукової освіти, де кінематика є ключовим елементом.

Руденко М.П. [9] разом із співавторами обговорює організацію творчих лабораторних робіт з фізики, що включає елементи кінематики та адаптацію до дистанційного середовища. У низці власних робіт [2; 3] автор статті присвячує увагу ролі демонстраційного експерименту у формуванні природничо-наукової компетентності, з акцентом на віртуальні методи для шкільного курсу фізики, включаючи кінематику, розглядається методика віртуального демонстраційного фізичного експерименту.

Виклад основного матеріалу. Навчальний фізичний експеримент – один із методів навчання фізики. Він підвищує інтерес до фізики, особливо в учнів основної школи, допомагає сформувати у школярів конкретні образи, які відображають у їх свідомості реально існуючі фізичні явища, процеси, властивості тіл, закони. Він виховує такі якості особистості, як акуратність у роботі, старанність у досягненні поставленої мети, навчає виділяти в явищах їх суттєві ознаки.

Під час планування експерименту:

- визначаються мета й задачі експерименту з висунуттям основних гіпотез, які треба перевірити;
- вибирається об'єкт дослідження, його параметри, що вивчаються; визначається методика експерименту як по устаткуванню, так і системі операцій, що виконуються в ході роботи;
- визначається послідовність дослідів в експерименті;
- вибираються методи обробки результатів вимірів та шляхи перевірки на цій основі висунутих гіпотез.

Ці риси діяльності також знаходять своє відображення під час проведення навчального експерименту, врахування яких дозволяє виділити узагальнений план діяльності учителя й учнів, пов'язаний з формуванням у здобувачів експериментальних умінь, незважаючи на вид та формат організації експериментальної діяльності.

1. Формулювання та засвоєння задач експерименту

1. З'ясувати, яке фізичне явище, процес, властивість тіл треба вивчити.
2. Зрозуміти, що потрібно з'ясувати, за допомогою дослідів дати узагальнений опис явища; графічно зобразити процес; встановити зв'язок між фізичними величинами тощо.

II. Планування експерименту

1. Вибрати об'єкт дослідження.
2. Визначити методику проведення дослідів: скласти принципову схему дослідної установки, указати потрібні прилади і матеріали, скласти план виконання дій.

III. Виконання плану

1. Підібрати необхідні прилади і визначити їх основні параметри.
2. Зібрати дослідну установку.
3. Провести спостереження і виміри.
4. Зафіксувати одержані результати.

IV. Аналіз одержаних результатів

1. У відповідності з поставленою метою провести обробку одержаних даних.
2. Зробити висновки.
3. Оформити звіт.

Усі вказані дії можуть бути виконаними вчителем, колективно, учнями.

З цього плану діяльності можна виділити окремі можливі дії учнів, що привносять свій внесок у формування *уміння самостійного проведення експерименту*:

- усний або письмовий опис явища, що спостерігається;
- графічне зображення процесу або явища; складання схеми досліду, використовуючи інструкцію;
- аналіз принципу дії приладів;
- читання шкал вимірювальних приладів;
- знаходження спільного в явищах, що спостерігаються;
- передбачення результатів дослідів;
- обробка результатів вимірювань та інші дії.

Можливі різні сполучення цих дій учнів. На ґрунті цих систем дій плануються різні самостійні роботи школярів, що виконуються на різних етапах навчального процесу.

Аналіз показує, що хоча є напрацювання, бракує комплексної методики для кінематики в дистанційному навчанні за українськими модельними програмами. Ці дослідження формують теоретичну основу для запропонованої методики.

Метою статті є розробка та обґрунтування методики реалізації шкільного фізичного експерименту з кінематики в закладах загальної середньої освіти за модельними навчальними програмами в умовах дистанційного навчання. Це включає адаптацію традиційних експериментів до онлайн-формату з використанням цифрових інструментів, демонстрацію на конкретному прикладі та оцінку ефективності для формування компетентностей учнів.

Методика реалізації базується на принципах компетентнісного підходу НУШ, де експеримент є інструментом для розвитку ключових компетентностей: математичної, природничої, цифрової та підприємницької. Вона включає чотири етапи: підготовчий, виконавчий, аналітичний та рефлексивний, з урахуванням напрацювань українських дослідників.

Підготовчий етап. На цьому етапі вчитель адаптує модельну програму до дистанційного формату. Для кінематики в 7 класі (тема "Механічний рух") обираються експерименти, сумісні з онлайн-інструментами, як рекомендовано в роботах Литвиної С.Г. [8] щодо цифрових комплексів. Використовуються платформи як Zoom, Google Meet для синхронних уроків та Moodle для асинхронних завдань. Учні отримують інструкції з використання безкоштовних інструментів: PhET Interactive Simulations (для віртуальних лабораторій), Tracker (для відеоаналізу), Phyphox (мобільний додаток для сенсорів смартфона), що узгоджується з ідеями автора про віртуальний демонстраційний експеримент.

Виконавчий етап. Учні виконують експерименти індивідуально або в групах через онлайн-співпрацю. Використовуються віртуальні симуляції для імітації реальних умов, як у напрацюваннях Величка С.П. [1] щодо розвитку системи експерименту. Наприклад, в PhET "Moving Man" учні моделюють рух людини, змінюючи швидкість і прискорення.

Велику увагу слід приділити домашнім експериментам. Доцільно використовувати смартфон для запису відео руху тіл, наприклад, падіння м'яча та аналізу в Tracker.

Аналітичний етап. Зібрані дані аналізуються: побудова графіків, розрахунок швидкості ($v = s/t$), прискорення ($a = \Delta v/\Delta t$). Використовуються інструменти як Google Sheets для обробки даних, з акцентом на формування умінь, як у працях Сиротюка В.Д. [12].

Рефлексивний етап. Учні обговорюють результати в онлайн-дискусіях, порівнюють з теорією, ідентифікують помилки, що сприяє розвитку компетентностей, як описано в роботах Ляшенка О.І. [6].

Проілюструємо зазначені ідеї на прикладі експерименту "Вивчення рівномірного прямолінійного руху"

Мета: Визначити швидкість рівномірного руху за допомогою відеоаналізу.

Обладнання: Смартфон з камерою, лінійка, іграшкова машинка або кулька, програма Tracker (безкоштовна).

Виконання:

1. Підготовка. Учні розмічають траєкторію (наприклад, 1 м на підлозі) маркерами або крейдою кожні 10 см.
2. Виконання. Запис відео руху машинки по траєкторії (використовуючи таймер смартфона для синхронізації).
3. Аналіз. Завантаження відео в Tracker. Програма автоматично відстежує позицію об'єкта в кожному кадрі, обчислює координати (x, t), будує графік $x(t)$. Швидкість визначається як нахил графіка.
4. Обробка. Учні розраховують середню швидкість, похибку (використовуючи формулу

$$\Delta v = \sqrt{\left(\frac{\Delta s}{s}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2} \cdot v.$$

5. Висновок. Порівняння з теоретичним значенням, обговорення факторів (тертя, похибка вимірювання).

Цей приклад відповідає модельній програмі для 7 класу, де учні повинні «досліджувати залежність шляху від часу для рівномірного руху». В дистанційному режимі вчитель демонструє через екран, учні повторюють вдома, надсилають звіти через Google Forms.

Ефективність. За результатами апробації (на основі подібних досліджень), такий підхід підвищує мотивацію та покращує розуміння.

Таблиця 1

Приклад даних для експерименту

Час t (с)	Шлях s (м)	Швидкість v (м/с)
0	0	-
0.5	0.2	0.4
1.0	0.4	0.4
1.5	0.6	0.4

Аналіз. Графік лінійний, $v = \text{const} = 0,4$ м/с.

Розгорнутий опис інших експериментів: рівноприскорений рух (падіння тіла), криволінійний рух (маятник), з інтеграцією цифрових технологій, як у Литвинової С.Г. [8].

Інтеграція з іншими дисциплінами: математика (графіки), інформатика (програмування симуляцій).

Запропонована методика дозволяє ефективно реалізувати шкільний фізичний експеримент з кінематики в дистанційному навчанні, зберігаючи вимоги модельних програм. Вона поєднує віртуальні, домашні та комбіновані підходи, забезпечуючи доступність і інтерактивність. Конкретний приклад демонструє практичну застосовність, сприяючи формуванню компетентностей. Методика ґрунтується на напрацюваннях українських дослідників і сприяє подоланню викликів дистанційного навчання.

Пропонуємо декілька експериментів з використанням смартфона, які відповідають шкільним (модельним) програмам, з короткими інструкціями.

Визначення прискорення вільного падіння (g) за допомогою повільного відео

Матеріали: смартфон зі slow-motion або звичайна камера (макс. 120–240 fps), м'ячик або невеликий важкий предмет, лінійка або мірна стрічка, штатив/опора для телефону.

Виконання:

1. Виставити телефон на штатив або опору, щоб він не рухався, і кадрувати площину падіння; в кадрі повинна бути вимірювальна шкала (лінійка).
2. Кинути предмет вертикально вниз із відомої висоти H або відпустити з нульовою початковою швидкістю.
3. Зняти падіння у *slow-motion*; експортувати відео і переглянути кадр-за-кадром.
4. Виміряти час падіння t (кількість кадрів $\times 1/\text{fps}$) та знайти прискорення вільного падіння g .

Рух похилою площиною: визначення прискорення (матриця $v(t)$, $s(t)$)

Матеріали: довга дошка/ящик для похилої площини, кулька чи іграшковий візок, смартфон (відео або додаток з акселерометром), мірна стрічка.

Виконання:

1. Виставити похилу площину під відомим кутом або підняти на відому висоту.
2. Відпустити кульку/візок і зняти рух на відео або прикріпити телефон до візка (міцно зафіксувати).
3. Аналізуючи відео кадр-за-кадром, визначити $s(t)$ – положення у різні моменти; побудувати графік $s(t)$ і $v(t)$.
4. Знайти прискорення із нахилу $v(t)$ або шляхом підгонки $s(t)$ до квадратичної функції.

Додаток: якщо використовуєте Phyphox / Physics Toolbox, то можна зчитувати прискорення безпосередньо з датчика.

Врахувати тертя, неточність кута, похибку позиціонування кадрів.

Вертикальне кидання: визначення початкової швидкості і часу польоту

Матеріали: телефон для *slow-motion*, м'яч, лінійка або позначки на стіні.

Виконання:

1. Кинути м'яч вертикально вгору (зняти декілька спроб).
2. За відео знайти час підйому до найвищої точки t (від моменту кидання до моменту з нульовою вертикальною швидкістю).
3. Визначити початкову швидкість за формулою максимальної висоти (порівняти з виміряною).

Врахувати реакції пальців при киданні, паралакс у відео.

Використання вбудованого акселерометра: вимірювання прискорення в смартфоні

Матеріали: телефон, додаток Phyphox або Physics Toolbox Sensor Suite (або будь-який доступний додаток для зчитування акселерометра), кріплення/стілка.

Виконання:

1. Встановити додаток, вибрати модуль акселерометра.
2. Прикріпити телефон до візка, маленької платформи або тримати в руці під час прямолінійного руху (наприклад, катання на роликах/колясці та ін.).
3. Записати дані прискорення $a_x(t)$, $a_y(t)$, $a_z(t)$. Експериментуйте з прямолінійним рівномірним рухом (очікуємо нуль прискорення), розгоном і гальмуванням.
4. Побудувати графік прискорення (в додатку або в Excel).

Врахувати: акселерометр чутливий до шуму; корисно робити короткі вимірювання і кілька повторів.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Подальші дослідження можуть фокусуватися на інтеграції AI в аналіз даних експериментів, розробці VR-лабораторій для кінематики та емпіричній оцінці ефективності методики в різних регіонах України, розширюючи ідеї зазначених науковців-методистів фізики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Величко, С. П. (2012). Розвиток системи навчального фізичного експерименту на засадах синергетичного підходу. КДПУ ім. В. Винниченка. (Velichko, S. P. (2012). Development of a system of educational physical experiments based on a synergistic approach. KDPU im. V. Vynnychenka). <https://scholar.google.com/citations?user=1bx6gGQAAA&hl>.

2. Каленик, М. В. (2019). Методика віртуального демонстраційного фізичного експерименту. *Фізико-математична освіта*, (4), 123–130. (Kalenyk, M. V. (2019). Methodology of virtual demonstration physical experiments. *Fizyko-matematychna osvita*, (4), 123–130). <https://doi.org/10.5281/zenodo.3547781>.
3. Каленик, М. В. (2020). Роль демонстраційного експерименту у формуванні природничо-наукової компетентності. *Фізико-математична освіта*, (4), 45–52. (Kalenyk, M. V. (2020). The role of demonstration experiments in the formation of natural science competence. *Fizyko-matematychna osvita*, (4), 45–52). <https://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/publ/2-1-0-749>.
4. Коршак, Є. В., Миргородський, Б. Ю. (1981). *Методика і техніка шкільного фізичного експерименту. Практикум*. Вища школа. (Korshak, E. V., Myrgorodskiy, B. Yu. (1981). *Methods and techniques of school physics experiments. Practical guide. Vyshcha shkola*). Retrieved from: <http://194.44.152.155/elib/local/skbn3181.pdf>.
5. Ляшенко, О. І. (2021). Методика навчання фізики як інноваційна наука. *Наукові записки Чернігівського державного педагогічного університету*, 27, 74–77. (Lyashenko, O. I. (2021). Methods of teaching physics as an innovative science. *Naukovi zapysky Chernihivskoho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu*, 27, 74–77). Retrieved from: https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/729177/1/Chernigiv_2021_Liashenko.pdf.
6. Ляшенко, О. І. (2025). *Формування змісту природничо-наукової освіти*. ДНПБ. (Lyashenko, O. I. (2025). *Formation of the content of natural science education. DNPB*). Retrieved from: https://dnpb.gov.ua/wp-content/uploads/2025/03/Lyashenko_O.I.-2025.pdf.
7. Литвинова, С. Г., Соколюк, О. М. (2020). *Шкільний фізичний експеримент з використанням цифрових вимірювальних комплексів: Старша школа*. Інститут інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України. (Lytvynova, S. G., Sokolyuk, O. M. (2020). *School physics experiment using digital measuring systems: Senior school. Instytut informatsiinykh tekhnolohii i zasobiv navchannia NAPN Ukrainy*). Retrieved from: https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/716741/1/fizuka_print%20-Lytv_Sok.pdf.
8. Литвинова, С. Г. (2020). Використання інтернет-технологій у шкільному експерименті під час вивчення курсу фізики. *Архів*. (Lytvynova, S. G. (2020). The use of Internet technologies in a school experiment during the study of physics. *Arkhiv*). Retrieved from: <https://arxiv.org/pdf/2005.07489>.
9. Руденко, М. П., Давиденко, С. М., Кнорозок, Л. М. (2015). Організація виконання творчих лабораторних робіт при навчанні фізики в середній школі. *Вісник Чернігівського державного педагогічного університету*, 127, 45–50. (Rudenko, M. P., Davydenko, S. M., Knorozok, L. M. (2015). Organization of creative laboratory work in teaching physics in secondary school. *Visnyk Chernihivskoho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu*, 127, 45–50). Retrieved from: http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?C21COM=2&I21DBN=UJRN&P21DBN=UJRN&IMAGE_FILE_DOWNLOAD=1&Image_file_name=PDF/VchdpuP_2015_127_9.pdf.
10. Садовий, М. І. (2012). Навчальний експеримент у системі вивчення фізики в загальноосвітній школі. *Наукові записки Кіровоградського державного педагогічного університету*, 109, 15–20. (Sadovyi, M. I. (2012). Educational experiment in the system of physics teaching in secondary schools. *Naukovi zapysky Kirovohradskoho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu*, 109, 15–20). Retrieved from: http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?I21DBN=LINK&P21DBN=UJRN&Z21ID=&S21REF=10&S21CNR=20&S21STN=1&S21FMT=ASP_meta&C21COM=S&2_S21P03=FILA=&2_S21STR=Nz_p_2012_109_3.
11. Савченко, В. Ф., Бойко, М. П., Дідович, М. М., Закалюжний, В. М., Руденко, М. П. (2019). *Навчальний фізичний експеримент (методична практика): Навчальний посібник для студентів*. Чернігівський національний педагогічний університет імені Т. Г. Шевченка. (Savchenko, V. F., Boiko, M. P., Didovich, M. M., Zakalyuzhnyi, V. M., Rudenko, M. P. (2019). *Educational physical experiment (methodological practice): Textbook for students. Chernihivskiyi natsionalnyi pedahohichnyi universytet imeni T. H. Shevchenka*). Retrieved from: <http://erpub.chnpu.edu.ua:8080/jspui/handle/123456789/6641>.

12. Сиротюк, В. Д., Степанченко, О. В., Чумак, М. Є. (2013). Шкільний фізичний експеримент як засіб формування дослідницьких умінь учнів. *Наукові записки Київського педагогічного університету*, 19, 150–155. (Syrotiuk, V. D., Stepanchenko, O. V., Chumak, M. Ye. (2013). School physics experiments as a means of developing students' research skills. *Naukovi zapysky Kyivskoho pedahohichnoho universytetu*, 19, 150–155). Retrieved from: http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?C21COM=2&I21DBN=UJRN&P21DBN=UJRN&IMAGE_FILE_DOWNLOAD=1&Image_file_name=PDF/znpkp_ped_2013_19_20.pdf.

Kalenyk M. V. Methods for conducting school physics experiments on kinematics in general secondary education institutions using model curricula in a distance learning environment

The purpose of the article is to study effective methods of teaching the section of physics “Kinematics” in modern school education, considering the integration of digital technologies and active forms of learning to increase the cognitive activity of students and the formation of subject area competencies. The subject of the study is pedagogical technologies and methods of teaching kinematics aimed at developing subject skills and competencies of schoolchildren.

The research methods included theoretical analysis of scientific and methodological literature, experimental implementation of digital tools in the educational process, as well as empirical procedures involving observation, questioning, and statistical processing of the results of the educational activities of the applicants. Microsoft Teams, Zoom, and Moodle platforms were used to ensure communication and distance learning.

The results of the study demonstrate an increase in the effectiveness of teaching kinematics using interactive simulations and digital tools that promote a better understanding of physical phenomena, the development of the ability to analyze experimental data, and the formation of skills in working with graphs and diagrams. The introduction of active learning methods changes the roles of education providers and students, increasing student motivation and independence in learning.

The practical significance lies in the development of methodological recommendations for integrating digital technologies into the study of kinematics, which can be used in the training of physics teachers, as well as in the direct educational process in general secondary education institutions. The proposed approaches contribute to improving the quality of education and meet the requirements of the New Ukrainian School.

The conclusions of the article emphasize the need for the comprehensive implementation of innovative teaching methods, combining traditional and digital technologies to develop the key competencies of students. The author notes that the use of interactive programs and visual models significantly improves the understanding of complex physical processes.

Prospects for further research are related to the development of adaptive educational platforms based on artificial intelligence for the individualization of the learning process, research on the effectiveness of gamification of the learning process, and the impact of digital innovations on the formation of subject competence in the context of STEM education.

Keywords: *kinematics, physics teaching methods, digital technologies, interactive simulations, active learning, distance learning, school physics experiments, STEM education, NUS education.*

Подано до друку 19.10.2025
Прийнято до друку 03.11.2025

УДК 378.147

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/30-36

О. В. Карупу

ORCID ID 0000-0002-8077-3323

Т. А. Олешко

ORCID ID 0000-0002-8054-1178

В. В. Пахненко

ORCID ID 0000-0002-4082-9126

Державний університет «Київський авіаційний інститут»

В. К. Репета

ORCID ID 0000-0002-5615-7889

Український центр оцінювання якості освіти

З ДОСВІДУ ПІДГОТОВКИ СТУДЕНТІВ ДО АКТИВНОГО ВИКОРИСТАННЯ АНГЛІЙСЬКОЇ МОВИ В МАТЕМАТИЧНІЙ ПРАКТИЦІ

У сучасному світі фахівцю будь-якої галузі крім певного набору знань і навичок, отриманих при здобуванні освіти за фахом, для повноцінного професійного функціонування потрібні наявність здатності до участі в процесі розвитку і актуалізації професійного профілю (як свого, так і колег). Крім необхідності постійно підвищувати свій професійний рівень дуже важливим фактором професійної спроможності і кар'єрного зростання є постійна комунікація з колегами, в Україні та за її межами. Основною мовою спілкування з зарубіжними колегами на даному історичному етапі є англійська. Особливо це стосується авіаційної галузі.

У Державному університеті «Київський авіаційний інститут» (до 2024 року Національний авіаційний університет) підготовка здобувачів вищої освіти усіх спеціальностей проводиться з врахуванням авіаційної складової. І українські і іноземні студенти мають можливість навчатися як українською, так і англійською мовою. Більшість іноземних студентів обирає навчання в англійськомовних групах, оскільки англійська мова є однією з офіційних мов ІКАО (Міжнародна організація цивільної авіації), а з 1 січня 2008 року вона є і обов'язковою міжнародною мовою авіації. Здобуття професійної освіти англійською мовою для майбутніх фахівців авіаційної галузі надає додаткові професійні можливості, зокрема при працевлаштуванні в міжнародних авіаційних компаніях. Тому значна частина українських студентів також обирає навчання англійською. Певна частина іноземних студентів обирає навчання в україномовних групах. Кількість англійськомовних груп на різних спеціальностях суттєво відрізняється. На деяких спеціальностях англійськомовних груп взагалі не було і немає.

У статті розглянуто актуальні проблеми формування у студентів окремих спеціальностей Факультету комп'ютерних наук та технологій ДУ «КАІ» навичок здатності до активного використання англійської мови в математичній практиці.

Ключові слова: математичні дисципліни, викладання математичних дисциплін, активне використання англійської мови в математичній практиці, білінгвальне навчання.

Постановка проблеми. У ХХІ столітті унаслідок прискорення процесів глобалізації та інтернаціоналізації підвищується мобільність населення. Збільшується кількість експатів, тобто людей, які проживають та працюють поза країною свого громадянства (як правило з офіційним проживанням і працевлаштуванням). Зокрема, це стосується і сфери освіти – як студентів, так і викладачів. Ці процеси не минули і Україну.

Державний університет «Київський авіаційний інститут» або скорочено ДУ «КАІ» був створений у 1933 році під назвою «Київський авіаційний інститут». Потім його кілька разів перейменовували; остання назва до 2024 – Національний авіаційний університет. Зауважимо, що в ДУ «КАІ» практично з початку його існування проводилась підготовка спеціалістів для усіх республік СРСР. З 1949 року в нашому університеті розпочалось навчання громадян інших держав (в основному з країн Африки, Азії та Латинської Америки). Деякі аспекти цих процесів розглядалися авторами в [1–3]. З 1999 року на окремих напрямках розпочалось впровадження англійськомовного навчання, при якому викладання всіх дисциплін здійснюється англійською мовою.

Відмітимо, що важливими базовими професійними вміннями XXI століття стали навичка користування комп'ютером, інтернетом і знання англійської мови, яка ще в кінці XX століття почала набувати ознак і статусу ЕМІ (English as a Medium of Instruction), тобто англійська мова як засіб навчання. У всьому світі значна кількість університетів збільшує обсяг навчальних курсів, що викладаються англійською мовою. Фахівцям усіх напрямів професійна англійська мова дає можливість доступу до набагато більш широкої і різноманітної інформації, спілкування з колегами з інших країн, роботи в інтернаціональних колективах, в цілому підвищує готовність до професійної мобільності (більш детально див. [4–9]). Відмітимо, що в нашому університеті і раніше студенти усіх напрямів вивчали фахову авіаційну дисципліну «Авіаційна англійська». Зауважимо, що авіаційна англійська є унікальним та спеціалізованим діалектом англійської мови, який потребує додаткової підготовки та практики. Організація ІКАО чітко описує вимоги до володіння мовою авіаційним персоналом та визначає вимоги до кандидатів. Відмітимо, що значна частина викладачів, які працюють в англійськомовному проекті, після навчання на курсах ІКАО мають відповідні сертифікати.

Зауважимо також, що більшість студентів ДУ «КАІ» навчаються за інженерними, ІТ та економічними спеціальностями, які пов'язані з авіаційною галуззю. Навчальними планами підготовки майбутніх фахівців усіх цих спеціальностей за всіма напрямками передбачено вивчення математичних дисциплін (у різному обсязі в залежності від майбутньої спеціальності), оскільки вивчення більшості профільних дисциплін за цими напрямками передбачає досить значний обсяг математичних знань і навичок.

Для студентів багатьох спеціальностей виникає практична необхідність володіти англійською більш глибоко в межах окремих фахових дисциплін відповідно до напрямку підготовки, і мати навички її активного практичного фахового застосування. Це особливо важливо для студентів Аерокосмічного факультету (АКФ), Факультету аеронавігації, електроніки та телекомунікацій (ФАЕТ), Факультету транспорту і логістики (ФТЛ) і Факультету комп'ютерних наук та технологій (ФКНТ). Зокрема на ФКНТ це стосується студентів усіх спеціальностей галузі знань «Інформаційні технології» (більш детально див. [10] і [11]). У цій роботі ми розглядаємо деякі аспекти роботи з студентами, які навчаються за спеціальністю «Прикладна математика».

Слід зауважити, що протягом багатьох років для національної освіти України було актуальним постійне зростання контингенту, що навчається англійською. Проте слід відмітити, що з 2022 року кількість іноземних абітурієнтів в ЗВО України суттєво зменшилась. Крім того, в останні роки зменшується і кількість українських абітурієнтів (що пов'язано з демографічними і безпековими проблемами). Будемо сподіватися, що це явище має тимчасовий (хоча, схоже, що затяжний) характер.

Аналіз актуальних досліджень. Автори даного дослідження О. В. Карупу, Т. А. Олешко, В. В. Пахненко та В. К. Репета є професійними математиками. Крім досвіду проведення наукових досліджень з математики мають багаторічний досвід викладання різних базових і спеціальних математичних дисциплін: «Вища математика», «Математичний аналіз», «Диференціальні рівняння», «Лінійна алгебра та аналітична геометрія», «Теорія ймовірностей і математична статистика», «Чисельні методи», «Методи оптимізації», «Дискретна математика» та ін. в різних ЗВО; досвід викладання математичних дисциплін (зокрема англійською мовою) в ДУ «КАІ» більше двадцяти років; є авторами і співавторами багатьох навчальних посібників (в тому числі англійською мовою); зокрема, є співавторами навчального посібника «Higher mathematics: Manual» в 4 частинах і навчального посібника «Mathematical analysis: Manual» англійською мовою та ін.

Починаючи з 2006 року наша авторська група проводить дослідження з методики викладання математичних дисциплін іноземним та українським студентам. Зокрема, на кафедрі вищої і обчислювальної математики нашого університету автори в складі групи під керівництвом В. П. Денисюка досліджували загальні характеристики процесу викладання математичних дисциплін іноземним і українським студентам за модульною технологією навчання [1]. О. В. Карупу, Т. А. Олешко і В. В. Пахненко також вивчали специфіку викладання математичних дисциплін англійською мовою іноземним студентам [2]. Проблеми викладання вищої математики іноземним студентам в українськомовних групах розглядали В. К. Репета і Л. А. Репета [3].

Значення і проблеми ЕМІ (English-Medium Instruction), тобто використання англійської мови як засобу викладання, розглядали багато авторів (більш детально див. [5, 6]), зокрема Е. В. Лузік, О. М. Акмалдінова і Л. Г. Теремінко [4]. Н. В. Сніжко [5, 6] досліджувала впровадження білінгвального навчання в Україні і білінгвальне навчання математики в процесі підготовки інженерів в умовах технічного університету (більш детально див. [2] і [7–9]).

Мета статті. Метою даної роботи є дослідження основних проблем впровадження англійської мови в професійну, зокрема математичну, практику; особливості різних форм цього впровадження і проблем формування у студентів здатності до її активного використання; аналіз результатів цього впровадження і надання на основі цього дослідження методичних рекомендацій до організації навчального процесу і вибору методів викладання навчального матеріалу студентам спеціальності «Прикладна математика».

Виклад основного матеріалу. Знання основних теоретичних засад та володіння навичками застосування математики, зокрема базових математичних дисциплін, є важливим для професійного становлення майбутніх фахівців усіх технічних спеціальностей. Для усіх ІТ спеціальностей, зокрема для спеціальності «Прикладна математика» є необхідним поглиблене вивчення базових математичних і деяких спеціальних дисциплін.

Створення англійськомовних груп на конкретних напрямках підготовки зумовлене двома факторами: 1) наявністю для усіх навчальних дисциплін викладачів, які можуть і хочуть, викладати англійською; 2) наявністю достатньої кількості студентів, які не тільки хочуть, але і можуть навчатися англійською.

Саме тому кількість (і наявність) англійськомовних груп на різних спеціальностях завжди суттєво відрізнялася. До 2022 року англійськомовні групи існували практично на всіх чисто авіаційних і на багатьох допоміжних напрямках підготовки. Зокрема, англійськомовний лекційний потік в першому семестрі 2021/2022 навчального року на спеціальності «Авіаційний транспорт» складався з 6 академічних груп. При цьому іноземні студенти на цьому потоці утворювали переважну більшість. На більшості ІТ спеціальностей лекційні потоки склалися в основному з 1–3 академічних груп. На деяких спеціальностях англійськомовні групи з різних причин не створювалися. У випадках, коли при наявності великої кількості охочих навчатися англійською мовою неможливо забезпечити викладання усіх навчальних дисциплін, можливим (хоча і небажаним) практикувався і практикується варіант, при якому частина навчальних дисциплін викладається англійською, а частина – українською мовами (як правило, такий варіант обирається як тимчасовий і при відсутності в групі іноземних студентів).

В нашому університеті навчальні плани за всіма спеціальностями галузі знань «Інформаційні технології» передбачають вивчення кількох математичних дисциплін (при цьому розділи, пов'язані з математичним аналізом, лінійною алгеброю, аналітичною геометрією, теорією ймовірностей і математичною статистикою вивчаються або як окремі дисципліни «Математичний аналіз», «Лінійна алгебра та аналітична геометрія», «Теорія ймовірностей і математична статистика» або в складі дисципліни «Вища математика»). Крім того, студентам деяких спеціальностей викладаються навчальні дисципліни «Чисельні методи», «Дискретна математика», «Методи оптимізації» тощо.

Студенти, які навчаються за спеціальністю «Прикладна математика», вивчають повний набір базових і певний набір спеціальних математичних дисциплін за своєю спеціалізацією. Відмітимо, що на цій спеціальності в нашому університеті в силу причин, перелічених вище, ніколи не утворювалися англійськомовні групи. Відповідно до навчального плану студенти вивчають фахову англійську мову за своїм фахом. Навчання супроводжується відповідним навчальним посібником «Professional English. Applied Mathematics», створеним О. М. Акмалдіновою, О. О. Гурською, Л. Г. Теремінко, Н. Г. Денисенко, Г. В. Сорокун [10]. Мовна практика на цих заняттях, які проводять висококваліфіковані викладачі англійської мови, є дуже корисною для студентів. Як результат, більшість наших студентів буває досить високого рівня навичок читання, розуміння і написання математичних текстів англійською мовою. Відмітимо, що ці три навички майже повністю забезпечуються в процесі вивчення професійної англійської. Крім того, викладачі професійної англійської, як правило, знайомлять студентів з досить широким набором математичних термінів і фразеологізмів, сприяючи формуванню основних

навичок професійного спілкування. Проте слід зауважити, що на наш погляд (сформований унаслідок участі в міжнародних конференціях з великою кількістю іноземних учасників, зокрема і за кордоном) для повноцінної професійної математичної комунікації з колегами англійською мовою потрібні додаткові навички участі в професійних обговореннях (які іноді можуть набувати дуже гострого характеру, доходючи до суперечок). Саме тому ми вважаємо, що досвід активного професійного спілкування, зокрема дискусій, студентам бажано вдосконалювати під керівництвом професійних математиків, які мають саме цей досвід.

В останні роки на кафедрі прикладної математики для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «Бакалавр» за спеціальністю «Прикладна математика» впроваджуються елементи білінгвального навчання (українською і англійською мовами одночасно) у формі експериментальної навчальної дисципліни «Англійська мова в математичній практиці», для супроводу викладання якої створено навчальний посібник [11]. Особливістю цього курсу є проведення занять у формі семінарів за методикою моделювання професійної діяльності, розглянутою авторами статті в [7–9] і [13, 14] з врахуванням результатів дослідження О. С. Чашечникової, О. О. Одінцової, І. В. Гордієнко та інших про інноваційні технології для розвитку критичного мислення у студентів [12].

Професійна компетентність майбутнього фахівця ІТ крім наукових і практичних компетенцій включає також і соціальні, в тому числі комунікативні компетенції. Зокрема, для усіх спеціалістів усіх напрямів авіаційної галузі дуже важливою є здатність до успішної командної роботи.

Тому в процесі впровадження проектного підходу для поглибленого вивчення окремих питань математичних дисциплін ми застосовуємо різні форми організації колективної роботи. Для цього відбувається поділ академічної групи на декілька команд для спільного розв'язування складних задач, взаємної перевірки засвоєння матеріалу, підготовки презентацій тощо, з подальшим обговоренням і порівнянням результатів. При формуванні команд ми використовували два підходи, а саме: перший – викладач декларує тільки кількість студентів у команді, розподіл реалізують самі студенти; другий – викладач повністю реалізує розподіл. Для різних завдань склад команд налічує від двох до п'яти осіб. На початку занять викладач бере на себе роботу модератора, тобто реалізує розподіл на команди і веде дискусії, контролюючи дотримання правил, слідкуючи за порядком і регламентом. На наступних заняттях розподіл реалізують самі студенти, а викладач бере на себе обов'язки фасилітатора, тобто допомагає групі ефективніше працювати разом.

Під час аналізу результатів цього експерименту ми виявили, що при формуванні команд за вибором студентів учасники підбиралися на основі особистої приязні (що було очікувано) і близького рівня успішності з математики (в результаті чого зразу визначилися командні лідери). Такий вибір є сприятливим для створення успішних команд для наукових, соціальних і бізнесових проектів. Проте слід відмітити, що в авіаційній галузі команди часто утворюють не за вподобанням учасників.

Різноманітні дослідження з методики викладання математики проводились і проводяться багатьма авторами як в Україні, так і в інших країнах. Необхідність дослідження специфіки викладання математичних дисциплін англійською мовою студентам, для яких ця мова не є рідною, виникла в зв'язку з розвитком англомовної освіти в неангломовних країнах. Частково ця специфіка є загальною для викладання усіх дисциплін, а частково має суто математичний характер.

Вважаємо доцільним звернути увагу студентів на те, що словники (навіть математичні) і Google перекладач не завжди можуть допомогти одержати адекватний переклад математичного тексту. Тому ми рекомендуємо студентам в складних випадках використання не тільки Google перекладача, а і відповідних підручників і статей у Вікіпедії (з переходом з української мови на англійську і з англійської мови на українську). З нашої точки зору приділення уваги формуванню у студентів навичок самостійного осмисленого опанування додаткової англійської термінології є дуже важливим для них, оскільки значна їх частина буде в майбутньому працювати в мультинаціональному полілінгвістичному середовищі. Також зауважимо важливість формування у студентів розуміння наявності різних позначень для деяких термінів в українськомовній та англомовній літературі.

Останніми роками викладачі і студенти в Україні (як і в усьому світі) зіткнулися з труднощами, пов'язаними з карантинними обмеженнями, які зумовили впровадження дистанційного та змішаного навчання, що виявилось дуже важким для студентів, які навчаються англійською мовою. Особливо складно організувати ефективні практичні заняття для студентів першого курсу. У нашому університеті під час карантину дистанційне навчання проводилось в Google Workspace (раніше G Suite) з використанням Google Classroom та Google Meet. Робота студентських команд, реалізована за допомогою інтерактивних можливостей Google Jamboard, була в цілому досить ефективною (див. [7, 8] та [13,14]).

Зазначимо, що з 24 лютого 2022 року всі викладачі зіткнулися з новими труднощами. Багато студентів мали проблеми з відсутністю доступу до безперерйного інтернет-з'єднання і навіть телефонного зв'язку, що підвищило вимоги до матеріалів у Google Classroom та призвело до необхідності додаткових консультацій у Google Meet. Слід зазначити, що наші рекомендації щодо застосування освітніх онлайн-ресурсів виявилися дуже корисними для студентів. Найбільш ефективним для асинхронного навчання англомовних студентів з математичних дисциплін є використання в якості допоміжних інструментів освітніх онлайн-ресурсів «Math is Fun» та «Math24».

Зауважимо, що вимушене впровадження дистанційного та змішаного навчання в останні 5 років актуалізувало питання дослідження відповідних процесів.

У 2022 році з'явилася нова проблема, яка в наступні роки набуває все більших масштабів: зменшення частки студентів, здатних навчатися в англомовному проекті. Участь в роботі цього проекту вимагає від студентів достатньо високого рівня володіння англійською мовою. Протягом багатьох років українські студенти складали відповідний іспит на кафедрі іноземних мов, потім їм зараховували відповідні результати НМТ. Іноземні студенти проходили співбесіду на кафедрі іноземних мов.

На даний час загальна кількість студентів відчутно зменшилась, оскільки значна частина абітурієнтів намагається виїхати за кордони України для навчання в інших країнах. При цьому кількість іноземних студентів в Україні теж суттєво зменшилась.

Крім того, за деякими спеціальностями немає достатньої кількості студентів, що можуть навчатися англійською. Але при цьому студенти розуміють необхідність володіння, причому активного, професійною англійською. У такій ситуації здається перспективним впровадження у формі експерименту елементів білінгвального навчання (українською і англійською мовами одночасно).

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. У рамках реалізації проектного підходу ми застосовуємо колективні форми роботи при проведенні практичних занять, поділяючи академічну групу на декілька команд для спільного виконання завдань на практичних заняттях з подальшим обговоренням і порівнянням результатів їх роботи. Цей підхід виявився достатньо ефективним при проведенні практичних занять з математичних дисциплін як в англомовних так і в україномовних академічних групах. Студенти англомовних груп, як правило, мають вищий рівень знань і сприйняття порівняно зі студентами звичайних груп. Це підтверджується вищим рівнем успішності. Відмітимо, що впровадження англійської мови в математичну практику в україномовних групах має як ефект підвищення успішності (хоч і незначний), так і краще розуміння навчального матеріалу (на думку переважної більшості студентів). Особливо це проявляється при участі студентів в різноманітних проектах, зокрема по поглибленому вивченню окремих питань математики та розгляду її застосувань в професійній роботі майбутніх фахівців. При цьому результати очевидно залежать від форми організації роботи.

Проаналізовано досвід проведення експериментального факультативу «Англійська мова в математичній практиці» для здобувачів вищої освіти ОС «Бакалавр» спеціальності «Прикладна математика» в ДУ «КАІ». Надано певні рекомендації по роботі викладача для покращення засвоєння навчального матеріалу студентами різних категорій. Отримані результати дослідження в цілому є обнадійливими для подальшого вивчення розглянутого підходу. Вважаємо доцільним продовження досліджень як у напрямі поглиблення вивчення специфіки викладання англійською мовою окремих математичних питань, так і ґрунтовного вивчення загальних особливостей організації викладання математичних дисциплін студентам англійською.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Denisiuk V. P., Grishina L. I., Karupu O. W., Oleshko T. A., Pakhnenko V. V., Repeta V. K. (2006). On module technology of teaching foreign students to advanced mathematics. *11 Міжнародна наукова конференція імені академіка Михайла Кравчука: тези доп.* (Київ, 18 – 20 травня 2006 р.). Київ, 2006, 815.
2. Карупу О. В., Олешко Т. А., Пахненко В. В. (2012). Про викладання математичних дисциплін англійською мовою іноземним студентам. *Східно-Європейський журнал передових технологій.* 2/2 (56). С. 11–14. (Karupu, O. W., Oleshko, T. A., Pakhnenko, V. V. (2012). About teaching of the mathematical disciplines for foreign students. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies.* 2, 2(56) 2/ 2 (56), 11–14). Retrieved from: <https://journals.urau.ua/ejet/article/view/3657>.
3. Репета В. К., Репета Л. А. (2017). Викладання вищої математики іноземним студентам: проблеми і шляхи їх вирішення. *Математика у технічному університеті XXI сторіччя: зб. наук. праць за матеріалами дистанційної Всеукраїнської наук. конф.* (Краматорськ, 15–16 травня 2017 р.). Краматорськ: ДДМА, 2025. С. 163–164. (Repeta L. A., Repeta V. K. (2017). Teaching higher mathematics to foreign students: problems and solutions. *Mathematics at the 21st Century Technical University: collection of scientific works based on materials of the distance All-Ukrainian scientific conference.* (Kramatorsk, May 15–16, 2017). Kramatorsk (Ukraine): DSEA, 2017, 163–164.).
4. Luzik, E., Akmalidina, O., Tereminko, L. (2019). Developing software engineering students' readiness for professional mobility through blended learning. *Advanced Education,* 6, 103–111. Retrieved from: 10.20535/2410-8286.185230.
5. Snizhko N. (2023). Implementation of bilingual education in Ukrainian institutions of higher education. *Viae Educationis: Studies of Education and Didactics.* Vol. 2. № 3, 35–39. DOI: <https://doi.org/10.15804/ve.2023.03.04>.
6. Сніжко Н. В. (2024). Принципи білінгвального навчання математики в процесі підготовки інженерів в умовах технічного університету. *Наукові записки Центральноукраїнського державного університету ім. Володимира Винниченка. Серія: Проблеми природничо-математичної, технологічної та професійної освіти.* Випуск 2(4), 160–169. (Snizhko Nataliia. (2024). Principles of bilingual teaching of mathematics in the training of engineers at a technical university. *Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University Research Bulletin. Series: Issues of natural sciences, mathematics, technology and vocational education.* Issue 2(6), 160–169.). Retrieved from: <https://doi.org/10.32782/cusu-pmtp-2024-2-17>.
7. Карупу О. В., Олешко Т. А., Пахненко В. В. (2019). Про особливості викладання математичних дисциплін студентам технічних спеціальностей в мультинаціональних академічних групах. *Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology.* Vol. VII (77), Issue 188. P. 21–24. (Karupu O.W., Oleshko T.A., Pakhnenko V.V. (2019). On peculiarities of teaching mathematical disciplines to students of technical specialties in multinational academic groups. *Science and Education a New Dimension: Pedagogy and Psychology.* Vol. VII (77), Issue 188, 21–24.). Retrieved from: <https://seanewdim.com/wp-content/uploads/2021/04/On-peculiarities-of-teaching-mathematical-disciplines-to-students-of-technical-specialties-in-multinational-academic-groups-O.-W.-Karupu-T.-A.-Oleshko-V.-V.-Pakhnenko.pdf>.
8. O. W. Karupu, T. A. Oleshko, V. V. Pakhnenko, V. K. Repeta. From the experience of teaching mathematical disciplines in multinational academic groups of KAI. *XX Міжнародна наукова конференція імені академіка Михайла Кравчука.* 17–20 листопада 2025 р., 205–206.
9. Karupu, O., Oleshko, T., Pakhnenko, V. (2021). Modeling Future Aviation and IT Specialists' Professional Skills Development on Mathematical Practical Training with Application of Information Technologies. *2021 IEEE 3rd International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT),* 215–220. Retrieved from: <https://doi.org/10.1109/ATIT54053.2021.9678904>.

10. Акмалдінова О.М., Гурська О.О., Теремінко Л.Г., Денисенко Н. Г., Сорокун Г. В. (2023). Professional English. Applied Mathematics: навч. посібник . Київ : НАУ. 96 с. (Akmaldinova O. M., Hurska O. O., Teremenko L. H., Denysenko N. H., Sorokun H. V. (2023)). Professional English. Applied Mathematics: Manual. Kyiv: NAU, 2023. 96 p.).
11. Карупу О. В., Олешко Т. А., Пахненко В. В., Репета В. К. (2025). Англійська мова в математичній практиці: навч. посібник. К.: КАІ. 240 с. (Karupu O. W., Oleshko T. A., Pakhnenko V. V., Repeta V. K. (2025). English in mathematical practice: Manual . Kyiv: KAI. 240 p.).
12. Chashechnikova, O., Odintsova, O., Hordiienko, I., Danylchuk, O., Popova, L. (2024). Innovative technologies for the development of critical thinking in students. Amazonia Investiga, 13(81), 197–213. Retrieved from: <https://doi.org/10.34069/AI/2024.81.09.16>.
13. Karupu, O. W., Oleshko T. A., Pakhnenko V. V., Pashko A. O. (2019). Applying information technologies to mathematical education of IT specialists in English-speaking academic groups. Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Series: Physics & Mathematics, 4, 70–75. DOI: <https://doi.org/10.17721/1812-5409.2019/4.9>.
14. Karupu, O., Oleshko, T., Pakhnenko, V., Pashko, A. (2023). Application of Google Workspace in Mathematical Training of Future Specialists in the Field of Information Technology. In: Hu, Z., Dychka, I., He, M. (eds) Advances in Computer Science for Engineering and Education VI. ICCSEE 2023. *Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies*, vol 181. Cham: Springer Nature Switzerland. https://doi.org/10.1007/978-3-031-36118-0_80.

Karupu O. W, Oleshko T. A, Pakhnenko V. V. From the experience of preparing students for the active use of English in mathematical practice.

In the modern world, a specialist in any field, in addition to a certain set of knowledge and skills obtained during education in a specialty, for full professional functioning, needs the ability to participate in the process of developing and updating their professional profile (both their own and that of their colleagues). A very important factor in professional ability and career growth, in addition to the need to constantly improve one's professional level, is constant communication with colleagues, both in Ukraine and abroad. The main language of communication with foreign colleagues at this historical stage is English. This is especially true in the aviation industry.

At the State University "Kyiv Aviation Institute" (until 2024, the National Aviation University), the training of students of all specialties is carried out taking into account the aviation component. Both Ukrainian and foreign students have the opportunity to study in both Ukrainian and English. Most foreign students choose to study in English-speaking groups, since English is one of the official languages of ICAO (International Civil Aviation Organization) and since January 1, 2008, it has been a mandatory international language of aviation. Obtaining professional education in English by future aviation industry specialists provides them with additional professional opportunities, in particular when employed in international aviation companies. Therefore, a significant part of Ukrainian students also chooses to study in English. A certain part of foreign students chooses to study in Ukrainian-speaking groups. The number of English-speaking groups in different specialties varies significantly. In some specialties, there were and are no English-speaking groups at all.

The article considers the current problems of developing the skills of the ability to actively use English in mathematical practice among students of certain specialties of the Faculty of Computer Science and Technology of the State University "KAI".

Key words: *mathematical disciplines, teaching mathematical disciplines, active use of English in mathematical practice, bilingual education.*

*Подано до друку 01.11.2025
Прийнято до друку 12.11.2025*

УДК 37016:51

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/37-45

В. В. Корольський

ORCID ID 0000-00D2-7409-4201

Д. І. Муравська

ORCID ID 0009-0001-6101-2692

ЗВ'ЯЗКИ МІЖ ЧИСЛОВИМИ РЯДАМИ ТА ЇХ ВИКОРИСТАННЯ ПРИ ВИВЧЕННІ РОЗДІЛУ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ «РЯДИ»

Навчальна дисципліна «Математичний аналіз» має фундаментальне значення в підготовці вчителів на фізико-математичних факультетах вищих педагогічних закладів. Одним з основних розділів в його структурі є «числові ряди». Зміст розділу «числові ряди» в процесі вивчення має значне поле зв'язків з іншими розділами математичного аналізу. Тому поширення знань про «числові ряди» і подальше їх використання для підвищення компетентного рівня підготовки майбутніх бакалаврів спеціальності 014.04. Середня освіта (Математика) повинно відповідати сучасним вимогам.

Ці вимоги зазначені в проекті-концепції розвитку освіти України на період 2015-2025 років. Акцентується увага на розвитку інноваційного середовища, в якому здобувачі освіти отримують нові знання і набувають вміння їх застосовувати в майбутній професійній діяльності. В контексті сказаного досить актуально стають питання: 1 – поширення зв'язків між основними поняттями в межах окремих розділів математичного аналізу; 2 – створення нових задач для використання в процесі вивчення змісту математичного аналізу. Розглянемо ці питання відносно розділу «Числові ряди». При цьому будемо використовувати геометричну інтерпретацію числових рядів.

Ключові слова: математична освіта, фахова освіта вчителів математики, зв'язки між числовими рядами, методи навчання.

Постановка проблеми. В сучасних підручниках в теорії числових рядів особлива увага приділяється важливості (теоретичної і практичної) підготовці, що пов'язана з поняттям «середнє значення»: середнє арифметичне; середнє гармонічне, середнє геометричне [6].

Виклад основного матеріалу. Розглянемо числовий ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \quad (1)$$

Якщо для будь-яких послідовних трьох членів ряду (1) a_n, a_{n+1}, a_{n+2} виконується умова: $a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n+2}}{2}$ (2), то ряд (1) називається рядом арифметичної прогресії і його члени пов'язані з поняттям «середнє арифметичне».

Якщо для будь-яких послідовних трьох членів ряду (1) виконується умова: $a_{n+1} = \sqrt{a_n \cdot a_{n+2}}$ (3), то ряд (1) називається рядом геометричної прогресії і його члени пов'язані з поняттям «середнє геометричне».

Якщо для будь-яких послідовних трьох членів ряду (1) виконується умова: $\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_{n+2}}$ (4), то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ називається гармонічним і його члени пов'язані з поняттям «середнього гармонічного»:

$$\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+2}} = 2 \cdot \frac{a_n + a_{n+2}}{a_n \cdot a_{n+2}} \rightarrow \text{знаходимо середнє гармонічне } a_{n+1} \text{ між } a_n \text{ і } a_{n+2};$$

$$a_{n+1} = \frac{2a_n \cdot a_{n+2}}{a_n + a_{n+2}} \quad (5)$$

Досліджуючи зв'язки між числовими рядами варто відмітити, що «середнє геометричне» між двома числами – в той же час є «середнім геометричним» між «середнім

арифметичним» і «середнім гармонічним». Доводиться це наступним чином: використаємо праві частини рівностей (2) і (5) у вигляді коренів.

Помножимо праві частини рівності (2) і (5):

$$\sqrt{\frac{a_n + a_{n+2}}{2}} \cdot \sqrt{\frac{2a_n \cdot a_{n+2}}{a_n + a_{n+2}}} = \sqrt{a_n \cdot a_{n+2}} \quad (6)$$

З рівності (6) виходить, що корінь квадратний від добутку середніх арифметичних та гармонічних дорівнює середньому геометричному між членами рядів a_n і a_{n+2} .

Класичними прикладами числових рядів, пов'язаних з поняттями «середніх значень» є:

$\sum_{n=1}^{\infty} [a + (n - 1)d]$ (7) – ряд арифметичної прогресії, де "d" – різниця прогресії.

$\sum_{n=1}^{\infty} bq^{n-1}$ (8) – ряд геометричної прогресії, де "q" – знаменник прогресії.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ (9) – гармонічний ряд.

Покажемо, що для членів ряду (9) виконується умова (5), враховуючи, що:

$$a_n = \frac{1}{n}, a_{n+1} = \frac{1}{n+1}, a_{n+2} = \frac{1}{n+2}.$$

Відповідно до правої частини рівності (5) одержуємо:

$$\frac{2a_n \cdot a_{n+2}}{a_n + a_{n+2}} = \frac{2 \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n+2}}{\frac{1}{n} + \frac{1}{n+2}} = \frac{2 \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n+2}}{\frac{n+n+2}{n(n+2)}} = \frac{2}{2(n+1)} = \frac{1}{n+1}.$$

Умови виконуються, ряд (5) є гармонічним числовим рядом.

Далі розглянемо зв'язок між рядами (7) і (9). Спочатку розглянемо випадок ряду арифметичної прогресії (7) при умові, що в загальному члені ряду $a = 1$ і $d = 1$. Тобто ряд арифметичної прогресії має вигляд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (1 + (n - 1)) = \sum_{n=1}^{\infty} n \quad (10)$$

Представимо графічно ряди (9) і (10) на рис.1

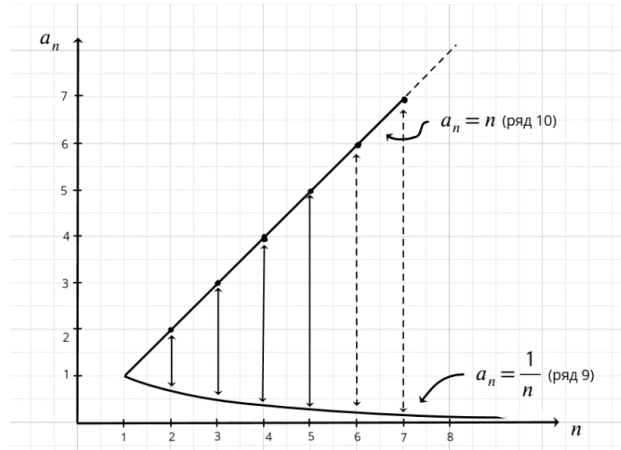


Рис. 1. Взаємно-обернена залежність між членами рядів (9) і (10)

Далі розглянемо узагальнений вид (7) ряду арифметичної прогресії, тобто для випадків коли $a = 1$ і $d \neq 1$ і має значення, які належать підмножині додатних дійсних чисел множини R .

Доведемо, що ряд виду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+(n-1)d}$, (11) є гармонічним рядом.

Доведення: Використаємо три послідовних перших члени ряду (11):

$$a_1 = \frac{1}{1} = 1; a_2 = \frac{1}{1+d}; a_3 = \frac{1}{1+2d}$$

Перевіримо виконання умови «гармонічності» для чисел a_1, a_2, a_3 . Тобто перевіримо виконання рівності:

$$a_2 = \frac{2 \cdot a_1 \cdot a_3}{a_1 + a_3} = \frac{2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1+2d}}{1 + \frac{1}{1+2d}} = \frac{\frac{2}{1+2d}}{\frac{2+2d}{1+2d}} = \frac{2}{2+2d} = \frac{1}{1+d}.$$

Умова «гармонічності» для чисел a_1, a_2, a_3 виконується. Покажемо, що ця умова має місце для будь-яких послідовних трьох членів ряду (11).

Нехай: $a_n = \frac{1}{1+(n-1)d}$; $a_{n+1} = \frac{1}{1+nd}$; $a_{n+2} = \frac{1}{1+(n+1)d}$. Обчислюємо вираз: $\frac{2a_n \cdot a_{n+1}}{a_n + a_{n+1}} = \frac{2 \cdot \frac{1}{1+(n-1)d} \cdot \frac{1}{1+(n+1)d}}{\frac{1}{1+(n-1)d} + \frac{1}{1+(n+1)d}} = \frac{2}{1+(n+1)d+1+(n-1)d} = \frac{2}{2+2nd} = \frac{1}{1+nd} = a_{n+1}, \forall n \in N.$

Доведено, що $\forall n \in N$ ряд (11) є гармонічним. Покажемо, що ряд (11) розбіжний $\forall d > 0$.

Для з'ясування сказаного використаємо відому з теорії числових рядів умову порівняння. Для цього запишемо загальний член ряду у вигляді:

$$a_n = \frac{1}{(1-d) + nd} = \frac{\frac{1}{d}}{\frac{1-d}{d} + n}$$

Розглянемо наступні випадки:

1) якщо $d = 1$, то одержується гармонічний ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$, розбіжність якого доводиться відомими різними методами математичного аналізу. Тому тотожній йому ряд (11) буде за ознакою порівняння також розбіжним;

2) якщо $d > 1$ то має місце нерівність:

$$\frac{1-d}{d} + n < n \rightarrow \frac{\frac{1}{d}}{\frac{1-d}{d} + n} \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \right) \quad (12)$$

За ознакою порівняння з розбіжності ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ доводиться розбіжність ряду (11)

3) якщо $d < 1$, то знов має місце нерівність (12).

Таким чином доведено, що $\forall d > 0$ гармонічний ряд (11) є розбіжним рядом.

Розглянуте доведення розбіжності ряду (1) можна пропонувати для студентів у вигляді задач.

Задача 1. Довести, що ряд (1) розбіжний, якщо $d = 1$.

Задача 2. Довести, що ряд (1) розбіжний, якщо $d > 1$.

Задача 3. Довести, що ряд (1) розбіжний, якщо $d < 1$.

Задача 4. Дослідити розбіжність ряду (1) за допомогою відомої граничної ознаки порівняння числових рядів.

Коло задач при вивченні числових рядів може бути поширено і за рахунок іншого варіанту зв'язку між гармонічним рядом і рядом арифметичної прогресії.

Розглянемо гармонічний ряд у вигляді:

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_n = C_1 + C_2 + \dots + C_n \dots, \quad (13), \quad \text{де } \forall C_n \text{ ряд } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{C_n} \quad (14) \text{ є рядом}$$

геометричної прогресії.

В такому випадку можливі задачі:

Задача 5. Відомі члени ряду (2) C_1 і C_2 . Знайдіть члени ряду C_3, C_4, C_5 і загальний член ряду C_n .

Задача 6. Відомі члени гармонічного ряду (2) C_1 і C_2 . Знайдіть ряд арифметичної прогресії, пов'язаний з заданими рядом (13).

Розглянемо приклади.

Задача 7. Відомі члени гармонічного ряду $C_1 = 3, C_2 = \frac{3}{2}$. Знайдіть C_3, C_4, C_5, C_6 та загальний член даного ряду.

За умовами задачі ряд гармонічний, тому відповідно до умови гармонічності запишемо рівність:

$$C_2 = \frac{2C_1 \cdot C_3}{C_1 + C_3} = \frac{2 \cdot 3 \cdot C_3}{3 + C_3} = \frac{3}{2} \rightarrow 6C_3 = \frac{9}{2} + \frac{3}{2}C_3 \rightarrow \text{одержуємо } C_3 = 1$$

Аналогічно знаходимо члени ряду: $C_4 = \frac{3}{4}, C_5 = \frac{3}{5}, C_6 = \frac{1}{2}$. Одержуємо гармонійний ряд, в якому відомі перші шість членів і для якого виконується рівність:

Таким чином загальний член одержаного гармонічного ряду $C_n = \frac{3}{n}$.

Але задачу можна розв'язати в інший спосіб, якщо використати показаний вище зв'язок між гармонічним рядом (11) і рядом арифметичної прогресії (13).

Для заданих членів гармонічного ряду $C_1 = 3$ і $C_2 = \frac{3}{2}$ відповідно до вказаного зв'язку членами ряду арифметичної прогресії будуть $a_1 = \frac{1}{3}$ і $a_2 = \frac{2}{3}$.

Відповідно до зв'язку між двома членами арифметичної прогресії за допомогою величин a_1 і a_2 знаходимо різницю прогресії: $d = a_2 - a_1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$. Таким чином загальний член арифметичної прогресії має вигляд $a_n = \left[\frac{1}{3} + \frac{(n-1)1}{3} \right] = \frac{n}{3}$. Враховуючи, що $C_n = \frac{1}{a_n} = \frac{3}{n}$.

При вивченні числових рядів однією з основних задач є знаходження загального члена ряду за допомогою низки відомих (заданих) членів ряду. Розв'язання кожної такої задачі потребує застосування окремих логічних дій. Однак у випадку гармонічних рядів задача знаходження загального члена може бути розв'язана лише маючи відомі два перших члена ряду C_1 і C_2 . В такому випадку загальний член ряду C_n може бути знайдений за формулою $C_n = \frac{C_1 \cdot C_2}{(n-1)C_1 - (n-2)C_2}$ (15).

Доведення формули (15) виконується за допомогою зв'язку між рядами гармонічної і арифметичної прогресії (13, 14). Відповідно до зв'язку для ряду $\sum_{n=1}^{\infty} C_n$ існує ряд арифметичної прогресії $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{C_n}$.

За властивістю ряду арифметичної прогресії записуємо: $\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_3} - \frac{1}{C_2} = \dots = \frac{1}{C_n} - \frac{1}{C_{n-1}} = d$ (1), де d – різниця арифметичної прогресії.

З рівності (1) переходимо до очевидної рівності:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} &= \frac{1}{C_n} - \frac{1}{C_{n-1}} \rightarrow \frac{1}{C_n} = \frac{1}{C_1} + (n-1) \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} \right) = \frac{1}{C_1} + n \frac{1}{C_2} - n \frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_1} \\ &= \frac{n-1}{C_2} - \frac{n-2}{C_1} = \frac{(n-1)C_1 - (n-2)C_2}{C_1 \cdot C_2} \rightarrow \\ C_n &= \frac{C_1 \cdot C_2}{(n-1)C_1 - (n-2)C_2} \end{aligned} \quad (16)$$

За допомогою формули (15) можна формулювати множину задач по знаходженню різноманітних гармонічних рядів та рядів арифметичної прогресії і розв'язувати завдання дослідницької спрямованості.

Приклади задач.

Задача 8. Відомі члени гармонічного ряду $c_1 = 2, c_2 = \frac{3}{2}$. Знайти: загальний член ряду C_n ; величини членів ряду C_7, C_8, C_9 ; загальний член ряду a_n арифметичної прогресії, яка має зв'язок з рядом $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{C_n}$; обчислити суму ряду арифметичної прогресії $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{C_n}$ для: $n = 10; n = 20; n = 25$.

1. Загальний член ряду C_n знаходимо за формулою (4):

$$C_n = \frac{2 \cdot \frac{3}{2}}{(n-1)2 - (n-2) \cdot \frac{3}{2}} = \frac{3}{2n - 2 - \frac{3}{2}n + 3} = \frac{3}{\frac{1}{2}n + 1} = \frac{6}{n+2} \quad (1)$$

2. Використовуючи формулу (1) обчислюємо члени ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{n+2}$: $C_7 = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$; $C_8 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$; $C_9 = \frac{6}{11}$.

3. Знаходимо загальний член арифметичної прогресії $a_n = \frac{1}{c_n} = \frac{n+2}{6}$.

Прогресія має вигляд:

$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{5}{6} + 1 + \frac{7}{6} + \dots + (n-1)d + \dots$, де $d = \frac{1}{6}$. Ряд арифметичної прогресії можна представити у вигляді: $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2} + \frac{(n-1)1}{6} \right] \approx \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{6}$

4. $S_{10} = \frac{10\left(\frac{1}{2}+2\right)}{2} = \frac{25}{2}$;

$$S_{20} = \frac{20\left(\frac{1}{2} + \frac{11}{3}\right)}{2} = 10\left(\frac{25}{6}\right) = \frac{125}{3}$$

$$S_{25} = \frac{25\left(\frac{1}{2} + \frac{27}{6}\right)}{2} = \frac{25\left(\frac{1}{2} + \frac{9}{2}\right)}{2} = \frac{125}{2}$$

Примітка. Ряд $C_n = \frac{c_1 \cdot c_2}{(n-1)c_1 - (n-2)c_2}$ можна вважати узагальненою формулою гармонічних рядів.

Далі розглянемо геометричну модель візуалізації процесу зміни членів рядів гармонічного та арифметичної прогресії наступного виду: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$; $\sum_{n=1}^{\infty} n$.

Використаємо модель на (рис. 2)

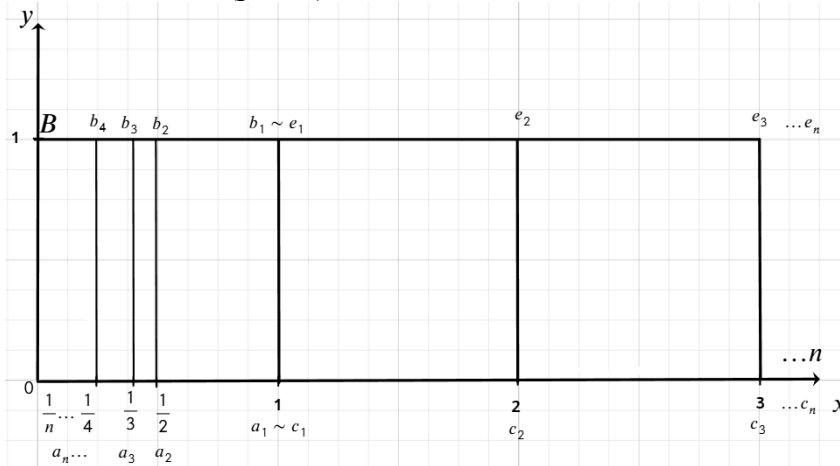


Рис. 2. Послідовності площ прямокутників: $\{S_{Oa_n b_n B}\}_{n=1}^{\infty}$; $\{S_{Oc_n e_n B}\}_{n=1}^{\infty}$;

Візуально спостерігаємо змінність членів вказаних послідовностей:

$$\{S_{Oa_n b_n B}\}_{n=1}^{\infty} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots \text{ (I)} \quad \text{(I)} \sim \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

$$\{S_{Oc_n e_n B}\}_{n=1}^{\infty} = 1 + 2 + 3 + \dots + n + \dots \text{ (II)} \quad \text{(II)} \sim \sum_{n=1}^{\infty} n$$

Маємо приклад квадратурної інтерпретації величин членів гармонічного ряду (1) і ряду арифметичної прогресії.

Але ця геометрична інтерпретація для учнів може бути не зрозумілою (парадоксальною). Дійсно, зрозуміло, що сума ряду площ квадратів з значенням $S_n = 1 \forall n \in \mathbb{N}$, тому коли $n \rightarrow \infty$, то сума площ S буде нескінченною, тому, що:

$$S = S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot 1 = \infty \text{ (17).}$$

Але не зрозумілим буде, чому сума площ S_n , розташованих в межах одного квадрата з площею $S = 1$ також є нескінченною?

Тому тут потрібно дати найбільш доступний варіант доведення. Спочатку варто виконати фрагментацію площ прямокутників послідовності $\{Oa_n b_n B\}_{n=1}^{\infty}$ у вигляді (рис. 3).

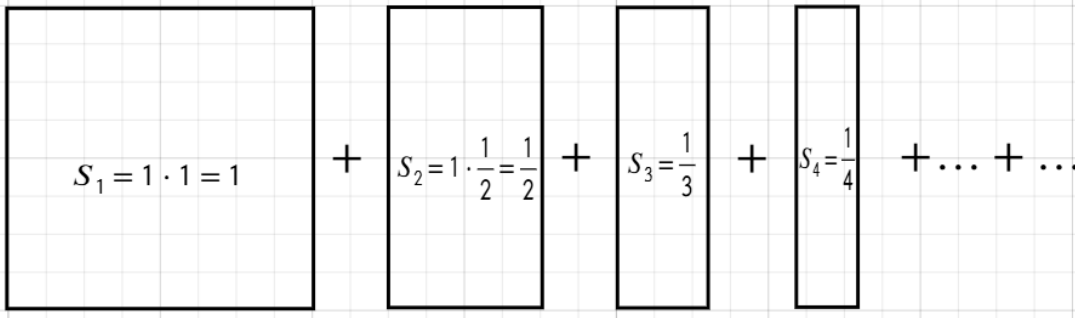


Рис. 3. Геометрична інтерпретація членів гармонічного ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$.

Далі виконуємо наступний ланцюжок дій:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} &= 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{16}\right) + \left(\frac{1}{17} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{32}\right) + \\ &\left(\frac{1}{33} + \frac{1}{34} + \dots + \frac{1}{64}\right) + \dots > 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{16}\right) + \left(\frac{1}{32} + \right. \\ &\left. \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{32}\right) + \dots = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2} + \dots = 1 + \frac{1}{2} + m \frac{1}{2} + \dots \rightarrow S_n = 1 + \frac{1}{2} + m \frac{1}{2} + \\ S_{n-m} &\rightarrow S = \left[1 + \frac{1}{2} + m \frac{1}{2} + S_{n-m}\right] = \infty \end{aligned}$$

Зв'язок між рядами: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ і $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ можна спостерігати на моделі, представленій на рис. 4.

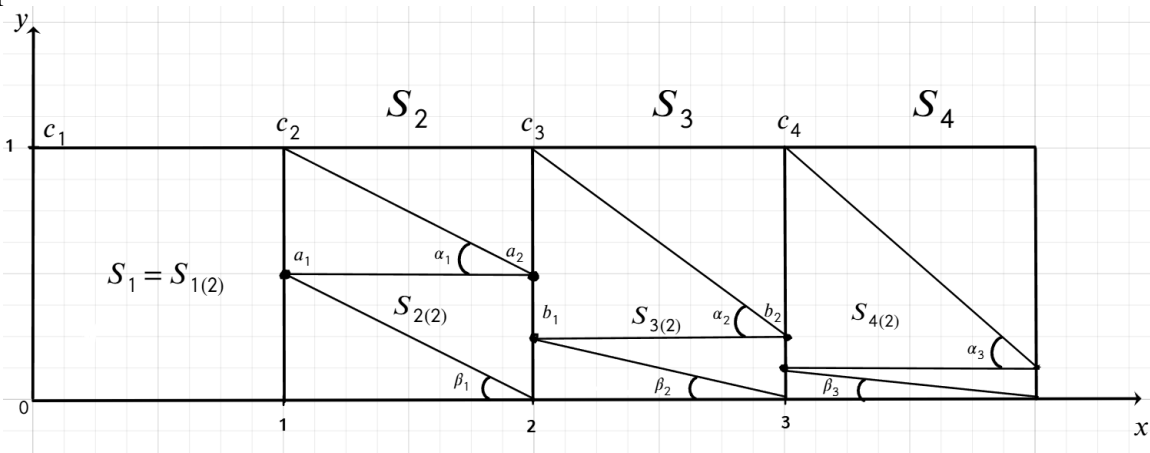


Рис. 4. $S'_1 = S'_2 = \dots = S'_n = 1$ для ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

$$S_{1(2)} = 1; S_{2(2)} = \frac{1}{2}; S_{3(2)} = \frac{1}{3}; \dots; S_{n(2)} = \frac{1}{n} \text{ для ряду } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

За допомогою моделі одержується ряд виду:

$$a_n = S_n - S_{n(2)} = 1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n} \rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{n}{n+1} \dots (18)$$

Зрозуміло, що $\frac{n}{n+1} = 1$, тому ряд (18) і гармонічний ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ можна сумісно розглядати у вигляді точкової геометричної інтерпретації рис.5

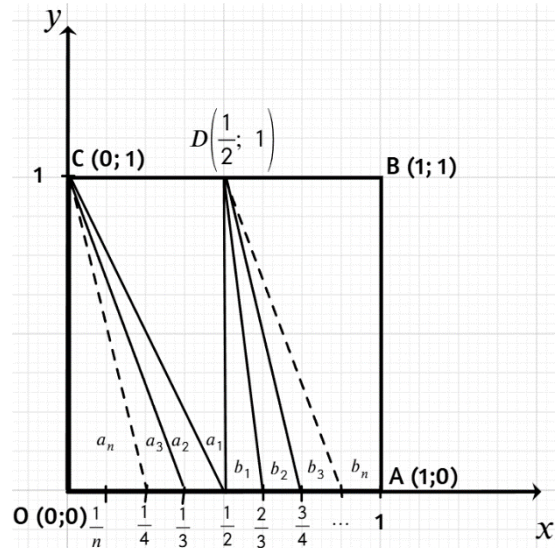


Рис. 5 Точкова інтерпретація рядів: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ і $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$

На рис. 5. Абсиси т.т. a_n відповідають величинам членів гармонічного ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1}$; абсиси т.т. b_n відповідають величинам ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$.

Якщо використати арифметичні дії над загальними членами даних рядів, то можна одержати наступні ряди:

- 1) $a_n + b_n = \frac{1}{n+1} + \frac{n}{n+1} = 1 \rightarrow \forall n \in N$ сума відрізків: $|0a_n| + |0b_n| = 1$.
- 2) $b_n - a_n = \frac{n}{n+1} - \frac{1}{n+1} = \frac{n-1}{n+1} \Rightarrow$ маємо ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n+1} = 0 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{3}{5} + \frac{2}{3} + \frac{5}{7} + \dots$
- 3) $b_n \cdot a_n = \frac{n}{n-1} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n-1} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1}$ гармонічний ряд, в якому $a_1 = \frac{1}{2}$
- 4) $b_n : a_n = \frac{n}{n+1} : \frac{1}{n+1} = n \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} n -$

ряд арифметичної прогресії з різницею $d = 1$.

Використовуючи моделі на рис. (4) і (5) можна одержати інші **числові шляхи розв'язання** наступних задач:

Модель (рис. 4).

Задача 1. Скласти і дослідити ряд величин діагоналей $|a_{n(n+1)}|$ **послідовності** прямокутників $\{a_n n(n+1)b_n\}_{n=1}^{\infty}$.

Задача 2. Скласти і дослідити ряд величин діагоналей $|c_{n+1}b_n|$ **послідовності** прямокутників $\{a_n b_n c_{n+2} c_{n+1}\}_{n=1}^{\infty}$.

Задача 3. Скласти і дослідити ряди: $\sum_1^{\infty} \alpha_n$; $\sum_1^{\infty} \beta_n$;

Модель (рис. 5).

Задача 1. Скласти і дослідити ряд величини послідовності відрізків $\{a_n c\}_{n=1}^{\infty}$.

Задача 2. Скласти і дослідити ряд величини послідовності відрізків $\{c b_{n+1}\}_{n=1}^{\infty}$.

Задача 3. Скласти і дослідити ряд довжин послідовності відрізків $\{a_n a_{n+1}\}_{n=1}^{\infty}$.

Задача 4. Скласти і дослідити ряд довжин послідовності відрізків $\{b_n b_{n+1}\}_{n=1}^{\infty}$.

Задача 5. Скласти і дослідити ряд площ послідовності прямокутних трикутників $\{\Delta O C a_n\}_{n=1}^{\infty}$.

Задача 6. Скласти і дослідити ряд величин **площ** **послідовності** трикутників $\{\Delta b_n D b_{n+1}\}_{n=1}^{\infty}$.

Задача 7. Скласти і дослідити **ряди тригонометричних функцій** **послідовностей** кутів:

а) $\{\langle a_n c a_{n+1} \rangle\}_{n=1}^{\infty}$

б) $\{\langle c a_n O \rangle\}_{n=1}^{\infty}$

в) $\{\langle b_n D b_{n+1} \rangle\}_{n=1}^{\infty}$

г) $\{\langle D b_{n+1} b_n \rangle\}_{n=1}^{\infty}$

Список задач може бути продовжений.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Використання розглянутих зв'язків між числовими рядами сприяє систематизації знань при вивченні розділу «Числові ряди»; застосування геометричних моделей дозволяє реалізовувати дидактичний принцип «візуалізації опанованих математичних понять»; геометрична інтерпретація членів числових рядів дає можливість формулювати дослідницькі задачі при вивченні числових рядів та числових послідовностей і використовувати їх розв'язання в якості курсових та магістерських робіт в процесі підготовки бакалаврів спеціальності «Математика». Розробка геометричних моделей студентами сприяє розвитку їх логічних та абстрактних компетентностей та дозволяє самостійно формулювати умови задач і демонструвати вміння самостійно їх розв'язувати

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Дзигарська, Н. С., Корольський, В. В., Михайлова, Я. А., Тураєва, О. В. (2023). Застосування геометричних моделей при вивченні теми «Числові послідовності» учнями ліцеїв. *Актуальні питання математичної освіти*, 22. (Dzyharska, N. S., Korolyskiy, V. V., Mykhailova, Y. A., Turaieva, O. V. (2023). Application of geometric models in studying the topic "Numerical sequences" by lyceum students. *Topical issues of mathematical education*, 22).
2. Корольський, В. В. (2017). Геометрична інтерпретація числових рядів. *Новітні комп'ютерні технології: науково-методичний збірник, редакційна колегія: С. О. Семеріков [та інші]*, Том XV, 57–63. (Korolyskiy, V. V. (2017). Geometric interpretation of numerical series. *Newest computer technologies: scientific-methodological collection*, editorial board: S. O. Semerikov [et al.], Volume XV, 57–63).
3. Корольський, В. В. (2018). Геометрична інтерпретація числового ряду арифметичної прогресії. *Новітні комп'ютерні технології: науково-методичний збірник, редакційна колегія: С. О. Семеріков [та інші]*, Том XVI, 59–66. (Korolyskiy, V. V. (2018). Geometric interpretation of the numerical series of an arithmetic progression. *Newest computer technologies: scientific-methodological collection*, editorial board: S. O. Semerikov [et al.], Volume XVI, 59–66).
4. Корольський, В. В., Римар, А. І. (2022). Геометрична інтерпретація числових рядів, пов'язаних з державною символікою. *Актуальні питання природничо-математичної освіти*, 2 (20), 29–38. (Korolyskiy, V. V., Rymar, A. I. (2022). Geometric interpretation of numerical series related to state symbols. *Topical issues of science and mathematical education*, 2 (20), 29–38).
5. Корольський, В. В., Тураєва, О. В. (2023). Генерація та дослідження числових рядів за допомогою геометричної моделі та комбінації рядів $\sum_{n=1}^{\infty} 1 \frac{1}{n}$ і $\sum_{n=1}^{\infty} 1 \frac{n}{n+1}$. *Актуальні питання природничо-математичної освіти*, 1 (21), 46–54. (Korolyskiy V. V., Turaieva O. V. (2023). Generation and research of numerical series using a geometric model and combinations of series $\sum_{n=1}^{\infty} 1 \frac{1}{n}$ and $\sum_{n=1}^{\infty} 1 \frac{n}{n+1}$. *Topical issues of science and mathematical education*, 1 (21), 46–54).
6. Корольський В. В., Шокалюк С. В., Мельниченко Ю. А. (2018). Теоретико-методичні засади геометричного моделювання числових рядів. *Фізико-математична освіта*, 4(18), 81–89. (Korolyskiy V. V., Shokaliuk S. V., Melnychenko Yu. A. 2018). Theoretical and methodological foundations of geometric modeling of numerical series. *Physical and mathematical education*, Issue 4(18), 81–89).
7. Проект концепції розвитку освіти України на період 2015–2025 років. (2014). URL: http://www.naiou.kiev.ua/files/zakon_ukr/proek-rozv-osvitu.pdf (Draft Concept of Education Development in Ukraine for the period 2015–2025. (2014). URL: http://www.naiou.kiev.ua/files/zakon_ukr/proek-rozv-osvitu.pdf).
8. Шкіль М. І. (1981). Математичний аналіз, ч II: Посібник для пед. інститутів. Київ. (Shkil M. I. (1981). *Mathematical analysis, part II: Handbook for pedagogical institutes*. Kyiv).

Korolyskiy V. V., Muravska D. I. Connections Between Numerical Series and Their Application in the Study of the "Series" Section of Mathematical Analysis.

The academic discipline of "Mathematical Analysis" is of fundamental importance in the training of teachers at the physics and mathematics faculties of higher pedagogical institutions.

"Numerical Series" is one of the main sections in its structure. The content of the "Numerical Series" section, during the learning process, has a significant field of connections with other sections of mathematical analysis. Therefore, the expansion of knowledge about "numerical series" and their further use to enhance the competence level of future bachelors in specialty 014.04. Secondary Education (Mathematics) must comply with modern requirements.

These requirements are outlined in the draft concept for the development of education in Ukraine for the period 2015–2025. Attention is focused on the development of an innovative environment where students acquire new knowledge and gain the skills to apply it in their future professional activities. In the context of the foregoing, the following questions become quite relevant: 1 – expanding the connections between basic concepts within individual sections of mathematical analysis; 2 – creating new problems for use in the process of studying the content of mathematical analysis. We will consider these issues concerning the "Numerical Series" section. In doing so, we will use the geometric interpretation of numerical series.

Key words: mathematical education, professional education of mathematics teachers, connections between numerical series, teaching methods.

Подано до друку 27.10.2025
Прийнято до друку 03.11.2025

УДК 373.5.016:[51-043.5]
DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/45-50

С.Є. Яценко
ORCID ID 0009-0009-4274-1177
Український державний університет
імені Михайла Драгоманова
А.М. Сергійчук
ORCID ID 0009-0000-1986-558X
лицей «Престиж»

ІНТЕГРАЦІЯ ЕЛЕМЕНТІВ КРИПТОГРАФІЇ В ПРОЦЕС НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІН МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТНЬОЇ ГАЛУЗІ УЧНІВ 5–6 КЛАСІВ

У статті обґрунтовано доцільність інтеграції елементів криптографії у процес навчання математики учнів 5–6 класів як ефективного засобу підвищення інтересу учнів у навчанні, сприяння розвитку логічного та формування алгоритмічного мислення. Мета дослідження полягає у теоретичному обґрунтуванні та практичній реалізації методики використання криптографічних завдань у навчанні математики для підвищення мотивації до опанування математичних понять, формування пізнавальної активності та стійкого інтересу до математики. У межах дослідження розроблено методику застосування елементів криптографії під час вивчення тем, пов'язаних із числами, діями над ними, послідовностями тощо. Запропоновано навчально-методичні матеріали, що передбачають шифрування та розшифрування навчальних математичних задач і текстів різного рівня складності. У процесі дослідження застосовано комплекс взаємопов'язаних методів: теоретичні (аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури, узагальнення, систематизація, моделювання методики навчання) та емпіричні (спостереження за навчально-пізнавальною діяльністю учнів, педагогічний експеримент, аналіз результатів навчання). Показано, що впровадження елементів криптографії сприяє розвитку в учнів навичок логічного та алгоритмічного мислення, вмінь аналізувати, кодувати й декодувати інформацію, підвищує інтерес до розв'язування нестандартних задач, стимулює творчу активність і пізнавальну самостійність. Розроблена методика може бути використана вчителями математики для збагачення змісту навчального матеріалу інноваційними компонентами, створення інтегрованих уроків математики та інформатики, а також у професійній підготовці майбутніх педагогів до реалізації міжпредметних технологій навчання. Отримані результати розширюють уявлення про можливість практичного застосування криптографії у шкільній освіті та відкривають перспективи подальших досліджень щодо інтеграції елементів інформаційної безпеки в освітній процес.

Ключові слова: елементи криптографії; інтеграція криптографічних завдань, числові шифри, криптарифми, навчання математики, алгоритмічне мислення, міжпредметна інтеграція, шифрування і дешифрування, пізнавальна активність.

Постановка проблеми. Сучасний стрімкий розвиток інформаційних технологій та зростання потреби у забезпеченні інформаційної безпеки визначають підвищення значущості підготовки учнів до розуміння основ криптографії. Інтеграція елементів криптографії у процес вивчення математики в 5–6 класах дозволяє підвищити зацікавленість учнів у навчанні, сприяти розвитку логічного й алгоритмічного мислення. Практичні завдання з шифрування та дешифрування стимулюють аналітичні здібності та креативний підхід до розв’язування задач, роблять математику більш захопливою і прикладною. Розроблена методика використання елементів криптографії у курсі математики 5–6 класів та запропоновані навчально-методичні матеріали, що передбачають шифрування та розшифрування навчальних математичних задач і текстів початкового рівня, сприятимуть формуванню в учнів алгоритмічного та логічного мислення, розвитку навичок аналізу й кодування інформації, підвищенню мотивації до вивчення математики та інформатики, а також забезпеченню ефективної міжпредметної інтеграції математичних і комп’ютерно-інформаційних знань. Отже, використання елементів криптографії у навчальному процесі є своєчасним та перспективним напрямом педагогічної діяльності.

Аналіз актуальних досліджень. Проблема інтеграції елементів криптографії в освітній процес, зокрема у навчання математики, привертає значну увагу науковців. Переважна більшість досліджень у цій галузі належить зарубіжним авторам і стосується, головним чином, вищої математичної освіти. Частина з них можна адаптувати до навчання математики в закладах середньої освіти. Водночас питання впровадження криптографічних елементів у навчання математики на рівні базової середньої освіти розроблене недостатньо. Це зумовлює потребу у створенні відповідних методичних підходів, спрямованих на адаптацію криптографічних понять до змісту шкільного курсу математики та забезпечення їх ефективної інтеграції у навчальний процес.

Так White T. досліджено середовище навчання, в якому учні розв’язують задачі шифрування/дешифрування через функції, із акцентом на розвиток умінь працювати зі змінними. Показано, що криптографічні контексти при цьому можуть підтримувати більш глибоке розуміння математичних понять [1]. Triguí M.S. і Alhazzawi D.M. описали інтерактивний онлайн-інструмент, що використовує модульну арифметику як основу для навчання криптографії і пов’язаних з нею математичних тем. Ними проведено експеримент, який показав покращення засвоєння матеріалу з точки зору зручності, ефективності і мотивації [2]. Авторський колектив (Sánchez G.R., Encinas A.H., Hernández Encinas L., Martín del Rey A., Queiruga Dios) запропонував курс з криптографії як факультатив для студентів комп’ютерної інженерії, із описом базової математичної підготовки (модульна арифметика, теорія чисел тощо). Дослідження показало, як математичні знання інтегруються з криптографічними темами в освітньому контексті [3]. Gaio A. (2023) описано навчально-пізнавальну послідовність (TLS) для старшої школи на тему криптографії, з особливою увагою до теми публічного ключа. Підкреслено мотиваційний аспект, міжпредметний характер (математика + інформатика) та дизайн дослідження [4]. Roldán-Zafra J. і Perea C. запропонували дизайн майстер-класу у науковому музеї зі стратегічним використанням STEAM-підходу, в якому темою є криптографія для вивчення математики. Такі інтерактивні підходи сприяють залученню учнів і розвитку міжпредметних навичок [5]. Lodi M., Carrisi M.C. та Martini S. дослідили використання теорії дидактичних ситуацій для аналізу, як криптографія може бути «мостом» між математикою та інформатикою. Ними показано, що теми публічного-ключа та алгоритмів можуть служити середовищем для розвитку алгоритмічного мислення та міжпредметної інтеграції. Також ними проведено дослідження спрямоване на введення ідей криптографії в початковій школі (primary school), описано початкові шифрувальні/розшифрувальні активності як засіб навчання [7; 1]. Nana P.W., Prasetyo описали як шифр Хілла та Рубіків куб $3 \times 3 \times 3$ можуть бути використані як навчальний матеріал в математиці для підвищення інтересу до теми безпеки інформації. Запропонований ними формат діяльності (шифрування, ігровий елемент) може бути адаптований до 5–6 класів [2]. Цікаве дослідження присвячене поєднанню шифру Віженера і методики з кубом Рубіка $4 \times 4 \times 4$ у викладанні

математики. Автори не виокремлюють конкретно 5–6 клас, але освітня діяльність зі шифруванням і тривимірним маніпулятивним елементом створює наближений до цього контекст [3].

Мета статті полягає в теоретичному обґрунтуванні та практичній реалізації методики інтеграції елементів криптографії в процес навчання математики учнів 5–6 класів з метою формування в них алгоритмічного мислення, підвищення інтересу до математики та розвитку міжпредметних зв'язків.

Виклад основного матеріалу. Для ефективного впровадження елементів криптографії у навчання математики необхідно приділити увагу розробці відповідних завдань, вибору адекватних інтерактивних методів навчання, а також використанню позакласних форм роботи. Розглянемо, як інтегрувати криптографічні завдання в уроки математики, які методи навчання сприяють активному залученню учнів до криптографічної діяльності, та яким чином організувати позакласну роботу (гурток) для поглиблення знань.

Розпочинати інтеграцію криптографічних завдань у процес навчання математики доречно з розробки таких завдань для уроків математики. Це є важливою складовою впровадження елементів криптографії у навчальний процес. Ефективність таких завдань залежить від того на скільки їх розв'язання спонукає учнівство поєднувати теоретичні знання з практичними навичками, сприяючи формуванню інтересу до предмета, розвитку їхнього логічного мислення, та творчого підходу до вирішення задач. При проектуванні криптографічних задач необхідно враховувати вікові особливості учнів та їхній рівень знань. Для учнів 5–6 класів доцільно використовувати завдання з чіткою структурою та покроковими інструкціями. Учням цього віку доступні:

- числові шифри, що залучають до роботи з арифметичними операціями чи таблицями (наприклад, таблицею множення);
- криптарифми, які вимагають складання рівнянь для знаходження розгадки;
- прості шифри заміни, що формують уявлення про основи алгоритмів (наприклад, шифр з фіксованим зміщенням літер).

Одним із прикладів навчальної задачі може бути розшифрування повідомлення, закодованого за допомогою таблиці відповідності букв і чисел. Учні повинні виконати задані арифметичні дії (наприклад, додати або відняти певне число для кожного елемента тощо), щоб відновити оригінальне слово. Такі вправи дають змогу одночасно повторити основи арифметики (додавання чи віднімання) та закріпити знання алфавіту.

Можна пропонувати наступні завдання.

1. Числові шифри

Задача 1.1. Розшифруйте код: 18-12-15-1-5, якщо літери кодувались як (номер букви – порядковий номер у слові).

Задача 1.2. Закодуйте слово “МАТЕМАТИКА”, замінивши кожен літеру її номером у зворотному алфавіті (Я=1, Ю=2, ..., А=33).

Задача 1.3. Слово “КРИПТОГРАФІЯ” закодовано за правилом: до номера літери додають кількість голосних у слові. Розшифруйте правило.

2. Криптарифми

Задача 2.1. У рівності «АРК + АРК = КОД» кожна буква відповідає одній цифрі. Визначте значення кожної букви, якщо жодна цифра не повторюється.

Задача 2.2. У слові “ШИФР” замініть кожен букву на число за правилом: “номер букви в алфавіті $\times 2$ ”. Знайдіть суму отриманих чисел.

Задача 2.3. У слові “ГРА” кожна літера позначає цифру. Сума всіх трьох цифр дорівнює 15. Скільки варіантів?

Задача 2.4. «А + Б = В» Якщо А, Б і В – тризначні числа, де кожна цифра – літера, складіть приклад криптарифма.

Важливим принципом є поступове ускладнення завдань. Спочатку учням пропонують задачі, де шифр розшифровується за одним простим правилом. Згодом правила можуть комбінуватися, а в умову з'являються додаткові обмеження. Такий поетапний підхід дозволяє адаптувати матеріал до різних рівнів готовності класу: сильніші учні отримують складніші виклики, тоді як учні з початковим рівнем засвоюють базові принципи на наочних прикладах.

Також доречно практикувати інтерактивні методи навчання: квести, задачі-шифри, ігрові технології.

Інтерактивні методи навчання – сучасний підхід до організації освітнього процесу, що передбачає активну участь учнів у навчальній діяльності. Впровадження елементів криптографії через квести, задачі-шифри та ігрові технології створює умови для глибшого занурення учнів у матеріал і стимулює їхню пізнавальну активність.

Квести є одним із найефективніших способів використання криптографічних завдань у навчанні. Наприклад, для закріплення знань з геометрії можна запропонувати учням знайти «скарб», виконуючи послідовність завдань, кожне з яких закодоване за допомогою шифру. В ході такого квесту діти розгадують шифровані підказки, застосовуючи математичні знання – наприклад, обчислюють площі фігур або розв'язують рівняння, щоб отримати наступну підказку. Додатково можна використовувати QR-коди: учні сканують код, отримують зашифроване завдання. Розшифрувавши його можуть рухатися далі по сюжету квесту.

Задачі-шифри – різновид завдань, у яких навчальний матеріал подано у формі закодованої інформації. Наприклад, можна дати учням формули, в яких змінні замінені на шифри, і для розв'язання задачі спершу треба дешифрувати вираз. Подібні завдання допомагають краще зрозуміти зв'язок між абстрактними математичними поняттями та їхнім практичним застосуванням. Для учнів 5-6 класів доцільно пропонувати задачі на основі простих шифрів (наприклад, шифр Цезаря), тоді як для учнів старшого віку можна використовувати складніші алгоритмічні шифри (наприклад, шифр Віженера).

Ігрові технології вносять елемент змагання в навчання. Наприклад, клас можна поділити на команди, які змагаються у швидкості розгадування шифрів та/або розв'язування математичних задач із криптографічними елементами. Для прикладу, учні отримують набір математичних задач, розв'язки яких є ключем до шифру, що відкриває «секретну кімнату» в класі. Така діяльність розвиває комунікативні навички, уміння працювати в команді й стимулює інтерес до предмета.

Інтерактивні методи також дозволяють забезпечити індивідуальний підхід. Під час виконання завдань учитель може спостерігати, як кожен учень вирішує проблему, і відповідно коригувати рівень складності наступних задач залежно від потреб дитини. Це робить інтерактивні технології важливим компонентом сучасного навчального процесу, адже вони дають змогу одночасно залучити весь клас і приділити увагу прогресу кожного учня.

Окрім аудиторної роботи для поглибленого вивчення елементів криптографії учнями можна використовувати позакласну роботу, зокрема, гурткову роботу.

Гурткова робота надає чудову можливість які стимулюють підвищений інтерес до математики та інших STEM-дисциплін. У позакласній діяльності можна значно розширити спектр завдань і підходів, що виходять за межі шкільної програми, та забезпечити більш детальне занурення в матеріал.

Основна перевага гуртка полягає в тому, що він дозволяє організувати навчання у менш формальному середовищі. Учні можуть працювати над творчими проєктами, які передбачають розробку власних шифрів або навіть створення настільних ігор із криптографічними елементами. Наприклад, гуртківці можуть спільно створити гру, засновану на шифруванні, де учасники розгадують ключі і отримують бали за швидкість та точність. Такі заняття розвивають креативність, аналітичне мислення та вміння презентувати свої ідеї.

Одним із ефективних напрямів гурткової роботи є організація міні-досліджень, у рамках яких учні аналізують реальні історичні приклади використання криптографії – наприклад шифр Цезаря, шифр Віженера чи роботу машини «Енігма». Це дозволяє не лише краще зрозуміти принципи дії шифрів, а й формує уявлення про історичний контекст їх застосування.

До прикладу наступні завдання.

Задача 3.1. Розшифруйте текст «КЛЮЧ»», використовуючи шифр Цезаря зі зсувом на 3 праворуч.

Задача 3.2. Закодуйте фразу «ТЕХНОЛОГІЯ», використовуючи шифр Віженера з ключовим словом «КОД».

Задача 3.3. Кожна буква «ТАЄМНИЦЯ» замінена на іншу згідно таблиці (наведено: Т→П, А→Б, Є→Ж, М→Л, Н→З, И→І, Ц→Ш, Я→Ю). Зашифруйте.

Задача 3.4. Закодуйте слово «КРИПТОАНАЛІЗ» з використанням ключа «ПАРОЛЬ» (шифр Віженера).

Гурток також створює умови для проведення змагань – зокрема, турнірів із розгадування шифрів або тематичних математичних олімпіад, що включають криптографічні задачі. Такі заходи стимулюють учнів до самостійної роботи, розвивають навички командної співпраці та поглиблюють розуміння математичних концепцій. Наприклад, у змаганнях можуть пропонуватися завдання, в яких потрібно знайти ключ шифру за допомогою арифметичних дій, геометричних побудов чи навіть основ теорії чисел.

Позакласна діяльність є чудовим середовищем і для залучення учнів до програмування. На гурткових заняттях діти можуть пробувати створювати найпростіші програми для шифрування та дешифрування тексту на основі вивчених алгоритмів. Це допомагає формувати практичні навички, які будуть цінними у подальшій освіті та кар'єрі (наприклад, навички роботи з мовами програмування, логічного структурування коду тощо). Загалом, гурткова робота з елементами криптографії сприяє формуванню в учнів не лише глибших математичних знань, а й ключових компетентностей – аналітичного мислення, креативності, вміння працювати в команді та презентувати результати своєї роботи. Окрім зазначеного вище використання елементів криптографії у навчальному процесі може слугувати ефективним інструментом для формування початкових навичок програмування в учнів основної школи. Завдяки своїй практичній спрямованості криптографічні завдання розвивають алгоритмічне мислення, знайомлять учнів із базовими концепціями програмування та підвищують їхній інтерес до інформаційних технологій.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Впровадження елементів криптографії у навчання математики 5-6 класів має перспективи подальших наукових розвідок для учнівства. Однією з основних перспектив є інтеграція криптографічних алгоритмів у навчальне програмування мовами, доступними для учнів, – наприклад, Python або Scratch. На базовому рівні школярі можуть створювати прості програми для шифрування та дешифрування тексту. Наприклад, програма для реалізації шифру Цезаря міститиме роботу з циклами, умовними операторами та функціями, що формує уявлення про структуру коду та основні принципи його роботи.

Крім того, учні можуть створювати візуалізації процесів шифрування за допомогою інтерактивних середовищ програмування. Це дозволяє краще зрозуміти принципи роботи алгоритмів. Зокрема, у Scratch учні можуть запрограмувати покрокову зміну символів у тексті або зробити гру, де для переходу на новий рівень потрібно розгадати шифр. Подібні завдання сприяють розвитку не лише навичок програмування, а й творчого підходу до розв'язання проблем.

Більш просунутий напрям – ознайомлення учнів із складнішими алгоритмами шифрування, такими як шифр Віженера або основи асиметричної криптографії. Учні старших класів можуть дізнатися про принципи роботи з ключами та гешування, спробувавши запрограмувати їхні базові версії. Наприклад, вивчення алгоритму RSA можна організувати через написання програми, що генерує прості числа і обчислює модуль та ключі для шифрування. Ще одна перспективна можливість – створення інтерактивних навчальних платформ, які об'єднують завдання з криптографії та програмування. Такі платформи можуть містити послідовність вправ, де учні крок за кроком створюють функціональний криптографічний алгоритм, поступово опановуючи нові концепції програмування.

Використання криптографії сприяє також міждисциплінарному підходу в навчанні. Завдання, що поєднують математику, інформатику та історію (наприклад, аналіз історичних шифрів), формують у учнів більш цілісне світобачення та розуміння зв'язків між різними науками. Таким чином, впровадження елементів криптографії відкриває широкі можливості для формування навичок програмування, розвитку критичного мислення та підвищення зацікавленості учнів у STEM-дисциплінах. Це створює передумови для їх підготовки до майбутньої професійної діяльності в галузі інформаційних технологій.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Gaio, A. (2023). *A cryptography teaching-learning sequence for high school and the concept of public-key cryptography*. *Rivista di Matematica dell'Università di Parma*, 14, 249–264.

2. Lodi, M., Carrisi, M.C., & Martini, S. (2024). *Big Ideas of Cryptography in Primary School*. In *Proceedings of the 2024 Innovation and Technology in Computer Science Education (ITiCSE 2024)* ACM, 206–212. Retrieved from: <https://doi.org/10.1145/3649217.3653548>
3. Lodi, M., Carrisi, M.C., & Martini, S. (2022). *Cryptography as a field to foster interactions between mathematics and informatics*. Paper presented at CERME (Central European Research in Mathematics Education).
4. Nana, Prasetyo, P.W. (2021). *An implementation of Hill Cipher and 3×3×3 Rubik's cube to enhance communication security*. *Bulletin of Applied Mathematics and Mathematics Education*, 1(2), 75-92. Retrieved from: <https://doi.org/10.12928/bamme.v1i2.4252>.
5. Roldán-Zafra, J., & Perea, C. (2022). *Math Learning in a Science Museum – Proposal for a Workshop Design Based on STEAM Strategy to Learn Mathematics*. *The Case of the Cryptography Workshop*. *Mathematics*, 10(22), 4335, 21. Retrieved from: <https://doi.org/10.3390/math10224335>.
6. Sánchez, G.R., Encinas, A.H., Hernández Encinas, L., Martín del Rey, A., & Queiruga Dios, A. (2014). *Cryptography: optional subject in the degree in computer engineering in information technologies*. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 2(2A), 54–57. Retrieved from: <https://doi.org/10.30935/scimath/9626>.
7. Safitri, R., Prasetyo, P., Wijayanti, D., Arifin, S., & Setyawan, F. (2023). *Text security by using a combination of the Vigenère cipher and the Rubik's cube method of size 4×4×4*. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 14(02), 281-297.
8. Trigui, M.S., & Alghazzawi, D.M. (2012). *Learning the related mathematics to cryptography by interactive way*. *International Journal of Modern Education and Computer Science*, 4(2), 8–14. Retrieved from: <https://doi.org/10.5815/ijmecs.2012.02.02>.
9. White, T. (2009). *Encrypted objects and decryption processes: Problem-solving with functions in a learning environment based on cryptography*. *Educational Studies in Mathematics*, 72, 17–37. Retrieved from: <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9180-y>.

Yatsenko S., Serhiichuk A. Integration of cryptography elements into the teaching process of mathematical disciplines for students in grades 5-6.

The article substantiates the feasibility of integrating cryptographic elements into the process of teaching mathematics to students in grades 5–6 as an effective means of increasing students' interest in learning, promoting the development of logical and algorithmic thinking. The purpose of the study is to theoretically substantiate and practically implement the methodology for using cryptographic tasks in teaching mathematics to increase motivation to master mathematical concepts, form cognitive activity and a sustainable interest in mathematics. Within the framework of the research, a methodology for applying cryptographic elements when studying topics related to numbers, actions on them, sequences, etc. has been developed. Educational and methodological materials have been proposed that involve the encryption and decryption of educational mathematical problems and texts of various levels of complexity. In the process of the research, a set of interrelated methods has been applied: theoretical (analysis of psychological, pedagogical and methodological literature, generalization, systematization, modeling of teaching methods) and empirical (observation of students' educational and cognitive activities, pedagogical experiment, analysis of learning results). It is shown that the introduction of cryptography elements contributes to the development of students' logical and algorithmic thinking skills, the ability to analyze, encode and decode information, increases interest in solving non-standard problems, stimulates creative activity and cognitive independence. The developed methodology can be used by mathematics teachers to enrich the content of educational material with innovative components, create integrated lessons in mathematics and computer science, as well as in the professional training of future teachers for the implementation of interdisciplinary teaching technologies.

Key words: *elements of cryptography; integration of cryptographic tasks, numerical ciphers, cryptarithms, teaching mathematics, algorithmic thinking, interdisciplinary integration, encryption and decryption, cognitive activity.*

*Подано до друку 26.10.2025
Прийнято до друку 03.11.2025*

РОЗДІЛ 2. СПРЯМОВАНІСТЬ НАВЧАННЯ
ДИСЦИПЛІН ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОГО ЦИКЛУ
НА РОЗВИТОК ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ УМІВ ТА ТВОРЧИХ ЗДІБНОСТЕЙ
УЧНІВ ТА СТУДЕНТІВ

УДК 373.5.016:512:159.955

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/51-55

Ю. С. Гузьман

ORCID ID 0000-0003-4045-1431

Черкаський національний
університет ім. Б. Хмельницького

РОЗВИТОК КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ
НА УРОКАХ АЛГЕБРИ В 7 КЛАСАХ

У статті досліджено теоретичні та методичні аспекти формування критичного мислення учнів 7-х класів у процесі вивчення курсу алгебри. Авторкою проаналізовано стан проблеми у сучасній педагогічній теорії та практиці, визначено ключові дефіцити в розумовій діяльності семикласників при переході від арифметичного до алгебраїчного матеріалу. Обґрунтовано доцільність впровадження технології розвитку критичного мислення як інструменту подолання застарілого стилю навчання. Розкрито специфіку основних етапів уроку в контексті вивчення лінійних рівнянь, степенів та многочленів. Стаття містить практичні рекомендації щодо застосування інтерактивних методів, які сприяють розвитку аналітичних здібностей школярів.

Ключові слова: *Нова українська школа, базова середня освіта, навчання алгебри, математична компетентність, інтелектуальний розвиток, критичне мислення, технології навчання.*

Актуальність теми. Сучасний етап реформування загальної середньої освіти в Україні, що реалізується через концепцію «Нова українська школа», висуває принципово нові вимоги до результатів навчання. Пріоритетом стає не просто накопичення низки знань, а формування ключових компетентностей, серед яких провідне місце посідає здатність до критичного мислення. У світі, перенасиченому інформацією, випускник школи має володіти інструментами аналізу, оцінки та синтезу даних, бути здатним розрізняти факти та судження, виявляти логічні помилки та приймати обґрунтовані рішення.

Математична освіта, і зокрема курс алгебри, має унікальний потенціал для розвитку цих якостей. Алгебра в 7 класі є фундаментальною дисципліною, яка фактично закладає базу для всього подальшого вивчення точних наук. Саме на цьому етапі учні вперше стикаються з високим рівнем абстракції: перехід від конкретних чисел до буквеної символіки, введення поняття змінної, функції, тотожного перетворення. Цей перехід часто супроводжується інтелектуальною кризою, оскільки звичні алгоритми арифметики перестають бути універсальними.

Розвиток критичного мислення в цей період є не просто бажаним, а необхідним фактором успішної адаптації учня до нового предмета. Він дозволяє трансформувати вивчення алгебри з механічного запам'ятовування формул (як-от формули скороченого множення або правила роботи зі степенями) у свідомий процес конструювання математичних моделей.

Аналіз стану проблеми. Аналіз практики викладання математики показує, що значна частина учнівства 7-х класів демонструє переважно репродуктивний рівень мислення. Це виявляється у спробах розв'язувати завдання виключно за шаблоном. Як тільки умова задачі зазнає навіть незначних структурних змін, учні часто опиняються в безпорадній ситуації. Моніторингові дослідження свідчать, що причиною низької успішності часто є не відсутність знань базових означень, а неспроможність проаналізувати умову, встановити причинно-наслідкові зв'язки та здійснити самоперевірку отриманого результату.

Традиційна методика навчання алгебри, орієнтована на ілюстративно-пояснювальний метод, часто обмежує самостійність учня [9]. Вчитель подає готовий алгоритм, а учень його дублює. У таких умовах критичне мислення залишається незадіяним. Водночас вимоги часу та нові освітні стандарти вимагають від вчителя математики перегляду методичного інструментарію та пошуку шляхів активізації пізнавальної діяльності школярів.

Критичне мислення у контексті математики – це здатність розглядати об'єкт з різних точок зору, бачити альтернативні шляхи розв'язування, оцінювати їх раціональність та коректність [8]. Для 7-го класу це особливо актуально при вивченні таких складних тем, як «Лінійні рівняння з однією змінною», «Властивості степенів» та «Многочлени». Впровадження технології розвитку критичного мислення дозволяє змістити акцент із результату (отримання відповіді) на процес (аналіз шляху до цієї відповіді).

Постановка проблеми. Проблема формування критичного мислення в учнів 7-х класів при вивченні алгебри потребує особливої уваги через психологічні особливості цього вікового періоду та специфіку навчального матеріалу. У 12–13 років підлітки переходять до стадії формальних операцій, що характеризується здатністю будувати гіпотези та здійснювати дедуктивні міркування. Однак, як показує практика, цей перехід не відбувається автоматично. Без цілеспрямованого педагогічного впливу мислення учнів залишається на рівні «механічного копіювання» зразків, наданих учителем [2; 5].

Основна суперечність полягає в тому, що програма з алгебри для 7 класу вимагає високої міри абстрагування (оперування змінними, перетворення виразів, розуміння функціональних залежностей), тоді як більшість учнів намагається застосувати до цього матеріалу конкретно-обчислювальні навички [3]. Хоча базові алгоритми мислення формуються ще в початковій ланці освіти та розвиваються в адаптаційному циклі (5-6 класи), при переході до вивчення алгебри переважає репродуктивний підхід до засвоєння знань, що призводить до появи стійких помилок, наприклад, при розкритті дужок, роботі з від'ємними числами або піднесенні до степеня від'ємних значень.

Критичне мислення в даному контексті виступає як запобіжний механізм, що дозволяє учневі зупинитися, проаналізувати власну логіку, порівняти її з правилом і самостійно виявити невідповідність. Проблема полягає в тому, що в традиційній методиці навчання математики часто бракує часу на таку «інтелектуальну паузу». Урок перетворюється на гонитву за кількістю розв'язаних прикладів, де якість розумового процесу замінюється швидкістю маніпуляцій з цифрами. Таким чином, постає нагальна потреба у впровадженні методів, які б стимулювали учня до сумніву, перевірки та аргументації кожного кроку розв'язання.

Аналіз актуальних досліджень. Питання розвитку критичного мислення є об'єктом прискіпливої уваги вітчизняних науковців, кожен з яких акцентує увагу на різних аспектах цієї багатогранної проблеми.

Н. А. Тарасенкова, розробляючи засади компетентнісного підходу в навчанні математики, наголошує, що критичність мислення є невід'ємною частиною математичної грамотності [7]. У своїх працях дослідниця підкреслює, що математика має унікальну мову, яка вимагає від учня граничної точності. За Тарасенковою, процес навчання має бути побудований так, щоб учень постійно перебував у ситуації вибору методу розв'язування, оцінки його раціональності та перевірки на достовірність. Вона зазначає, що розвиток критичного мислення можливий лише за умови зміщення акценту з «результату» на «спосіб дії», що дозволяє формувати у семикласників усвідомлений підхід до вивчення алгебраїчних структур.

В. І. Ковальчук фокусує увагу на інноваційній складовій освітнього процесу. Він стверджує, що розвиток критичного мислення неможливий у межах авторитарної педагогіки [4]. Дослідник пропонує розглядати урок математики як простір для інтелектуального партнерства. У своїх працях Ковальчук обґрунтовує, що використання проблемних методів навчання та інтерактивних технологій створює «ситуацію успіху» для учня, де його власна думка, навіть якщо вона містить помилку, стає цінним матеріалом для аналізу. Це допомагає подолати страх перед складними темами алгебри, такими як системи рівнянь чи функції.

В. М. Макаренко та О. О. Туманцова зробили значний внесок у технологізацію процесу формування критичного мислення. Вони розглядають цей тип мислення як систему

стратегій, які можна і треба тренувати. Науковці пропонують конкретні алгоритми (методи «Кластер», «Сенкан», «Прес»), адаптовані для шкільної практики [5]. Їхня позиція базується на тому, що критичне мислення – це мислення самостійне, інформативне та соціальне. Тобто учень має навчитися працювати з інформацією не відсторонено, а через призму власного досвіду, обмінюючись думками з іншими учасниками освітнього процесу.

С. О. Терно досліджує розвиток критичного мислення з позиції когнітивної психології та педагогіки. Він визначає його як здатність людини усвідомлювати власні мисленнєві операції та керувати ними [8]. На думку вченого, критичне мислення на уроках математики виявляється через вміння здійснювати рефлексію, будувати логічні обґрунтування та спростовувати хибні твердження. Терно акцентує увагу на тому, що вчитель повинен створювати умови для виникнення «когнітивного конфлікту», коли старі способи дії не спрацьовують у нових умовах, що стимулює активну мисленнєву діяльність учня.

Таким чином, незважаючи на значну кількість напрацювань, питання методичного наповнення уроків алгебри в 7 класі конкретними вправами для розвитку критичного мислення потребує подальшої деталізації, що і зумовило вибір теми нашого дослідження.

Метою статті є теоретичне обґрунтування та методичне проектування застосування технології розвитку критичного мислення (ТРКМ) на уроках алгебри в 7 класі. У роботі ставиться завдання продемонструвати, як специфічні інструменти ТРКМ (такі як кластери, «фішбоун», діаграми Венна, прийом «Знаю – Хочу дізнатися – Дізнався») можуть бути інтегровані в процес вивчення тем «Лінійні рівняння», «Степінь», «Многочлени» та «Функції» для підвищення рівня освітніх досягнень учнів та формування їхньої інтелектуальної самостійності.

Виклад основного матеріалу. Критичне мислення в контексті навчання алгебри ми розглядаємо як складний інтелектуальний процес, що базується на трикомпонентній структурі уроку. Кожна фаза уроку має свої методичні цілі та відповідний інструментарій.

1. Актуалізація знань.

Мета цього етапу – не просто повторити пройдений матеріал, а змусити учня усвідомити власні прогалини в знаннях та зацікавити новою темою.

– Прийом «Асоціативний куц» (Тема: «Функція»).

Вчитель пропонує учням назвати всі поняття, які асоціюються зі словом «Функція». На дошці з'являються записи: «графік», «залежність», «координати», «змінна», «пряма».

Критичний аспект. Після створення куца вчитель ставить запитання: «Чи є функцією зв'язок між температурою повітря та часом доби? Чому?». Це змушує учнів перейти від термінології до аналізу реальних процесів [2,5].

– Прийом «Знаю – Хочу дізнатися – Дізнався» (Тема: «Степінь з натуральним показником»).

Учні креслять таблицю. У колонку «Знаю» записують знання про множення чисел. У колонку «Хочу дізнатися» формують запитання: «Чи можна підносити до степеня від'ємні числа?», «Як швидко перемножити 2^5 на 2^{10} ». Це створює внутрішню мотивацію до пошуку відповідей у підручнику.

2. Формування нових знань, навичок і вмінь.

Це основний етап, де відбувається робота з новими алгебраїчними поняттями. Тут важливо відійти від лекційної форми на користь активної роботи учнів.

– Метод «Кластер» (Тема: «Многочлени»).

При вивченні дій з многочленами учні створюють графічну схему.

Сценарій: У центрі – «Операції над многочленами». Гілки: «Додавання» (алгоритм: розкриття дужок + зведення подібних членів), «Множення» (розподільна властивість), «Розкладання на множники» (винесення за дужки, ФСМ). Кожна гілка супроводжується прикладом-маркером. Кластер допомагає систематизувати великий обсяг теоретичного матеріалу [6].

– Прийом «Пошук помилки» (Тема: «Формули скороченого множення»).

Учням пропонується розв'язаний приклад із типовими помилками, наприклад:

$$(x - 3)^2 = x^2 - 9 \text{ або } (2a + b)^2 = 4a^2 + b^2.$$

Завдання: Учень має не просто знайти помилку, а виступити в ролі експерта – пояснити, чому ця помилка виникла (ігнорування подвоєного добутку) та як її уникнути, використовуючи геометричну інтерпретацію площі квадрата.

– Метод «Фішбоун» (Скелет риби) (Тема: «Лінійні рівняння з однією змінною»).

Проблема (голова риби): «Чому рівняння може не мати коренів або мати безліч коренів?».

Верхні кістки (причини): специфічні значення коефіцієнтів a та b у рівнянні $ax = b$.

Нижні кістки (факти/приклади): $0x = 5$ (суперечність) та $0x = 0$ (тотожність).

Висновок (хвіст): кількість коренів залежить від аналізу параметрів перед початком обчислень.

3. Закріплення нових знань, навичок і вмінь.

Мета – систематизувати отримані знання та забезпечити їхню інтеграцію в систему практичних умінь учнів.

Приєм «Діаграма Венна» (Тема: «Способи розв'язування систем лінійних рівнянь»).

Учні порівнюють метод підстановки та метод додавання. У колах записують унікальні кроки для кожного методу, а в області перетину – спільне (мета: знаходження пари чисел, робота з рівносильними перетвореннями). Це вчить учня обирати найраціональніший шлях у конкретній ситуації [2].

– Приєм «Прес».

При підбитті підсумків учні відповідають на запитання за схемою:

1. «Я вважаю, що...» (позиція).

2. «Тому що...» (обґрунтування).

3. «Наприклад...» (приклади).

4. «Отже...» (висновок).

Наприклад: «Я вважаю, що графічний метод розв'язування систем є не завжди точним, тому що координати точки перетину можуть бути дробовими числами, які важко визначити на око...».

Педагогічні умови ефективності ТРКМ на уроках алгебри.

Аналіз впровадження цих методів дозволяє виділити кілька ключових умов:

1. **Діалогічність:** вчитель має стимулювати дискусії, ставлячи відкриті запитання («Як ви вважаєте?», «Чи є інший спосіб?», «З чим ви не згодні?»).

2. **Візуалізація:** оскільки алгебра 7 класу досить абстрактна, використання схем, графіків та моделей (кластерів, діаграм) є критичним для розуміння.

3. **Право на помилку:** учень не повинен боятися висловити гіпотезу. Саме аналіз хибних шляхів розв'язання часто дає глибше розуміння матеріалу, ніж швидка правильна відповідь.

Впровадження зазначених методів сприяє тому, що учні починають сприймати алгебру не як набір сухих правил, а як живу логічну систему. Це підвищує рівень їхньої математичної грамотності та готує до вивчення більш складних тем у старшій школі.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. У статті обґрунтовано, що розвиток критичного мислення учнів 7-х класів на уроках алгебри є фундаментальною умовою формування математичної компетентності в межах Нової української школи. Перехід учнів від арифметичних операцій до алгебраїчних абстракцій потребує не лише механічного засвоєння алгоритмів, а й здатності до глибокого аналізу, синтезу та оцінки інформації.

Обґрунтовано, що впровадження технології розвитку критичного мислення через систему специфічних прийомів («Кластер», «Фішбоун», «Діаграма Венна», «Асоціативний куц» тощо) дозволяє трансформувати традиційний урок у дослідницький процес. Застосування ТРКМ на різних етапах уроку сприяє активізації пізнавальної діяльності школярів, підвищує їхню мотивацію до вивчення складних тем та допомагає мінімізації типових логічних помилок.

Наведені конкретні приклади завдань вчитель може використовувати для стимулювання інтелектуальної самостійності семикласників. Результати аналізу підтверджують: учні, які систематично залучаються до критичного аналізу математичних об'єктів, демонструють вищу якість знань та здатність до нестандартного розв'язування проблемних ситуацій.

Подальшого вивчення потребує питання інтеграції методів формування і розвитку критичного мислення учнівства у цифрові освітні платформи та розробка методичного

забезпечення для дистанційного навчання алгебри в 7–9 класах, що дозволить зберегти високий рівень інтелектуальної взаємодії в умовах змішаного навчання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Вайнштейн, М. (2017). Критичне мислення як основа освітньої стратегії. *Рідна школа*, 4, 49–52. (Vainshtein, M. (2017). Critical thinking as the basis of an educational strategy. *Ridna shkola*, 4, 49–52).
2. Вукіна, Н. В., Дементієвська, Н. П., Сущенко, І. М. (2019). Критичне мислення: як цьому навчати: науково-методичний посібник. Харків. (Vukina, N. V., Dementiievska, N. P., Sushchenko, I. M. (2019). Critical thinking: how to teach this: scientific-methodological manual. Kharkiv).
3. Гузман, Ю. С. (2023). Особливості застосування прийомів розвитку критичного мислення під час навчання математики. *Матеріали студентської наукової конференції*, 12–14. Черкаси: Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького. (Guzman, Yu. S. (2023). Peculiarities of the use of critical thinking development techniques during mathematics education. *Proceedings of the student scientific conference*, 12–14. Cherkasy: Bohdan Khmelnytsky National University of Cherkasy).
4. Ковальчук, В. І. (2011). Інноваційні підходи до організації навчального процесу. Київ: Шкільний світ. (Kovalchuk, V. I. (2011). Innovative approaches to the organization of the educational process. Kyiv: Shkilnyi svit).
5. Макаренко, В. М., Туманцова, О. О. (2008). Як опанувати технологію формування критичного мислення. Харків: Видавнича група «Основа». (Makarenko, V. M., Tumantsova, O. O. (2008). How to master the technology of forming critical thinking. Kharkiv: Osnova Publishing Group).
6. Пометун, О. І. (2010). Навчаємо мислити критично: посібник для вчителів. Київ: Видавничий дім «Перше вересня». (Pometun, O. I. (2010). Teaching to think critically: a guide for teachers. Kyiv: Pershe veresnia Publishing House).
7. Тарасенкова, Н. А. (2016). Компетентнісний підхід у навчанні математики: теоретичний аспект. *Математика в рідній школі*, 11, 26–30. (Tarasenkova, N. A. (2016). Competency approach in teaching mathematics: a theoretical aspect. *Matematyka v ridnii shkoli*, 11, 26–30).
8. Терно, С. О. (2012). Світ критичного мислення: образ та мімікрія. Запоріжжя: Просвіта. (Terno, S. O. (2012). The world of critical thinking: image and mimicry. Zaporizhzhia: Prosvita).
9. Шарко, В. Д. (2007). Сучасний урок: технологічний аспект. Київ: Кондор. (Sharko, V. D. (2007). The modern lesson: a technological aspect. Kyiv: Kondor).

Huzman Y. S. Development of critical thinking of students in algebra lessons in 7th grades.

The article examines the theoretical and methodological aspects of forming critical thinking in 7th-grade students during the study of an algebra course. The authors analyze the current state of the problem in modern pedagogical theory and practice, identifying key deficits in the cognitive activity of seventh-graders during the transition from arithmetic to algebraic material. The expediency of implementing the Technology of Development of Critical Thinking (TDCT) as a tool to overcome outdated teaching styles is substantiated. The essence of the main lesson stages and their specificity in the context of studying linear equations, powers, and polynomials are revealed. The article provides practical recommendations for the use of interactive methods that promote the development of students' analytical abilities.

Keywords: *New Ukrainian School, basic secondary education, teaching algebra, mathematical competence, intellectual development, critical thinking, learning technologies.*

*Подано до друку 20.10.2025
Прийнято до друку 03.11.2025*

УДК 317.512

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/56-66

Л. В. Ізюмченко

ORCID ID 0000-0001-8656-2220

Лицей «Престиж»

А. П. Ткачевська

ORCID ID 0009-0009-0170-3422

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний

інститут імені Ігоря Сікорського»

МОДЕЛЮВАННЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СТЕРЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ ЯК КЛЮЧОВИЙ ЕЛЕМЕНТ ФОРМУВАННЯ КРИТИЧНОСТІ МИСЛЕННЯ

У сучасному світі ми постійно стикаємося з ситуаціями, що передбачають вибір серед декількох можливих варіантів. Кожна з них передбачає аналіз умов, пошук альтернатив, оцінку можливих наслідків і зрештою вибір оптимального варіанту. Отже навички критичного, гнучкого та нестандартного мислення стають необхідними у будь-якій сфері життя, а тому доцільно ще зі школи сприяти їх формуванню. Гнучкість мислення особливо добре розвивається через вивчення геометрії, а у старших класах – стереометрії, адже значна теоретична база, відома школяру, широкий спектр методів та підходів зумовлює можливість розв'язати одну й ту саму задачу багатьма способами, подивитися на неї з усіх боків, побачити глибинні властивості, застосувати знання з різних розділів математики та забезпечити вищу ймовірність правильності отриманої відповіді. У статті наведено приклад задачі, яка пропонувалася до розв'язання учням ІІ-го класу на контрольній роботі ІІІ етапу Всеукраїнського конкурсу-захисту науково-дослідницьких робіт учнів – членів Малої академії наук України та її узагальнена версія, наведено п'ять різних способів її розв'язання, а саме: з використанням методу проєкцій у поєднанні з теоремами косинусів і синусів, методу площ, тригонометричних співвідношень, теореми косинусів для тригранного кута, допоміжних побудов з використанням подібних трикутників та методу координат, окремо розглянуто можливість використання методів векторної алгебри та матриці Грама, що може бути корисним для студентів математичних спеціальностей. Зроблено акцент на дослідженні впливу числових даних на геометричну конфігурацію і відповідно – розв'язання задачі. Окрема увага звертається на те, що розв'язання однієї стереометричної задачі декількома альтернативними способами може бути темою науково-дослідницької роботи школяра, науковим проектом групи учнів профільного класу або темою заняття математичного гуртка та відповідно розглянуті методичні особливості організації освітнього процесу при кожному з зазначених варіантів.

Ключові слова: *стереометрія, кут між площинами, теорема косинусів для тригранного кута, метод координат, теореми косинусів і синусів, метод площ, тригонометричні співвідношення, критичне мислення.*

Постановка проблеми. У повсякденному житті ми постійно обираємо серед декількох варіантів дій: спілкуватися онлайн чи особисто, скористатися громадським транспортом або велосипедом, отримати дохід працюючи чи заощаджуючи. Кожна ситуація передбачає аналіз альтернатив, оцінку умов, ресурсів і наслідків. Цього варто навчати дітей ще зі школи, бо там закладаються основи уміння працювати з інформацією й осмислювати її критично. Особливо широкі можливості для розвитку гнучкості мислення дає геометрія: у стереометричних задачах значна теоретична база дозволяє будувати розв'язання різними способами, використовувати метод площ, тригонометричні співвідношення, метод координат та інші. Це дозволяє учням побачити, як різні теоретичні знання можуть бути застосовані для знаходження оптимального розв'язання, а також дає можливість провести самоперевірку, що підвищує впевненість у правильності відповіді.

Розв'язання однієї задачі декількома способами може стати основою для науково-дослідницької роботи школяра у Малій академії наук України або наукового проекту групи учнів профільного класу. Окрім цього, це сприяє гнучкості мислення, глибокому розумінню

предмета та умінню обирати найефективніший метод залежно від даних задачі. Надалі це вміння стане корисним у будь-якій сфері життя.

У цій статті ми розглянемо геометричну задачу, яку можна розв'язати різними способами. Такий приклад буде корисний як учням старших класів, що вивчають математику на профільному рівні, студентам, які навчаються за математичними спеціальностями, так і вчителям геометрії.

Аналіз актуальних досліджень. Науковці, методисти і педагоги-практики досліджували різні аспекти математичної підготовки учнів і студентів фізико-математичних факультетів педагогічних вишів: формування творчої особистості школяра, розвиток творчого мислення учня у процесі навчання математики досліджували Г.П. Бевз [1], М.І. Бурда [4], О.І. Скафа, З.І. Слєпкань, Т.М. Хмара, О.С. Чашечникова та ін.; наступність методів навчання розв'язування математичних задач у школі та закладах вищої освіти вивчали І.А. Акуленко [10], Ю.В. Ботузова [2], Н.Г. Владімірова, К.М. Гнезділова, А.І. Кузьмінський, В.О. Швець та ін.; інноваційну діяльність при профільному вивченні математики та геометричну складову нестандартних задач розглядали І.М. Богатирьова, О.П. Вашуленко, О.І. Матяш, Р.Я. Ріжняк [3], З.О. Сердюк, Н.А. Тарасенкова та ін.; психолого-педагогічні передумови застосування геометричних знань до розв'язування задач та роль системи задач у навчанні геометрії вивчали В.Г. Бевз, І.Г. Ленчук [12], І.В. Лов'янова, О.І. Матяш [13], Є.П. Нелін, Л.О. Палій [14], М.В. Працьовитий та ін.; проблему використання ІКТ під час навчання стереометрії досліджували науковці Ю.В. Ботузова, О.В. Вітюк, Ю.В. Горошко, М.І. Жалдак, О.П. Зеленьяк [6], Н.В. Морзе, С.А. Раков, С.О. Семеріков та ін. Організацію навчання математики у старшій профільній школі досліджували І.А. Акуленко, І.М. Богатирьова, А.І. Кузьмінський [10], М.В. Працьовитий [12], З.О. Сердюк та ін.; необхідність використання диференційованого підходу при вивченні стереометрії обґрунтовували Г.П. Бевз [1], М.І. Бурда [4], О.І. Матяш, З.І. Слєпкань, О.С. Чашечникова та ін. Окремі аспекти реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії розглядали О.М. Коломієць, А.В. Прус, З.О. Сердюк, Н.А. Тарасенкова, В.О. Швець та ін. Відшуканню різних способів розв'язування геометричних задач присвячені ти Бевз В.Г., Зеленьяк О.П. [6], Ігнатенко М.Я. [7], Істера О.С., Коломієць О.М., Ткачевської А.П. [9] та ін.; критичності мислення і важливості перевірки отриманих результатів та оцінці відповідності отриманих розв'язків стартовій математичній моделі присвячені роботи Голодюк Л.С., Ізюмченко Л.В.[8], Кушніра В.А.[11], Філера З.Ю. і ін.

Попри велику кількість праць, присвячених організації навчального процесу учнів, у сучасних науково-методичних джерелах недостатньо висвітлена геометрична складова роботи з учнями, які опановують математику на профільному рівні, у тому числі і питання розв'язування задач різними способами, особливо при вивченні стереометрії, та їхній вплив на розвиток критичного мислення, природних здібностей та покликань учнів. Саме тому ця тематика залишається актуальною та потребує глибшого вивчення.

Мета статті полягає в порівняльному аналізі різних способів розв'язання стереометричної задачі, що сприятиме формуванню гнучкості мислення, розвитку вміння шукати альтернативні рішення, а також стане поштовхом до особистісного зростання школярів.

Завдання: розглянути методичні аспекти роботи з учнями фізико-математичних класів у позаурочний час на прикладі пошуку різних способів розв'язання стереометричної задачі. Для реалізації поставленої мети використано теоретичні (аналіз першоджерел з проблеми дослідження, порівняння), праксиметричні (вивчення педагогічного досвіду вчителів математики для його аналізу й узагальнення), емпіричні (педагогічне спостереження, аналіз навчального процесу) методи дослідження.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо задачу, яка пропонувалася до розв'язання учням 11-го класу на контрольній роботі III етапу Всеукраїнського конкурсу-захисту науково-дослідницьких робіт учнів – членів Малої академії наук України (автор Плахотник В.В. [5]).

Задача 1. Обчисліть об'єм трикутної піраміди $ABCD$, якщо $AB = 13$, $AC = 5$, $BC = 12$, $AD = 15$, $BD = 14$, $CD = 16$.

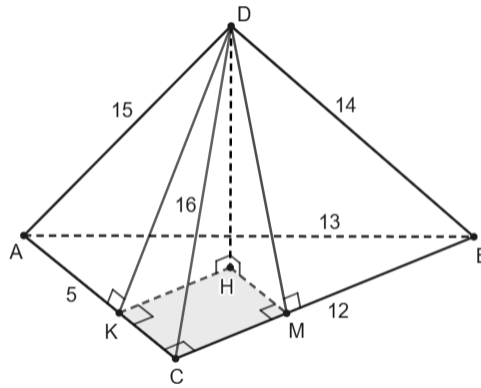


Рис. 1. Ілюстрація до задачі 1

Наведемо один із способів розв’язання задачі. Використовуючи наслідок з теореми косинусів, встановлюємо, що три трикутники, які утворюють поверхню піраміди є гострокутними, а один – прямокутний, бо $AB^2 = AC^2 + BC^2$; $13^2 = 5^2 + 12^2$, $\triangle ACB$ – прямокутний.

Виконуючи рисунок до задачі, доцільно одразу проговорити важливий момент: чому жодне із ребер не є висотою піраміди? (якби якийсь ребро, наприклад CD , було висотою, воно було б перпендикулярне до площини ABC , і тому перпендикулярне до ребер AC і BC , а тоді щонайменше два трикутники, які утворюють поверхню піраміди, були б прямокутними, а це не так). Використаємо отриману інформацію. Нехай DH – висота піраміди. Розглянемо грані ACD і DCB : позначимо DK – висота грані ACD : $DK \perp AC$; DM – висота грані DCB : $DM \perp CB$. Оскільки ці грані є гострокутними трикутниками, то точки K, M є внутрішніми точками відрізків AC, CB (рис.1). Так як усі ребра піраміди відомі, то для кожної грані ми можемо обчислити площу, висоти і інше за потреби:

$\triangle ACD$: сторони 5, 15, 16 (од.), периметр $P = 36$ од., півпериметр $p = 18$ од., площа $S_{\triangle ACD} = \sqrt{18 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13} = 6\sqrt{39}$ (кв. од.); обчислимо висоту грані $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}AC \cdot DK \Rightarrow DK = \frac{2 \cdot 6\sqrt{39}}{5} = \frac{12\sqrt{39}}{5}$ (од.); з $\triangle DCK$: $CK = \sqrt{DC^2 - DK^2} = \sqrt{16^2 - \frac{144 \cdot 39}{25}} = \frac{28}{5}$ (од.).

Аналогічно, з $\triangle DCB$: сторони 12, 14, 16 (од.), півпериметр $p = 21$ од., площа $S_{\triangle DCB} = \sqrt{21 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 5} = \sqrt{7 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 15} = 21\sqrt{15}$ (кв. од.); висота $DM = \frac{2S_{\triangle DCB}}{CB} = \frac{2 \cdot 21\sqrt{15}}{12} = \frac{7\sqrt{15}}{2}$ (од.).

з $\triangle DCM$: $CM = \sqrt{16^2 - \left(\frac{7\sqrt{15}}{2}\right)^2} = \frac{17}{2}$ (од.).

Оскільки $DK \perp AC$; $DH \perp ABC$; $AC \subset ABC$, HK – проєкція DK на ABC , а тому за теоремою про три перпендикуляри $HK \perp AC$. Аналогічно $HM \perp CB$; $KHMC$ – прямокутник, а тому $HM = CK = \frac{28}{5}$ (од.).

з $\triangle DHM$: $\angle H = 90^\circ$; $DH = \sqrt{DM^2 - HM^2}$; $DH = \sqrt{\left(\frac{7\sqrt{15}}{2}\right)^2 - \left(\frac{28}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{15239}{100}} = \frac{7\sqrt{311}}{10}$ (од.). А тоді об’єм піраміди $V = \frac{1}{3}S_{\text{осн}} \cdot DH$ з урахуванням площі основи $S_{\text{осн}} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CB = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30$ (кв.од.) дорівнює $V = \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot \frac{7\sqrt{311}}{10} = 7\sqrt{311}$ (куб. од.).

Відповідь: $V = 7\sqrt{311}$ (куб. од.).

Для розв’язання цієї задачі надзвичайно ефективним є також метод координат.

Якщо ми працюємо з обдарованими учнями під час засідання математичного гуртка (чи пропрацюємо з ними ідеї дослідницького проєкту), доцільно одразу звернути увагу на те, що нам дуже допомогло при розв’язанні цієї задачі, а саме – той факт, що один із трикутників (основа ABC) є прямокутним, а тому в основі утворився прямокутник $KHMC$. А як зміниться розв’язання задачі, якщо цей трикутник не був би прямокутним і взагалі – усі трикутники були, наприклад, гострокутними? Так з’являється узагальнення задачі 1 – задача 2.

Задача 2. Обчисліть об’єм трикутної піраміди $SABC$, якщо $AB = 36$, $AC = 32$, $BC = 28$, $SA = 29$, $SB = 25$, $SC = 17$.

1 спосіб. Нехай S – вершина піраміди, ABC – її основа, SH – висота, проведена до основи. Проаналізуємо умову задачі: у піраміді відомі усі ребра, а тому відомі сторони кожного із чотирьох трикутників, які утворюють поверхню піраміди. Визначимо вид кожного трикутника: використовуючи наслідок із теореми косинусів встановлюємо, що кожен із чотирьох трикутників є гострокутним ($32^2 + 28^2 > 36^2$, бо $8^2 + 7^2 > 9^2$, а тому найбільший кут основи є гострим, аналогічно і для інших трикутників). Враховуючи визначеність трикутників, у кожному з них ми можемо за потреби знайти косинуси та інші тригонометричні функції кутів, площі та висоти цих трикутників і інші необхідні елементи. Нехай SK і SM – висоти граней SAB і SBC , відповідно, див. рис. 2.

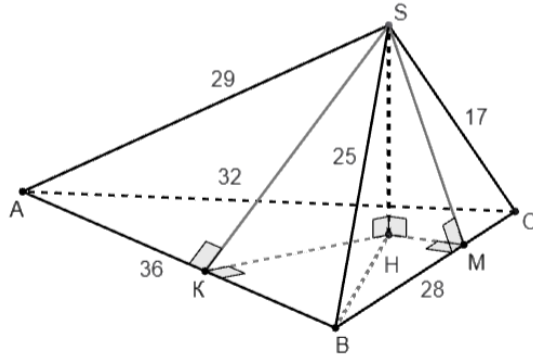


Рис. 2. Ілюстрація до першого способу розв'язання задачі 2

Розглянемо основу ΔABC : $\cos B = \frac{36^2 + 28^2 - 32^2}{2 \cdot 36 \cdot 28} = \frac{11}{21} \Rightarrow \sin B = \frac{8\sqrt{5}}{21}$; площа за формулою Герона $p = 48$ (од.), $S_{\text{осн.}} = \sqrt{48 \cdot 12 \cdot 16 \cdot 20} = 192\sqrt{5}$ (кв. од.) або $S_{\text{осн.}} = \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot 28 \cdot \frac{8\sqrt{5}}{21} = 192\sqrt{5}$ (кв. од.).

А тоді задача зводиться до відшукування висоти піраміди SH , для цього є рівнозначні можливості розглянути прямокутні трикутники SKH (чи SMH) або SBH , для чого досить знайти інші елементи одного з цих трикутників.

З ΔSAB визначимо його висоту, використовуючи метод площ:

$$p = 40 \text{ (од.)}; S_{\Delta} = 360 \text{ (кв. од.)}; SK = \frac{2 \cdot 360}{36} = 20 \text{ (од.)}.$$

$$\text{З } \Delta SKB: KB = \sqrt{25^2 - 20^2} = 15 \text{ (од.)}$$

Аналогічно з ΔSBC : $p = 35$ (од.); $S_{\Delta} = 210$ (кв. од.); $SM = \frac{2 \cdot 210}{28} = 15$ (од.); з ΔSBM : $BM = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20$ (од.).

Розглянемо чотирикутник $KBMH$, протилежні кути $\angle K, \angle M$ якого прямі (в сумі дають 180°), а тому навколо нього можна описати коло (рис. 3). З ΔKBM (відомі дві сторони і кут між ними) за теоремою косинусів

$$KM^2 = 15^2 + 20^2 - 2 \cdot 15 \cdot 20 \cdot \frac{11}{21} = \frac{2175}{7} \text{ (од.)}.$$

А тоді за наслідком з теореми синусів визначимо діаметр кола BH , описаного навколо ΔKBM (чотирикутника $KBMH$): $2R = \frac{KM}{\sin B} = \sqrt{\frac{2175}{7}} : \frac{8\sqrt{5}}{21} = \frac{3\sqrt{3045}}{8} = BH$.

Чи можна інакше знайти BH ? Запропонуємо такий спосіб: позначимо $\angle KBH = \alpha$, $\angle MBH = \beta$, $BH = d$ (рис. 3).

Тоді $\cos \alpha = \frac{15}{d}$; $\sin \alpha = \frac{\sqrt{d^2 - 225}}{d}$, $\cos \beta = \frac{20}{d}$; $\sin \beta = \frac{\sqrt{d^2 - 400}}{d}$. $\cos KBM = \cos ABC = \frac{11}{21}$; $\angle KBM = \alpha + \beta$. Скористаємося формулою косинуса суми $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$, отримаємо рівняння

$$\frac{15}{d} \cdot \frac{20}{d} - \frac{\sqrt{d^2 - 225}}{d} \cdot \frac{\sqrt{d^2 - 400}}{d} = \frac{11}{21}, \text{ звідки } \frac{300}{d^2} - \frac{11}{21} = \frac{\sqrt{d^2 - 225} \cdot \sqrt{d^2 - 400}}{d^2} \text{ або}$$

$$6300 - 11d^2 = 21\sqrt{d^2 - 225} \cdot \sqrt{d^2 - 400}, d^2 \in \left(400; \frac{6300}{11}\right).$$

Рівняння має єдиний додатний розв'язок, що задовольняє цим умовам:

$$121d^4 - 138600d^2 + 39690000 = 441d^4 - 275625d^2 + 39690000;$$

$$320d^4 - 137025d^2 = 0, 320d^2 \cdot \left(d^2 - \frac{27405}{64}\right) = 0, d = \sqrt{\frac{27405}{64}} = \frac{3\sqrt{3045}}{8}.$$

Маємо той же результат для $BH = d$.

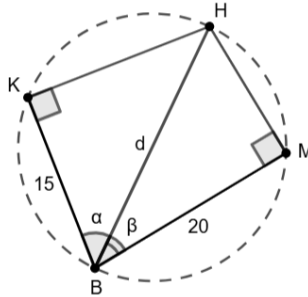


Рис. 3. Ілюстрація до альтернативного пошуку BH

Це в свою чергу дозволяє знайти висоту піраміди з прямокутного трикутника

$$\Delta SBH: SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{25^2 - \left(\frac{3\sqrt{3045}}{8}\right)^2} = \frac{\sqrt{12595}}{8} \text{ (од.)}. \text{ Об'єм піраміди } V = \frac{1}{3} \cdot 192\sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{12595}}{8} = 40\sqrt{2519} \approx 2007,6 \text{ (куб. од.)}$$

2 спосіб. Використаємо позначення і обчислення із першого способу розв'язання цієї задачі: SK – висота грані SAB , $SK = 20$ (од.), $KB = 15$ (од.); площа основи $S_{\Delta ABC} = 192\sqrt{5}$ (кв. од.), косинус кута $\cos B = \frac{11}{21}$.

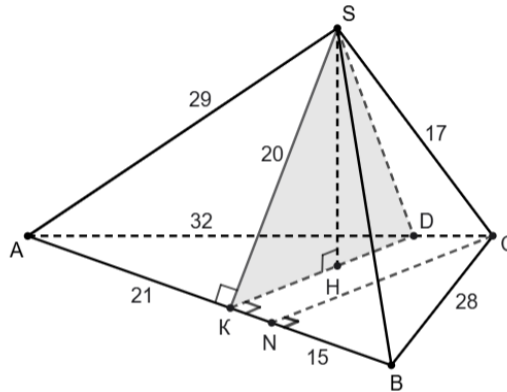


Рис. 4. Ілюстрація до другого способу розв'язання задачі 2

Проведемо в основі ΔABC висоту CN , маємо

$$CN = \frac{2S}{AB} = \frac{2 \cdot 192\sqrt{5}}{36} = \frac{32}{3}\sqrt{5} \text{ (од.)}; BN = BC \cdot \cos B = 28 \cdot \frac{11}{21} = \frac{44}{3} = 14\frac{2}{3} \text{ (од.)}.$$

Тоді $KH \parallel CN$, як два перпендикуляри до прямої AB у площині ABC , нехай точка D – точка перетину KH з AC . Висоту піраміди спробуємо знайти із ΔSKD , для чого знайдемо його елементи (сторони та кути).

Розглянемо відрізок AB : $AK = AB - KB = 36 - 15 = 21$ (од.), $AN = AB - NB = 36 - 14\frac{2}{3} = 21\frac{1}{3}$ (од.). Це ще раз дає нам змогу уточнити взаємне положення точок A, K, N, B на прямій AB , звідки маємо підтвердження того факту, що точка D є внутрішньою точкою відрізка AC .

З подібності прямокутних трикутників $\Delta AKD \sim \Delta ANC$ (рис. 4, 5) з коефіцієнтом подібності $k = \frac{AK}{AN} = \frac{21}{21\frac{1}{3}} = \frac{63}{64}$ маємо $KD = \frac{63}{64}CN = \frac{63}{64} \cdot \frac{32}{3}\sqrt{5} = \frac{21}{2}\sqrt{5}$ (од.), $AD = \frac{63}{64}AC =$

$$\frac{63}{64} \cdot 32 = \frac{63}{2} \text{ (од.)}.$$

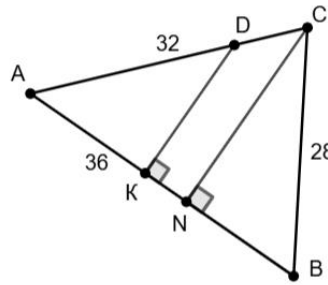


Рис. 5. Ілюстрація до розташування точок K, N на відрізку AB

Таким чином, у трикутнику SKD ми визначили дві сторони, щоб знайти третю сторону SD , чого буде повністю достатньо для знаходження усіх елементів цього трикутника, розглянемо $\triangle SAC$, у площині якого лежить SD . Двічі застосуємо теорему косинусів:

$$\cos SAC = \frac{AS^2 + AC^2 - SC^2}{2 \cdot AS \cdot AC} = \frac{29^2 + 32^2 - 17^2}{2 \cdot 29 \cdot 32} = \frac{197}{232},$$

$$\text{з } \triangle SAD: SD^2 = 29^2 + \left(\frac{63}{2}\right)^2 - 2 \cdot 29 \cdot \frac{63}{2} \cdot \frac{197}{232} = \frac{2255}{8}, SD = \frac{\sqrt{4510}}{4} \text{ (од.)}.$$

Тепер задача зводиться до відшукування висоти SH трикутника SKD , у якого відомі сторони, формула Герона незручна, тоді спочатку використаємо теорему косинусів: з $\triangle SKD$: $\cos K = \frac{20^2 + \left(\frac{21\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{4510}}{4}\right)^2}{2 \cdot 20 \cdot \frac{21\sqrt{5}}{2}} = \frac{51\sqrt{5}}{160}$, що дозволяє отримати синус кута $\sin K = \sqrt{1 - \cos^2 K} = \sqrt{1 - \left(\frac{51\sqrt{5}}{160}\right)^2} = \frac{\sqrt{12595}}{160}$, а тоді з прямокутного $\triangle SHK$ висота піраміди $SH = SK \cdot \sin K = 20 \cdot \frac{\sqrt{12595}}{160} = \frac{\sqrt{12595}}{8}$ (од.), а об'єм $V = \frac{1}{3} \cdot 192\sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{12595}}{8} = 40\sqrt{2519} \approx 2007,6$ (куб. од.).

3 спосіб. Нагадаємо теорему косинусів для тригранного кута (рис. 6).

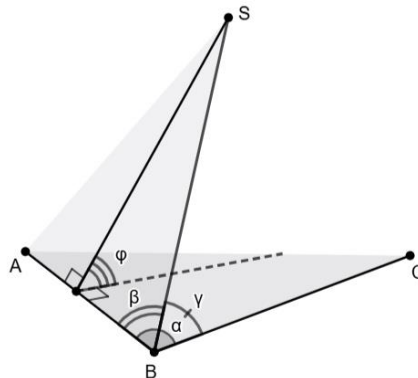


Рис. 6. Ілюстрація до теореми косинусів для тригранного кута

Якщо плоскі кути тригранного кута дорівнюють α, β і γ , а двогранний кут при ребрі, протилежному плоскому куту γ , дорівнює φ , то $\cos \cos \varphi = \frac{\cos \cos \gamma - \cos \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \sin \beta}$.

Скористаємося рис. 2 та обчисленнями, проведеними у 1 способі: $\cos ABC = \frac{11}{21} \Rightarrow \sin ABC = \frac{8\sqrt{5}}{21}$; з прямокутних трикутників визначимо $\cos SBK = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin SBK = \frac{4}{5}$; $\cos SBC = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$. Матимемо

$$\cos \cos SKH = \frac{\cos SBC - \cos ABC \cdot \cos SBK}{\sin ABC \cdot \sin SBK}, \cos SKH = \frac{\frac{4}{5} - \frac{11}{21} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{4}{5} \cdot \frac{8\sqrt{5}}{21}} = \frac{84 - 33}{32\sqrt{5}} = \frac{51}{32\sqrt{5}}.$$

А тоді синус цього кута $\sin SKH = \sqrt{1 - \cos^2 SKH} = \sqrt{\frac{2519}{5120}} = \frac{\sqrt{12595}}{160}$. І висота піраміди $SH = SK \cdot \sin SKH = 20 \cdot \frac{\sqrt{12595}}{160} = \frac{\sqrt{12595}}{8}$ (од.), об'єм $V = \frac{1}{3} \cdot 192\sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{12595}}{8} = 40\sqrt{2519} \approx 2007,6$ (куб. од.).

4 спосіб (метод координат). Виберемо прямокутну систему координат, помістивши точку B у початок координат O , вісь абсцис – у напрямі від B до A , основу піраміди ABC помістимо у площину Oxy (рис. 7). Тоді координати точок $B(0; 0; 0), A(36; 0; 0)$, апліката точки C дорівнює нулю.

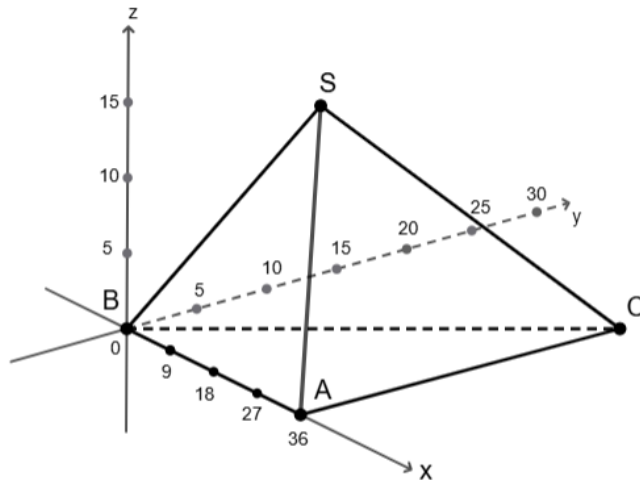


Рис. 7. Ілюстрація до вибору системи координат

Оскільки довжина $BC = 28$, і $\angle ABC$ такий, що $\cos ABC = \frac{11}{21}$, $\sin ABC = \frac{8\sqrt{5}}{21}$, то координати точки

$$C: \tilde{x} = BC \cdot \cos ABC = \frac{44}{3}, \tilde{y} = BC \cdot \sin ABC = \frac{32\sqrt{5}}{3}, \tilde{z} = 0, \quad C\left(\frac{44}{3}; \frac{32\sqrt{5}}{3}; 0\right).$$

Нехай координати точки $S(x; y; z)$. Тоді висота піраміди є відстанню від точки S до площини ABC , тобто є аплікатою (модулем аплікати) точки S : $h_{\text{пір.}} = d(S; ABC) = d(S; Oxy) = |z_s|$. Запишемо відстані $SB = 25, SA = 29, SC = 17$ та віднімемо почленно перше рівняння від другого і третього:

$$\begin{aligned} \{x^2 + y^2 + z^2 = 625, (x - 36)^2 + y^2 + z^2 = 841, \left(x - \frac{44}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{32\sqrt{5}}{3}\right)^2 + z^2 = 289, \\ \Rightarrow \{-72x + 1296 = 216, -\frac{88}{3}x + \frac{1936}{9} - \frac{64\sqrt{5}}{3}x^2 + y^2 + z^2 \\ = 625 \cdot y + \frac{5120}{9} = -336, \end{aligned}$$

Виразимо x і y з першого і другого рівнянь та підставимо у третє, отримаємо

$$\begin{aligned} \{x = \frac{1296 - 216}{72} = 15, \quad y = \frac{-\frac{88}{3} \cdot 15 + \frac{1936}{9} + \frac{5120}{9} + 336}{\frac{64\sqrt{5}}{3}} \\ = \frac{51\sqrt{5}}{8}, z = \pm \sqrt{625 - 15^2 - \left(\frac{51\sqrt{5}}{8}\right)^2} = \pm \frac{\sqrt{12595}}{8}. \end{aligned}$$

Маємо координати $S\left(15; \frac{51\sqrt{5}}{8}; \pm \frac{\sqrt{12595}}{8}\right)$, висота піраміди $SH = \frac{\sqrt{12595}}{8}$, така ж, як і у попередніх способах. А отже, і об'єм такий самий.

Зауважимо, що зі студентами ми можемо проговорити інше продовження цієї задачі, тобто маючи координати точок, що є вершинами піраміди: $B(0; 0; 0), A(36; 0; 0), C\left(\frac{44}{3}; \frac{32\sqrt{5}}{3}; 0\right), S\left(15; \frac{51\sqrt{5}}{8}; \frac{\sqrt{12595}}{8}\right)$, отримуємо координати векторів $\vec{BA} = (36; 0; 0), \vec{BC} = \left(\frac{44}{3}; \frac{32\sqrt{5}}{3}; 0\right), \vec{BS} = \left(15; \frac{51\sqrt{5}}{8}; \frac{\sqrt{12595}}{8}\right)$, а тоді використати мішаний добуток векторів: $V_{\text{пір.}} = \frac{1}{6} \text{mod}(\vec{BA} \cdot \vec{BC} \cdot \vec{BS})$;

$$(\vec{BA} \cdot \vec{BC} \cdot \vec{BS}) = \left| 36 \ 0 \ 0 \ \frac{44}{3} \ \frac{32\sqrt{5}}{3} \ 0 \ 15 \ \frac{51\sqrt{5}}{8} \ \frac{\sqrt{12595}}{8} \right| = 36 \cdot \frac{32\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{\sqrt{12595}}{8} = 240\sqrt{2519};$$

$$V_{\text{пір.}} = \frac{1}{6} \cdot 240\sqrt{2519} = 40\sqrt{2519} \text{ (куб. од.)}$$

Також можемо скласти матрицю Грама, обчисливши скалярні добутки

$$(\vec{BA} \cdot \vec{BA}) = 36^2 + 0 + 0 = 1296; \quad (\vec{BA} \cdot \vec{BC}) = 36 \cdot \frac{44}{3} + 0 + 0 = 528;$$

$$(\vec{BA} \cdot \vec{BS}) = 36 \cdot 15 + 0 + 0 = 540; \quad (\vec{BC} \cdot \vec{BC}) = \left(\frac{44}{3}\right)^2 + \left(\frac{32\sqrt{5}}{3}\right)^2 + 0 = 784;$$

$$(\vec{BC} \cdot \vec{BS}) = \frac{44}{3} \cdot 15 + \frac{32\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{51\sqrt{5}}{8} = 560; \quad (\vec{BS} \cdot \vec{BS}) = 15^2 + \left(\frac{51\sqrt{5}}{8}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{12595}}{8}\right)^2 = 625.$$

Зауважимо, що у нас є можливість перевірити себе, адже модулі (довжини) трьох векторів $\vec{BA}, \vec{BC}, \vec{BS}$ співпадають з даними в умові, наприклад, $|\vec{BC}| = \sqrt{784} = 28$. Тоді визначник матриці Грама має вигляд $|1296 \ 528 \ 540 \ 528 \ 784 \ 560 \ 540 \ 560 \ 625| = 14400 \cdot 10076$. Під час обчислення визначника попередньо винесені множники – НСД усіх рядків і усіх стовпців. Тоді об'єм паралелепіпеда, побудованого на векторах $\vec{BA}, \vec{BC}, \vec{BS}$ як на сторонах, є квадратний корінь із отриманого числового значення: $V_{\text{пар.}} = \sqrt{14400 \cdot 10076} = 240\sqrt{2519}$ (куб. од.). А об'єм (трикутної) піраміди $V_{\text{пір.}} = \frac{1}{6} V_{\text{пар.}} = 40\sqrt{2519}$ (куб. од.).

Відповідь: об'єм піраміди $40\sqrt{2519}$ (куб. од.).

Зауважимо, що розв'язання задачі залежить від вхідних числових параметрів і якщо неправильно зробити рисунок до задачі, то легко припуститися помилки. Як приклад, сформулюємо задачу 3 (рис. 8, 9).

Задача 3. Обчисліть об'єм трикутної піраміди $SABC$, якщо $AB = 12, AC = 14, BC = 10, SA = 25, SB = 17, SC = 21$.

Зазначимо, що трикутники SBA, SBC тупокутні, а тому маємо конфігурацію, зображену на рисунку 8.

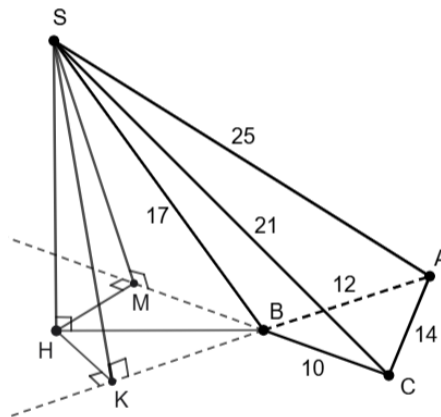


Рис. 8. Ілюстрація до задачі 3

Зауважимо, що при перетині двох прямих AB і BC утворюються чотири квадранти і точка S може спроектуватися у будь-який із цих квадрантів або на межу квадрантів (це залежить від вигляду трикутників, даних в умові), а тому потрібно бути уважним, особливо під час використання другого способу: у задачі 2 точки K, D є внутрішніми точками відрізків AB, AC (рис. 5), а у задачі 3 – зовнішніми (рис. 9).

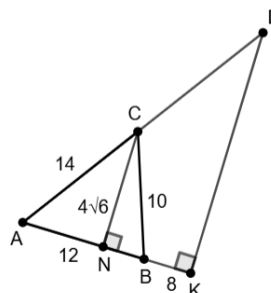


Рис. 9. Ілюстрація основи піраміди до задачі 3

При розв'язанні задачі методом координат: $B(0; 0; 0)$, $A(12; 0; 0)$, $C(2; 4\sqrt{6}; 0)$, абсциса і ордината точки $S\left(-8; -\frac{5\sqrt{6}}{12}; \pm\frac{5\sqrt{1290}}{12}\right)$ є від'ємними, що іще раз ілюструє правильність рис. 8.

Відповідь. Площа основи $24\sqrt{6}$ од.², висота $\frac{5\sqrt{1290}}{12}$ од., об'єм піраміди $20\sqrt{215}$ од.³

Аналізуючи умову стереометричних задач 1–3, звернемо увагу на те, що жодна задача не планується до розв'язання на уроці. Пошуки шляхів розв'язання доцільно перенести на позаурочний час (математичний гурток, індивідуальна робота з обдарованими учнями, науковий проєкт чи написання науково-дослідницької роботи). Якщо це заняття математичного гуртка, доцільно після розв'язання задачі 1 і вивчення формулювання задачі 2 та виконання рисунка проаналізувати, що змінилося принципово. Бажано, щоб це робили самі учні, а вчитель міг потім скоригувати підсумок. Спільним для обох задач є потреба знайти діаметр описаного навколо чотирикутника кола. Порівнюючи задачі 2 і 3, можна побачити багато спільного, проте можна знайти і відмінності, які можуть вплинути на хід розв'язання. Якщо це дослідницький проєкт, то бажано дослідити вплив різних числових даних на геометричну конфігурацію і відповідно – розв'язання задачі. Для виконання рутинної роботи (обчислення площі за формулою Герона, висоти трикутника, косинуса кута та ін.) доцільно використовувати можливості будь-якого математичного пакета, наприклад, *Maple*. Якщо це НДР, то доцільно використати можливості ІКТ для підбору кращих числових даних, які б ілюстрували різні геометричні конфігурації у цій задачі.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. У повсякденному житті ми зазвичай розглядаємо кілька можливих варіантів, щоб обрати найкращий. Аналогічно і в геометрії – для успішного розв'язання задачі важливо знати альтернативні способи розв'язування. Це сприяє тому, що учні вчаться обирати найефективніший спосіб розв'язання залежно від умов, а це є надзвичайно важливим як у навчанні, так і в реальному житті. Такий підхід до організації освітнього процесу сприятиме не тільки підвищенню рівня математичної грамотності, а й вихованню впевненості учнів у своїх силах і відповідальності за кінцевий продукт.

Ми вважаємо, що наш досвід може бути корисним орієнтиром для інших вчителів, які працюють у профільних класах, та студентів профільних спеціальностей. Практику відшукування альтернативних способів розв'язування математичних задач вважаємо виправданою, на що плануємо спрямувати свої подальші дослідження.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Бевз, Г. П. (2010). Методи навчання математики: Навч.-метод, посіб. для загальноосвіт. навч. закл. Київ: Генеза. (Bevz, H. P. (2010). *Methods of teaching mathematics: Educational and methodological manual for general educational institutions*. Kyiv: Heneza.)
2. Botuzova, Yu. V. (2020). Factors of providing the continuity of teaching mathematics during transition from high school to university. *Universal Journal of Educational Research*, 8(3), 857–865.
3. Ботузова, Ю. В., Нічишина, В. В., Ріжняк, Р. Я. (2022). Наступність методів навчання розв'язування математичних задач у школі та закладі вищої освіти: контекст інтегративного підходу. *Фізико-математична освіта*, 36.4. 16–25. (Botuzova, Yu.V., Nychyshyna, V. V., Rizhniak, R. Ia. (2022). Continuity of teaching methods for solving mathematical problems in schools and university: the context of the integrative approach. *Fizyko-matematychna osvita*, 36.4. P. 16–25).
4. Бурда, М. І., Глобін, О. І. (2009). Особливості організації навчання математики в 10–12 класах на профільному рівні. *Вісник Черкаського університету. Серія «Педагогічні науки»*. Вип. 150. Черкаси. сс. 24–31. (Burda, M. I., Hlobin, O. I. (2009). Features of organizing mathematics education in grades 10–12 at the specialized level. *Visnyk Cherkaskoho universytetu. Seriiia «Pedahohichni nauky»*. Vyp. 150. Cherkasy. pp. 24–31).
5. Вишенський, В. А., Нагорний, В. Н., Перестюк, М. О., Плахотник, В. В. (2006). Десять математичних олімпіад. Кам'янець-Подільський: Аксиома. (Vyshenskyi, V. A., Nahornyi, V. N.,

- Perestiuk, M. O., Plakhotnyk, V. V. (2006). Ten Mathematical Olympiads. Kamianets-Podilskiy: Aksioma).
6. Зеленьак, О. П. (2012). Технології розв'язування геометричних задач. *Наукові записки. Вип. 71. Математичні науки*. Кіровоград: КДПУ ім. В. Винниченка, сс. 27–46. (Zeleniak, O. P. (2012). Technologies for solving geometric problems. *Naukovi zapysky. Vyp. 71. Matematychni nauky*. Kirovohrad: KDPU im. V. Vynnychenka, pp. 27–46).
 7. Ігнатенко, М. Я, Кобко, Л. М. (2013). Одна геометрична задача крізь різні розділи. *Математика в сучасній школі*, 4, 4–8. (Ihnatenko, M. Ia., Kobko, L. M. (2013). One geometry problem through different sections. *Matematyka v suchasni shkoli*, 4, 4–8).
 8. Ізюмченко, Л. В. (2025). Пошуки різних способів розв'язування задач як каталізатор особистісного зростання учнів. *Освіта. Інноватика. Практика*, 13(3), 30–36. (Iziumchenko, L. V. (2025). Exploring diverse problem-solving approaches as a catalyst for students' personal growth. *Osvita. Innovatyka. Praktyka*, 13(3), 30–36).
 9. Ізюмченко, Л. В., Ткачевська, А. П. (2023). Різні способи розв'язування задач як інструмент формування гнучкості мислення (на прикладі геометричної задачі). *Освіта. Інноватика. Практика*, 11(9), 48–54. (Iziumchenko, L. V., Tkachevska, A. P. (2023). Different ways of solving problems as a tool for forming flexibility of thinking (on the example of a geometric problem). *Osvita. Innovatyka. Praktyka*, 11(9), 48–54).
 10. Кузьмінський, А., Тарасенкова, Н., Акуленко, І. (2014). Інновації в методології методичної підготовки майбутнього вчителя математики профільної школи. *Educational Dimension*, 40, 3–9. (Kuzminskyi, A., Tarasenkova, N., Akulenko, I. (2014). Innovations in the methodology of the methodical training of the future teacher of mathematics in a specialized school. *Educational Dimension*, 40, 3–9).
 11. Кушнір, В. А., Ріжняк, Р. Я. (2010). Інтеграція математичних знань та умінь при використанні різних способів розв'язування задач. *Постметодика*, (2), 24–31. (Kushnir, V. A., Rizhniak, R. Ia. (2010). Integration of mathematical knowledge and skills when using different methods of solving problems. *Postmetryka*, (2), 24–31).
 12. Ленчук, І. Г., Працьовитий, М. В. (2022). Основні метричні задачі конструктивної стереометрії. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми*, 64, 243–257. (Lenchuk, I. H., Pratsovytyi, M. V. (2022). Basic metric tasks of constructive stereometry. *Suchasni informatsiini tekhnolohii ta innovatsiini metodyky navchannia u pidhotovtsi fakhivtsiv: metodolohiia, teoriia, dosvid, problemi*, 64, 243–257).
 13. Матяш, О. І., Ясінський, В. А., Прус, А. В. (2010). Формування знань старшокласників про різні методи розв'язування задач стереометрії. *Математика в школі*, 10, 8–17. (Matiash, O. I., Yasynskyi, V. A., Prus, A. V. (2010). Developing an understanding of the different methods used to solve solid geometry problems by higher-grade school students. *Matematyka v shkoli*, 10, 8–17).
 14. Палій, Л. О. (2013). Функції і роль стереометричної задачі у процесі формування знань та вмінь учнів з геометрії. *Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training Methodology Theory Experience Problems*, (36), 38–43. (Palii, L. O. (2013). Functions and role of the stereometric problem in the process of formation of students' knowledge and skills in geometry. *Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training Methodology Theory Experience Problems*, (36), 38–43).

Iziumchenko L.V., Tkachevska A.P. Modelling the solution of solid geometry problems as a key element in the development of critical thinking.

In today's world, we are constantly faced with situations that require us to choose from several possible options. Each situation involves analysing the conditions, searching for alternatives, evaluating possible consequences and finally selecting the best option. Therefore, critical, flexible and creative thinking skills are essential in any area of life, and it is worthwhile starting to develop them at school. The study of geometry, and in particular solid geometry (and

stereometry in higher school grades) is an especially effective way to develop flexibility of thinking. This is because students' existing solid theoretical foundation, together with a wide range of methods and approaches, enables them to solve the same problem in many different ways, view it from different angles, discover deeper properties, apply knowledge from different areas of mathematics, and increase the likelihood of finding the correct answer.

This article presents an example of a problem set for 11th-grade students in the 3rd level of the All-Ukrainian Competition for Research Papers of Students of the Junior Academy of Sciences of Ukraine, alongside a generalised version. Five solutions are provided: using the projection method combined with the cosine and sine theorems; the area method; trigonometric relations; the cosine theorem for a trihedral angle; auxiliary constructions with similar triangles; and the coordinate method. The possibility of using vector algebra methods and the Gram matrix is also considered, which could be useful for mathematics students. Special attention is given to studying how numerical data affect the geometric configuration, and accordingly the solution of the problem. It is also noted that solving a single solid geometry problem in several alternative ways could form the basis of a student's research paper, a group project for an advanced mathematics class or a mathematics club session. The article also examines methodological aspects of organizing the learning process for each of these formats.

Key words. Solid geometry, angle between planes, cosine theorem for a trihedral angle, method of coordinates, the theorems of cosines and sines, method of areas, trigonometric ratios, critical thinking.

Подано до друку 14.08.2025
Прийнято до друку 22.09.2025

УДК 378.016:517

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/66-72

А. М. Нестеренко
ORCID ID 0000-0002-3070-7440
Черкаський державний
технологічний університет

ПРОБЛЕМНЕ НАВЧАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ ТЕХНІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

Посилення уваги до освітніх потреб особистості, розуміння студента не тільки як об'єкта навчання, але й як рівноправного суб'єкта навчального процесу, призводить до необхідності активізації пізнавальної діяльності студентів та їх інтересу до навчання шляхом застосування методів проблемного навчання. Актуальним є завдання щодо визначення ефективних умов прикладної спрямованості математичної підготовки майбутніх інженерів, активізації самостійної пізнавальної діяльності студентів, оволодіння ними системою математичних знань, умінь і навиків,

Мета статті полягає в аналізі одного з інноваційних підходів навчання вищої математики - методу проблемного навчання студентів технічних спеціальностей, який є підґрунтям для набуття ними комплексних і системних знань, сприяє активізації самостійної пізнавальної діяльності, оптимізації та модернізації математичної підготовки студентів.

Проблемний підхід у викладанні вищої математики для студентів технічних спеціальностей є продуктивним, оскільки сприяє утворенню у студентів належного уявлення про використання математичних знань і вмій під час вивчення дисциплін профільного спрямування, необхідних у майбутній професійній діяльності, розвитку їх пізнавальної самостійності за допомогою розв'язання проблемних ситуацій, що сприяють формуванню зацікавленості з оволодіння майбутньої професії інженера. Під час навчання вищої математики у студентів вирішальну роль відіграє така система завдань, яка має сприяти прояву пізнавальної самостійності, творчого мислення, тобто завдання практичного характеру, нестандартні задачі і завдання

для створення проблемної ситуації. Під час створеної проблемної ситуації студент прагне вийти з неї, подолати перешкоду, в результаті чого активізується його розумова діяльність.

Одним із основних в організації проблемного навчання вищої математики є дослідницький метод, який передбачає готовність студента до цілісного розв'язання проблемної задачі, тобто до самостійного проходження всіх етапів дослідження. У вищій школі застосування дослідницького методу має передбачати самостійний пошук способу розв'язування пізнавальної задачі. Сутність практичної спрямованості вищої математики ґрунтується на оволодінні студентами методами математичного моделювання. Центральне місце у навчанні вищої математики майбутніх інженерів посідають задачі з практичним змістом. Під час розв'язування задач практичного змісту починається важливий етап дослідження одержаних результатів і систематизації знань. Розв'язання професійно орієнтованих проблемних задач сприяє формуванню у студентів технічних спеціальностей вузів зацікавленості з оволодіння майбутньою професією інженера. Прикладні задачі як головний засіб формування і розвитку творчої особистості, є підґрунтям для прояву високого рівня пізнавальної самостійності студентами, що сприяє успішному вирішенню проблемних ситуацій.

Новітні технології та методики навчання математики є одним з проявів величезного потенціалу інноваційних процесів. Реалізація нововведень на практиці передбачає системну оцінку ефективності процесу математичної підготовки.

Суттєві зміни в системі вищої вітчизняної освіти спонукають до застосування активних методів, нових технологій навчання, які спрямовані на перебудову й вдосконалення навчально-виховного процесу та підготовку фахівців до професійної діяльності в сучасних умовах. Нові особливості, цілі і задачі навчальної діяльності визначають елементи інноваційних підходів навчання математичним дисциплінам студентів технічних спеціальностей. Перспективною залишається проблема реалізації професійної спрямованості навчання математики студентів технічних вузів.

Ключові слова: *проблемне навчання, проблемна ситуація, проблемне завдання, інноваційний підхід, вища математика, технічні спеціальності, творче мислення, пізнавальна самостійність, дослідницький метод, прикладні задачі.*

Постановка проблеми. Спрямування розвитку сучасної системи освіти в Україні визначає проблему модернізації математичної освіти студентів технічних спеціальностей. Математичні дисципліни відіграють особливу роль у підготовці майбутніх спеціалістів у галузі техніки, комп'ютерних та інформаційних технологій для формування їх професійної компетентності, належного рівня математичної культури, інтелектуального розвитку. Рівень професійної підготовки майбутніх спеціалістів залежить від шляхів і методів, впровадження інноваційних технологій в процесі навчання вищої математики. Чільне місце серед таких інновацій в оволодінні вищою математикою посідає технологія проблемного навчання.

Посилення уваги до освітніх потреб особистості, розуміння студента не тільки як об'єкта навчання, але й як рівноправного суб'єкта навчального процесу, призводить до необхідності активізації пізнавальної діяльності студентів та їх інтересу до навчання шляхом застосування методів проблемного навчання.

Фахівець інженерної галузі повинен не лише володіти високим рівнем математичної культури, але й бути здатним підвищувати власну професійну компетентність шляхом розв'язання проблемних ситуацій, опануванням новітніх науково-технічних досягнень. З огляду на це актуальним є завдання щодо визначення ефективних умов прикладної спрямованості математичної підготовки майбутніх інженерів, активізації самостійної пізнавальної діяльності студентів, оволодіння ними системою математичних знань, умінь і навиків, стимулювання інтересу до предмета. Одним із важливих засобів реалізації цієї задачі є проблемне навчання.

Аналіз актуальних досліджень. Проблемне навчання виникло як результат досягнень передової практики й теорії навчання і виховання. Воно є одним із ефективних засобів загального та інтелектуального розвитку студента. Проблему інноваційного розвитку математичної підготовки студентів технічних спеціальностей на засадах організації проблемного навчання ґрунтовно досліджено у вітчизняній і зарубіжній педагогічній науці.

У ХХ ст. теорію проблемного навчання досліджували Дж. Гілфорд, Дж. Дьюї, І.Я. Лернер, М.І. Махмутов. Справжньою психологічною основою системи проблемного навчання стала теорія мислення, як продуктивного процесу, висунута С.Л. Рубінштейном і розвинута його учнями й послідовниками (А.В. Брушлінським, А.М. Матюшкіним та ін.), а також такими українськими вченими, як А.М. Алексюк, С.П. Бондар, В.Ф. Паламарчук та ін.

На думку психологів, мислення зазвичай розпочинається з проблем, питань, із подиву чи непорозуміння, із суперечностей. Цією ситуацією визначається залучення особистості до розумового процесу. Там, де немає проблемної ситуації, суперечностей - немає й мислення в точному значенні слова. За визначенням С.Л. Рубінштейна, мислення - це пошук і відкриття принципово, істотно нового.

Застосування проблемного навчання у навчальному процесі розглядається у роботах В.В. Медведєва, Н.М. Полякової, В.А. Дрибана, О.Ю. Ровенської, В.В. Кушніра та інших. Формуванню дослідницьких умінь у процесі навчання присвячені праці О.Р. Тимошенко, Г.Г. Єльчанинової, Н.О. Анісімова та ін. Концепцію багаторівневої математичної підготовки на базі інтегрованих форм занять і контролю сформульовано Т.І. Устюжаніною, Н.М. Поляковою та ін. Проблема формування інтересу, спрямованого на оволодіння майбутньою професією інженера, досліджено в роботах К.В. Власенко, О.Г. Євсєєвої, Т.С. Максимової, В.А. Петрук та ін.

Проте, відзначаючи вагомому значущість здобутків теоретичних і практичних досліджень, прослідковується відсутність цілісних досліджень, які відображали б сутність та умови належної математичної підготовки студентів технічних спеціальностей. Визначена проблема обумовлюється об'єктивними суперечностями: між зростанням вимог до кваліфікації сучасного інженера на виробництві та зниженням якості математичної підготовки у вищому навчальному закладі; між обсягом змісту вищої математики як дисципліни й обмеженою кількістю аудиторних занять; між необхідністю застосування комплексних і системних математичних знань у професійній діяльності сучасного інженера та відсутністю зв'язків з дисциплінами профільного спрямування; між упровадженням у навчальний процес новітніх інноваційних методів і домінуванням традиційних підходів щодо організації навчання вищої математики.

Мета статті. Мета статті полягає в аналізі одного з інноваційних підходів навчання вищої математики - методу проблемного навчання студентів технічних спеціальностей, який є підґрунтям для набуття ними комплексних і системних знань, сприяє активізації самостійної пізнавальної діяльності, оптимізації та модернізації математичної підготовки студентів.

Виклад основного матеріалу. Одним з головних методів належної математичної підготовки студентів технічних спеціальностей є проблемне навчання. В процесі проблемного навчання математичні поняття, закономірності та теорії вивчаються під час пошуку, спостереження й аналізу, що дозволяє студентам включити їх до вивчення спеціальних дисциплін. Проблемний підхід у викладанні вищої математики для студентів технічних спеціальностей є продуктивним, оскільки сприяє утворенню у студентів належного уявлення про використання математичних знань і вмінь під час вивчення дисциплін профільного спрямування, необхідних у майбутній професійній діяльності, розвитку їх пізнавальної самостійності за допомогою розв'язання проблемних ситуацій, що сприяють формуванню зацікавленості з оволодіння майбутньої професії інженера.

Проблемне навчання – це не просто один із засобів активізації розумової діяльності студентів, а інтеграція різних прийомів, методів, принципів навчання, спрямованих на розвиток умінь мислити, вчитися, адекватно оцінювати себе й обставини. З метою підвищення ефективності навчання вищої математики, щоб уникнути однобічності, оптимальним вбачається комплексне поєднання інших методів навчання з проблемним. Комплексне застосування різноманітних способів та прийомів, які стимулюють пошукову, творчу пізнавальну діяльність і самостійність студентів, сприяє їх успішному оволодінню необхідними знаннями для майбутньої професійної діяльності. Підґрунтям для цього є ситуації розв'язування пізнавальних задач, активного пошуку обґрунтувань, розумового напруження, зіставлення різних позицій і точок зору, в яких необхідно розібратися і прийняти самостійне рішення.

За М.І.Махмутовим [4]: «Проблемне навчання – це тип розвивального навчання, у якому поєднуються систематична самостійна пошукова діяльність учня з засвоєнням готових висновків

науки, а систему методів побудовано з урахуванням цілепокладання та принципу проблемності; процес взаємодії викладання та учіння орієнтовано на формування пізнавальної самостійності учнів, стійкості мотивів учіння та розумових (разом із творчими) здібностей у процесі засвоєння ними наукових понять та способів діяльності, детермінованого системою проблемних ситуацій».

Особливістю проблемного навчання є те, що воно змінює мотивацію пізнавальної діяльності студента. Інтерес до навчання виникає у зв'язку з проблемою і розгортається у процесі розумової праці, пов'язаної з пошуками та знаходженням рішення проблемного завдання або сукупності завдань. На цих засадах виникає внутрішня зацікавленість, що перетворюється у чинник активізації навчального процесу та ефективності навчання.

В умовах вузівської системи навчання вищої математики проблемні ситуації створюються як на лекціях - під час викладення теоретичного матеріалу, так і на практичних заняттях – під час навчання методам розв'язування задач.

Під час навчання вищої математики у студентів вирішальну роль відіграє така система завдань, яка має сприяти прояву пізнавальної самостійності, творчого мислення, тобто завдання практичного характеру, нестандартні задачі і завдання для створення проблемної ситуації. Під час створеної проблемної ситуації студент прагне вийти з неї, подолати перешкоду, в результаті чого активізується його розумова діяльність. Створити проблемну ситуацію можна завдяки постановки такої задачі, при розв'язуванні якої студент може згадати, відтворити, актуалізувати ряд знань, загальних положень, правил, способів дії, здатний здобувати нові знання й уміння на високому рівні інтересу до поставленої проблеми.

Під час створення проблемних ситуацій слід дотримуватися певних умов. Викладач дає студентам практичне чи теоретичне завдання, під час виконання якого вони мають здобути нові знання чи способи дій за темою. Це завдання ґрунтується на знаннях, що вже мають студенти. Знання, що необхідно засвоїти, мають містити невідому загальну закономірність чи спосіб дії, без з'ясування якої (якого) завдання виконати неможливо. Виконання завдання має викликати в студентів потребу в здобутті невідомих знань, тобто у них повинен з'явитися інтерес як мотив їхніх дій.

Виходячи з положень щодо методів творчого навчання, розроблених у вітчизняній педагогічній науці А. М. Алексюком, В. О. Онищуком та ін., ми вважаємо, що навчання вищої математики студентів технічних спеціальностей набуває творчого характеру, якщо воно забезпечує самостійне перенесення знань і вмінь у нову математичну ситуацію; виявлення нової математичної проблеми у знайомих умовах; вміння бачити шляхи її розв'язування; вміння по-новому комбінувати відомі способи розв'язування задачі, створювати оригінальні способи поряд з іншими відомими способами.

Проблемне навчання в процесі оволодіння знаннями з вищої математики передбачає постановку викладачем навчального проблемного завдання, яке викликає у студентів зацікавленість, усвідомлюється ними і спонукає до розв'язання навчальної проблеми. У процесі цього студенти здобувають нові знання, які застосовують у ході виконання нестандартних практичних завдань.

Процес пояснення матеріалу, що становить зміст проблемного завдання, вимагає дотримання певних умов: навчальний матеріал пояснюють після запитань студентів, що виникли в них у проблемній ситуації, в результаті чого досягають задоволення потреби в нових знаннях, пізнавального інтересу; під час викладу навчального матеріалу необхідно враховувати рівень знань студентів, підтверджувати правильне рішення або у разі необхідності продемонструвати нову закономірність та спосіб дії, якщо студенти не впоралися з розв'язанням проблемної ситуації. Якщо студенти, опинившись у проблемній ситуації, не змогли з неї вийти, викладач повинен сформулювати проблему, що виникла, вказати на причини, які привели до цього і пояснити навчальний матеріал, необхідний для розв'язання запропонованого завдання.

Досягненню творчого рівня пізнавальної діяльності студентів сприяє здійснення ними дослідницької діяльності. Тому одним із основних в організації проблемного навчання вищої математики є дослідницький метод, який передбачає готовність студента до цілісного розв'язання проблемної задачі, тобто до самостійного проходження всіх етапів дослідження. У вищій школі застосування дослідницького методу має передбачати самостійний пошук способу розв'язування пізнавальної задачі. Для цього потрібно, щоб студенти усвідомили проблему,

змогли самостійно висунути гіпотезу, побудувати план її перевірки, впевнитись у правильності отриманих розв'язків. Тому, доцільно використовувати прийоми, які сприяють розв'язанню складної, нестандартної задачі або проблеми: запитання – формулювання якнайбільше запитань відносно даної задачі і спроба відшукування на них відповіді; відстрочка – відкладання задачі, яку не вдається розв'язати, на деякий час з умовою повернення до цієї задачі; фіксація – запис промайнуваних думок; опрацювання навчальної літератури, що містить усні вправи на обчислення і перетворення.

Центральне місце у навчанні вищої математики майбутніх інженерів посідають задачі з практичним змістом. У сучасних умовах зростання обсягу і складності навчальної інформації супроводжується скороченням кількості аудиторних годин на вивчення вищої математики. В цих умовах задачі, крім традиційних функцій, набувають функцію носія інформації, тобто теоретичні положення повідомляються й засвоюються через задачі. Тому, під час викладання вищої математики доцільно пропонувати студентам більш універсальні, загальні методи розв'язання задач, але зберігати тісний взаємозв'язок різних розділів з курсу та систематичне поєднання аналітичних, геометричних й обчислювальних методів.

Вища математика, як фундаментальна навчальна дисципліна для студентів технічних спеціальностей, постає не лише засобом формування абстрактно-логічного мислення, але й має велике практичне значення, оскільки утворює теоретичне підґрунтя для їх подальшої професійної діяльності. Сутність практичної спрямованості вищої математики ґрунтується на оволодінні студентами методами математичного моделювання. Згідно методики проблемного навчання під час розв'язування задач практичного змісту починається важливий етап дослідження одержаних результатів і систематизації знань. Наприклад, оволодівши методами розв'язання простих задач на екстремум функції однієї або багатьох змінних, студенти повинні впевнитись у тому, що їх можна застосовувати безпосередньо для розв'язання прикладних задач у відповідності з майбутньою спеціальністю.

Під час проблемного навчання вищої математики способи діяльності, які опановуються у системі вищої школи, не повинні передбачати готове застосування алгоритмів, евристичних схем, готових правил. Бажано на прикладах розв'язування кількох задач дати можливість студентам самостійно оцінити проблемну ситуацію, знайти правило-орієнтир, алгоритм чи евристичну схему розв'язування задачі шляхом математичного моделювання. Зокрема, розв'язування текстових прикладних задач на екстремум потребує від студентів певних знань і навиків з інших природничих дисциплін, щоб застосувати їх до складання математичної моделі, яку вони розв'яжуть за допомогою певного алгоритму або схеми. Для утворення математичної моделі таких задач студент повинен згадати певні теоретичні відомості, наприклад, з геометрії або механіки, відтворити їх у розв'язку задачі й оперувати способами дій для вирішення проблемного завдання.

Розв'язання професійно орієнтованих проблемних задач сприяє формуванню у студентів технічних спеціальностей вузів зацікавленості з оволодіння майбутньою професією інженера. Під професійно орієнтованою задачею, за К.В.Власенко, розуміємо задачу, умова й вимоги якої визначають собою модель деякої ситуації, що виникає в професійній діяльності інженера [1]. При цьому студент здобуває знання на творчому рівні пізнавальної діяльності, самостійно розв'язує проблемне завдання, оволодіває професійним спрямуванням своїх знань і навичок.

Отже, прикладні задачі як головний засіб формування і розвитку творчої особистості, є підґрунтям для прояву високого рівня пізнавальної самостійності студентами, що сприяє успішному вирішенню проблемних ситуацій.

Необхідним компонентом ефективного проблемного навчання є домашня робота студентів з виконання проблемних завдань викладача, зокрема, самостійне оволодіння новими розділами математики за допомогою друкованих і електронних навчальних посібників, довідкової літератури, а також ресурсів Інтернета.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Новітні технології та методики навчання математики є одним з проявів величезного потенціалу інноваційних процесів. Системне і послідовне їх здійснення сприяє поглибленню позитивних трансформацій

у сучасній математичній освіті. Разом з тим, реалізація нововведень на практиці передбачає системну оцінку ефективності процесу математичної підготовки.

Браховуючи суттєві зміни в системі вищої вітчизняної освіти, постає питання подальшого удосконалення даної системи з урахуванням відповідних соціально-політичних та економічних змін у суспільстві, застосування активних методів, нових технологій навчання, які спрямовані на перебудову й вдосконалення навчально-виховного процесу та підготовку фахівців до професійної діяльності в сучасних умовах. Нові особливості, цілі і задачі навчальної діяльності визначають елементи інноваційних підходів навчання математичним дисциплінам студентів технічних спеціальностей. Перспективною залишається проблема реалізації професійної спрямованості навчання математики студентів технічних вузів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Власенко К. В. (2007). Формування професійної компетентності майбутніх інженерів в умовах інтеграції математики й спецдисциплін засобами професійно-орієнтованих евристичних задач. Міжнародний збірник наукових робіт. Дидактика математики: проблеми і дослідження, 28, 57–61. (Vlasenko K. V. (2007). Formuvannya profesiyanoi kompetentnosti maybutnikh inzheneriv v umovakh intehtratsiyi matematyky u spetsdystsyplin zasobamy profesiyno-oriyentovanykh evrystychnykh zadach. Mizhnar. zb. nauk. robit Dydaktyka matematyky: problemy i doslidzhennya:, 28, 57–61).
2. Грицюк О. С. (2013). Використання сучасних педагогічних технологій у математичній підготовці майбутніх інженерів. Інженерні та освітні технології в електротехнічних і комп'ютерних системах, 4, 31–39. (Hrytsyuk O. S. (2013). Vykorystannya suchasnykh pedahohichnykh tekhnolohiy u matematychniy pidhotovtsi maybutnikh inzheneriv Inzhenerni ta osvityntekhnolohiyi v elektrotekhnichnykh i komp'yuternykh systemakh, 4, 31–39).
3. Кушнір В. А. (2008). Інноваційні методи навчання математики. Науково-методичний посібник, В. А. Кушнір, Г. А. Кушнір, Р. Я. Ріжняк, (с.148). Кіровоград : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка. (Kushnir V. A. (2008). Innovatsiyini metody navchannya matematyky : Nauk.-metod. posibnyk / V. A. Kushnir, H. A. Kushnir, R. YA. Rizhnyak. Kirovohrad : RVV KDPU im. V. Vynnychenka, 148 s).
4. Махмутов М.И. (1975). Проблемное обучение. Основные вопросы теории, 368 с. (Makhmutov M.I. (1975). Problemnoye obucheniye. Osnovnyye voprosy teorii, 368)/

Nesterenko A. Problemtraining of higher mathematics of technical specialty students.

Strengthening attention to the educational needs of the individual, understanding the student not only as an object of study, but also as an equal subject of the educational process, leads to the need to intensify the cognitive activity of students and their interest in learning through the use of methods of problem learning. The urgent task is to determine the effective conditions for the application of the mathematical training of future engineers, to intensify the independent cognitive activity of students, to master the system of mathematical knowledge, skills and abilities.

The purpose of the paper is to analyze one of the innovative approaches of higher mathematics education - the method of problem-based training of technical specialty students, which is the basis for gaining complex and system knowledge, facilitates the activation of independent cognitive activity, optimization and modernization of mathematical preparation of students.

The problematic approach in teaching higher mathematics to the technical specialty students is productive, as it promotes the students' proper understanding of the use of mathematical knowledge and skills during the study of disciplines of the specialized direction necessary for future professional activity, the development of their cognitive activity by solving problem situations, contributing to the formation of interest in mastering the future profession of engineer. During the study of higher mathematics for students a crucial role plays such a system of tasks, which should contribute to the manifestation of cognitive activity, of creative thinking, that is, the task of a practical nature, non-standard tasks and tasks for creating a problem situation. During the created problem situation the student seeks to get out of it, to overcome the obstacle, as a result of which his mental activity becomes more active.

One of the main methods in the organization of problem education in higher mathematics is the research method, which involves the readiness of the student for the holistic solution of the problem,

that is, the independent passage of all stages of the study. In high school, the application of the research method should include an independent search for a way of solving the cognitive task.

The essence of the practical orientation of higher mathematics is based on the mastery of students by methods of mathematical modeling. The central point in the training of higher mathematics of future engineers is to deal with practical problems. An important stage of the study of the results and systematization of knowledge begin when solving problems of practical content. The solution of professionally oriented problems facilitates the formation of students' technical specialties of higher education interest in mastering the future profession of engineer. Applied tasks as the main means of formation and development of a creative person, are the basis for the manifestation of high level of cognitive independence of students, which contributes to the successful solution of problem situations.

The newest technologies and methods of teaching mathematics are one of the manifestations of the huge potential of innovative processes. Implementation of innovations in practice implies a systematic assessment of the effectiveness of the process of mathematical preparation.

Significant changes in the system of native higher education encourage the use of active methods, new learning technologies that are aimed at restructuring and improving the educational process and training professionals to professional activities in modern conditions. New features, goals and tasks of educational activity determine the elements of innovative approaches to teaching mathematical disciplines of technical specialty students. The problem of realization of the professional orientation of teaching mathematics of technical university students remains a promising one.

Key words: *problem education, problem situation, problem, innovative approach, higher mathematics, technical specialty, creative thinking, cognitive activity, research method, applied problems, professional orientation.*

Подано до друку 15.06.2025

Прийнято до друку 03.07.2025

РОЗДІЛ 3. ПРОБЛЕМА УДОСКОНАЛЕННЯ ПІДГОТОВКИ ВЧИТЕЛІВ ПРЕДМЕТІВ ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОГО ЦИКЛУ

УДК 378.147:373.3.011.3-051

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/73-80

О. О. Васько

ORCID ID 0000-0001-5241-0958

О. С. Білер

ORCID ID 0000-0001-9969-3289

С. М. Кондратюк

ORCID ID 0000-0002-3850-6731

Сумський державний педагогічний
університет імені А. С. Макаренка

ДІЯЛЬНІСНИЙ ПІДХІД ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ ПРОФЕСІЙНОЇ ВІДПОВІДАЛЬНОСТІ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ПОЧАТКОВИХ КЛАСІВ

Мета статті – обґрунтувати теоретичні засади та розкрити особливості реалізації діяльнісного підходу як засобу розвитку професійної відповідальності майбутніх учителів початкових класів та показати можливості його реалізації у процесі професійної підготовки, зокрема під час вивчення методики навчання математичної й інформатичної освітніх галузей і проходження педагогічної практики. Професійна відповідальність трактується як інтегративна особистісна якість, що формується через активну участь студентів у навчальній діяльності, рефлексію й усвідомлення наслідків педагогічних рішень.

Методи дослідження включають аналіз і узагальнення наукових праць із проблеми діяльнісного підходу, вивчення педагогічного досвіду його реалізації, аналіз власної викладацької практики та результатів організації педагогічної практики студентів спеціальності АЗ Початкова освіта.

Результати дослідження полягають у теоретичному обґрунтуванні діяльнісного підходу як засобу розвитку професійної відповідальності майбутніх учителів початкових класів через автентичні завдання, рефлексію, колективну діяльність і наставництво. Представлено систему методів реалізації діяльнісного підходу: проєктне навчання, дослідницько-аналітичні завдання, рефлексивні практики та ведення MyWay-портфоліо. Показано, що кожен з них сприяє розвитку внутрішньої мотивації до самовдосконалення та відповідальності за результати педагогічної діяльності.

Практичне значення дослідження полягає у розробленні конкретних прикладів реалізації діяльнісного підходу під час методичної підготовки: створення цифрових освітніх ігор, аналітичного порівняння підручників, розробки чек-листів і самоаналізу уроків. Матеріали можуть бути використані у процесі підготовки майбутніх учителів та організації педагогічної практики.

Діяльнісний підхід забезпечує органічне формування професійної відповідальності через активну навчальну діяльність, рефлексію й усвідомлення професійних наслідків. Сформована відповідальність має внутрішній характер і сприяє сталому професійному розвитку. Перспективи подальших досліджень пов'язані з аналізом динаміки становлення відповідальності та інтеграцією цифрових технологій у діяльнісний підхід.

Ключові слова: діяльнісний підхід, професійна відповідальність, майбутні вчителі початкових класів, методика навчання математичної освітньої галузі, методика навчання інформатики, проєктне навчання, рефлексивна практика, педагогічна практика, MyWay-портфоліо.

Постановка проблеми. Реформування вітчизняної системи освіти відповідно до концепції Нової української школи актуалізує проблему підготовки педагогічних кадрів, здатних нести свідому відповідальність за результати навчання й розвитку молодших

школярів. Професійна відповідальність набуває особливого значення у підготовці саме вчителів початкових класів, оскільки специфіка їхньої майбутньої діяльності вимагає одночасного володіння методиками викладання всіх освітніх галузей, здатності до швидкого прийняття педагогічних рішень у непередбачуваних ситуаціях та усвідомлення довготривалого впливу власних дій на формування особистості дитини. Відповідальне ставлення дозволяє педагогу не лише якісно організувати навчальний процес, а й стати для дітей надійним наставником, що мотивує до пізнання та сприяє розвитку самостійності, критичного мислення й соціальної зрілості.

Сучасна педагогічна практика свідчить про суперечність між зростаючими вимогами до професійної відповідальності вчителя та недостатньою ефективністю традиційних методів її формування. Інформаційно-репродуктивна модель навчання формує переважно зовнішню відповідальність студентів, натомість сучасна школа потребує педагогів з внутрішньою професійною відповідальністю, що ґрунтується на усвідомленні цінності власної діяльності та її впливу на особистісний розвиток дитини.

Діяльнісний підхід створює умови для трансформації студента з пасивного реципієнта знань в активного суб'єкта навчальної діяльності, здатного приймати обґрунтовані рішення та усвідомлювати їхні наслідки. Особливого значення набуває його реалізація у процесі вивчення методик навчання математичної та інформатичної освітніх галузей, оскільки вони передбачають розв'язання автентичних професійних завдань, що вимагають критичного мислення і відповідальності за методичні рішення.

Проблема цілеспрямованого використання діяльнісного підходу для розвитку професійної відповідальності майбутніх учителів початкових класів у поєднанні методичної підготовки з педагогічною практикою залишається недостатньо дослідженою, що зумовлює актуальність нашого дослідження.

Аналіз актуальних досліджень. Теоретичні засади діяльнісного підходу закладено у працях Дж. Брунера, Дж. Дьюї, Ж. Піаже, які розглядали діяльність як провідний чинник розвитку особистості та формування її пізнавальної й моральної самостійності. Сучасні дослідники (Дж. Б. Біго, Е. Венгер, Дж. Лейв, Д. Шон) акцентують на значенні автентичної практики, професійної рефлексії та спільнот навчання у становленні відповідального фахівця.

У вітчизняній педагогіці (Н. Бібік, І. Зязюн, Н. Ничкало, О. Савченко, Л. Хомич та ін.) діяльнісний підхід розглядається як основа формування професійної компетентності та педагогічної культури майбутнього вчителя. Професійна відповідальність визначається як інтегративна якість, що об'єднує мотиваційний, когнітивний, етичний і діяльнісний компоненти (Н. Гузій, В. Кремень, О. Кузьмінський). Її розвиток забезпечується через активну діяльність студента, що сприяє переходу від засвоєння знань до їх практичного застосування.

Дослідження сучасних педагогів (Л. Коваль, О. Комар, Н. Листопад, С. Скворцова та ін.) доводять, що методика навчання математики й інформатики створює умови для реалізації діяльнісного підходу завдяки практико-орієнтованим і дослідницьким завданням, які формують аналітичне мислення та відповідальність за результати діяльності.

Однак проблема використання діяльнісного підходу саме як засобу розвитку професійної відповідальності майбутніх учителів початкових класів у поєднанні методичної підготовки та педагогічної практики залишається недостатньо дослідженою, що й визначає наукову новизну нашого дослідження.

Мета статті – обґрунтувати теоретичні засади та розкрити особливості реалізації діяльнісного підходу як засобу розвитку професійної відповідальності майбутніх учителів початкових класів та показати можливості його реалізації у процесі професійної підготовки, зокрема під час вивчення методики навчання математичної й інформатичної освітніх галузей і проходження педагогічної практики.

Виклад основного матеріалу. Професійна відповідальність педагога розглядається як складне, багатогранне поняття, що включає здатність особистості, яка працює у системі «людина-людина», свідомо ставити стратегічні завдання передовсім перед собою і учнем, прогнозувати шляхи їх вирішення та втілювати їх у життя. У структурі компетентності

майбутнього вчителя відповідальність виявляється визначальною рисою, оскільки педагог створює адекватні умови для повноцінного творчого розвитку особистості учня [5].

У американській науково-педагогічній думці оформилися декілька підходів до трактування поняття «професійна відповідальність педагога»: як особистісне утворення, що допомагає ідентифікувати себе з представниками професійної спільноти і відповідно виконувати якісно всі професійні обов'язки; як інституційна норма для певної групи фахівців; як результат дотримання норм і правил педагогічної етики; як прагнення надавати якісні освітні послуги і розвивати педагогічну теорію та практику відповідно до академічних стандартів [7].

Структура професійної відповідальності педагога включає основні складові, що визначають ефективність педагогічної діяльності. У системі професійної компетентності майбутнього вчителя початкових класів відповідальність інтегрується з іншими компонентами: когнітивним (знання про професійні обов'язки, норми та стандарти), діяльнісним (уміння та навички відповідального виконання професійних функцій), ціннісно-орієнтаційним (ціннісне ставлення до професійних обов'язків), мотиваційним (внутрішня потреба бути відповідальним педагогом) та професійно-особистісним (особистісні якості, що забезпечують відповідальну поведінку) [6].

Діяльнісний підхід формує професійну відповідальність через декілька взаємопов'язаних механізмів. По-перше, автентичні завдання створюють ситуації, де студенти безпосередньо стикаються з наслідками своїх педагогічних рішень [1; 2].

По-друге, рефлексивна практика, яка є невід'ємною частиною діяльнісного підходу, сприяє усвідомленню власних професійних цінностей та принципів. Через систематичну рефлексію студенти аналізують свої дії, оцінюють їх ефективність та розробляють стратегії вдосконалення. Це формує внутрішню мотивацію до відповідального виконання професійних обов'язків, на відміну від зовнішнього контролю [3].

По-третє, колективна діяльність та співпраця розвивають колективну відповідальність, коли студенти усвідомлюють свою роль у командній роботі та відповідальність перед колегами. Професійні навчальні спільноти, створені в рамках діяльнісного підходу, забезпечують підтримку, зворотний зв'язок та можливості для спільного розв'язання професійних проблем.

Реалізація діяльнісного підходу у підготовці майбутніх учителів початкових класів передбачає використання різноманітних методів активної навчальної діяльності: проектного та проблемно-орієнтованого навчання, дослідницько-аналітичних завдань, рефлексивних практик, педагогічної практики.

Проектне навчання є одним із найефективніших методів реалізації діяльнісного підходу у підготовці майбутніх учителів. Цей метод передбачає розробку та виконання студентами комплексних проєктів, які інтегрують теоретичні знання з різних дисциплін та практичні навички.

У контексті підготовки вчителів початкових класів і розвитку їхньої професійної відповідальності проектно навчання може включати створення освітніх матеріалів, дослідження методичних питань, проєктування сучасних уроків із використанням цифрових технологій, розробку діагностичних інструментів для оцінювання навчальних досягнень учнів. Важливо, що проєкти мають бути автентичними, тобто спрямованими на розв'язання реальних педагогічних проблем, що підвищує мотивацію студентів та формує відповідальне ставлення до результатів.

У курсі «Методики навчання інформатики» реалізується проєкт «Цифрова освітня гра для молодших школярів». Студенти (індивідуально або в парах) розробляють освітню гру з інформатики, використовуючи доступні онлайн-конструктори (Scratch, Code.org, Genially, PowerPoint з інтерактивними елементами).

Завдання проєкту: створити навчальну гру на одну з тем курсу інформатики (алгоритми, виконавці алгоритмів, кодування інформації, пошук інформації в Інтернеті, безпека в мережі) для учнів 2-4 класів. Гра має містити: навчальний контент (пояснення понять через ігрові ситуації), систему завдань із наростанням складності, елементи геймфікації (бали, рівні, заохочення), зрозумілий інтерфейс для молодших школярів.

Етапи реалізації: вибір теми та вікової групи, аналіз існуючих освітніх ігор (що працює добре, які недоліки), розробка концепції та сценарію гри, технічна реалізація,

тестування (на однокласниках або молодших братах/сестрах), презентація з демонстрацією гри, збір відгуків та коригування.

Додаткова вимога: підготувати методичний супровід для вчителя – мету використання гри на уроці, рекомендований етап уроку, час гри, можливі варіанти організації роботи (індивідуально, в парах, командна гра).

Цей проєкт розвиває відповідальність за створення безпечного та педагогічно доцільного цифрового освітнього контенту, усвідомлення того, що навіть розважальні елементи навчання мають відповідати віковим особливостям дітей, не містити неетичного контенту, сприяти досягненню освітніх цілей, а не лише розважати.

Ефективність проєктного навчання залежить від кількох факторів. По-перше, проєкти повинні відповідати рівню підготовки студентів та поступово ускладнюватися. По-друге, необхідна системна підтримка з боку викладачів, які виступають у ролі фасилітаторів, а не передавачів знань. По-третє, важлива систематична рефлексія процесу та результатів проєкту, що дозволяє студентам усвідомити власне навчання та розвиток.

Поряд із проєктним навчанням, *групові дослідницько-аналітичні завдання* є ефективним засобом реалізації діяльнісного підходу та розвитку професійної відповідальності майбутніх учителів. Такі завдання забезпечують формування критичного мислення, здатності приймати обґрунтовані рішення та усвідомлювати їх наслідки для навчання учнів.

Під час вивчення курсу «Методики навчання математичної освітньої галузі», зокрема теми «Засоби навчання математики», студентам пропонується здійснити порівняльний аналіз чинних підручників математики для початкових класів. Студенти об'єднуються у чотири групи відповідно до класів (1–4 класи) і аналізують підручники за такими критеріями: авторство та структура, умовні позначення, особливості подання навчального матеріалу, кількість і зміст завдань, наявність інтернет-підтримки. Результати представляються у вигляді презентації на спільній онлайн-дошці.

Це завдання вимагає не просто вивчення структури підручників, а критичного оцінювання їхніх методичних особливостей, співвіднесення з вимогами НУШ, прогнозування впливу на результати навчання учнів. Студенти усвідомлюють, що вибір підручника – це відповідальне професійне рішення, яке визначає зміст, методи та результативність навчання математики протягом навчального року.

Подібним чином організовується групова робота над створенням спільної електронної книги «Засоби навчання математики в початковій школі». Кожна група розробляє окремий розділ за визначеною темою: традиційні засоби навчання, цифрові освітні ресурси, дидактичні ігри, засоби для формування обчислювальних навичок. Оцінювання здійснюється за критеріями змістовності, оформлення та командної роботи. Такі завдання формують не лише методичну компетентність, а й усвідомлення колективної відповідальності за якість створеного освітнього продукту.

Проблемно-орієнтоване навчання є іншим важливим методом діяльнісного підходу, який передбачає розв'язання студентами автентичних професійних проблем. На відміну від традиційного навчання, де спочатку надається інформація, а потім студенти застосовують її для розв'язання задач, проблемно-орієнтоване навчання починається з проблеми, а процес її розв'язання стимулює навчання.

У підготовці вчителів початкових класів і розвитку їхньої професійної відповідальності це може включати аналіз складних педагогічних ситуацій, розробку стратегій роботи з різними категоріями учнів, вирішення конфліктних ситуацій у класі. Дослідження показують, що проблемно-орієнтоване навчання розвиває критичне мислення, здатність до прийняття рішень в умовах невизначеності та професійну відповідальність за наслідки цих рішень.

Рефлексивна практика є ключовим компонентом діяльнісного підходу, що забезпечує усвідомлене навчання та професійний розвиток. Рефлексія передбачає систематичний аналіз власної діяльності, виявлення сильних та слабких сторін, розробку стратегій вдосконалення. Дослідження Д. Шона про рефлексивну практику показують, що професіонали, які систематично рефлексують свою практику, є більш ефективними та відповідальними.

Існують різні рівні рефлексії: рефлексія-в-дії (під час виконання діяльності), рефлексія-про-дію (після завершення діяльності) та рефлексія-для-дії (планування майбутньої

діяльності). Для формування професійної відповідальності особливо важлива критична рефлексія, яка передбачає аналіз не лише технічних аспектів діяльності, але й етичних, соціальних та політичних вимірів педагогічної практики.

У курсах «Методика навчання математичної освітньої галузі» і «Методика навчання інформатики» рефлексивна практика реалізується через поєднання розробки методичних матеріалів та їх критичного самоаналізу. До прикладу, студентам пропонується розробити фрагмент уроку для здобувачів освіти 3 класу за матеріалами підручника «Я досліджую світ» на одну з тем, пов'язаних з етапами вивчення засобів мережі «Інтернет»: початкові уявлення про Інтернет, програма-браузер, вебсторінка, вебсайт, гіперпосилання.

Розробка фрагменту уроку включає визначення мети, добір обладнання, методів і прийомів, детальне планування перебігу уроку з урахуванням допустимого часу роботи з комп'ютером та правил безпечної поведінки. Це завдання вимагає від студентів не лише знання методики, а й усвідомлення відповідальності за здоров'я дітей, дотримання санітарно-гігієнічних норм, забезпечення безпечного освітнього середовища.

Ключовим етапом є самоаналіз розробленого фрагменту уроку за допомогою спеціального чек-листа, що містить критерії: коректність формулювання мети, доречність вибору форм і методів, досягнення поставленої мети, забезпечення активності здобувачів освіти, ефективність часового менеджменту. Студенти оцінюють виконання кожного критерію за чотирибальною шкалою, що спонукає до об'єктивного аналізу власної методичної розробки.

Така організація навчальної діяльності формує рефлексію-про-дію, коли студент після завершення розробки системно аналізує якість створеного продукту, виявляє його сильні сторони та недоліки, усвідомлює можливі наслідки запропонованих методичних рішень для навчання учнів. Це розвиває професійну відповідальність через внутрішню потребу у постійному вдосконаленні, критичному ставленні до результатів власної діяльності, прагненні забезпечити високу якість освітнього процесу.

Метакогнітивні навички, тобто здатність усвідомлювати та регулювати власні когнітивні процеси, є одним із компонентів рефлексивної практики. Вчителі з розвиненими метакогнітивними навичками є ефективними у плануванні навчання, моніторингу прогресу учнів та адаптації своїх стратегій навчання. Розвиток метакогнітивних навичок у майбутніх учителів включає навчання стратегіям планування, моніторингу, оцінювання та регуляції власної навчальної та професійної діяльності.

Педагогічна практика створює умови для трансформації теоретичних знань у практичні навички та надання конкретного змісту професійній відповідальності. Сучасні моделі організації педагогічної практики передбачають активну суб'єктну позицію студентів у плануванні, проведенні та аналізі уроків, що якісно відрізняється від пасивного спостереження за діяльністю досвідчених учителів.

У контексті реалізації діяльнісного підходу під час педагогічної практики нами розроблено навчально-методичний посібник «Педагогічна практика бакалаврів початкової освіти: наставництво, професійна ідентичність, розвиток власної педагогічної траєкторії» [4], який є комплексним ресурсом для підготовки студентів до проходження різних видів педагогічної практики. Посібник висвітлює не лише організаційні та методичні аспекти практики, а й питання наставництва, формування професійної ідентичності та створення власної педагогічної траєкторії – ключових елементів професійного становлення майбутніх учителів.

Важливим інструментом розвитку професійної відповідальності під час педагогічної практики є створення студентами *MyWay-портфоліо* – цифрового професійного портфеля, який супроводжує майбутнього вчителя протягом усього періоду навчання. *MyWay-портфоліо* може бути реалізоване у форматі хмарного сховища (Google Диск), блогу, вікі-сторінки або веб-сайту на базі онлайн-конструкторів (GoogleSites, Wix, Weebly).

Структура *MyWay-портфоліо* включає кілька взаємопов'язаних розділів: вступ (професійні цілі, мотивація, очікування від педагогічної діяльності); навчальні матеріали (конспекти уроків, методичні розробки, дидактичні матеріали); практичний досвід (звіти про проходження педагогічних практик, аналіз проведених уроків і виховних заходів, дослідницькі ініціативи); професійний розвиток (участь у тренінгах, семінарах,

конференціях, сертифікати); рефлексії та самооцінка (критична оцінка власних досягнень, виявлення труднощів, визначення потреб у професійному зростанні).

Систематична робота над MyWay-портфоліо розвиває професійну відповідальність через декілька механізмів. По-перше, студенти відстежують власний професійний розвиток у динаміці, співвідносячи його з поставленими цілями та стандартами педагогічної освіти, що формує усвідомлення відповідальності за власне професійне зростання. По-друге, систематична рефлексія педагогічного досвіду, зафіксована у портфоліо, сприяє критичному осмисленню наслідків своїх педагогічних рішень, виявленню власних сильних і слабких сторін, розробці стратегій вдосконалення. По-третє, документування методичних напрацювань, конспектів уроків, результатів роботи з учнями формує відповідальність за якість створених освітніх продуктів та їхній вплив на навчання дітей.

Під час педагогічної практики студенти наповнюють MyWay-портфоліо конкретними матеріалами: детальними конспектами проведених уроків, самоаналізом цих уроків (із використанням чек-листів), відгуками вчителів-наставників, розробленими дидактичними та цифровими матеріалами, фото- та відеофіксацією фрагментів уроків (за згодою адміністрації школи), рефлексивними записами про педагогічні ситуації, що виникали під час практики, та способи їх розв'язання.

Така організація педагогічної практики забезпечує перехід від зовнішньої регламентації діяльності студента (виконання завдань практики за вказівкою викладача) до внутрішньої мотивації та самостійності, коли майбутній учитель сам визначає цілі свого професійного розвитку, аналізує свій прогрес, планує шляхи вдосконалення і несе відповідальність за результати власної педагогічної діяльності. MyWay-портфоліо стає не просто формальною вимогою, а інструментом професійної самоідентифікації, засобом формування відповідальної педагогічної позиції та усвідомлення себе як суб'єкта власного професійного становлення.

Ефективна реалізація діяльнісного підходу вимагає *дотримання низки організаційно-педагогічних принципів*. *Принцип суб'єктності* передбачає визнання студента активним учасником навчального процесу, який несе відповідальність за власне навчання. Це означає надання можливості вибору завдань, методів роботи та темпу навчання, що розвиває автономію та самостійність.

Принцип контекстності забезпечує навчання в контексті майбутньої професійної діяльності. Завдання та ситуації відображають реальні проблеми та виклики, з якими студенти зустрінуться як учителі початкових класів, що формує усвідомлення професійної відповідальності.

Принцип рефлексивності означає систематичний аналіз та осмислення власної діяльності. Рефлексія інтегрована в усі види навчальної діяльності – від планування до оцінювання результатів. *Принцип співпраці* передбачає організацію колективної діяльності, де студенти вчать працювати в команді, ділитися досвідом та нести колективну відповідальність за результати.

У діяльнісному підході роль викладача трансформується від передавача знань до фасилітатора навчання, ментора та коуча. Викладач створює освітнє середовище, яке стимулює активність студентів, підтримує їхню ініціативу, забезпечує конструктивний зворотний зв'язок і сам демонструє професійну відповідальність як рольова модель для майбутніх учителів.

Критично важливим є створення сприятливого середовища для професійного навчання, що характеризується атмосферою довіри та психологічної безпеки, де студенти не бояться помилок і можуть експериментувати з новими підходами; доступом до необхідних ресурсів (методичних матеріалів, технологій, можливостей спостереження за роботою досвідчених учителів); організацією професійних навчальних спільнот для обміну досвідом та спільного пошуку рішень.

Діяльнісний підхід має глибокий вплив на формування професійної ідентичності майбутніх учителів. Через активну участь у професійній діяльності, рефлексію та взаємодію з професійною спільнотою студенти формують розуміння себе як учителів, усвідомлюють

свої цінності та відповідальність. Студенти з сильною професійною ідентичністю є більш мотивованими, стійкими до стресу та відповідальними у виконанні професійних обов'язків.

Професійна відповідальність, сформована у межах діяльнісного підходу, має внутрішній характер, на відміну від зовнішньої відповідальності, що базується на страху покарання чи очікуванні винагороди. Студенти розвивають усвідомлення важливості своєї професії, розуміння впливу власних дій на розвиток дітей та бажання постійно вдосконалюватися, що забезпечує стійку мотивацію до професійного розвитку протягом усієї кар'єри.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Діяльнісний підхід є ефективним засобом розвитку професійної відповідальності майбутніх учителів початкових класів. На відміну від традиційних моделей педагогічної освіти, він створює умови для органічного формування відповідальності через активну участь студентів у навчальній діяльності, рефлексію та усвідомлення наслідків власних педагогічних рішень.

Реалізація діяльнісного підходу у процесі вивчення методики навчання математичної та інформатичної освітніх галузей здійснюється через систему взаємопов'язаних методів: проєктне, групові дослідницько-аналітичні завдання, рефлексивні практики. Під час педагогічної практики ці методи доповнюються веденням MyWay-портфолію як інструменту систематичної рефлексії професійного зростання. Кожен із методів по-своєму розвиває професійну відповідальність: проєктне навчання – через усвідомлення впливу створених продуктів на навчання дітей; дослідницько-аналітичні завдання – через критичне осмислення методичних рішень; рефлексивна практика – через самоаналіз і внутрішню мотивацію до вдосконалення; педагогічна практика – через безпосередню взаємодію з учнями та аналіз реальних ситуацій.

Ефективна реалізація діяльнісного підходу вимагає дотримання принципів суб'єктності, контекстності, рефлексивності та співпраці, а також трансформації ролі викладача від передавача знань до фасилітатора та рольової моделі професійної відповідальності.

Сформована у межах діяльнісного підходу професійна відповідальність має внутрішній характер і забезпечує стійку мотивацію до професійного розвитку протягом педагогічної кар'єри, що є критично важливим у контексті реформування початкової освіти відповідно до засад Нової української школи.

Перспективи подальших досліджень пов'язані з вивченням динаміки розвитку професійної відповідальності на різних етапах підготовки, порівняльної ефективності різних форм діяльнісного підходу, можливостей інтеграції цифрових технологій і віртуальних симуляцій, довготривалих ефектів сформованої відповідальності у реальній педагогічній практиці випускників.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Aguirregabiria Barturen, J., García Olalla, A.M. (2020). Aprendizaje basado en proyectos y desarrollo sostenible en el Grado de Educación Primaria. *Enseñanza De Las Ciencias. Revista De investigación Y Experiencias didácticas*, 38(2), 5–24. Retrieved from: <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2717>.
2. Molina-Torres, M.-P. (2022). Project-Based Learning for Teacher Training in Primary Education. *Education Sciences*, 12(10), 647. Retrieved from: <https://doi.org/10.3390/educsci12100647>.
3. Yaegashi, S. F. R., Shigunov Neto, A., Ruiz, N.F., Gasparin, J.L. (2020). Leontiev's Theory of Activity and Donald Schön's Reflective Professor: reflections on teacher education. *Acta Scientiarum. Education*, 43(1), e48355. Retrieved from: <https://doi.org/10.4025/actascieduc.v43i1.48355>.
4. Білер, О.С., Васько, О.О., Кондратюк, С.М. Павлущенко, Н.М. (2024). Педагогічна практика бакалаврів початкової освіти: наставництво, професійна ідентичність, розвиток власної педагогічної траєкторії. Суми, 154. (Bilier, O.S., Vasko, O.O., Kondratiuk, S.M., Pavlushchenko, N.M. (2024). Pedagogical Practice of Bachelor's Degree Students in Primary Education: Mentoring, Professional Identity, Development of Own Pedagogical Trajectory. Sumy, 154). Retrieved from: <https://repository.sspu.edu.ua/handle/123456789/14951>.
5. Вознюк, О.В., Левківський, М.В. (2002). Відповідальність у структурі компетентності педагога. *Педагогічні науки*. Суми, 1, 179-186. (Voznyuk, O.V., Levkivsky, M.V.

- Responsibility in the structure of the teacher's competence. *Pedagogical Sciences*. Sumy, 1, 179-186.). Retrieved from: https://eprints.zu.edu.ua/26638/1/ЛЕВ_ВОЗ.pdf.
6. Олексієнко, О. (2023). Особливості формування відповідальності як складової професійної компетентності майбутніх викладачів. *Духовність особистості: методологія, теорія і практика*, 1, 1 (105), 113-121. (Oleksiyenko, O. (2023). Peculiarities of the Formation of Responsibility as a Component of the Professional Competence of Future Teachers. *Spirituality of a Personality: Theory, Methodology and Practice: collection scientific papers*, 1, 1 (105), 113-121.). Retrieved from: <https://doi.org/10.33216/2220-6310/2023-105-1-113-121>.
7. Подуфалова, К. (2022). Професійна відповідальність педагога: контексти наукової інтерпретації (американський досвід). *Гуманізація навчально-виховного процесу*, 1 (101), 67-77. (Podufalova, K. (2022). Professional Responsibility of a Teacher: Scientific Interpretation Contexts (American Experience). *Humanization of the Educational Process*, 1 (101), 67-77.). Retrieved from: [https://doi.org/10.31865/2077-1827.1\(101\)2022.264941](https://doi.org/10.31865/2077-1827.1(101)2022.264941).

Vasko O.O., Bilier O.S. The Activity-Based Approach as a Means of Developing Professional Responsibility in Future Primary School Teachers.

The article aims to substantiate the theoretical foundations and reveal the specific features of implementing the activity-based approach as a means of developing professional responsibility in future primary school teachers, and to demonstrate possibilities for its application in the process of professional training, in particular while studying methods of teaching Mathematics and Informatics as educational domains, as well as during pedagogical (teaching) practice. Professional responsibility is interpreted as an integrative personal quality formed through students' active engagement in learning activities, reflection, and awareness of the consequences of pedagogical decisions.

The research methods include analysis and synthesis of scholarly works on the activity-based approach, examination of pedagogical experience related to its implementation, and analysis of the authors' own teaching practice and of the outcomes of organizing pedagogical practice for students of the A3 Primary Education specialty.

The study provides a theoretical justification of the activity-based approach as a means of developing professional responsibility in future primary school teachers through authentic tasks, reflection, collaborative activity, and mentoring. The article presents a system of methods for implementing the activity-based approach: project-based learning, research and analytical tasks, reflective practices, and the development and maintenance of a MyWay portfolio. It is shown that each of these methods contributes to the development of intrinsic motivation for self-improvement and responsibility for the outcomes of pedagogical activity.

The practical significance of the study lies in the development of concrete examples of implementing the activity-based approach in methodological training: creation of digital educational games, analytical comparison of textbooks, development of checklists, and lesson self-analysis. The materials may be used in the preparation of future teachers and in the organization of teaching practice.

The activity-based approach ensures the organic formation of professional responsibility through active learning, reflection, and awareness of professional consequences. The responsibility formed in this way is internal in nature and supports sustainable professional development. Prospects for further research are related to analysing the dynamics of the formation of responsibility and to integrating digital technologies into the activity-based approach.

Keywords: *activity-based approach; professional responsibility; future primary school teachers; methodology of teaching Mathematics; methodology of teaching Informatics; project-based learning; reflective practice; teaching practice; MyWay portfolio.*

**Подано до друку 23.10.2025
Прийнято до друку 03.11.2025**

УДК 54:615.2/3:378.147

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/81-94

Т. О. Денисенко

ORCID ID 0000-0001-7755-9855

Н. В. Стець

ORCID ID 0000-0002-3555-6469

С. І. Коваленко

ORCID ID 0000-0001-8017-9108

Дніпровський національний
університет ім. О. Гончара

ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНОЇ ТРАЄКТОРІЇ ДЛЯ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ СПЕЦІАЛЬНОСТІ 102 ХІМІЯ: ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ОСВІТНІХ ПРОГРАМ

Дослідження присвячене порівняльному аналізу освітніх програм за спеціальністю 102 Хімія з метою визначення особливостей формування професійної траєкторії здобувачів. Метою статті є виявлення структурних, змістових і компетентнісних відмінностей освітніх програм та визначення їх впливу на формування професійних траєкторій майбутніх фахівців-хіміків. Актуальність теми зумовлена стрімким розвитком фармацевтичної, біомедичної та хіміко-технологічної галузей, що підвищує потребу у фахівцях, здатних працювати на межі фундаментальної та прикладної хімії. У роботі розглянуто шість освітніх програм провідних українських університетів з акцентом на нову ОП «Хімія лікарських речовин» Дніпровського національного університету ім. О. Гончара, яка поєднує фундаментальну хімічну підготовку зі спеціалізованими фармацевтично-косметичними складовими та розширеним блоком практичної підготовки.

Методологія дослідження ґрунтується на порівняльному аналізі змісту програм, їх структурних елементів, вибіркового компонента, практичної підготовки, професійних компетентностей та кар'єрних можливостей. У дослідженні використано аналітико-порівняльний, системний та структурно-логічний підходи, що дозволило комплексно оцінити освітні програми як цілісні педагогічні системи. Встановлено, що всі проаналізовані програми ґрунтуються на спільній парадигмі традиційної хімічної освіти, однак демонструють різнопрофільні освітні траєкторії: промислово-технологічного, екологічного, високотехнологічного, медико-фармацевтичного й педагогічного спрямувань.

Проаналізовані програми характеризуються власним набором унікальних фахових компетентностей, що охоплюють квантово-хімічне моделювання, хемометричні підходи, методи медичної хімії, інструментальний контроль якості, екологічний моніторинг, а також навички проєктування, створення лікарських і косметичних засобів. Показано, що саме ці компетентності формують різні професійні траєкторії для випускників і робить їх конкурентоспроможними на ринку праці. Конкретизовано, що відмінності у структурі вибіркового компонента та практичної підготовки безпосередньо визначають спрямованість професійної реалізації випускників.

Проведене дослідження підтверджує актуальність модернізації хімічної освіти відповідно до потреб фармацевтичної галузі, європейських стандартів і сучасних тенденцій професійної підготовки. Наукова новизна полягає у комплексному порівнянні освітніх програм через призму формування професійних траєкторій та встановленні взаємозв'язку між структурою освітніх компонентів і кар'єрними можливостями випускників. Практичне значення результатів дослідження полягає у можливості їх використання для вдосконалення освітніх програм, посилення їх прикладної спрямованості та підвищення відповідності вимогам сучасного ринку праці.

Ключові слова: хімічна освіта, компетентностний підхід, освітні траєкторії, кар'єрні можливості, професійна підготовка, освітні програми, професійні компетентності, якість вищої освіти, модернізація освіти.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Сучасний розвиток фармацевтичної промисловості, біомедичних технологій та хімічного виробництва зумовлює зростаючу потребу у фахівцях, здатних працювати на перетині фундаментальної хімії та прикладних наук про лікарські речовини. Зазвичай, традиційні освітні програми з хімії не містять професійної складової, зосередженої на вивченні медичної хімії, фармакогнозії, фармакології та комп'ютерного дизайну лікарських сполук. У результаті виникає дисбаланс між потребами на ринку праці та підготовкою майбутніх хіміків. В умовах швидкого розширення спектра фармпрепаратів, появи нових способів синтезу лікарських сполук, удосконалення аналітичних методів їх ідентифікації та визначення, а також розвитку квантового моделювання виникає об'єктивна необхідність модернізації змісту хімічної освіти.

Посилення конкуренції на глобальному та національному ринках праці додатково актуалізує потребу у формуванні у здобувачів освіти не лише ґрунтовних теоретичних знань, а й прикладних компетентностей, здатності до міждисциплінарної інтеграції та адаптації до швидкозмінних технологічних умов. У цьому контексті особливого значення набуває переорієнтація освітніх програм на результати навчання, що відповідають реальним професійним сценаріям діяльності хіміків у фармацевтичній, біомедичній та хіміко-технологічній галузях. Одночасно зростає значущість індивідуалізації освітніх траєкторій, що дозволяє здобувачам формувати власний професійний профіль відповідно до актуальних запитів галузі та особистих освітніх потреб.

У 2024 року Європейська асоціація університетів опублікувала оновлену версію «Суспільного договору Європи та її університетів». Цей документ декларує ключову роль університетів у майбутньому Європи та визначає, яким чином вища освіта може впливати на соціально-економічний розвиток України, а також сприяти вирішенню глобальних викликів, включаючи зміну клімату, геополітичні конфлікти, війни, тероризм. Згідно з цим документом, системи забезпечення якості вищої освіти мають формуватися відповідно до ключових потреб стейкхолдерів та орієнтуватися на посилення ролі закладів вищої освіти в економічному розвитку країни. Ефективне функціонування таких систем передбачає узгодження освітніх результатів із запитамі роботодавців, галузевих спільнот та державних інституцій, що сприяє формуванню компетентних фахівців, здатних забезпечувати інноваційний розвиток бізнес-середовища. Посилення взаємодії університетів із підприємствами, зокрема через впровадження дуальних моделей навчання, спільні дослідницькі проекти та модернізацію освітніх програм, забезпечує підвищення практичної спрямованості підготовки здобувачів та зміцнює їхню конкурентоспроможність [1].

У цьому контексті особливої актуальності набуває узгодження змісту освітніх програм із європейськими підходами до забезпечення якості освіти, орієнтованими на компетентнісні результати та практичну релевантність підготовки. Врахування сучасних викликів, зокрема необхідності післякризового відновлення економіки, розвитку інноваційних секторів та інтеграції у європейський науково-освітній простір, вимагає від закладів вищої освіти системного оновлення змісту підготовки хіміків. Це передбачає посилення ролі прикладних досліджень, розширення можливостей академічної та професійної мобільності, а також впровадження гнучких освітніх моделей, здатних оперативно реагувати на зміни у науково-технологічному середовищі. Відтак, модернізація освітніх програм розглядається як необхідна умова забезпечення їх відповідності стратегічним пріоритетам розвитку вищої освіти та потребам ринку праці.

Отже, обґрунтування, розроблення та впровадження освітніх програм орієнтованих на вивчення хімії лікарських сполук, медичної хімії, фармакогнозії, фармакології та комп'ютерного дизайну лікарських молекул є важливим науково-практичним завданням,

вирішення якого забезпечує модернізацію змісту хімічної освіти та підвищує її відповідність сучасним викликам у сфері охорони здоров'я, фармації та хімічних технологій.

Аналіз актуальних досліджень. Група дослідників здійснили пошук наукових джерел, що стосуються досліджень в галузі хімічної освіти, опублікованих в наукометричних базах Scopus та Web of Science в період з січня 2016 року по лютий 2023 року. Провели аналіз та виявили 7682 публікацій, з них ~0,01%, де автори застосовували порівняльні дослідження для вирішення питань хімічної освіти. Автори статті зазначають, що понад 65% проаналізованих статей містять порівняльні дослідження, що використовуються для вивчення методик викладання, навчання в хімічній освіті та їх застосування в розробці навчальних програм. Крім того, як зазначають автори статті, 75% досліджень, які проводяться, отримують фінансування з місцевих та/або національних джерел. Це свідчить про важливість порівняльних досліджень у галузі хімічної освіти на національному рівні в різних країнах. В статті зазначається, що проведення порівняльних досліджень сприяє виявленню схожих та відмінних структурних освітніх елементів у різних контекстах, що дає змогу окреслити ширше коло можливостей і стратегій для змін в різних аспектах хімічної освіти. (Wing-Fu L., Melody F., 2024) [2].

Порівняльний аналіз освітніх програм, представлених на офіційних сайтах вищих навчальних закладів України, Польщі, Італії, Швеції, Німеччини провели Кричківська А. з командою. Вони дослідили наповнення академічних складових освітніх програм «Фармація» вищої освіти установ в Україні та країнах ЄС. Використовуючи аналітико-порівняльний, змістовий, систематичний, логічний, декомпозиційний, моделюючий методи дослідження, встановили схожі та різні академічні елементи, що мають відношення до назви, структури, змісту, робочого часу у вищих навчальних закладах України та країн ЄС. В статті зазначається, що результати дослідження можуть бути орієнтиром для внесення змін та додатків до структури та змісту ОП для фармацевтичної освіти у вищих навчальних закладах України для максимального наближення до системи освіти з ЄС. Це в свою чергу сприятиме створенню єдиного європейського простору вищої освіти (Krychkovska A., et. al, 2025) [3].

Підгорний А. та Дуда Т. проаналізували принципи навчального процесу Київського політехнічного інституту імені Ігоря Сікорського за трирічний період (2019 – 2021 рр.), визначили переваги та недоліки сучасної системи інженерної освіти в Україні. В статті запропоновано мотиваційні чинники підвищення якості освіти на різних рівнях: індивідуальному, університетському та державному. Для проведення дослідження автори статті застосували методологію, що ґрунтується на поєднанні теоретичних і емпіричних методів, зокрема критичного аналізу науково-педагогічних джерел та нормативно-правових документів МОН України. Результати дослідження засвідчують **зростаючу** роль хімічної освіти у контексті інноваційного розвитку, екологічної та енергетичної безпеки, сталого розвитку, що зумовлює необхідність посилення хімічної складової в освітньо-професійних програмах бакалаврів з інженерії. В статті зазначається, що сучасні тенденції розвитку хімічної освіти у закладах вищої освіти відбуваються за рахунок трансформації класичної хімічної освіти в умовах міждисциплінарності; посилення ролі прикладної, фармацевтичної та медичної хімії; вимог ринку праці до компетентностей випускників-хіміків; інтеграції цифрових і комп'ютерних технологій в хімічну освіту (Pidgorny A., Duda T., 2022) [4].

Автори статті провели мета-аналіз та дослідили вплив компетентнісного підходу на мотивації студентів, їх ставлення до навчання та формування у здобувачів освіти ключових компетенцій. В статті приводяться результати аналізу 25 емпіричних досліджень, які проводилися в період з 2000 по 2023 роки, для визначення ефективності цього підходу в різноманітних навчальних закладах. Автори статті здійснили систематичний пошук літератури за чітко визначеними критеріями, який включав і експериментальні, і квазіекспериментальні дослідження з розміром вибірки від 30 до 1500 учасників. Зазначається, що публікації оцінювалися за допомогою статистики, розмір ефектів розраховувався за допомогою моделі випадкових ефектів. Автори статті встановили, що

застосування компетентнісного підходу сприяє підвищенню залучення студентів та покращує результати навчання з хімії за умови належної підготовки вчителів та облаштування лабораторій необхідним обладнанням (Guamfi M., et.al., 2025) [5].

У статті проаналізовано еволюцію викладання медичної та фармацевтичної хімії, зокрема шляхом посилення інтеграції біохімії, фармакології та молекулярних наук у підготовку хіміків. Автор узагальнює міжнародний досвід освітніх програм у сфері медичної хімії та підкреслює, що сучасні зміни в цій галузі потребують не лише оновлення змісту навчальних планів, а й модернізацією методів викладання. Для побудови сучасних освітніх моделей запропоновано використовувати активні, студентоорієнтовані підходи, які розвивають як фахові, так і комунікативні та командні компетентності, важливі для сучасної фармацевтичної індустрії (Klahn P., 2025) [6].

Аналіз закордонних освітніх програм і планів підготовки майбутніх хіміків, конкретизували спільні та відмінні риси професійної підготовки хіміків в Україні та закордоном наведено в статті (Anichkina, O. V. et al., 2022) [7]. На підставі проведеного дослідження автори статті запропонували модель практичної підготовки, яка реалізується через систематичне, послідовне, педагогічно обґрунтоване впровадження низки навчальних і виробничих практик. В статті аргументовано можливість реалізації всіх видів практик в освітньому процесі, зазначено послідовність та елементи змістового наповнення кожної з них. Зазначається, що реалізація даної моделі сприяє формуванню всіх необхідних професійних компетентностей – hard skills, soft skills, маніпуляційної експериментальної самостійності, індивідуальної впевненості у власних діях.

Ефективну модель цифровізації хімічної освіти, що потребує не випадкового використання окремих інструментів, а системної, педагогічно вмотивованої інтеграції технологій продемонстровано в статті (Aroch I., Katchevich D., Blonder R., 2024) [8]. Автори виокремлюють сім режимів технологічного впровадження, які охоплюють не тільки традиційні, а інноваційні напрями. В статті представлено дослідження, що показує, як ці режими формують нову якість хімічного навчання, поглиблюють концептуальне розуміння та підвищують залучення студентів. Автори статті наголошують, що реалізація даної моделі потребує підготовки вчителів і подолання організаційних бар'єрів. Таким чином, цифрові технології розглядаються не як доповнення, а як структурний елемент сучасної хімічної освіти, здатний суттєво підсилити зміст і методику навчання.

Круглов В.В. та Терещенко Д.А., розглянули питання сучасного стану інтеграції системи вищої освіти України в Європейський освітній простір та подальші перспективи розвитку міжнародної співпраці. Автори статті відзначають, що освіта сьогодні забезпечує економічний розвиток та досягнення екологічних, інклюзивних та цифрових цілей; сприяє досягненню сталого розвитку. В статті розглянуто перспективи подальшого розвитку, що полягають в прискореній інтеграції національної системи вищої освіти в Європейський освітній простір та розширення взаємовигідної співпраці (Kruhlov, V. V., Tereshchenko, D. A., 2022) [9].

Казимір В. Ю. зазначає, що якість освіти є визначальним індикатором успішної євроінтеграції України та необхідною умовою сталого розвитку держави. Авторка доводить, що орієнтація на європейські стандарти вимагає не лише розширення доступу до освіти, а насамперед формування ефективної системи внутрішнього й зовнішнього забезпечення її якості. В статті особливу увагу приділено впровадженню інституційного аудиту, сертифікації педагогічних працівників, цифрових інструментів моніторингу та систематичних освітніх досліджень як основи для управлінських рішень. Показано, що попри виклики пандемії COVID-19 і повномасштабної війни, євроінтеграційні процеси в освітній сфері мають незворотний характер, а забезпечення якості освіти залишається стратегічним пріоритетом державної освітньої політики (Kazymir, V. Ya., 2024) [10].

У 2023 році Дніпровський національний університет ім. О. Гончара (далі –ДНУ ім. О. Гончара) також долучився до впроваджувальних освітніх інновацій та розробив нову освітню програму (далі ОП) «Хімія лікарських речовин». Ця ОП спрямована на «формування у здобувачів вищої освіти особистістних та професійних компетентностей

на основі набутих теоретичних знань та практичних навичок із базових хімічних і спеціалізованих за спрямуванням ОП дисциплін для здійснення професійної діяльності в якості хіміка в галузі виробництва лікарських речовин і компонентів косметичних засобів». Фокус програми зосереджений на спеціальній освіті в галузі хімії. «Підготовці фахівців, які добре розуміють поняття, принципи та закони хімічної науки і вміють їх застосовувати в галузі розробки і виробництва лікарських речовин і компонентів косметичних засобів».

Сучасний етап розвитку хімічної освіти в Україні характеризується поступовим переходом від класичної дисциплінарної моделі підготовки до міждисциплінарної та практикоорієнтованої парадигми, що інтегрує досягнення суміжних природничих наук, цифрових технологій та інженерних підходів. Традиційна модель, яка тривалий час базувалася на домінуванні фундаментальних хімічних дисциплін, поступово трансформується під впливом потреб фармацевтичної індустрії, біомедичних досліджень та високотехнологічного виробництва. У цьому контексті освітні програми за спеціальністю 102 Хімія набувають нових функціональних характеристик, зокрема через розширення міждисциплінарних зв'язків та посилення прикладної складової.

Важливим аспектом цієї трансформації є інтеграція медичної та фармацевтичної хімії, яка змінює саму логіку побудови освітніх траєкторій. Якщо раніше підготовка хіміка переважно орієнтувалася на лабораторні та теоретичні дослідження фундаментального характеру, то сучасні програми все частіше включають модулі, пов'язані з дизайном лікарських молекул, аналізом біологічно активних сполук, хемометрикою та комп'ютерним моделюванням хімічних процесів. Це свідчить про формування нового типу професійної компетентності, яка поєднує класичні хімічні знання з цифровими та аналітичними інструментами.

Окремо слід відзначити зростаючу роль цифровізації хімічної освіти, що проявляється у впровадженні комп'ютерного моделювання, роботи з хімічними базами даних, статистичної обробки експериментальних результатів та використання програмних комплексів для прогнозування властивостей речовин. Такий підхід змінює не лише інструментальну базу підготовки, але й когнітивну модель навчання, орієнтуючи здобувачів освіти на роботу з великими масивами даних та багаторівневий аналіз хімічних систем. У результаті формується новий тип хіміка-дослідника, здатного працювати в умовах високої складності та міждисциплінарної взаємодії.

Таким чином, трансформація освітніх програм за спеціальністю 102 Хімія відображає загальносвітові тенденції розвитку науки та освіти, що передбачають поєднання фундаментальної підготовки з прикладними, технологічними та цифровими компонентами. Це створює передумови для формування більш гнучких, адаптивних і конкурентоспроможних професійних траєкторій випускників, які відповідають сучасним вимогам ринку праці та стратегічним напрямкам розвитку хімічної науки.

Мета статті полягає у проведенні порівняльного дослідження ключових елементів цієї ОП із програмами, що реалізуються в інших закладах вищої освіти, з метою визначення її конкурентних переваг, відповідності сучасним вимогам фармацевтичної галузі та узгодженості з актуальними тенденціями підготовки фахівців у сфері хімії лікарських речовин. Проведення такого порівняльного аналізу дозволить оцінити рівень інноваційності та ефективності нової ОП, визначити можливості її подальшого вдосконалення, а також окреслити перспективи підготовки конкурентоспроможних фахівців для фармацевтичної та хімічної індустрій.

Виклад основного матеріалу. В цій статті було здійснено пошук освітніх програм (далі – ОП) за наступними критеріями: галузь знань – 10 «Природничі науки», спеціальність – 102 Хімія, освітній рівень – бакалавр, професійне спрямування – хімія природних сполук, хімія лікарських речовин, медична хімія, фармацевтична хімія. Проаналізував інформацію наведену в ОП, виділили найбільш ідентичні до програми, що реалізується в ДНУ ім. О. Гончара [11]:

- ОП «Медична хімія» (попередня назва – «Хімія (високі технології)» Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Інституту високих технологій (далі – КНУ ім. Т. Г. Шевченко) [12];
- ОП «Фармацевтична хімія» Одеського національного університету імені І. І. Мечникова (далі – ОНУ ім. І. І. Мечникова) [13];
- ОП «Фармацевтична хімія» Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна (далі – ОНУ ім. В. Н. Каразіна) [14];
- ОП «Прикладна хімія» Сумського державного університету (далі – СумДУ) [15];
- ОП 102 Хімія Запорізького національного університету (далі – ЗНУ) [16].

Усі проаналізовані ОП базуються на єдиних вимогах Стандарту вищої освіти за спеціальністю 102 Хімія, що підтверджується структурою їхніх навчальних планів: наявністю фундаментальних хімічних дисциплін (загальна, органічна, аналітична, неорганічна, фізична та колоїдна хімія) та базового загальнонаукового блоку (математика, фізика, інформатика). Не дивлячись на це, кожна ОП має свій унікальний освітній профіль. Програми СумДУ та ЗНУ мають прикладний промисловий профіль: ОП СумДУ орієнтована на промисловість, матеріалознавство, контроль якості, співпраця з місцевими підприємствами («Хімпром», «Кусум Фарм»). ОП ЗНУ підтримує формування навичок роботи в хімічних, екологічних, біологічних, фармацевтичних лабораторіях; здатність до роботи в промислових хімічних секторах Запорізького регіону.

Програмою КНУ ім. Т. Г. Шевченка забезпечується міждисциплінарний технологічний профіль. Дана ОП поєднує основні засади хімії, фізики, біології, медичної хімії та нанотехнології, забезпечуючи підготовку фахівців до роботи у високотехнологічних сферах та R&D. Програми ХНУ ім. В. Н. Каразіна та ОНУ ім. І. І. Мечникова мають фундаментальний профіль, що базується на головних засадах класичної хімії та доповнюється потужною лабораторною базою, активною науковою школою та традиційним академічним змістом. Програма ХНУ ім. В. Н. Каразіна має педагогічну траєкторію, оскільки містить блок дисциплін, що готують до викладання хімії у школах, та підтримує білінгвальність: деякі дисципліни викладаються двома мовами (українською та англійською). Програми ХНУ ім. В. Н. Каразіна, ОНУ ім. І. І. Мечникова та ДНУ ім. О. Гончара підтримують фармацевтичний та косметичний профіль. Максимум уваги для зазначених ОП приділяється синтезу лікарських речовин, хімії гетероциклів, фармакогнозії, фармакології, косметичній хімії, комп'ютерному дизайну ліків.

Слід зазначити, що поміж усіх шести проаналізованих програм саме програма ДНУ ім. О. Гончара пропонує найбільш унікальне поєднання фундаментальної хімії; медичної хімії; хімії гетероциклів; фармакогнозії та фармакології; хімії парфумерно-косметичних засобів; комп'ютерного дизайну лікарських речовин; методів валідації, хемометрики; виробничих практик у хроматографічному аналізі. Таким чином, ОП ДНУ ім. О. Гончара є найбільш спеціалізованою фармацевтично-косметичною програмою серед бакалаврських ОП 102 Хімія в Україні.

Для всіх проаналізованих ОП обсяг вивчення обов'язкових дисциплін становить 180 кредитів ЄКТС, які розподіляються між різними освітніми компонентами згідно зі Стандартом вищої освіти за спеціальністю 102 Хімія. Загальноосвітній компонент у всіх програмах охоплює вивчення таких дисциплін, як українська та зарубіжна культура, філософія, іноземна мова, історія України, вища математика та фізика, що забезпечує формування світоглядних, соціально-гуманітарних і базових природничих компетентностей. У КНУ ім. Т. Г. Шевченка цей блок доповнюється такими дисциплінами, як вступ до університетських студій, соціально-політичними студіями, трудовим правом та підприємництвом, логікою та екологією, що розширює інтелектуальний і професійний горизонт здобувачів. У ХНУ ім. В. Н. Каразіна загальноосвітній компонент містить вивчення загальної та хімічної екології, що відповідає міждисциплінарній орієнтації університету та його науковим школам. У ДНУ ім. О. Гончара студенти додатково опановують безпеку життєдіяльності, українську мову професійного спрямування, курс «Права, свободи та

обов'язки громадянина України», а також психологію спілкування, що забезпечує підготовку до професійної, комунікативної та соціально відповідальної діяльності у хімічній та фармацевтичній галузях.

Порівняння змісту професійної підготовки здобувачів за спеціальністю 102 Хімія було здійснено за трьома ключовими напрямками – хімічним блоком, біолого-медичним блоком та практичною підготовкою, що відображають специфіку формування професійних компетентностей у кожній ОП. Наведена нижче таблиця 1 демонструє відмінності в змісті навчання та профілізації програм, що формують різні траєкторії професійного становлення майбутніх хіміків.

Таблиця 1

Структурні компоненти ОП

ОП	Дисципліни
Хімічний блок	
Для всіх ОП	загальна, неорганічна, аналітична, органічна, фізична, колоїдна хімія; хімія високомолекулярних сполук, методи дослідження речовин.
ДНУ ім. О. Гончара	квантова хімія, хімічна технологія, хімія гетероциклів, парфумерно-косметична хімія, хеометрика, синтез та ідентифікація лікарських / косметичних речовин
КНУ ім. Т. Г. Шевченко	інструментальні методи аналізу, ароматичні сполуки, координаційна хімія, каталіз, кристалохімія, квантова хімія
ОНУ ім. І. І. Мечнікова ХНУ ім. В. Н. Каразіна	хімічна технологія високотемпературні процеси, статистичні та хеометричні методи, моделювання, радіохімія, координаційна та квантова хімія
ЗНУ	елементоорганічні сполуки, стандартизація, екотехнологія, кристалохімія, квантова хімія.
СумДУ	електрохімія, матеріалознавство, технології хімічної промисловості, контроль якості, прикладна спектроскопія
Біологічний та медико-хімічний блок:	
ДНУ ім. О. Гончара	основи фармакогнозії, медична хімія, основи загальної фармакології
КНУ ім. Т. Г. Шевченко	біохімія, клітинна біологія, молекулярні основи еволюції, медична хімія
ЗНУ	біохімія, хімічні процеси в живих системах, токсикологія, біоактивні речовини
ОНУ ім. І. І. Мечнікова	біохімія, біологічна хімія
СумДУ	медична та фармацевтична хімія, біоорганічна та екологічна хімія
Практична підготовка	
Для всіх ОП	стажування, кваліфікаційні роботи, участь у грантах.
ДНУ ім. О. Гончара	навчальні та виробничі практики, робота в НДІ «Хімії та геології» та установах НАН, індивідуальні дослідження
КНУ ім. Т. Г. Шевченко	лабораторні практики з основних хімічних напрямів, виробнича практика в університеті, НАН та закордонних центрах; дослідницькі завдання; модулі з медичної, супрамолекулярної, нанохімії
ЗНУ	навчальна й виробнича практика, курсові роботи, атестаційний екзамєн
СумДУ	виробнича практика на підприємствах регіону, навчальна практика, участь у проєктах і конференціях

Продовження таблиці 1

ОНУ ім. І. І. Мечникова	загальнохімічна, метрологічна, технічна, комп'ютерна та технологічна практики; виробнича й педагогічна практики
ХНУ ім. В. Н. Каразіна	практики з основних хімічних дисциплін, виробнича та можливість педагогічної практики, наукові проєкти

Порівняльний аналіз структурних компонентів освітніх програм дозволяє констатувати, що при збереженні спільного фундаментального ядра хімічної підготовки відмінності між програмами формуються переважно за рахунок варіативної складової та профілізації професійних блоків. Простежується чітка диференціація програм за типом професійної орієнтації: прикладно-промислової, медико-фармацевтичної, дослідницької та педагогічної. Водночас інтеграція біолого-медичних дисциплін є ключовим маркером переходу від класичної хімічної освіти до міждисциплінарної моделі підготовки.

Суттєві відмінності спостерігаються у підходах до організації практичної підготовки, що виступає визначальним фактором професійної ідентифікації здобувача. Програми, орієнтовані на співпрацю з науковими установами та виробництвом, формують більш прикладні та конкурентоспроможні траєкторії, тоді як академічно орієнтовані програми забезпечують глибшу теоретичну базу з потенціалом подальшої наукової кар'єри. Таким чином, саме структура освітніх компонентів визначає не лише зміст підготовки, а й спектр доступних професійних сценаріїв.

Педагогічний блок представлений у ЗНУ, ХНУ ім. В. Н. Каразіна та ОНУ ім. І. І. Мечникова включає такі дисципліни, як основи педагогіки та психології, методика викладання хімії, виробнича педагогічна практика. У СумДУ цей напрям реалізується через вивчення методики навчання хімії. Блок цифрових та комп'ютерних технологій охоплює різні аспекти сучасної хімічної інформатики: інформаційні технології в хімії (КНУ ім. Т. Г. Шевченка), хемоінформатику та інформаційні технології для хіміків (ХНУ ім. В. Н. Каразіна), хімічну метрологію (ЗНУ), а також комп'ютерний дизайн лікарських речовин та роботу з хімічними базами даних (ДНУ ім. О. Гончара). Така варіативність забезпечує формування в студентів як педагогічних, так і цифрових компетентностей, необхідних для сучасної хімічної та освітньої практики.

Вибіркові компоненти для всіх зазначених ОП охоплюють 60 кредитів. Для зазначених ВНЗ комплекс відрізняється проте може бути згрупованим за наступними основними професійними спрямуваннями:

- до медико-фармацевтичного спрямування належать: основи медичної хімії, хімія гетероциклічних сполук, основи молекулярної фармакології, біонеорганічна хімія, біоорганічна хімія, фармацевтична хімія, токсикологія, хімія харчових продуктів, біотехнологія;
- органічно-синтетичний та хіміко-технологічний блок включає: сучасний органічний синтез, методи структурного аналізу, хімія сучасних матеріалів, матеріалознавство, хімія навколишнього середовища, агрохімія;
- до інструментально-аналітичного спрямування входять: основи виміральної техніки, статистичні та хемометричні методи, спектроскопічні методи, хроматографічні методи, аналітико-інструментальні методи, фізичні методи дослідження речовин;
- комп'ютерно-моделювальний та математичний напрям охоплює: сучасні комп'ютерні методи в хімії, математичні методи в природничих науках, прогнозування поведінки екосистем;
- до наук з високих технологій належать компоненти: наноматеріали та нанотехнології, сучасні матеріали, біофізика.

Узагальнення отриманих результатів дає підстави розглядати освітні програми зі спеціальності 102 Хімія як складні багаторівневі системи, у побудові яких чітко простежується структурно-логічна роль кожного змістового компонента. Така організація забезпечує послідовний розвиток професійних компетентностей здобувача освіти. Застосування компетентного підходу дає можливість об'єктивно оцінити взаємозв'язки між окремими змістовими елементами програм та очікуваними результатами навчання, а також визначити їхній внесок у формування інтегральних, загальних і фахових компетентностей майбутнього хіміка.

Для всіх проаналізованих освітніх програм інтегральна компетентність визначається як здатність розв'язувати складні хімічні задачі та ефективно працювати в умовах невизначеності. Загальні компетентності, що формуються відповідно до структурних елементів зазначених ОП, спрямовані на розвиток аналітичного та критичного мислення, інформаційної грамотності, соціальної відповідальності та навичок роботи з ІКТ. Здобувачі освіти набувають умінь командної взаємодії, опановують основи етичної поведінки та професійної відповідальності. Важливими результатами також є сформованість екологічної свідомості, здатність до ефективної комунікації іноземними мовами та розвиток самокритичності. Поміж усіх фахових компетентностей, представлених у проаналізованих освітніх програмах, для кожного закладу вищої освіти було виокремлено по п'ять унікальних, які якнайкраще відображають специфіку підготовки, профіль спрямування та ключові відмінності відповідної ОП (таблиця 2).

Таблиця 2

Унікальні фахові компетентності ОП

ВНЗ	Компетентності
ДНУ ім. О. Гончара	<ul style="list-style-type: none"> робота з хроматографами, мас-спектрометрами, ЯМР; математичне моделювання хімічних процесів; оцінка якості та хімічна метрологія; прогноз фармакологічної активності сполук; створення косметичних композицій
КНУ ім. Т. Г. Шевченко	<ul style="list-style-type: none"> медична хімія (зв'язок «структура – біологічна дія»); прогнозування біологічної активності хімічних сполук; проведення експрес-тестів біологічної активності; наноматеріали та нанотехнології (структура – властивості – застосування); ідентифікація будови нових наноматеріалів
ОНУ ім. І. І. Мечнікова	<ul style="list-style-type: none"> робота з хімічними й біологічними системами; застосування інноваційних технологій в хімії; проведення повноцінних наукових досліджень; робота у міждисциплінарних командах; науково-дослідницька діяльність на рівні бакалавра.
ХНУ ім. В. Н. Каразіна	<ul style="list-style-type: none"> квантово-хімічні розрахунки та молекулярне моделювання; статистична та хемометрична обробка експериментальних даних; радіохімія та радіоекологія; педагогічна підготовка вчителя; охорона праці як окрема фахова компетентність
ЗНУ	<ul style="list-style-type: none"> інструментальний та органолептичний контроль якості харчових продуктів; аналіз реологічних і структурно-механічних властивостей харчової продукції; технічний аналіз сировини, напівпродуктів і готової продукції;

Продовження таблиці 2

	<ul style="list-style-type: none"> • інтерпретації даних, отриманих в результаті лабораторних досліджень органічних сполук, та до структурного аналізу речовин за ГЧ-, спектрами; • in silico-прогнозування властивостей біологічно активних речовин
СумДУ	<ul style="list-style-type: none"> • професійна діяльність на фармацевтичних, хімічних і харчових виробництвах; • забезпечення якості продукції на виробництві; • екологічний моніторинг і контроль стану довкілля; • розробка нових хімічних матеріалів; • інтеграція хімії з екологією та промисловими технологіями

Аналіз унікальних фахових компетентностей дозволяє зробити висновок, що кожна освітня програма формує власну модель професійної спеціалізації, яка виходить за межі базових стандартів спеціальності. Виявлені компетентності не лише деталізують профіль підготовки, але й відображають стратегічні пріоритети закладів вищої освіти, їхню наукову спеціалізацію та зв'язки з галуззю.

Водночас простежується тенденція до ускладнення професійного профілю хіміка через поєднання експериментальних, аналітичних і цифрових компетентностей. Зокрема, включення елементів моделювання, хемометрики та прогнозування властивостей речовин свідчить про перехід до нової парадигми підготовки, орієнтованої на роботу з комплексними даними та цифровими технологіями. Це означає, що конкурентоспроможність випускника дедалі більше визначається не лише знанням хімії, а здатністю інтегрувати її з суміжними галузями.

Компетентності, визначені в освітніх програмах проаналізованих закладів вищої освіти, безпосередньо формують спектр реальних кар'єрних можливостей випускника. Кожна компетентність не лише описує опановані знання, уміння та навички, але й корелює їх з конкретним видом професійної діяльності, який потребує саме таких результатів навчання. Слід відзначити, що такі кар'єрні можливості, спільні для всіх проаналізованих освітніх програм, як посади лаборанта / техніка-хіміка (в аналітичних, наукових та виробничих лабораторіях), хіміка-аналітика, молодшого наукового співробітника, асистента дослідника, фахівця з контролю якості (QC), інженера-лаборанта, інженера-хіміка на стартових рівнях, безпосередньо впливають із характерних для традиційної хімічної освіти результатів навчання. Саме фундаментальна теоретична підготовка, опанування базових і прикладних хімічних методів аналізу, уміння працювати з типовим лабораторним обладнанням та здатність виконувати стандартні експериментальні процедури формують універсальні компетентності, що забезпечують доступ до широкого спектра початкових професійних позицій у хімічній галузі та є необхідними для подальшого навчання в магістратурі за такими спеціальностями, як хімія, хімічні технології, фармація, матеріалознавство. На противагу цьому, найбільш унікальні фахові компетентності, які були визначені в ході порівняльного аналізу освітніх програм, дали змогу виокремити й відповідні унікальні професійні траєкторії, доступні випускникам саме конкретного університету (таблиця 3).

Таблиця 3

Кар'єрні можливості	
ВНЗ	Кар'єрні можливості
ДНУ ім. О. Гончара	<ul style="list-style-type: none"> • хімік лабораторій фармацевтичного, косметичного, харчового профілю; • технолог у виробництві лікарських та косметичних засобів; • хімік-аналітик з метрології та оцінки якості

КНУ ім. Т. Г. Шевченко	<ul style="list-style-type: none"> • фахівець з медичної / фармацевтичної хімії; • аналітик у сфері наноматеріалів та нанотехнологій; • дослідник біологічно активних сполук.
ОНУ ім. І. І. Мечнікова	<ul style="list-style-type: none"> • дослідник у R&D-лабораторіях; • фахівець з екологічної безпеки; • фахівець міждисциплінарних хіміко-біологічних досліджень
ХНУ ім. В. Н. Каразіна	<ul style="list-style-type: none"> • фахівець з квантово-хімічного та молекулярного моделювання; • аналітик експериментальних даних (хеометрія, статистика); • вчитель хімії / викладач (після педпрактики)
ЗНУ	<ul style="list-style-type: none"> • хімік-аналітик харчових продуктів (лабораторії контролю якості, НАССР); • фахівець із контролю безпечності та маркування харчових добавок; • лаборант / аналітик з органолептичних і реологічних досліджень
СумДУ	<ul style="list-style-type: none"> • інженер / фахівець хімічного або фармацевтичного виробництва; • фахівець з екологічного моніторингу та контролю довкілля; • біохімік (на підприємствах та в НДІ)

Представлені кар'єрні можливості демонструють чітку кореляцію між сформованими компетентностями та професійною реалізацією випускників, що підтверджує ефективність компетентнісного підходу в побудові освітніх програм. Базові позиції на ринку праці є спільними для всіх програм, однак саме унікальні компетентності забезпечують диференціацію кар'єрних траєкторій та визначають доступ до спеціалізованих сегментів професійної діяльності. Особливо показовим є те, що програми з вираженим прикладним або міждисциплінарним профілем відкривають ширші можливості для працевлаштування у високотехнологічних і фармацевтичних секторах, тоді як більш фундаментально орієнтовані програми сприяють продовженню навчання та науковій кар'єрі. Таким чином, освітня програма виступає не лише інструментом передачі знань, а механізмом формування конкретної професійної траєкторії, що має прямий вплив на позиціонування випускника на ринку праці.

Зазначені кар'єрні можливості, що впливають зі специфіки освітніх траєкторій (харчова хімія, медична хімія, квантово-хімічне моделювання, промислові та екологічні технології тощо), формують конкурентні переваги кожної програми та підвищують її привабливість для стейкхолдерів, партнерських організацій, абітурієнтів і представників академічної спільноти.

Висновки та перспективи подальших наукових розробок. Порівняльний аналіз освітніх програм спеціальності 102 Хімія провідних університетів України показав, що кожна програма має власний освітній профіль, який визначає її унікальність і специфіку професійної підготовки. Встановлено, що зміст програм відповідає сучасним тенденціям розвитку хімічної, фармацевтичної та біомедичної галузей, зокрема орієнтується на міждисциплінарність, зростання ролі медичної та фармацевтичної хімії, цифровізацію та вимоги ринку праці щодо розширення компетентностей майбутніх хіміків. Усі проаналізовані програми забезпечують формування здатності розв'язувати складні хімічні задачі, водночас створюючи різні професійні траєкторії – від фармацевтичної та

косметичної індустрії до R&D-сектору, квантово-хімічного моделювання, екологічного моніторингу та освітньої діяльності. Різноманіття освітніх профілів сприяє індивідуалізації навчання та формуванню конкурентоспроможних фахівців, здатних ефективно працювати в умовах сучасного наукового й технологічного розвитку.

Проведений порівняльний аналіз дозволив комплексно оцінити інноваційність і ефективність нової ОП «Хімія лікарських речовин» ДНУ ім. О. Гончара, виявити її ключові переваги та потенційні напрями вдосконалення. Результати дослідження підтвердили відповідність програми сучасним тенденціям розвитку хімічної, фармацевтичної та біомедичної сфер, зокрема інтеграції медичної хімії, цифрових технологій і прикладних аналітичних методів. Це створює підґрунтя для підготовки фахівців, здатних успішно працювати у фармацевтичній та хімічній індустріях і відповідати зростаючим вимогам ринку праці.

Подальші дослідження доцільно спрямувати на уточнення й оптимізацію індивідуальних освітніх траєкторій здобувачів, поглиблення інтеграції цифрових технологій та комп'ютерного моделювання в підготовку хіміків, удосконалення моделей практичної та дуальної освіти у співпраці з хімічними й фармацевтичними підприємствами, а також на розширення порівняльних досліджень з освітніми програмами країн ЄС для гармонізації змісту та оцінювання довгострокової результативності підготовки фахівців шляхом моніторингу професійних траєкторій випускників.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Review on higher education quality in Ukraine and its compliance with the tasks of sustainable innovative development of society in 2023. Retrieved from: <https://en.naq.gov.ua/wp-content/uploads/2025/05/review-on-higher-education-quality-in-Ukraine-and-its-compliance-with-the-tasks-of-sustainable-innovative-development-society-in-2023.pdf>.
2. Lai, W.-F., Fong, M. (2024). Use of comparative research in the study of chemistry education: A systematic analysis of the literature. *Heliyon*, 10(1), 1-10. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e22881>
3. Krychkovska, A., Lopatynska, O., Hubytska, I., Krvavych, A., Lubenets, V. (2024). The Comparative Analysis of Components of Pharmacy Education Programs in Universities of EU Countries and Ukraine. *Archives of Pharmacy Practice*, 15 (1), 23-32. <https://doi.org/10.51847/8Lt9YBxFk6>
4. Pidgornyy, A., Duda, T. (2022). Pedagogical and motivational principles of quality assurance of chemical education in technical universities of Ukraine: problems, experience, prospects. *Economics & Education*, 7 (02), 13-19. <https://doi.org/10.30525/2500-946X/2022-2-2>
5. Gyamfi, M., Blepo, A. K., Amidu, A. I., Adamado, T. (2025). Reimagining chemistry education: A meta-analysis of competencybased teaching and its influence on student attitudes and motivation. *Eurasian Journal of Science and Environmental Education*. 6 (1), 23-29. <https://doi.org/10.30935/ejsee/18254>
6. Klahn, P. (2025). How should we teach medicinal chemistry in higher education to prepare students for a future career as medicinal chemists and drug designers? – A teacher's perspective/ *ChemMedChem*, 20, 1-13 <https://doi.org/10.1002/cmdc.202400791>
7. Anichkina, O. V., Romanyshyna, L. M., Avdieieva, O. Yu., Kaminskyi, O. M., & Chaika, M. V. (2022). Practical training of future chemists as an effective means of forming professional competence. *Pedagogy of Creative Personality Formation in Higher and General Secondary Education*, 84, 146–151. <https://doi.org/10.32840/1992-5786.2022.84.25>
8. Aroch, I., Katchevich, D., Blonder, R. (2024). Modes of technology integration in chemistry teaching: theory and practice. *Chemistry Education Research and Practice*, 25 (3), 843-861. <https://doi.org/10.1039/D3RP00307H>
9. Круглов, В. В., Терещенко, Д. А. (2022). Інтеграція системи вищої освіти України в європейський освітній простір. *Публічне управління та митне адміністрування*, Спецвипуск, 2022, 67–73. Режим доступу: <https://doi.org/10.32782/2310-9653-2022->

- spec.11. (Kruhlov, V. V., Tereshchenko, D. A. (2022). Integration of Ukraine's higher education system into the European Higher Education Area. *Publichne upravlinnia ta administruvannia v Ukraini*, Special Issue, 67–73. Retrieved from: <https://doi.org/10.32782/2310-9653-2022-spec.11>).
10. Казимир, В. (2024). Якість освіти – один з ключових показників успішної євроінтеграції України. *Вісник Національного університету «Чернігівський колегіум» імені Т. Г. Шевченка*, 184 (28), 37–45. Режим доступу: <https://doi.org/10.58407/visnik.242807>. (Kazymir, V., (2024). Quality of education as one of the key indicators of Ukraine's successful European integration. *Bulletin of T. H. Shevchenko National University «Chernihiv Collegium»*, 184 (28), 37–45. <https://doi.org/10.58407/visnik.242807>).
 11. https://www.dnu.dp.ua/docs/osvitni_programy/redakcii_2021_2024/bacalavr/b_102_ChLR_opp_2023-2024.pdf
 12. <https://iht.knu.ua/navchannja/khimiia-vysoki-tekhnohii/>
 13. <http://chempharm.onu.edu.ua/pro-fakultet/spetsialnosti-ta-osvitni-prohramy>
 14. <https://chemistry.karazin.ua/node/166>
 15. <https://op.sumdu.edu.ua/>
 16. <https://www.znu.edu.ua/ukr/pk/4362/bakalavr/12392>

Denisenko T., Stets N., Kovalenko S. Peculiarities of forming a professional trajectory for students of the 102 chemistry educational program: a comparative analysis of educational programs.

The study is devoted to a comparative analysis of educational programs in specialty 102 Chemistry with the aim of identifying the features of forming students' professional trajectories. The purpose of the article is to identify structural, content-based, and competency-related differences among educational programs and to determine their impact on shaping the professional trajectories of future chemists. The relevance of the topic is обусловлена by the rapid development of pharmaceutical, biomedical, and chemical-technological industries, which increases the demand for specialists capable of working at the interface of fundamental and applied chemistry. The paper examines six educational programs of leading Ukrainian universities with a focus on the new program "Chemistry of Medicinal Compounds" at Oles Honchar Dnipro National University, which combines fundamental chemical training with specialized pharmaceutical and cosmetic components and an extended practical training block.

The research methodology is based on a comparative analysis of program content, their structural elements, elective components, practical training, professional competencies, and career opportunities. The study applies analytical-comparative, systemic, and structural-logical approaches, which made it possible to evaluate educational programs as integrated pedagogical systems. It has been established that all analyzed programs are based on a common paradigm of traditional chemical education, but demonstrate diversified educational trajectories: industrial-technological, environmental, high-tech, medical-pharmaceutical, and pedagogical.

The analyzed programs are characterized by their own set of unique professional competencies, including quantum chemical modeling, chemometric approaches, methods of medicinal chemistry, instrumental quality control, environmental monitoring, as well as skills in designing and creating medicinal and cosmetic products. It is shown that these competencies shape different professional trajectories for graduates and make them competitive in the labor market. It is specified that differences in the structure of elective components and practical training directly determine the orientation of graduates' professional realization.

The study confirms the relevance of modernizing chemical education in accordance with the needs of the pharmaceutical industry, European standards, and current trends in professional training. The scientific novelty lies in the comprehensive comparison of educational programs through the lens of professional trajectory formation and in identifying the relationship between the structure of educational components and graduates' career opportunities. The practical significance of the results lies in their applicability for improving educational programs, strengthening their practice-oriented focus, and increasing their compliance with current labor market demands.

Keywords: *chemical education, competence approach, educational trajectory, career opportunities, professional training, educational programs, professional competencies, quality of higher education.*

Подано до друку 20.10.2025
Прийнято до друку 03.11.2025

УДК 378.016:51]:165/168(045)
DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/94-103

Н. А. Гарасенкова
ORCID ID 0000-0002-6418-6380
І. А. Акуленко
ORCID ID 0000-0003-4603-409X
Черкаський національний
університет ім. Б. Хмельницького

МЕТОДИЧНА СКЛАДОВА КУРСУ «ВИБРАНІ ПИТАННЯ ЕЛЕМЕНТАРНОЇ МАТЕМАТИКИ» У ПІДГОТОВЦІ МАГІСТРАНТІВ СПЕЦІАЛЬНОСТІ А4 СЕРЕДНЯ ОСВІТА (МАТЕМАТИКА)

Професійна підготовка здобувачів освіти за спеціальністю А4 Середня освіта (математика) другого (магістерського) рівня вищої освіти спрямована на формування їхньої інтегральної компетентності, а саме здатності розв'язувати складні спеціалізовані практичні завдання в галузі загальної середньої математичної освіти, що характеризуються комплексністю та невизначеністю. Такі характеристики повною мірою притаманні задачам з параметрами. Навчання учнів розв'язування задач з параметрами постає у фокусі професійної підготовки майбутнього вчителя математики як базової, так і профільної школи. Опановуючи способи розв'язування задач з параметрами, студенти – майбутні фахівці – мають засвоїти не лише математичний складник такої діяльності, а й ті способи методичної діяльності, що в подальшому забезпечують ефективне навчання учнів розв'язувати такі задачі. Ці способи методичної діяльності формують методичний складник навчальних дисциплін, предметом вивчення яких є стандартні та нестандартні методи й специфіка розв'язування задач з параметрами. Посутнім елементом цього складника виступають навчально-методичні задачі. Автори підкреслюють, що такі задачі мають забезпечувати виконання студентами аналітико-синтетичної, прогностувальної, проєктувальної, моделювальної, конструювальної, оцінювально-рефлексивної методичної діяльності. У статті обґрунтовано спосіб систематизації таких задач, який передбачає: 1) аналіз семіотичної оболонки і змісту наданої задачі з параметром; 2) виділення змістового та операційного компонентів у процесі розв'язування задачі, віднесення задачі до певного типу/виду; 3) власне розв'язування задачі з параметром; 4) прогнозування можливих утруднень та помилок учнівства у розв'язуванні задачі; 5) цільове структурування наданих добірок задач з параметром; 6) самостійне укладання добірок задач з параметрами відповідно до дидактичних цілей; 7) планування й проєктування, а також моделювання й реалізація навчальних ситуацій, у яких задіяні задачі з параметром; 8) перевірка й оцінювання результатів розв'язування таких задач учнями. У статті наведено відповідні приклади навчально-методичних задач, наведено очікувані, можливі міркування у пошуку способу їхнього розв'язування, проілюстровано способи розв'язування таких задач.

Ключові слова: *задачі з параметрами, методична складова, методична діяльність майбутнього вчителя математики, навчально-методичні задачі.*

Постановка проблеми. Професійна підготовка здобувачів освіти за спеціальністю А4 Середня освіта (математика) другого (магістерського) рівня вищої освіти спрямована на формування їхньої інтегральної компетентності, а саме здатності розв'язувати складні спеціалізовані практичні завдання в галузі загальної середньої математичної освіти, що передбачає

застосування концептуальних методів освітніх наук, психології, теорії та методики навчання і характеризується *комплексністю та невизначеністю* умов організації освітнього процесу в закладах загальної середньої освіти. Така компетентність формується і у проявляється передусім в умовах, що мають саме такі характеристики (комплексність і невизначеність). Одним із найпотужніших засобів, що спонукають до дослідження вихідних умов, що характеризуються комплексністю і невизначеністю, виступають задачі з параметрами. До того ж таким задачам притаманний присутній навчальний потенціал у шкільній математичній освіті. На їх основі відбувається узагальнення і систематизація математичних знань учнів, формування в них гнучкості, критичності мислення, розвитку дивергентних здібностей. Якою б не була вимога в задачі з параметром – чи розв'язати рівняння (нерівність, систему), чи з'ясувати певні особливості розв'язків або їхню кількість залежно від значень параметра, така задача є безумовно дослідницькою і вимагає від того, хто береться за неї, і високого рівня знань фактичного матеріалу, і розуміння математичних тонкощів, і особливих якостей мислення. Будь-яке рівняння (нерівність, система рівнянь або нерівностей, мішана система), що містить один чи кілька параметрів, разом з вимогою, яка подається у формулюванні завдання, утворює задачу для організації математичної діяльності. Саме тому, усі такі завдання об'єднані терміном «задачі з параметрами». А навчання учнів розв'язування таких задач постає у фокусі професійної підготовки майбутнього вчителя математики як базової, так і профільної школи. При цьому, вивчаючи відповідні освітні компоненти й опановуючи способи розв'язування задач з параметрами, майбутні фахівці мають засвоїти не лише математичний складник такої діяльності. Важливо у вказаному контексті приділяти увагу й предметно-методичній діяльності майбутнього вчителя математики. Тому виокремлюємо два фокуси уваги: 1) опанування майбутнім учителем математичних способів діяльності із розв'язування задач з параметром; 2) опанування способів методичної діяльності для подальшого ефективного навчання учнів розв'язувати задачі з параметром. Отже постає проблема виокремлення й системної реалізації методичної складової в цілях, очікуваних результатах і змісті тих освітніх компонентів (навчальних дисциплін), які частково або більш глибоко й системно зосереджуються на стандартних і нестандартних методах та специфіці розв'язування задач з параметрами.

Аналіз актуальних досліджень. Сучасні науково-методичні розвідки зосереджуються на різних аспектах з вказаної проблематики. Класифікація задач з параметрами і способів їхнього розв'язування представлена в навчальних і навчально-методичних посібниках М. Віри [2], А. Прус, В. Швеця [3], П. Горнштейна, В. Полонського, М. Якіра [4], В. Репети, Н. Клешні, М. Коробової, Л. Репети [6], В. Ясінського [7], О. Істера, Д. Істера [8] та ін. На прикладі задач з параметрами науковці досліджували проблематику: формування навчально-дослідницьких умінь учнів у навчанні математики (А. Карлащук [1]); розвитку творчих здібностей учнівства (А. Прус, О. Чемерис [12]); використання навчального потенціалу освітніх цифрових ресурсів, як от Geogebra (М. Віра [2], Т. Крамаренко [13]) та ADVANCED GRAPHER і MAPLE (А. Мамренко, В. Кушнір); алгоритмізації розумової діяльності в реалізації способів математичної і пошукової діяльності (Б. Беседін, О. Кадубовський [9]); залучення методології семіотичного підходу для аналізу помилок учнівства у дослідженні знаків коренів квадратного рівняння з параметрами (Н. Тарасенкова [14]); організації факультативних занять для навчання учнів розв'язування задач з параметрами (І. Ловьянова [10]). Деякі аспекти підготовки майбутнього вчителя математики до навчання учнів розв'язувати задачі з параметром знайшли своє відображення у наукових розвідках О. Чашечникової, Є. Колесник [11], А. Прус, О. Чемерис [12] та ін. Широкий спектр сучасних науково-методичних розвідок дозволяє інспектувати проблему з різних сторін, але водночас не знімає з порядку денного проблему підготовки майбутнього вчителя до навчання учнів розв'язувати такі задачі та виокремлення методичної складової у відповідних освітніх компонентах освітніх програм підготовки здобувачів освіти спеціальності А4 Середня освіта (математика) рівня бакалавріату і магістратури.

Мета статті – окреслити методичну складову курсу «Вибрані питання елементарної математики» у підготовці магістрантів спеціальності А4 Середня освіта (математика).

Виклад основного матеріалу. Підготовка майбутнього вчителя до навчання учнів розв'язувати задачі з параметрами реалізована у різних освітніх компонентах освітніх

програм підготовки здобувачів освіти спеціальності А4 Середня освіта (математика) на першому (бакалаврському) і другому (магістерському) рівнях вищої освіти у ЗВО України. Тема «Рівняння та нерівності з параметрами» є майже обов'язковим розділом у дисциплінах «Елементарна математика», «Вибрані питання елементарної математики» або «Теорія і практика розв'язування задач шкільного курсу математики» професійної підготовки студентів-майбутніх учителів математики у різних ЗВО (табл. 1).

Таблиця 1

Назва ЗВО	Назва дисципліни	Місце в програмі
Ізмаїльський державний гуманітарний університет	Елементарна математика (ЕМ)	Входить до змісту модуля: Методи розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем з параметрами.
Криворізький державний педагогічний університет (КДПУ)	Вибрані питання ЕМ	Входить до змісту модуля: Методи розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем з параметрами.
Український державний університет імені Михайла Драгоманова	Елементарна математика, методика навчання математики	Розділ, присвячений методиці розв'язування рівнянь та нерівностей з параметрами.
Львівський національний університет імені Івана Франка (ЛНУ)	Елементарна математика (або курси для абітурієнтів / магістрів)	Тема: Застосування похідної до розв'язування задач з параметрами.

Отже, тема «Задачі з параметрами» є ключовою у професійній підготовці майбутнього вчителя математики. Вона завжди присутня у навчальних планах педагогічних університетів, що готують фахівців за спеціальністю А4. Середня освіта (Математика) у рамках таких дисциплін: «Елементарна математика» (зادля поглиблення знань шкільного курсу математики), «Вибрані питання елементарної математики» (як обов'язкового курсу або курсу за вибором для майбутніх учителів), «Методика навчання математики» (для обговорення методики навчання учнів розв'язувати задачі з параметрами). У Житомирському державному університеті імені Івана Франка на фізико-математичному факультеті для студентів педагогічних спеціальностей з 2002 р. викладається спеціальних курс «Задачі з параметрами» [12], що є обов'язковим освітнім компонентом. У Кам'янець-Подільському національному університеті імені Івана Огієнка на другому магістерському рівні вищої освіти передбачено вивчення обов'язкової навчальної дисципліни «Задачі з параметрами» (4 кредити ЄКТС).

У Черкаському національному університеті імені Богдана Хмельницького відповідно до ОПП підготовки фахівців спеціальності А4 Середня освіта математика на першому бакалаврському рівні вищої освіти відповідні теми частково включено у зміст таких навчальних дисциплін: «Вступ до спеціальності» (I семестр), «Практикум із розв'язування математичних задач» (IV–V семестри), «Шкільний курс математики та його дидактика» (V семестр), «Методика навчання математики» (VII). Такі задачі також розглядають під час вивчення обов'язкових математичних навчальних дисциплін: «Лінійна алгебра» (дослідження СЛР і СЛОР із параметрами на сумісність і визначеність, дослідження значень детермінантів залежно від параметра), «Математичний аналіз» (дослідження властивостей функцій однієї або кількох змінних залежно від параметра), «Аналітична геометрія» (дослідження взаємного розміщення двох площин, прямої і площини, двох прямих залежно від параметра). На другому магістерському рівні вищої освіти з підготовки фахівців спеціальності А4 Середня освіта (математика) задачі з параметрами включено до змісту обов'язкових («Методика навчання математики у профільній школі») та вибіркового («Задачі ЗНО з математики», «Олімпіадні задачі з математики») навчальних дисциплін. Однак найбільш системно й узагальнено їм приділяють увагу в курсі «Вибрані питання елементарної математики» (I семестр магістратури). Предметом вивчення цієї навчальної дисципліни є стандартні та нестандартні

методи й специфіка розв'язування задач з параметрами, а її зміст впорядковано у такий спосіб, щоб удосконалити як математичну, так і методичну підготовку студентів.

Призначенням цієї дисципліни є не лише удосконалення здатності студентів розв'язувати задачі з параметрами різного рівня складності зі шкільного курсу математики (профільного рівня, рівня поглибленого вивчення математики), а й опанувати ті способи методичної діяльності, що забезпечують формування відповідних умінь в учнів, виявлення для учнівства ціннісного аспекту математичного знання, збагачення учнівського досвіду у здійсненні різних способів математичної діяльності, її позитивного емоційного маркування, мотивацію учнів до засвоєння основ і методів математики. Зміст навчальної дисципліни укладено за темами.

Тема 1. Раціональні рівняння з параметром.

Тема 2. Раціональні нерівності з параметром.

Тема 3. Завдання з параметрами, пов'язані із квадратним тричленом.

Тема 4. Системи рівнянь з параметрами.

Тема 5. Системи нерівностей з параметрами. Мішані системи.

Тема 6. Модуль у завданнях з параметрами.

Тема 7. Ірраціональні рівняння і нерівності з параметром.

Тема 8. Показникові і логарифмічні рівняння і нерівності з параметром.

Тема 9. Тригонометричні рівняння і нерівності з параметром.

Тема 10. Застосування функціонального підходу до розв'язування рівнянь і нерівностей з параметром.

Процес вивчення зазначеного змісту ґрунтується на принципах: 1) принцип максимізації суб'єктного математичного й методичного досвіду студентів; 2) принцип циклічності у процесі нарощування суб'єктності учасників освітнього процесу (інтеграція та нарощування суб'єктного досвіду всіх учасників навчального процесу відбувається не одноактно, а протягом реалізації послідовності дидактичних циклів); 3) принцип «пріоритетності дії» (різноманітні види методичної діяльності, що реалізує студент, є джерелом для формування його суб'єктного математичного й методичного досвіду); 4) принцип «накопичення» студентами професійно-особистісних ідентифікацій в умовах конкретних навчальних ситуацій.

У межах вивчення кожної теми пропонуються завдання не лише суто математичного змісту, а й методичного спрямування, що забезпечують виконання студентами аналітико-синтетичної, прогнозувальної, проєктувальної, моделювальної, конструювальної, оцінювально-рефлексивної методичної діяльності майбутнього вчителя математики. До таких завдань відносимо: 1) аналіз семіотичної оболонки і змісту наданої задачі з параметром; 2) виділення змістового та операційного компонентів у процесі розв'язування задачі, віднесення задачі до певного типу/виду; 3) власне розв'язування задачі з параметром; 4) прогнозування можливих утруднень та помилок учнівства у розв'язуванні задачі; 5) цільове структурування наданих добірок задач з параметром; 6) самостійне укладання таких добірок відповідно до дидактичних цілей; 7) планування й проєктування, а також моделювання й реалізація навчальних ситуацій, у яких задіяні задачі з параметром; 8) перевірка й оцінювання результатів розв'язування таких задач учнями.

Наприклад, до задачі: «Знайти значення параметра a , за яких обидва корені рівняння $x^2 - 2ax + 2a + 3 = 0$ є додатними» додатково пропонуємо шлейф завдань.

Завдання 1. Проаналізуйте семіотичну оболонку задачі (явна і прихована умова, явна і прихована вимога задачі, логічні зв'язки в умові, логічні зв'язки у вимозі задачі). *(Рівняння квадратне незалежно від параметра, розглядати випадок, коли рівняння залежно від параметра змінює свій вид не потрібно, рівняння повинно мати корені, але ці корені можуть бути різними або рівними, корені рівняння мають бути додатними).*

Завдання 2. Проаналізуйте змістовий і операційний компоненти розв'язування даної задачі. До якого типу задач, пов'язаних із квадратними рівняннями з параметром, Ви б віднесли дану задачу? *(Умова існування дійсних коренів квадратного рівняння (різних або рівних), теорема Вієта, побудова математичної моделі, розв'язування системи нерівностей).*

Завдання 3. Спрогнозуйте можливі помилки і утруднення учнів в укладанні математичної моделі задачі.

Очікувані міркування можуть бути такими. Прогнозована помилка 1: учні у формулюванні задачі «не помічають» твердження про існування коренів рівняння. Через це, вони отримують неправильну математичну модель задачі, у якій відображають лише те,

$$\begin{cases} 2a + 3 > 0, \\ 2a > 0. \end{cases}$$

що добуток коренів рівняння та їхня сума мають бути додатними: З цієї системи виходить, що $a > 0$, але серед цих значень параметра є й такі (наприклад, $a = 1$), за яких дане рівняння взагалі не має розв'язків.

Прогнозована помилка 2: учні хоча і включають дискримінант у математичну модель задачі, але вимоги на нього накладають неправильно. Накладають на дискримінант рівняння умову, що $D > 0$, але не розглядають випадок, коли корені рівняння збігаються. Насправді, формулювання задачі не виключає можливості рівності коренів рівняння, тому в даній задачі дискримінант має бути невід'ємним. Отже, математичною моделлю задачі,

$$\begin{cases} a^2 - 2a - 3 \geq 0, \\ 2a + 3 > 0, \\ 2a > 0, \end{cases}$$

що розглядається, є система: звідки $a \in [3; +\infty)$.

Прогнозована помилка 3: учні неправильно визначають вираз, який є сумою двох коренів рівняння, забуваючи змінити знак другого коефіцієнта на протилежний. У такому випадку учні помилково вказують, що $x_1 + x_2 = -2a$, що провокує появу в математичній моделі помилкової нерівності $-2a > 0$.

Прогнозована помилка 4: добуток коренів пов'язується з другим коефіцієнтом квадратного рівняння, а сума коренів – з вільним членом. Запобіганню такої помилки може прислужитися мнемонічне правило: у добутку і сумі коренів йдеться про дії другого і першого ступеня – порядок ступенів зменшується – номери відповідних їм коефіцієнтів рівняння також повинні зменшуватися – добуток коренів відповідає третій коефіцієнту рівняння, сумі коренів відповідає другий коефіцієнт рівняння.

Завдання 4. Спрогнозуйте можливі помилки і утруднення учнів у розв'язуванні отриманої системи нерівностей.

Очікувані міркування можуть бути такими. Прогнозована помилка 1: учні зводять розв'язування квадратної нерівності до розв'язування квадратного рівняння, не шукаючи проміжки, на яких виконується вказана нерівність. Прогнозована помилка 2: розв'язуючи лінійну нерівність, учні не змінюють знак доданка, який переносять із лівої у праву частину нерівності. Прогнозована помилка 3: учні неправильно вказують проміжок, що є розв'язком системи нерівностей.

Завдання 5. Знайдіть значення параметра, за яких: а) рівняння має додатні корені; б) рівняння має від'ємні корені; в) рівняння має корені різних знаків:

- | | |
|---|--------------------------------------|
| 1) $x^2 - 2ax + 2a + 3 = 0$; | 7) $2x^2 + 3ax + a^2 = 0$; |
| 2) $x^2 - (a + 3)x + 4a - 4 = 0$; | 8) $3x^2 - 3ax + a^2 = 0$; |
| 3) $x^2 + 2(a - 1)x + 2a^2 + 2 = 0$; | 9) $4x^2 - 4ax + a^2 - 2 = 0$; |
| 4) $x^2 - 2ax + a^2 - 2 = 0$; | 10) $ax^2 - 2(a - 3)x + a + 3 = 0$; |
| 5) $x^2 - 2(a + 2)x + a(a + 4) + 6 = 0$; | 11) $(a^2 - 2)x^2 - 2ax + 1 = 0$; |
| 6) $2x^2 - 3ax + a^2 + 3a = 0$; | 12) $(a^2 + 3)x^2 - 2ax + 1 = 0$. |

Завдання 6. На основі наведених у завданні 5 задач із параметрами зробіть висновки щодо напрямів зростання трудності найпростіших задач з параметрами, у яких йдеться про знаки коренів квадратного рівняння, залежно від особливостей вимог, що накладаються на знаки коренів.

Очікувані міркування можуть бути такими. По-перше, трудність найпростіших задач з параметрами, у яких йдеться про знаки коренів квадратного рівняння, зростає залежно від особливостей вимог, що накладаються на знаки коренів. По-друге, серед можливих вимог, що накладаються на корені квадратного рівняння у найпростіших задачах, необхідно провести

внутрішній поділ і упорядкувати отримані типи вимог за рівнем складності їх формалізації, як от: корені існують (не існують); корені є рівними (нерівними); корені однакових (різних) знаків; корені однакових строго визначених знаків; корені однакових, але не строго визначених знаків; корені різних, але не строго визначених знаків; один із коренів строго визначеного знака, а інший має той самий знак або дорівнює нулю; один з коренів строго визначеного знака, а інший має протилежний знак або дорівнює нулю; тільки один з коренів строго визначеного знака; тільки один з коренів не строго визначеного знака; принаймні один корінь строго визначеного знака; принаймні один корінь не строго визначеного знака.

Завдання 7. Окресліть перелік умінь учнів для побудови правильної математичної моделі задачі, у якій йдеться про знаки коренів квадратного рівняння з параметром, і яка розв'язується із застосуванням теореми Вієта.

Очікувані міркування можуть бути такими. Для того, щоб учні змогли побудувати правильну математичну модель задачі, яка розв'язується із застосуванням теореми Вієта, вони мають вміти: 1) переформулювати умову задачі так, щоб вимоги, які накладаються на корені рівняння, були подані в явному вигляді; 2) виявити характер зв'язків між вимогами (кон'юнктивний, диз'юнктивний, складений); 3) формалізувати кожен вимогу із застосуванням дискримінанта квадратного рівняння та обмежень на знаки добутку і суми його коренів; 4) відобразити характер зв'язків між вимогами у вигляді системи, сукупності, певної комбінації систем і сукупностей; 5) виконати перетворення кон'юнкції кількох диз'юнкцій або диз'юнкції кількох кон'юнкцій за правилами логіки, якщо характер зв'язків між вимогами виявився складеним; 6) словесно описати формалізований запис вимог, що накладаються на корені квадратного рівняння; 7) побудувати теоретичну модель вимоги, про яку йдеться у формулюванні задачі, та мінімізувати її, якщо таке є можливим; 8) виразити дискримінант, добуток і суму коренів квадратного рівняння через його коефіцієнти; 9) побудувати математичну модель задачі, конкретизувавши теоретичну модель вимоги із застосуванням коефіцієнтів рівняння, про яке йдеться у формулюванні задачі.

Виконання цих різноманітних задач з параметрами на встановлення знаків коренів квадратного рівняння з параметрами, що мають варіації у своїх умовах, спонукає до дидактично виважених і важливих висновків про те, що вміння будувати математичну модель кожного типу вимог до коренів квадратного рівняння та її конкретну інтерпретацію (математичну модель конкретної задачі) потрібно формувати в учнів поетапно за допомогою спеціальної системи вправ.

Наступним видом методичної діяльності є цільове структурування наданих добірок задач з параметром. З цією метою пропонуємо завдання.

Завдання 8. Оберіть принцип структурування й диференціації наведеної у завданні 5 добірки рівнянь залежно від складності завдання. Реалізуйте його, обґрунтуйте свій спосіб структурування й диференціації, доповніть добірку рівнянь за необхідності.

Очікувані міркування можуть бути такими. Для структурування добірки рівнянь за рівнями складності можна використати зовнішній і внутрішній показники. Зовнішній показник це – перший коефіцієнт рівняння. Внутрішній показник це – дискримінант рівняння. За зовнішнім показником складність нарощується так: 1) зведені рівняння; 2) перший коефіцієнт є числом, яке відмінне від 0 і ± 1 ; 3) перший коефіцієнт є виразом, що містить параметр. За внутрішнім показником здійснюється внутрішня диференціація у кожній групі рівнянь, що утворилася після диференціації за зовнішнім показником. Тут доцільно витримати таку послідовність: а) дискримінант рівняння є виразом, що містить параметр і може набувати будь-якого знаку; б) дискримінант рівняння є повним квадратом виразу, що містить параметр, або є таким виразом із параметром, який набуває невід'ємних значень за будь-яких значень параметра; в) дискримінант рівняння є виразом, що містить параметр, і за будь-яких значень параметра не є додатним; г) дискримінант рівняння є невід'ємним числом; д) дискримінант рівняння дорівнює від'ємному числу. Узагальнити ці способи диференціації і структурування добірки рівнянь можна за допомогою таблиці 2.

Таблиця 2

**Структурування і диференціація добірки рівнянь
за зовнішнім і внутрішнім показниками**

Рівняння	Диференціація за зовнішнім показником	Диференціація за внутрішнім показником
$x^2 - 2ax + 2a + 3 = 0;$	Рівняння зведені, перший коефіцієнт ± 1	А) $D = 4(a^2 - 2a - 3).$
$x^2 - (a + 3)x + 4a - 4 = 0,$		Б) $D = (a - 5)^2.$
$x^2 + 2(a - 1)x + 2a^2 + 2 = 0,$		В) $D = -4(a + 1)^2.$
$2ax - x^2 - a^2 + 2 = 0,$		Г) $D = 8.$
$x^2 - 2(a + 2)x + a(a + 4) + 6 = 0,$		Д) $D = -8.$
$2x^2 - 3ax + a^2 + 3a = 0,$	Рівняння незведені. Перший коефіцієнт ϵ числом відмінним від 0 і ± 1	А) $D = a^2 - 24a.$
$2x^2 + 3ax + a^2 = 0,$		Б) $D = a^2.$
$3x^2 - 3ax + a^2 = 0,$		В) $D = -3a^2.$
$4x^2 - 4ax + a^2 - 2 = 0,$		Г) $D = 32.$
$4x^2 - 4ax + a^2 + 2 = 0,$		Д) $D = -32.$
$ax^2 - 2(a - 3)x + a + 3 = 0,$	Рівняння незведені. Перший коефіцієнт залежить від значення параметра	А) $D = -36(a - 1).$
$3ax^2 - 2(2a + 1)x + a + 1 = 0,$		Б) $D = 4(a^2 + a + 1).$
$(a^2 + 1)x^2 + 2(a - 1)x + 2 = 0,$		В) $D = -4(a + 1)^2.$
$(a^2 - 2)x^2 - 2ax + 1 = 0,$		Г) $D = 8.$
$(a^2 + 3)x^2 - 2ax + 1 = 0$		Д) $D = -12.$

Завдання 9. На основі рівнянь зі створеної у попередньому завданні добірки рівнянь сконструюйте систему задач з параметрами, які зводяться до квадратних за допомогою заміни змінних.

Очікувані міркування можуть бути такими.

До прикладу, на основі рівняння $x^2 - 2ax + 2a + 3 = 0$ можна утворити такі рівняння (табл. 3).

Таблиця 3

Рівняння	Заміна та обмеження
$x^6 - 2ax^3 + 2a + 3 = 0,$	заміна: $x^3 = y, y \in R;$
$x^4 - 2a(x^2 - 1) + 3 = 0,$	заміна: $x^2 = y, y \in [0; +\infty);$
$\sin^2 x - 2a(\sin x - 1) + 3 = 0,$	заміна: $\sin x = y, y \in [-1; 1];$
$\lg^2 x - a\lg x^2 + 2a + 3 = 0,$	заміна: $\lg x = y, y \in R;$
$4^x - a2^{x+1} + 2a + 3 = 0,$	заміна: $2^x = y, y \in (0; +\infty)$

Завдання 10. Спроектуйте види діяльності, які опановує учень у ході побудови математичної моделі в подібних задачах.

Очікувані міркування можуть бути такими. Для того, щоб побудувати математичну модель у подібних задачах, учень має виконати такі дії.

1. Виділити заміну та обмеження на область визначення нової змінної, якщо вони є.
2. Ввести заміну і отримати допоміжне квадратне рівняння.
3. Сформулювати нову задачу, у якій вимоги до коренів допоміжного квадратного рівняння були б такими, щоб з урахуванням обмежень на нову змінну корені вихідного рівняння задовольняли вимогам вихідної задачі.
4. Виявити усі випадки вимог до коренів допоміжного квадратного рівняння, які зазначені у п.3.
5. Утворити математичну модель задачі і, якщо можливо, мінімізувати її.

Завдання 11. Змоделюйте навчальну ситуацію із розгляду подібних задач в освітньому процесі: а) базової школи; б) старшої профільної школи.

Завдання 12. Змоделюйте навчальну ситуацію контролю й оцінювання навчальних досягнень учнів із розв'язування задач з параметрами, які за допомогою заміни зводяться

до квадратних рівнянь. З цією метою сконструйте систему із трьох задач, виконайте поелементний аналіз способу їхнього розв'язування, розробіть критерії оцінювання.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Інтегральна компетентність здобувачів освіти на другому магістерському рівні вищої освіти за спеціальністю А4 Середня освіта (математика) формується і проявляється передусім в умовах, що характеризуються комплексністю і невизначеністю. Такі характеристики повною мірою притаманні задачам з параметрами. Підготовка майбутнього вчителя до навчання учнів розв'язувати задачі з параметрами має бути послідовно, системно і комплексно реалізована у різних освітніх компонентах фахової математичної і методичної підготовки. На другому магістерському рівні вищої освіти з підготовки фахівців спеціальності А4 Середня освіта (математика) задачі з параметрами доцільно включати до змісту обов'язкових та вибіркових навчальних дисциплін. Добір змісту, системи методів і прийомів, а також система задач має бути скерована на максимізацію суб'єктного математичного й методичного досвіду студентів, залучення різних видів математичної й методичної діяльності (аналітико-синтетичної, прогнозувальної, проєктувальної, моделювальної, конструювальної, оцінювально-рефлексивної), урізноманітнення професійно-особистісних ідентифікацій студентів в умовах конкретних навчальних ситуацій.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Карлашук, А. Ю. (2001). Формування дослідницьких умінь школярів у процесі розв'язування математичних задач з параметрами (автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02), К. (Karlashchuk, A. Yu. (2001). Formation of schoolchildren's research skills in the process of solving mathematical problems with parameters (PhD thesis abstract). Kyiv).
2. Віра, М. Б. (2024). Задачі з параметрами в курсі математики середньої школи: навч. посібн. Ніжин: НДУ ім. М. Гоголя. (Vira, M. B. (2024). Problems with parameters in the course of high school mathematics: textbook. Nizhyn: NDU named after M. Gogol.).
3. Прус, А. В., Швець, В. О. (2020). Задачі з параметрами в шкільному курсі математики: навч.-метод. пос. Вид. 2-ге доп., Житомир : вид-во ПП «Рута». (Prus, A.V., Shvets, V. O. (2020). Problems with parameters in the school mathematics course: teaching-methodical. pos. Ed. 2nd supplement., Zhytomyr: Publishing House "Ruta").
4. Горнштейн, П. І., Полонський, В. Б., Якір, М. С. (2004). Задачі з параметрами. Тернопіль: підручники і посібники. (Gornshtein, P. I., Polonsky, V. B., Yakir, M. S. (2004). Problems with parameters. Ternopil: textbooks and manuals).
5. Крамор, В. С. (2011). Задачі з параметрами і методи їх розв'язання. Тернопіль, Навчальна книга – Богдан. (Kramor, V. S. (2011). Problems with parameters and methods for their solution. Ternopil, Textbook – Bohdan).
6. Репета, В., Кleshня, Н., Коробова, М., Репета, Л. (2002). Задачі з параметрами. Розв'язки, рекомендації, приклади: навчальний посібник для старшокласників та абітурієнтів. Тернопіль: підручники і посібники. (Repeta, V., Kleshnya, N., Korobova, M., Repeta, L. (2002). Problems with parameters. Solutions, recommendations, examples: a textbook for high school students and applicants. Ternopil: textbooks and manuals).
7. Ясінський, В. В. (1999). Алгебра. Вибрані конкурсні задачі. За ред. акад. Самойленка А.М., Київ, «Вирій». (Yasinsky, V. V. (1999). Algebra. Selected competitive problems. Edited by academician Samoilenko A. M., Kyiv, "Vyriy").
8. Істер, О, Істер, Д. (2025). Задачі з параметрами. Основні типи і види : навч. посіб. Для учнів 7-9 кл. ЗЗСО. Київ, Генеза. (Ister, O., Ister, D. (2025). Problems with parameters. Main types and types: teaching aids. For students of grades 7-9 of the ZZSO. Kyiv, Geneza).
9. Беседін, Б. Б., Кадубовський, О.А. (2018). Про алгоритмічний підхід до розв'язання рівнянь та нерівностей (з однією змінною) другого степеня з параметром. Фізико-математична освіта. 2 (16). 18–22. (Besedin, B. B., Kadubovsky, O.A. (2018). On an algorithmic approach to solving equations and inequalities (with one variable) of the second degree with a parameter. Physical and mathematical education. 2 (16). 18–22.).

10. Лов'янова, І. В. (2014). Модуль числа. Розв'язування задач з параметрами (матеріали для факультативних занять та курсів за вибором). 10 клас; за заг. ред. проф. Н. А. Тарасенкової. Черкаси: видавець Чабаненко Ю. А. (Lov'yanova, I. V. (2014). The modulus of a number. Solving problems with parameters (materials for optional classes and elective courses). Grade 10; edited by Prof. N. A. Tarasenkova. Cherkasy: publisher Chabanenko Yu. A.).
11. Чашечникова, О. С. Колесник, Є. А. (2014). Інноваційні підходи до підготовки майбутнього вчителя математики. Навчання елементарної математики. Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. 8 (42). 262–269. (Chashechnikova, O. S. Kolesnyk, E. A. (2014). Innovative approaches to training a future mathematics teacher. Teaching elementary mathematics. Pedagogical sciences: theory, history, innovative technologies. 8 (42). 262–269.)
12. Прус, А., Чемерис, О. (2019). Підготовка майбутніх учителів математики до роботи із розвитку творчих здібностей учнів. Нові технології навчання. 92, 231–237. Retrieved from: <https://www.journal.org.ua/index.php/ntn/article/view/88> (Prus, A., Chemerys, O. (2019). Preparing future mathematics teachers for work on developing students' creative abilities. New teaching technologies. 92, 231–237. Retrieved from: <https://www.journal.org.ua/index.php/ntn/article/view/88>).
13. Крамаренко, Т. Г. Вибрані питання елементарної математики з GeoGebra : GeoGebraBook [Електронний ресурс] Кривий Ріг, Криворізький держ. пед. ун-т. Режим доступу: <https://www.geogebra.org/m/gqpk8yfu>. (Kramarenko, T. G. Selected questions of elementary mathematics with GeoGebra: GeoGebraBook [Electronic resource] Kryvyi Rih, Kryvyi Rih State Pedagogical University. Retrieved from: <https://www.geogebra.org/m/gqpk8yfu>.)
14. Тарасенкова, Н. А. (2001). Система вправ на застосування теореми Вієта у задачах з параметрами. Математика в школі. 1. С. 36–40. 2. С. 47–48. (Tarasenkova, N. A. (2001). System of exercises for applying Vieta's theorem in problems with parameters. Mathematics at school. 1. P. 36–40. 2. P. 47–48.)

Tarasenkova N. A., Akulenko I. A. The Methodological Component of the Course "Selected Issues of Elementary Mathematics" in the Training of Master's Students in Speciality A4 Secondary Education (Mathematics).

Professional training of students in the specialty A4 Secondary Education (Mathematics) at the second (Master's) level of higher education is aimed at forming their integral competence, namely the ability to solve complex specialized practical tasks in the field of general secondary mathematics education, which are characterized by complexity and uncertainty. Such characteristics are fully inherent in problems with parameters. Teaching students how to solve problems with parameters is the focus of the professional training of a future mathematics teacher for both basic and profile schools. By mastering the methods of solving problems with parameters, students – future specialists – must acquire not only the mathematical component of this activity but also the methodological activity skills that will subsequently ensure the effective teaching of such problems to students. These methodological activity skills form the methodological component of academic disciplines whose subject is the study of standard and non-standard methods and the specifics of solving problems with parameters. A substantial element of this component is teaching and methodological problems (tasks). The authors emphasize that such problems must ensure that students perform analytical-synthetic, forecasting, design, modelling, construction, and evaluative-reflective methodological activities. The article substantiates a method for systematizing such tasks, which involves: 1) analysis of the semiotic shell and the content of the given problem with a parameter; 2) identification of the content and operational components in the process of solving the problem, and classification of the problem into a certain type/kind; 3) the actual solution of the problem with a parameter; 4) forecasting potential difficulties and errors of students in solving the problem; 5) targeted structuring of provided selections of problems with a parameter; 6) independent compilation of selections of problems with parameters in accordance with didactic goals; 7) planning and designing, as well as modelling and implementing learning situations involving problems with a parameter; 8) checking and evaluating the results of students' solutions to such problems. The article provides corresponding examples of teaching and

methodological problems, outlines the expected and possible reasoning in the search for their solution method, and illustrates the ways to solve such problems.

Keywords: *problems with parameters, methodological component, methodological activity of a future mathematics teacher, teaching and methodological problems.*

Подано до друку 13.10.2025

Прийнято до друку 31.10.2025

УДК 378.147:37.091.39:004

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/103-110

Д. С. Тінькова

ORCID ID 0000-0002-4771-6124

Г. В. Луценко

ORCID ID 0000-0002-9727-7836

О. М. Подолян

ORCID ID 0000-0003-4082-1519

Черкаський національний
університет імені Богдана Хмельницького

РОЛЬ ПЕДАГОГІЧНИХ ПРАКТИК У ФОРМУВАННІ ПРОФЕСІЙНОЇ МОТИВАЦІЇ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ІНФОРМАТИКИ

У статті досліджується формування професійної мотивації майбутніх учителів інформатики в умовах сучасних викликів освіти та дефіциту педагогічних кадрів. Педагогічна практика розглядається як ключовий етап професійної підготовки, що поєднує теорію з реальними умовами діяльності ЗЗСО. Теоретичний аналіз виявив багатовимірну структуру професійної мотивації, яка включає внутрішні (інтерес, самореалізація, ідентичність) та зовнішні (престиж, оплата, підтримка) чинники. Описано структуру практики майбутніх учителів інформатики, що включає навчально-організаційну, навчально-виховну та навчально-методичні складові, поєднання яких сприяє розвитку професійних компетентностей. Анкетування студентів спеціальності 014.09 Середня освіта (Інформатика) підтвердило, що педагогічна практика пов'язується з формуванням мотивації і впевненості здобувачів. Зроблено висновок про важливість якісної організації педагогічної практики для формування компетентного й мотивованого фахівця.

Ключові слова: *педагогічна практика, майбутні учителі інформатики, професійна мотивація.*

Постановка проблеми. В умовах постійного оновлення змісту освіти та цифровізації усіх сфер людського життя підготовка висококваліфікованих учителів інформатики набуває особливого значення. Згідно з офіційною інформацією Державної служби зайнятості України, наразі на ринку праці спостерігається відчутний дефіцит педагогічних кадрів, причому, як прогнозується, ситуація істотно не зміниться і в подальшому. Відповідно, заклади загальної середньої освіти, особливо в невеликих містах та сільській місцевості, стикаються з труднощами при заповненні вакансій учителів інформатики. Ситуація, що склалася, зумовлює соціальний попит на нову генерацію мотивованих і професійно підготовлених фахівців, спроможних реалізовувати компетентнісний підхід у викладанні інформатики та впроваджувати інноваційні педагогічні підходи.

У цьому контексті педагогічна практика виступає важливим інструментом формування професійної мотивації майбутніх педагогів. Саме під час проходження педагогічної практики, студенти вперше потрапляють в реальні умови роботи в закладі загальної середньої освіти, спостерігають за освітнім процесом зсередини, безпосередньо взаємодіють з учнями, педагогічним колективом, адміністрацією, аналізують власні можливості та професійну придатність. Здобутий практичний досвід сприяє глибшому розумінню значущості вчительської праці,

розвиває відповідальність, послідовність у професійному самовизначенні, а також зміцнює впевненість студентів щодо вибору професії.

Зазначимо, що зростання попиту на висококваліфікованих учителів інформатики зумовлюється також активним впровадженням сучасних освітніх стандартів. Відповідно, роль навчальної практики як засобу професійної соціалізації та мотивації здобувачів освіти є особливо важливою. Навчальна та виробнича педагогічні практики дозволяють майбутнім педагогам не лише апробувати отримані знання в умовах звичайної школи, а й побачити реальну потребу в їхній праці, що, своєю чергою, формує глибоку внутрішню мотивацію до подальшого професійного розвитку.

Таким чином, дослідження педагогічних практик як інструменту формування мотивації до педагогічної діяльності в умовах закладів загальної середньої освіти є надзвичайно актуальним. Воно дає змогу поєднати теоретичну підготовку з реальним кадровим запитом у регіоні, посилити ефективність освітнього процесу в ЗВО та сприяти формуванню соціально відповідального, ініціативного та професійно орієнтованого вчителя інформатики.

Аналіз актуальних досліджень. Питання професійної підготовки студентів педагогічних спеціальностей, зокрема, ролі й місця в ній педагогічної практики, активно вивчаються вітчизняними та зарубіжними дослідниками. Теоретичні й методологічні засади та прикладні аспекти практичної підготовки майбутніх учителів висвітлюються в працях С. Гончаренка, А. Гуржія, О. Дубасенюка, І. Зязюна, В. Лугового, Н. Ничкало, С. Сисоєвої та інших. Як зазначено в матеріалах науково-аналітичної доповіді НАПН України щодо практичної підготовки майбутніх педагогів у закладах вищої педагогічної освіти, зміщення акцентів на практичний компонент готовності професійної підготовки вчителя зумовлене новими вимогами ринку праці і необхідністю підвищення його конкурентоздатності [3]. Відповідно до Концепції розвитку педагогічної освіти в Україні, обсяг практичної підготовки майбутніх освітян має складати не менше 30 кредитів ЄКТС у межах обов'язкової частини бакалаврських програм, починаючи з першого року навчання [1]. Водночас, для більшості ЗВО діє практика поєднання опанування теоретичного матеріалу й набуття практичного досвіду, починаючи з 2-3 курсів.

Наголошуючи на багатоаспектності діяльності, що виконується практикантами, Н. Павлова визначає адаптаційну, дидактичну, розвиваючу, діагностичну, прогностичну, комунікативну та рефлексивну функції педагогічних практик [7]. Ці функції взаємодіють та доповнюють одна одну, утворюючи цілісну систему, що є відкритою та динамічною. У роботі О. Лисенко подано результати дослідження мотиваційної функції виробничої педагогічної практики майбутніх учителів іноземних мов [2]. За результатами опитування було виявлено, що більшість студентів сприймають педагогічну практику як своєрідний тест на правильність обраної професії.

Актуальні дослідження у сфері педагогіки засвідчують, що професійна мотивація вчителів є багатовимірним феноменом, який формується під впливом як внутрішніх, так і зовнішніх чинників [5-7]. До внутрішніх детермінантів належать інтерес до викладання, сформована професійна ідентичність, прагнення до автономії. Зовнішні чинники включають рівень заробітної плати, обсяг робочого навантаження, підтримку з боку освітньої політики та наявність можливостей для кар'єрного зростання. Професійна мотивація педагогів прямо корелює з якістю освітнього процесу, рівнем успішності учнів, стабільністю кадрового складу та психологічним благополуччям освітян.

Відповідно до сучасного наукового дискурсу виокремлюється низка факторів, визначальних для формування професійної мотивації педагогів та її підтримки [6-8]. Організаційне середовище та управлінське лідерство, що пов'язується з позитивним мікрокліматом у закладі освіти, підтримкою з боку адміністрації та конструктивними колегіальними взаєминами, сприяють підвищенню мотиваційного рівня педагогів. Дуже важливими є можливості для професійного розвитку й зміцнення професійної ідентичності, наприклад, у форматі участі в тренінгах і освітніх проєктах. Водночас, надмірне навантаження, бюрократизація освітнього процесу, стандартизоване оцінювання та обмеження автономії негативно впливають на мотивацію вчителів.

Деталізуючи складники професійної мотивації [7, 9, 10], дослідники виділяють ціннісно-смысловий компонент, що відображає усвідомлення соціальної значущості професії вчителя,

внутрішнє прийняття педагогічної місії та ролі наставника, орієнтацію на потреби розвитку учнів і суспільства та відчуття власної відповідальності за результат освітнього процесу. Розвинута професійна мотивація включає також пізнавально-професійну складову, що виявляється шляхом прагнення до постійного підвищення кваліфікації, готовності до активного впровадження інновацій та використання сучасних технологій в освітньому процесі, орієнтацію на самоосвіту. Соціально-комунікативна складова професійної мотивації відображає потребу в спілкуванні з учнями, колегами, батьками, навички лідерства і відповідальної співпраці й командної роботи, мотивацію до формування позитивного іміджу педагога. З соціально-комунікативною складовою тісно пов'язана емоційно-регулятивна, що дозволяє отримувати позитивні емоції від процесу навчання й виховання та від спілкування з учнями, включаючи також такі почуття як самореалізація та успіх, здатність зберігати емоційну стабільність у стресових обставинах. Не менше значимою є й кар'єрно-прагматична складова, зокрема, орієнтація на професійне зростання, бажання матеріальної стабільності, прагнення до соціальних гарантій та професійного статусу.

Дослідження С. Олексенко та О. Хоменко демонструють, що основними мотивами професійної діяльності педагогів в умовах війни є задоволення від процесу та результату праці та можливість самореалізації в цій діяльності [5, 6]. Суттєвими факторами є також потреба в досягненні соціального престижу і поваги з боку оточуючих і грошовий зарібок. Водночас, дистанційне навчання, цифрове виснаження та загальна невизначеність, суттєво позначилися на професійній мотивації освітян.

Таким чином, формування та підтримка мотивації педагогів потребує комплексного підходу, що враховує індивідуальні, інституційні та соціокультурні чинники. Відповідно, актуальними є дослідження, що спрямовані на розробку ефективних стратегій формування професійної мотивації та позитивного ставлення до обраної спеціальності студентів педагогічних спеціальностей, у контексті динамічних змін освітнього середовища.

Наразі спостерігається зростання кількості досліджень, присвячених педагогічній практиці майбутніх учителів інформатики [13-16]. Однією з провідних ідей є інтеграція цифрової педагогіки, яка передбачає не лише оволодіння програмуванням та обчислювальним мисленням, а й здатність ефективно використовувати онлайн-платформи, інтерактивні середовища програмування та інструменти на основі штучного інтелекту [14]. Педагогічна практика відіграє важливу роль у формуванні професійної ідентичності майбутніх учителів інформатики [13, 16]. Вона сприяє розвитку впевненості у поясненні складних абстрактних понять, таких як алгоритми та структури даних, а також у формуванні стратегій управління класом, адаптованих до високотехнологічного навчання. Значний вплив на успішність проходження практики має якісне наставництво та співпраця з досвідченими педагогами, особливо якщо наставники володіють актуальними знаннями з методики навчання інформатики.

Окрему увагу дослідники приділяють питанням рівності та доступності. Залучення до практики розглядається як інструмент подолання гендерних диспропорцій в STEM та інженерії, зокрема, через стимулювання майбутніх учителів інформатики до розробки інклюзивного навчального контенту. Крім того, актуальні дослідження пов'язують педагогічну практику з розвитком підприємницьких компетентностей, що відкриває для майбутніх учителів інформатики ширші професійні перспективи у сфері інформаційно-цифрових технологій та освітнього підприємництва.

Метою роботи є дослідження мотиваційних чинників майбутніх учителів інформатики щодо педагогічної діяльності та впливу педагогічної практики на їх очікування й прийняття майбутньої професії.

Виклад основного матеріалу. Педагогічні практики в системі професійної підготовки майбутніх учителів інформатики є важливим етапом формування педагогічної компетентності, інтеграції теоретичних знань та практичного досвіду в умовах функціонування закладів загальної середньої освіти (ЗЗСО). Обсяг педагогічних практик і їх теоретико-методичне забезпечення визначають можливості освітньої програми щодо створення цілісного середовища підготовки здобувачів, умов для перетворення науково-теоретичних знань в навички практичної роботи в умовах сучасної школи.

Освітньо-професійною програмою спеціальності 014.09 Середня освіта (Інформатика) Черкаському національному університеті імені Богдана Хмельницького передбачено проведення навчальної, виробничої та науково-дослідницької практик, загальним обсягом 24 кредити ЄКТС.

Навчальна педагогічна практика (у низці інших ЗВО використовуються назви пропедевтична чи педагогічна практика) охоплює 3-5 семестри навчання. Три етапи навчальної практики, що реалізуються у межах освітньо-професійної програми спеціальності 014.09 Середня освіта (Інформатика) в Черкаському національному університеті імені Богдана Хмельницького, мають чітку послідовність, тематичну спрямованість та сприяють поступовому професійному становленню студентів.

Перша навчальна практика, яка проводиться у третьому семестрі бакалаврського рівня, має навчально-організаційну спрямованість і сприяє формуванню базових уявлень студентів про систему загальної середньої освіти України, організаційно-адміністративні аспекти функціонування ЗЗСО, їх нормативну документацію, освітнє середовище, а також особливості роботи педагогічного колективу. Основними завданнями цієї практики є ознайомлення студентів із чинною нормативно-правовою базою (у тому числі концепцією Нової української школи та принципами педагогіки партнерства), вивчення регламенту роботи ЗЗСО, аналіз методичних об'єднань учителів, цифрової інфраструктури закладу, а також оцінка умов інклюзивного навчання та безбар'єрного освітнього середовища.

На цьому етапі формуються такі ключові компетентності: загальна компетентність ЗК2 (здатність до міжособистісної взаємодії, роботи в команді); фахові компетентності ФК4 (взаємодія в освітньому середовищі), ФК11 (знання інформатики), ФК12 (здатність моделювати зміст навчання), ФК13 (розробка цифрових освітніх ресурсів) [4]. Саме ці компетентності забезпечують базис для подальшого розгортання виховної та методичної діяльності студентів у наступних етапах практики.

Друга навчальна практика, що реалізується у четвертому семестрі, орієнтована на вивчення системи виховної роботи в ЗЗСО. Метою практики є удосконалення знань студентів щодо організаційних, методичних і психологічних засад виховної діяльності, та формування умінь планувати, організовувати та проводити виховні заходи відповідно до педагогічних цілей. Під час практики студенти спостерігають за виховними заходами, аналізують методи взаємодії класного керівника з учнями, батьками, вивчають відповідну документацію, беруть участь у плануванні виховної роботи, складають психолого-педагогічні характеристики учнів, знайомляться з діяльністю шкільних гуртків і секцій. Самостійне проведення залікового виховного заходу є ключовим компонентом цієї практики, що сприяє формуванню педагогічної автономії, рефлексії та комунікативної компетентності здобувачів освіти.

На цьому етапі закріплюються загальна компетентність ЗК2, а також формуються фахові компетентності ФК2 (орієнтація в інформаційному просторі) і ФК3 (розуміння психолого-педагогічних особливостей розвитку учнів). Ці компетентності поглиблюють соціально-комунікативний і виховний компоненти професійної діяльності вчителя, які необхідні для побудови стійкої взаємодії в освітньому середовищі.

Третя навчальна практика, яка відбувається у п'ятому семестрі, має навчально-методичну спрямованість і передбачає поглиблене вивчення методики викладання інформатики. Основним завданням цього етапу є розвиток здатності студентів до планування та проведення уроків інформатики, створення навчально-методичних матеріалів, використання сучасних цифрових технологій, а також аналіз ефективності педагогічних методів. Студенти виконують аналіз навчальних програм з інформатики, готують конспекти уроків, розробляють дидактичні матеріали, вивчають цифрову інфраструктуру кабінетів інформатики, проводять педагогічні спостереження та беруть участь у практичному викладанні. Важливою частиною практики є оволодіння навичками рефлексії, оцінювання результатів власної діяльності, а також розвиток педагогічного мислення, здатності до моделювання змісту навчання інформатики відповідно до сучасних освітніх тенденцій і стандартів.

Тут формуються ключові загальні компетентності: ЗК1 (відповідальність, громадянська свідомість), ЗК2 (міжособистісна взаємодія), ЗК3 (усвідомлення культурної ідентичності). Фахові компетентності охоплюють: ФК4 (безпечна взаємодія), ФК12 (рефлексивність), ФК13 і

ФК14 (предметно-методична компетентність з інформатики й робототехніки), ФК18 (цифрові освітні технології). Сформовані компетентності забезпечують здатність до системного проектування навчального процесу, використання інтерактивних форм навчання, оцінювання навчальних досягнень, а також розвиток професійної автономії.

Отже, три послідовні етапи навчальної практики побудовані за принципами наступності, міждисциплінарності та компетентнісної інтеграції. Перший етап формує організаційно-адміністративну грамотність і соціальну орієнтацію, другий – психолого-виховну складову та комунікативну культуру, третій – методичну майстерність, педагогічну рефлексію та професійну мобільність. Їх взаємозв'язок забезпечує системне професійне зростання майбутнього вчителя інформатики, формуючи не лише фахівця, а й педагога-новатора, здатного відповідати на виклики сучасного цифрового суспільства.

З метою аналізу ефективності реалізації навчальної практики для студентів спеціальності 014.09 Середня освіта (Інформатика) у Черкаському національному університеті імені Богдана Хмельницького було проведено анкетування, результати якого дали змогу виявити ключові аспекти сприйняття змісту, організації та педагогічної цінності навчальної практики з позицій самих здобувачів освіти. Опитування мало на меті з'ясувати очікування студентів щодо практики, ідентифікувати потенційні труднощі та виявити позитивні чинники, що сприяють підвищенню їхньої мотивації до майбутньої професійної діяльності.

Питання вступного опитування, розробленого з використанням шкали Лайкерта, наведено в таблиці 1. Під час анкетування студенти мають оцінити своє ставлення до наведених тверджень за шкалою від 1 до 5, де: 1 – зовсім не згоден, 2 – скоріше не згоден, 3 – важко відповісти, 4 – скоріше згоден, 5 – повністю згоден. Усього в опитуванні взяли участь 17 студентів.

Таблиця 1

Анкета студентів щодо їх сприйняття педагогічної практики

№ з/п	Запитання анкети
1.	Я з нетерпінням чекаю початку навчальної педагогічної практики.
2.	Мене більше цікавить практика, ніж лякає.
3.	Я відчуваю впевненість у своїх силах.
4.	Я переживаю, що можу розгубитися у шкільному середовищі.
5.	Я готовий(-а) до нових вражень та досвіду.
6.	Мені цікаво дізнатися, як організований освітній процес у школі.
7.	Ця практика допоможе мені краще уявити свою майбутню роботу в якості вчителя.
8.	Я хочу відчути атмосферу шкільного колективу.
9.	Хочу пройти практику з гарним результатом, щоб отримати високу оцінку.
10.	Мені важливо, щоб керівники практики добре відгукнулися про мою роботу.
11.	Практика потрібна мені, щоб виконати вимоги навчального плану.
12.	Хочу показати гарні результати перед викладачами та одногрупниками.
13.	Думаю, що практика позитивно вплине на моє ставлення до обраної професії.
14.	Чого ви найбільше очікуєте від цієї практики?

За результатами опитування студентів спеціальності 014.09 Середня освіта (Інформатика) (рис. 1) щодо очікувань від проходження першої навчальної практики встановлено, що загалом респонденти демонструють помірно позитивне ставлення до майбутнього досвіду. Показник очікування початку практики склав 3,09 бали за п'ятибальною шкалою, що свідчить про наявність інтересу, але без надмірного ентузіазму. Більшість студентів зазначили, що їх більше цікавить практика, ніж лякає (2,91), однак рівень впевненості у власних силах виявився середнім (3,00). При цьому зафіксовано й певне хвилювання: твердження «Я переживаю, що можу розгубитися у шкільному середовищі» отримало середнє значення 3,18.

Разом з тим студенти виявляють готовність до нових вражень та досвіду (3,45) і зацікавленість у пізнанні організації освітнього процесу в школі (3,27). Для багатьох із них практика є важливим кроком у розумінні майбутньої професійної діяльності (3,36) та можливістю відчути атмосферу педагогічного колективу (3,18). Особливе місце займає

орієнтація на результативність: найвищі середні оцінки (3,91) отримали твердження, що стосуються прагнення пройти практику з гарним результатом, важливості позитивного відгуку керівників, а також демонстрації власних досягнень перед викладачами та одногрупниками. Високим також є показник усвідомлення практики як обов'язкової частини освітньої програми (3,73), при цьому значна кількість студентів очікує, що вона позитивно вплине на їхнє ставлення до обраної професії (3,82).

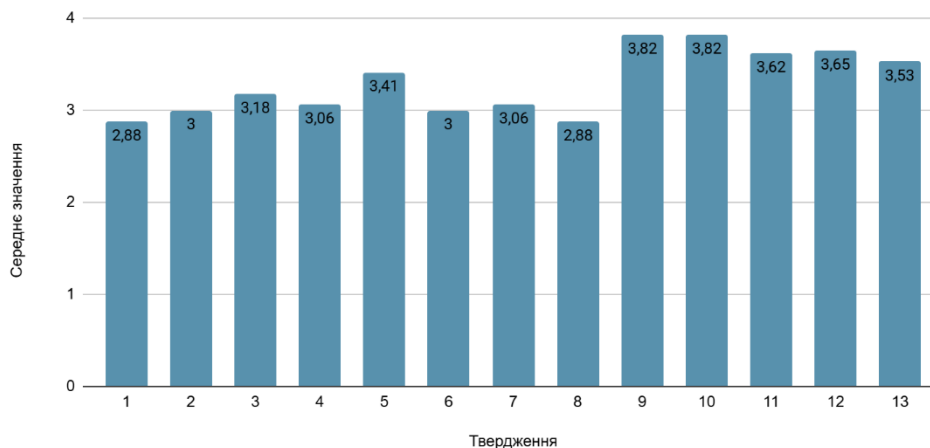


Рис. 1. Аналіз результатів опитування студентів

Аналіз відкритих відповідей показав, що студенти насамперед очікують отримати нові знання, навички та досвід, познайомитися зі шкільним середовищем і його специфікою, а також успішно виконати всі вимоги з досягненням позитивного результату. Серед відповідей респондентів є також очікування досвіду, який допоможе визначитися зі сприйняттям професії педагога, а також, здобуття і зміцнення практичних навичок роботи із колективом, навчання інших, спілкування з аудиторією тощо.

Таким чином, мотивація студентів має змішаний характер, включаючи внутрішні чинники, які пов'язані з прагненням до професійного самопізнання, та зовнішні – орієнтовані на отримання високої оцінки за результатами практики та схвалення з боку викладачів і керівників практики.

Отримані дані свідчать про потребу забезпечення студентів психологічною підтримкою та створення умов для підвищення їхньої впевненості у власних силах. Важливо також організувати регулярний зворотний зв'язок від керівників практики, який сприятиме зменшенню рівня тривожності та підвищенню мотивації до професійного самовдосконалення.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Проведене дослідження підтверджує важливість педагогічної практики і як ключового освітнього компонента системи підготовки майбутніх учителів інформатики, так і як дієвого інструмента формування їх професійної мотивації. Результати опитувань свідчать про те, що студенти спеціальності 014.09 Середня освіта (Інформатика) демонструють багатовимірну мотивацію. З одного боку, вони прагнуть до професійного розвитку, набуття нових знань, практичних навичок і ознайомлення зі специфікою шкільного середовища. З іншого, для них важливими є зовнішні стимули, зокрема отримання високих оцінок та позитивного визнання з боку педагогів і наставників.

Такий змішаний характер мотивації вказує на необхідність створення підтримувального освітнього простору, що включає психологічну допомогу, розвиток впевненості у власних професійних здібностях та організацію системного зворотного зв'язку, що буде реалізовано, зокрема, шляхом опитування студентів за результатами проходження кожного з етапів педагогічної практики. Регулярна комунікація керівників практики та здобувачів освіти є важливим чинником у зниженні тривожності студентів і стимулюванні їх до активного професійного самовдосконалення.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Концепція розвитку педагогічної освіти в Україні. (2018). Режим доступу: https://nenc.gov.ua/wp-content/uploads/2015/05/prez_krpo.pdf (дата звернення 22.06.2025).

- (Concept of development of pedagogical education in Ukraine. (2018). Retrieved from: https://nenc.gov.ua/wp-content/uploads/2015/05/prez_krpo.pdf (accessed 22.06.2025)).
2. Лисенко, О. І. Педагогічна практика як мотивація до майбутньої професії. Режим доступу: <https://enpuirb.udu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/d973f246-dab8-4d10-8932-bf2191fd2b41/content>. (Lysenko, O. I. Teaching practice as motivation for the future profession. Retrieved from: <https://enpuirb.udu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/d973f246-dab8-4d10-8932-bf2191fd2b41/content>).
 3. Ничкало, Н. Г. (ред.) (2023). Практична підготовка майбутніх педагогів у закладах вищої педагогічної освіти: українські реалії і перспективи: науково-аналітична доповідь. Нац. акад. пед. наук України, Ін-т пед. освіти і освіти дорослих імені Івана Зязюна НАПН України. Київ – Чернівці: Букрек. (Nychkalo, N. H. (ed.) (2023). Practical training of future teachers in higher pedagogical education institutions: Ukrainian realities and prospects: scientific-analytical report. National Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine, Ivan Ziazun Institute of Pedagogical and Adult Education of NAPS of Ukraine. Kyiv – Chernivtsi: Bukrek).
 4. Освітньо-професійна програма «Інформатика» підготовки здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти зі спеціальності 014 Середня освіта (014.09 Інформатика). Режим доступу: <https://surl.li/wejirh>. (Educational and professional program “Informatics” for bachelor’s degree students in specialty 014 Secondary Education (014.09 Informatics). Retrieved from: <https://surl.li/wejirh>).
 5. Олексенко, С. В., Хоменко, О. А. (2024). Мотивація професійного розвитку вчителів під час війни в Україні. *SWorld Journal*, 108–115. (Oleksenko, S. V., Khomenko, O. A. (2024). Motivation of teachers’ professional development during the war in Ukraine. *SWorld Journal*, 108–115).
 6. Олексенко, С. В., Хоменко, О. А. (2024). Дослідження мотивації професійної діяльності вчителів в умовах війни в Україні. *Modern Engineering and Innovative Technologies*, 31(4), 3–12. DOI: 10.30890/2567-5273.2024-31-00-075. (Oleksenko, S. V., Khomenko, O. A. (2024). Study of teachers’ professional motivation in the conditions of the war in Ukraine. *Modern Engineering and Innovative Technologies*, 31(4), 3–12. DOI: 10.30890/2567-5273.2024-31-00-075).
 7. Павлова, Н. (2022). Педагогічна практика в системі професійної підготовки вчителів інформатики. *Неперервна професійна освіта: теорія і практика (серія: педагогічні науки)*, (2), 36–44. (Pavlova, N. (2022). Teaching practice in the system of professional training of computer science teachers. *Continuing Professional Education: Theory and Practice (Pedagogical Sciences Series)*, (2), 36–44).
 8. Редько, С. Г., Панченко, А. І. (2012). Структура професійної мотивації педагогічних працівників. *Проблеми підготовки сучасного вчителя*, 3–4, 182–187. (Redko, S. H., Panchenko, A. I. (2012). Structure of professional motivation of teaching staff. *Problems of Preparing the Modern Teacher*, 3–4, 182–187).
 9. Сагач, О. (2019). Мотивація як складова професійного розвитку майбутнього учителя. *Педагогічна освіта: теорія і практика*, 27, 105–110. DOI: 10.32626/2309-9763.2019-27-105-110. (Sahach, O. (2019). Motivation as a component of professional development of the future teacher. *Pedagogical Education: Theory and Practice*, 27, 105–110. DOI: 10.32626/2309-9763.2019-27-105-110).
 10. Шпичак, І. (2020). Мотивація професійного зростання педагогів в умовах Нової української школи. *Нова педагогічна думка*, 103(3), 100–104. DOI: 10.37026/2520-6427-2020-103-3-100-104. (Shpychak, I. (2020). Motivation for professional growth of teachers in the conditions of the New Ukrainian School. *New Pedagogical Thought*, 103(3), 100–104. DOI: 10.37026/2520-6427-2020-103-3-100-104).
 11. König, J., Klemenz, S. (2023). Professional commitment of early career secondary school teachers. *European Journal of Teacher Education*, 46(4), 539–557.
 12. Menekse, M. (2021). Pre-service teachers’ development of pedagogical content knowledge in computer science. *Journal of Computer Science Education*, 31(2), 145–165.
 13. Nguyen, T. D. (2024). Teacher motivation and retention in secondary schools: A systematic review. *Teaching and Teacher Education*, 137, 104392.

14. Obrad, C. (2023). Work-related stress and teachers' motivation during post-pandemic transitions. *Education Sciences*, 13(3), 256.
15. Qian, Y., Lehman, J., Berland, L. (2020). Pre-service teachers learning to teach computer science through practice-based experiences. *Computer Science Education*, 30(1), 4–29.
16. Sentance, S., Csizmadia, A. (2021). Pre-service computer science teachers' practicum experiences: Challenges and opportunities. *Informatics in Education*, 20(3), 443–460.
17. Yadav, A., Gretter, S., Good, J., McLean, T. (2022). Computational thinking in pre-service teacher education. *ACM Transactions on Computing Education*, 22(4).

Lutsenko G., Tinkova D., Podolian O. The role of pedagogical practice in shaping the professional motivation of future computer science teachers.

The article addresses the problem of developing professional motivation among pre-service computer science teachers in the context of current challenges in the education system and the growing shortage of qualified teaching staff. The authors emphasize that teaching practicum is a crucial element of professional training, as it combines theoretical knowledge with real-life conditions of secondary school practice. During practicum, students immerse themselves in the school environment, gain experience in interacting with pupils, teachers, and administrators, and develop a deeper understanding of the significance of the teaching profession, as well as responsibility, reflection, and professional identity.

The theoretical analysis highlights the multidimensional structure of professional motivation, which includes value-semantic, cognitive-professional, socio-communicative, emotional-regulatory, and career-pragmatic components. It is noted that professional motivation is shaped by both internal factors (interest in teaching, striving for self-realization, professional identity) and external factors (social prestige, salary, managerial support). Special attention is given to the influence of martial law, digitalization, and new educational standards on teachers' motivational orientations.

The practical part of the study analyses three stages of teaching practicum for students majoring in 014.09 Secondary Education (Computer Science) at Bohdan Khmelnytsky National University of Cherkasy: organizational-introductory, educational, and methodological. It is revealed that each stage contributes to the gradual development of key competencies: from familiarization with the legal and organizational foundations of school functioning to planning and conducting computer science lessons using modern digital technologies.

The results of a student survey confirm that practicum serves not only adaptive and methodological purposes but also plays a key role in strengthening internal motivation, fostering professional confidence, and reducing anxiety about future teaching work. At the same time, motivation remains mixed: students focus both on professional self-improvement and on external stimuli such as assessment and recognition.

It is concluded that the effective organization of teaching practicum within the training system of pre-service computer science teachers ensures the formation of a socially responsible, competent, and motivated professional capable of self-development and the implementation of innovative approaches in the digital educational environment.

Key words: *teaching practicum, future computer science teachers, professional motivation.*

Подано до друку 14.10.2025

Прийнято до друку 31.10.2025

УДК 378.147:[37.011.3-051:51]:37.091.33-028.22:004.087.5

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/111-118

Я. О. Чкана

ORCID ID 0000-0003-3667-3584

Сумський державний педагогічний
університет імені А. С. Макаренка

В. О. Герасименко

ORCID ID 0000-0001-5875-8517

Сумський національний аграрний університет

І. І. Стоцький

ORCID ID 0009-0003-5260-9678

Сумський державний педагогічний
університет імені А. С. Макаренка

СКРАЙБІНГ ТА ТАЙМЛАЙН ЯК ІННОВАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ У ПІДГОТОВЦІ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

У статті розглядаються сучасні технології візуалізації навчального матеріалу у процесі підготовки майбутніх учителів математики. Проаналізовано два інноваційні методи: скрайбінг та таймлайн, які сприяють підвищенню ефективності засвоєння математичного матеріалу через одночасне залучення візуальних та аудіальних каналів сприйняття. Визначено дидактичний потенціал кожної технології, особливості їх застосування на різних етапах навчального процесу та можливості використання у викладанні математичних дисциплін. Проведено SWOT-аналіз кожної технології, що дозволяє оцінити їхні сильні та слабкі сторони, можливості та загрози при впровадженні в освітню практику. Доведено, що інтеграція технологій візуалізації у процес підготовки майбутніх учителів математики сприяє розвитку їхніх методичних компетентностей, здатності до інноваційної діяльності та готовності використовувати сучасні педагогічні технології у професійній діяльності. Обґрунтовано необхідність розвитку цифрових компетенцій викладачів для ефективного впровадження цих технологій. Сформульовано методичні рекомендації щодо впровадження технологій візуалізації, які включають поетапний підхід, дотримання балансу між візуальними елементами та математичним змістом, диференціацію залежно від рівня підготовки студентів, систематичний розвиток цифрових компетентностей та інтеграцію різних технологій візуалізації.

Визначено перспективи подальших досліджень, які включають розробку методичних систем застосування технологій візуалізації для окремих розділів математики; розробку цифрових освітніх ресурсів з банком готових візуалізацій для різних математичних дисциплін; дослідження можливостей використання штучного інтелекту для автоматизації створення візуалізацій навчального математичного матеріалу.

Ключові слова: візуалізація навчального матеріалу, скрайбінг, таймлайн, підготовка вчителів математики, інноваційні педагогічні технології, математична освіта, цифровізація освіти.

Постановка проблеми. У сучасних умовах цифровізації освіти та зростання обсягів інформації особливої актуальності набуває проблема ефективного представлення навчального матеріалу, зокрема, у викладанні математичних дисциплін. Абстрактний характер математичних понять, складність логічних побудов та необхідність розуміння міжпредметних зв'язків вимагають пошуку нових підходів до організації навчального процесу. Особливо гостро ця проблема постає при підготовці майбутніх учителів математики, які мають не лише опанувати складний математичний матеріал, а й навчитися ефективно транслювати його учням.

Традиційні методи викладання математики, що базуються переважно на вербальному поясненні та текстових матеріалах, не завжди забезпечують належний рівень засвоєння знань у студентів. Сучасне покоління студентів, яке виросло в умовах цифрового

середовища, характеризується кліповим мисленням та потребує нових форм подання інформації. У зв'язку з цим актуальності набуває впровадження технологій візуалізації навчального матеріалу, які дозволяють поєднувати вербальні та візуальні канали сприйняття інформації, що значно підвищує ефективність навчального процесу.

Проблема підготовки майбутніх учителів математики до використання сучасних технологій візуалізації пов'язана з важливими науковими та практичними завданнями: розробкою методичних засад інтеграції інноваційних технологій у процес викладання математичних дисциплін, формуванням цифрових компетентностей педагогів [3], створенням ефективних освітніх середовищ, що забезпечують якісну математичну підготовку фахівців.

Аналіз досліджень і публікацій. Проблематика візуалізації навчального матеріалу відображена у працях багатьох вітчизняних та зарубіжних дослідників. Д. Безуглий наголошує на ефективності засвоєння матеріалу завдяки одночасному залученню слухових та зорових каналів сприйняття [1]. С. Денисенко обґрунтовує важливість синхронного графічного відтворення усного викладу для формування цілісного сприйняття інформації [4].

Питання розвитку візуального мислення майбутніх учителів досліджували В. Осадчий та К. Осадча [7], методичні основи застосування технологій навчання аналізували Л. Ляхощка, Л. Бондаренко, Г. Юзбашева [5]. Водночас дослідження А. Вербицького присвячені контекстному підходу в активному навчанні у вищій школі [3]. І. Чехмestрук розглядала новітні методи візуалізації під час підготовки майбутніх педагогів [10].

Попри значний інтерес науковців до проблематики візуалізації навчального матеріалу, недостатньо дослідженими залишаються питання комплексного використання різних технологій візуалізації (зокрема, скрайбінгу, таймлайну) саме у підготовці майбутніх учителів математики. Потребують подальшого вивчення особливості адаптації цих технологій до специфіки викладання математичних дисциплін, методичні аспекти їх впровадження на різних етапах навчального процесу, а також вплив на формування професійних компетентностей майбутніх педагогів.

Мета статті полягає у теоретичному обґрунтуванні та практичному дослідженні можливостей використання сучасних технологій візуалізації (скрайбінгу, таймлайну) у процесі підготовки майбутніх учителів математики.

Для досягнення мети необхідно вирішити наступні **завдання**:

- розкрити сутність та дидактичний потенціал застосування технологій скрайбінгу та таймлайну у викладанні математичних дисциплін;
- провести SWOT-аналіз кожної технології для виявлення їхніх сильних і слабких сторін, можливостей та загроз;
- обґрунтувати методичні рекомендації щодо впровадження технологій візуалізації у процес підготовки майбутніх учителів математики.

Виклад основного матеріалу дослідження. Скрайбінг (від англ. *scribe* – накидати ескізи або малюнки) як сучасна технологія візуалізації матеріалу набуває популярності завдяки своїй здатності підвищувати ефективність засвоєння інформації [6]. Його суть полягає у паралельному використанні візуальних та аудіальних каналів сприйняття: студенти не лише слухають пояснення, а й одночасно бачать ключові ідеї у графічному вигляді. Завдяки цьому інформація стає більш доступною, запам'ятовується швидше та ефективніше [1].

Історично скрайбінг був запропонований британським художником Ендрю Парком. Технологія бере свій початок із бізнес-середовища, де вона використовувалася для презентацій, але згодом знайшла широке застосування в освітньому процесі, зокрема, завдяки здогадці американського викладача Пола Богуша.

У процесі дослідження ефективних підходів до застосування скрайбінгу в освітньому середовищі фахівці відзначають його значний потенціал як інструмента, що мотивує студентів до навчання [9]. Ця технологія демонструє особливу результативність на етапі вивчення нового матеріалу, оскільки здатна привертати увагу завдяки візуальній насиченості та яскравим графічним образам [11]. Як наслідок, студенти краще запам'ятовують ключові поняття та терміни, а сам процес засвоєння знань стає більш доступним і захопливим.

На думку Л. Білоусової та Н. Житеньової, дидактична цінність цієї технології полягає в її відповідності ключовим принципам навчання, таким як природовідповідність, наочність, доступність, усвідомленість та емоційність. Крім того, скрайбінг забезпечує компактне подання матеріалу, що сприяє його швидкому опрацюванню й ефективному запам'ятовуванню [2]. Водночас Л. Бондаренко пропонує залучати самих здобувачів освіти до створення скрайб-малюнків, оскільки це сприяє розвитку їхнього образного мислення, навичок узагальнення й систематизації інформації, виділення ключових аспектів, а також творчого підходу до представлення матеріалу [5].

У сучасній педагогічній практиці застосовуються різні варіанти скрайбінгу [8; 12]. До традиційних форм належить мальований від руки скрайбінг, що включає створення схем, діаграм, символів і ключових понять. В апікаційному скрайбінгу використовуються готові зображення, які наклеюються на фон і супроводжують усний виклад матеріалу. Магнітний скрайбінг передбачає фіксацію малюнків на поверхні за допомогою магнітів, що дає змогу динамічно змінювати композицію під час пояснення.

Комп'ютерний скрайбінг, який реалізується за допомогою спеціалізованих програм та онлайн-ресурсів, таких як PowToon, VideoScribe, є ефективним інструментом для створення інтерактивних навчальних матеріалів [13]. VideoScribe надає можливість змінювати текстури, кольорові рішення та стилі анімації, адаптуючи їх до конкретної тематики. Крім того, існує низка інших сервісів, що сприяють створенню високоякісного відео-скрайбінгу, таких як GoAnimate (перетворення презентацій у формат анімаційного відео), Wideo (інтеграція зображень, персонажів і музики) та Moovly.

Одним із найсучасніших підходів є комбінований скрайбінг, який поєднує різні техніки представлення матеріалу. Відео-скрайбінг, що передбачає запис мальованих або анімованих сюжетів, широко використовується для створення освітніх відеоматеріалів, які можуть бути доступними для багаторазового перегляду. Це дозволяє студентам повторно опрацьовувати складні теми, що сприяє глибшому розумінню і засвоєнню матеріалу.

Ефективним є використання скрайбінгу при вивченні математики [7]. Поєднання аудіального та візуального подання математичної інформації значно покращує її розуміння, що є критично важливим у навчанні математики, де абстрактні поняття можуть бути складними для сприйняття (рис. 1).

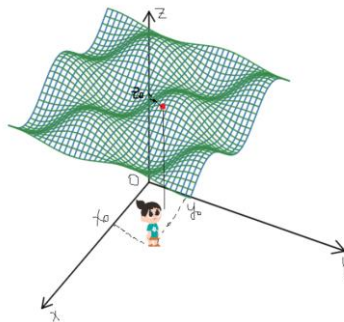


Рис. 1. Приклад використання скрайбінгу при вивченні функцій багатьох змінних

Застосування скрайбінгу можливе на всіх етапах заняття [11]. Найефективнішим він є під час пояснення нової теми. Таким чином можна зацікавити студентів різними графічними образами, які пов'язані з новим навчальним матеріалом. Окрім цього, скрайбінг дозволяє чітко структурувати навчальний матеріал, виділяючи основні теоретичні факти, встановлювати логічні зв'язки між ними, а також унаочнювати різні процеси та явища [4]. Його доцільно застосовувати на етапах узагальнення знань, проведення мозкового штурму та рефлексії після вивчення теми, що сприяє ефективному аналізу й систематизації інформації.

При організації самостійної роботи із використанням скрайбінг-презентацій можна ефективно спланувати роботу в групах. Як результат такої роботи може бути створений власний груповий проєкт. Наприклад, при вивченні функцій багатьох змінних студенти можуть створити скрайб-презентацію, що візуалізує процес знаходження екстремумів функції, дослідження на умовний екстремум тощо.

Разом з тим скрайбінг має певні обмеження. З одного боку, він дозволяє значно підвищити рівень засвоєння знань, але з іншого – вимагає від викладача додаткової підготовки, зокрема, навичок створення візуального контенту. Надмірна кількість зображень може відволікати студентів від змісту лекції, тому важливо зберігати баланс між графічною частиною та поясненням. Наприклад, у темі аналітичної геометрії надмірне використання ілюстрацій може відволікати від математичних обчислень, які також потребують детального розбору.

SWOT-аналіз використання скрайбінгу у викладанні математики дозволяє оцінити його переваги та можливі ризики (рис. 2).



Рис. 2. SWOT-аналіз використання скрайбінгу при вивченні математики

Технологія таймлайн (від англ. *timeline* – шкала часу) є одним із сучасних методів візуалізації даних. Вона базується на поданні інформації у хронологічному порядку у вигляді лінійного відрізка з позначками, що містять текстові, графічні або мультимедійні елементи. Таймлайн можна вважати різновидом інфографіки, який комбінує текстову інформацію з візуальними елементами, полегшуючи сприйняття складних концепцій.

У 2011 році на конференції Facebook F8 найбільша у світі соціальна мережа Facebook представила Timeline – новий формат профілів, призначених для користувачів. Пізніше застосування таймлайну отримало продовження в сфері журналістики та медіадизайну. Дослідники, зокрема Т. Василюк, М. Женченко та В. Шевченко, розглядали його як ефективний інструмент структуризації новинної інформації та надання їй візуальної виразності. В подальшому ця технологія набула поширення в освіті, де її почали використовувати для викладання різних дисциплін, зокрема історії, літератури та природничих наук.

Актуальні дослідження підтверджують значний потенціал таймлайну як дидактичного засобу. Використання інтерактивного таймлайну в освіті аналізували О. Черкова та О. Юркова, які наголошували на його здатності забезпечувати динамічне представлення інформації та інтеграцію мультимедійного контенту в навчальний процес. Зокрема, М. Женченко зазначає, що інтерактивний таймлайн є ефективним засобом ілюстрації розвитку подій у часі та просторі. Дослідження В. Філатова демонструє практичний підхід до створення інтерактивних таймлайнів, що дозволяють студентам самостійно керувати процесом отримання інформації, коментувати події та обговорювати їх у соціальних мережах [10].

Таймлайн – відносно новий інструмент, технологія, яка дає можливість цікаво та оригінально, послуговуючись часовою шкалою, показати розвиток певної події, явища. Технологія дозволяє робити такі матеріали інтерактивними: кожен читач може вільно керувати лінією часу і переглядати файли в будь-якій послідовності. Таймлайн є зручним і компактним способом для подання інформації, використовуючи при цьому фото-, відеоматеріали, карти та гіперлінки.

Таймлайн має низку переваг. Він дозволяє систематизувати події, сприяє розвитку аналітичного мислення та надає можливість представити великий обсяг інформації у стислій, доступній формі [7]. Інтерактивний характер цього методу забезпечує активну взаємодію користувачів із навчальним матеріалом, що підвищує рівень залученості та мотивації студентів.

Завдяки використанню спеціальних програмних засобів, таких як TimelineJS, Timetoast, Whenintime, DIPITY, Timeglider, Timerime, ТІКІ-ТОКІ, BEEDOCs Timeline, Visme, можна інтегрувати до навчального процесу відео, аудіо та графічні матеріали, що робить навчання більш захопливим та ефективним [10; 13].

Однак, поряд із перевагами, існують і певні обмеження використання таймлайну в освіті. По-перше, створення якісного таймлайну потребує значних часових і технічних ресурсів. По-друге, надмірна візуалізація може відволікати студентів від змістовної частини навчального матеріалу. Крім того, використання інтерактивних таймлайнів вимагає від викладачів певних цифрових компетенцій та доступу до відповідного програмного забезпечення.

Прикладом застосування таймлайну у викладанні математики є його використання для відображення послідовності розв'язання складних задач або демонстрації алгоритмічних процедур. Наприклад, при вивченні теми «Похідна функції» можна створити таймлайн, що ілюструє історичний розвиток поняття похідної, її формулювання у різних математичних традиціях та ключові відкриття у цій галузі (внески Ньютона, Лейбніца, Коші, Вейерштрасса). Також можна використовувати таймлайн для пояснення алгоритму доведення математичних теорем або аналізу різних підходів до розв'язання рівнянь.

Таймлайн є особливо корисним при вивченні історії математики, оскільки дозволяє студентам побачити хронологію математичних відкриттів, зрозуміти взаємозв'язки між різними математичними концепціями та їх розвиток у часі (рис. 3). Це сприяє формуванню цілісного уявлення про математику як науку, що постійно розвивається.



Рис. 3. Таймлайн, що ілюструє історичний розвиток поняття похідної

SWOT-аналіз технології таймлайн у навчанні математики дозволяє виявити її сильні та слабкі сторони, можливості та загрози (рис. 4).

На основі проведеного дослідження можна сформулювати наступні методичні рекомендації щодо впровадження технологій візуалізації у процес підготовки майбутніх учителів математики:

- Поетапне впровадження технологій:** розпочинати з демонстрації готових матеріалів, поступово залучаючи студентів до створення власних візуалізацій.
- Дотримання балансу:** забезпечувати оптимальне співвідношення між візуальними елементами та математичним змістом, уникаючи надмірної візуалізації.
- Диференційований підхід:** враховувати рівень підготовки студентів, індивідуальні особливості сприйняття інформації та специфіку математичних дисциплін.
- Розвиток цифрових компетентностей:** систематично формувати у майбутніх учителів навички роботи з програмними засобами для створення візуалізацій.
- Інтеграція технологій:** поєднувати різні технології візуалізації (скрайбінг, таймлайн, кроссенс тощо) залежно від дидактичних цілей та специфіки навчального матеріалу.
- Рефлексивний компонент:** забезпечувати аналіз ефективності використаних технологій, обговорення переваг та недоліків, коригування методичних підходів.
- Створення банку навчальних матеріалів:** формувати колекцію якісних візуалізацій з різних розділів математики для подальшого використання у професійній діяльності.

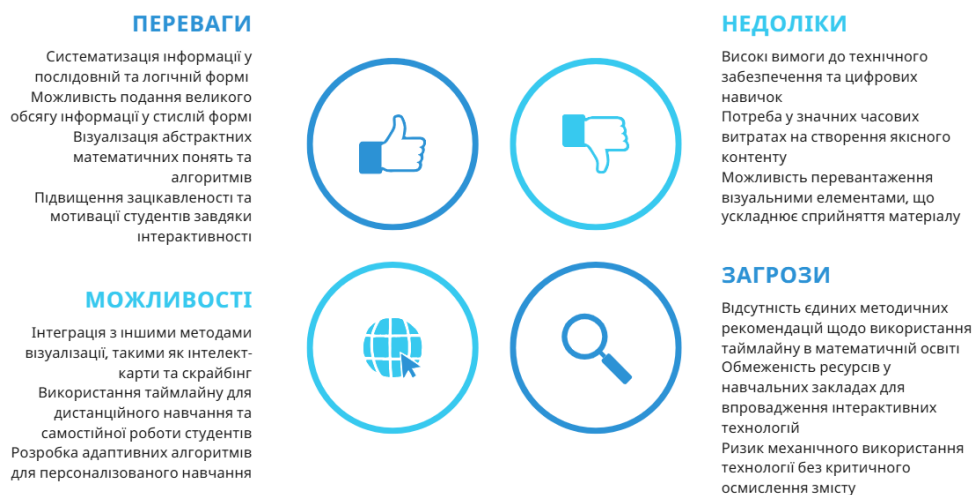


Рис. 4. SWOT-аналіз використання технології таймлайн в математичній освіті

Висновки та перспективи подальших досліджень. Сучасні технології візуалізації (скрайбінг, таймлайн) володіють значним дидактичним потенціалом для підвищення ефективності підготовки майбутніх учителів математики. Вони забезпечують одночасне залучення візуальних та аудіальних каналів сприйняття, що сприяє кращому засвоєнню абстрактних математичних понять. SWOT-аналіз кожної технології виявив як значні переваги (підвищення мотивації, розвиток різних видів мислення, можливості для індивідуалізації навчання), так і певні обмеження (часові та технічні витрати, необхідність цифрових компетенцій, ризику відволікання від математичного змісту). Ефективне впровадження технологій візуалізації вимагає поетапного підходу, дотримання балансу між формою та змістом, розвитку цифрових компетентностей викладачів та студентів, а також систематичної рефлексії щодо результативності використаних методів.

Інтеграція сучасних технологій візуалізації у процес підготовки майбутніх учителів математики сприяє формуванню їхньої методичної компетентності, готовності до інноваційної діяльності та здатності адаптувати навчальний процес до потреб сучасних студентів з кліповим мисленням.

Перспективи подальших досліджень вбачаємо у розробці методичних систем застосування технологій візуалізації для окремих розділів математики (аналіз, алгебра, геометрія); дослідженні ефективності комбінованого використання різних технологій візуалізації; вивченні впливу технологій візуалізації на формування професійних компетентностей майбутніх учителів математики; розробці цифрових освітніх ресурсів з банком готових візуалізацій для різних математичних дисциплін; дослідженні можливостей використання штучного інтелекту для автоматизації створення візуалізацій навчального математичного матеріалу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Bates, T. (2019). *How to Mind Map: 7 Easy Steps to Master Mind Mapping Techniques, Note-taking, Creative Thinking & Brainstorming Skills*. 84 p.
2. Coomes, A. (2021). *Mind Mapping: How to Make You and Your Family Happy*.
3. Muller, H. (2007). *Composing Mind-Maps: Method of Generating and Structuring Ideas*. M: Omega-L.
4. Rustler, F. (2012). *Mind Mapping For Dummies*.
5. Sibbet, D. (2010). *Visual Meetings: How Graphics, Sticky Notes and Idea Mapping Can Transform Group Productivity*, 1st edition.
6. Tversky, B. (1993). Cognitive maps, cognitive collages, and spatial mental models. In A. Frank, I. Campari (Eds.), *Spatial information theory: A theoretical basis for GIS*. Berlin: Springer-Verlag.
7. Аксьонова, О. (2005). Досвід використання методу інтелект-карт в економічному навчанні. Удосконалення змісту та форм організації навчального процесу відповідно до міжнародних стандартів: зб. наук.-метод. конф. (т. 1, с. 3–7). Київ: КНЕУ. (Aksyonova, O. (2005).

- Experience of using the mind map method in economic education. Improving the content and forms of educational process organization according to international standards. Kyiv: KNEU.)
8. Андрощук, І. В., Андрощук, І. П. (2019). Скрайбінг-презентація як засіб підвищення ефективності освітнього процесу в закладах загальної середньої освіти. Інформаційні технології і засоби навчання, 72(4), 67–80. (Androshchuk, I. V., Androshchuk, I. P. (2019). Scribing presentation as a means of increasing the efficiency of the educational process in general secondary education institutions. Information Technologies and Learning Tools, 72(4), 67–80.)
 9. Білоусова, Л. І., Житеньова, Н. В. (2017). Функціональний підхід до використання технологій візуалізації для інтенсифікації навчального процесу. Інформаційні технології і засоби навчання, 57(1), 38–49. (Bilousova, L. I., Zhytienieva, N. V. (2017). Functional approach to the use of visualization technologies for the intensification of the learning process. Information Technologies and Learning Tools, 57(1), 38–49.)
 10. Білошапка, Н. М. (2017). Візуалізація як провідна ідея сучасного навчального процесу в умовах інформатизації світу. Наукові записки Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені В. Винниченка. Серія: Педагогічні науки, 159, 167–173. (Biloshapka, N. M. (2017). Visualization as a leading idea of the modern educational process in the context of informatization. Scientific Notes of Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University. Pedagogical Sciences Series, 159, 167–173.)
 11. Бондар, Т. (2019). Освітні інструменти для розвитку критичного і креативного мислення в умовах інформаційного суспільства. Філософські обрії, 42, 133–137. (Bondar, T. (2019). Educational tools for the development of critical and creative thinking in the information society. Philosophical Horizons, 42, 133–137.)
 12. Бондаренко, Т. В. (2020). Освітні можливості використання геоінформаційних ресурсів Google в процесі візуалізації навчальної інформації. Інформаційні технології і засоби навчання, 76(2), 96–107. (Bondarenko, T. V. (2020). Educational opportunities for using Google geoinformation resources in the process of learning information visualization. Information Technologies and Learning Tools, 76(2), 96–107.)
 13. Житеньова, Н. В. (2016). Технології візуалізації в сучасних освітніх трендах. Відкрите освітнє е-середовище сучасного університету, 2, 144–157. (Zhytienieva, N. V. (2016). Visualization technologies in modern educational trends. Open Educational E-Environment of a Modern University, 2, 144–157.)
 14. Остапенко, А. (2024). Використання когнітивних карт для розвитку критичного мислення майбутніх учителів математики. Новий колегіум, 3(115), 103–107. (Ostapenko, A. (2024). Using cognitive maps to develop critical thinking of future mathematics teachers. New Collegium, 3(115), 103–107.)
 15. Семеніхіна, О. (2017). Візуалізація як тренд інноваційного розвитку освіти в Україні. Інформаційні технології 2017: зб. тез ІV Всеукраїнської науково-практичної конференції молодих науковців (с. 227–229). Київ: Київський університет ім. Б. Грінченка. (Semenikhina, O. (2017). Visualization as a trend of innovative educational development in Ukraine. Information Technologies 2017: Proceedings of the IV All-Ukrainian Scientific and Practical Conference of Young Scientists, Kyiv: B. Hrinchenko University.)
 16. Тулашвілі, Ю. Й., Олексів, Н. А. (2016). Методи представлення навчальної інформації з використанням когнітивних карт як засобу навчання. Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training: Methodology, Theory, Experience, Problems, 44, 186–190. (Tulashvili, Yu. Y., Oleksiv, N. A. (2016). Methods of presenting educational information using cognitive maps as a learning tool. Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training: Methodology, Theory, Experience, Problems, 44, 186–190.)
 17. Юркова, О. (2017). Розповідаємо складну історію за допомогою таймлайну. Режим доступу: <https://irrp.org.ua/wp-content/uploads/2017/08/Tajmlajn.pptx> (Yurkova, O. (2017). Telling a complex story using a timeline. Retrieved from: <https://irrp.org.ua/wp-content/uploads/2017/08/Tajmlajn.pptx>).

Chkana Ya., Gerasimenko V., Stotskiy I. Scribing and timeline as innovative visualization technologies in the training of future mathematics teachers.

The article examines modern technologies for visualizing educational material in the process of training future mathematics teachers. Two innovative methods are analyzed: scribing and timeline, which contribute to improving the effectiveness of mathematical material assimilation through the simultaneous engagement of visual and auditory perception channels. The didactic potential of each technology, the features of their application at different stages of the educational process, and the possibilities of their use in teaching mathematical disciplines are determined. A SWOT analysis of each technology has been conducted, which allows for the assessment of their strengths and weaknesses, opportunities and threats when implementing them into educational practice. It has been proven that the integration of visualization technologies into the process of training future mathematics teachers promotes the development of their methodological competencies, capacity for innovative activity, and readiness to use modern pedagogical technologies in their professional practice. The necessity of developing digital competencies of teachers for the effective implementation of these technologies has been substantiated. Methodological recommendations for implementing visualization technologies have been formulated, which include a phased approach, maintaining a balance between visual elements and mathematical content, differentiation depending on students' level of preparation, systematic development of digital competencies, and integration of various visualization technologies.

Prospects for further research have been identified, which include the development of methodological systems for applying visualization technologies to specific sections of mathematics; studying the impact of visualization technologies on the formation of specific professional competencies of future mathematics teachers; developing digital educational resources with a bank of ready-made visualizations for various mathematical disciplines; researching the possibilities of using artificial intelligence and neural network technologies to automate the creation of visualizations for educational mathematical material.

Keywords: *visualization of educational material, scribing, timeline, training of mathematics teachers, innovative pedagogical technologies, mathematics education, digitalization of education.*

Подано до друку 24.10.2025

Прийнято до друку 14.11.2025

УДК 373.5.091.33:51-047.22(045)

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/118-125

Н. В. Чуприна

ORCID ID 0009-0007-5911-1580

Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького

**ВИКЛИКИ СУЧАСНОЇ ОСВІТИ ТА ІННОВАЦІЙНЕ МИСЛЕННЯ
ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ**

У статті досліджено комплексну проблему трансформації методичних підходів до навчання математики в закладах загальної середньої освіти в умовах глобальних викликів ВАНІ-світу та тривалого воєнного стану в Україні. Обґрунтовано, що подолання нелінійності, крихкості та тривожності сучасного освітнього середовища потребує докорінного розвитку інноваційного мислення вчителя математики. Автор підкреслює, що в нових реаліях професіоналізм вчителя проявляється не лише в ідеальному володінні математичними алгоритмами, а насамперед у здатності фасилітувати процес колективного пошуку рішень через гнучкі методології (Agile). Особливу увагу приділено ролі вчителя як ментора, коуча та фасилітатора, що забезпечує психологічну стійкість учнів та ефективність навчання. У роботі вперше запропоновано та деталізовано структуру інноваційного мислення вчителя математики через чотири ключові компоненти: когнітивно-аналітичний (аналіз даних та прогнозування результатів), дизайнерсько-конструкторський (використання Agile-проекування для створення освітніх траєкторій), адаптивно-рефлексивний (гнучке реагування на

зміни) та коучинговий. Підкреслено, що коучинговий складник дозволяє вчителю розпізнавати індивідуальні когнітивні стилі учнів, перетворюючи клас на згуртовану екосистему, де інтелектуальна різноманітність стає стратегічною перевагою команди. Запропоновано використання EdScrum-підходу як дієвого інструментарію для реалізації компетентнісно орієнтованих завдань (K-завдань). Такі завдання визначено як когнітивне «паливо», що живить гнучке мислення учнів. Розкрито сутність EdScrum як фасилітативної моделі, що структурує розв'язання складних математичних кейсів через ітеративні цикли (спринти), командну взаємодію та постійний зворотний зв'язок. Виділено три ключові аспекти, завдяки яким K-завдання стимулюють когнітивну гнучкість у межах спринтів. Результати дослідження підтверджують, що поєднання EdScrum-технології та K-завдань сприяє не лише глибокому засвоєнню академічних знань, а й активному формуванню м'яких навичок (soft skills), адаптивності та здатності учнів ефективно діяти в умовах високої невизначеності.

Ключові слова: EdScrum, інноваційне мислення, гнучке мислення, математика, гнучкі методики, компетентнісно орієнтовані завдання, фасилітація, коучинг, ментор груп навчання, розвиток мислення.

Постановка проблеми. Сучасна освітня парадигма функціонує в екстремально динамічному середовищі, яке пройшло еволюцію від VUCA-світу (Volatility, Uncertainty, Complexity, Ambiguity) до концепції BANI (Brittle, Anxious, Nonlinear, Incomprehensible). В українському контексті ці глобальні виклики посилені воєнним станом, що спричинило різкий перехід до змішаного/дистанційного навчання та зростання рівня психологічної тривожності. У цій крихкій реальності є потреба гнучких методик навчання математики, що готують учнів до нелінійних життєвих проблем. Дослідники зазначають: «У світі VUCA лідерство відіграє вирішальну роль у тому, щоб організації могли орієнтуватися у складності та невизначеності. Лідери повинні розвивати контекстуальний інтелект, системне мислення та здатність до швидкого прийняття рішень, щоб сприяти адаптивності та стійкості» [3]. Оскільки вчитель - один із ключових лідерів освітнього середовища, виникає критична потреба у розвитку інноваційного мислення вчителя, особливо вчителя математики, що поєднує здатність до творчості, аналітики та проєктування освітніх моделей. Однією з таких гнучких моделей виступає освітня адаптація філософії Agile і методика її реалізації EdScrum, які забезпечують адаптивність, прозорість, командність і відповідальність у навчанні, що сприятиме формуванню життєстійкості та компетентностей учнів.

Аналіз актуальних досліджень. Проблема інноваційного мислення та проєктної діяльності вимагає міждисциплінарного підходу, що включає філософію, психологію, педагогіку та менеджмент.

1. Інноваційне мислення: від філософії до структури. Чіткого, закріпленого поняття «інноваційне мислення» поки не існує, але майже всі науковці однаково його розуміють і ототожнюють з таким, що кардинально змінює наше уявлення, дає несподіваний чи неочікуваний, але проривний результат, є креативним, нестандартним, нетиповим, неординарним, нешаблонним.

Так, В. Кремінь зазначає, що інноваційне мислення є подоланням «звичності» або догматизму й стереотипів, які породжують абстрактну людину, час якої минув. «Формування людини з інноваційним типом мислення, інноваційним типом культури, готовністю до інноваційного типу діяльності, стане адекватною відповіддю на перехід цивілізації в інноваційний тип розвитку. Лише сформувавши інноваційну особистість, здатну до творення змін і сприйняття змінності, ми зможемо стати конкурентоспроможною нацією» [2].

В. Таточенко дав ґрунтовний аналіз процесу формування інноваційного мислення майбутніх учителів математики в умовах вищої педагогічної освіти «як інтегративної характеристики, що поєднує здатність до творчого переосмислення математичних знань, генерування оригінальних педагогічних ідей, прийняття нестандартних рішень у навчальних ситуаціях, використання цифрових технологій та інноваційних методик навчання». І дає висновок про те, що «формування інноваційного мислення є результатом цілеспрямованого впливу змістових, процесуальних і технологічних компонентів освітнього середовища, яке має ґрунтуватися на принципах діяльності, проблемності, інтерактивності, рефлексивності та відкритості до інновацій» [5].

С. Соболева систематизує ключові характеристики інноваційного мислення, виокремлюючи його системність, еволюційність, вихід за межі стереотипів, прагматичність, здатність до абстрагування та конкретизації і креативної уяви, підкреслюючи, що творче мислення є чинником генерування нових знань, а інноваційне мислення – це ще й успішне втілення їх у життя. Тобто, інноваційне мислення стає процесом застосування креативних ідей для створення цінності та впровадження змін, забезпечуючи генерацію інновацій та системну творчість [6].

Європейська класифікація навичок (ESCO / європейський стандарт умінь) розглядає *innovative thinking* як здатність розвивати ідеї чи висновки, які ведуть до створення та впровадження інновацій або змін [8].

Особливого значення в інноваційному процесі набуває гнучкість мислення. У цьому контексті відома позиція Ю. Харрісона і Дж. А. Хорна, які гнучке мислення називають «інноваційним» і визначають його як здатність суб'єкта гнучко трансформувати свої плани в умовах, що змінюються. При цьому інноваційне мислення ґрунтується на критичному мисленні, що дослідив в 1956 році Б. Блум й назвав його мисленням вищого рівня, що передбачає логічне формулювання висновків, вираженість суджень, аргументоване висловлювання власної думки, критеріально зумовлене формулювання суджень [9].

Підґрунтям інноваційності, фундаментом для впровадження гнучких методологій, зокрема EdScrum, є концепція К. Двек про мислення зростання, яке, на відміну від фіксованого мислення, розглядає інтелектуальні здібності як такі, що піддаються постійному розвитку через зусилля та навчання. Гнучке мислення (Agile Mindset) – це здатність діяти в умовах невизначеності, що є критичним для VUCA/BANI-світів. У гнучкому мисленні, або мисленні зростання, виклики перетворюються на можливість для самовдосконалення. Учні з таким типом мислення не просто вчаться, вони стають стійкими до помилок і невдач [12]. Гнучке мислення (Agile) визначається не як набір інструментів, а як ментальна модель, яка фокусується на створенні цінності, роботі в малих командах та мережевій взаємодії замість ієрархії [4].

В. Желанова розробила модель інноваційної особистості, що «містить інноваційну спрямованість (сукупність мотивів, потреб, цінностей, установок), інноваційно-когнітивний (синтез інноваційного мислення, когнітивного стилю, когнітивної активності, знань), інноваційно-праксіологічний (комплекс умінь та інноваційна поведінка), рефлексивно-прогностичний (інноваційно-рефлексивні якості та інноваційний потенціал) компоненти» [7].

В українській педагогіці ідеї, співзвучні інноваційному мисленню, сягають Григорія Сковороди. Його концепція «сродної праці» є основою для внутрішньої мотивації та персоналізації навчання, що критично важливе для EdScrum. В.О. Сухомлинський наголошував: «Суть педагогічного досвіду в тому і полягає, що перед вчителем щороку відкривається щось нове. І в прагненні спіткати нове розкриваються його творчі сили». Ці ідеї органічно інтегрують гуманістичну підставу EdScrum – фокус на внутрішній відповідальності та самоорганізації.

2. Проектна технологія та Agile-трансформація. Метод проектів, засновником якого є Джон Дьюї та систематизатор В.Х. Кілпатрік («система цільових проектів»), сьогодні еволюціонував у гнучкі методології. Методологія Scrum походить із менеджменту та ІТ-сфери і є рамковою для управління комплексними продуктами. Авторами методології Scrum є Джефф Сазерленд та Кен Швабер. Саме вони у 1995 році на конференції OOPSLA представили цей підхід як цілісну систему. Вона базується на принципах самоорганізації, ітеративності та прозорості [4].

EduScrum – це освітня адаптація Scrum (автор - Віллі Вайнандс), яка переносить його цінності та практики (Product Backlog, Sprint, Daily Scrum, Retrospective) у клас, забезпечуючи «значний, актуальний і цінний навчальний досвід» і розвиток «командної роботи (Teamwork)» [4].

В Україні нами запроваджено адаптацію методології Scrum в освіті через EdScrum (Н. Чуприна, ГО "Асоціація коучів і фасилітаторів освіти", EdCoach School), що здійснюється через навчальні курси, публічні виступи та створення методичних матеріалів, таких як модель "EdScrum-дошки для успіху" («EdScrum board of success»), що візуалізує прогрес команд, фокусується не тільки на фактичних задачах стандартної Scrum-дошки, а включає емоційний компонент, моніторить якість взаємодії, взаємопідтримки, постановки цілей, самоорганізації,

прозорості процесу. Пропонується глибша інтеграція фасилітативних практик у навчання, що дозволяє вчителю математики працювати не лише з когнітивною, а й з емоційною стійкістю учнів у кризових умовах. «Освіта змінюється тоді, коли оживає мислення – і в учнів, і у вчителів. EdScrum допомагає школі створити простір, де діти не просто виконують завдання, а мислять, співпрацюють і впливають на результат [13; 14]. Це створює практичну платформу для формування інноваційного мислення вчителя, який “зчитує” процес роботи й стан команди.

Мета статті. Обґрунтувати сутність і структуру інноваційного мислення вчителя математики в парадигмі EdScrum та ефективність реалізації EdScrum-підходу як дієвого інструментарію для впровадження компетентнісно орієнтованих завдань для формування ключових компетентностей учнів у процесі навчання математики в базовій школі.

Виклад основного матеріалу.

1. Інноваційне мислення вчителя математики в парадигмі EdScrum. Ми визначаємо інноваційне мислення вчителя як інтегративну готовність і здатність до усвідомленої творчої діяльності, спрямованої на системну трансформацію освітнього процесу, швидку адаптацію та проєктування гнучких навчальних моделей. У світі BANI, де освітні результати стають нелінійними, інноваційне мислення вчителя математики проявляється не в ідеальному володінні алгоритмами, а в здатності фасилітувати процес командного пошуку рішень через гнучкі методології, такі як EdScrum. У контексті навчання математики в умовах BANI-світу, структура цієї компетентності містить такі ключові компоненти:

1. Когнітивно-аналітичний компонент: передбачає системний аналіз педагогічних явищ. Це здатність вчителя бачити нелінійні зв'язки між абстрактними математичними моделями та викликами реальності, прогнозувати «точки зламу» в освітньому процесі та превентивно реагувати на них.
2. Дизайнерсько-конструкторський компонент (Agile-проєктування): здатність до переосмислення стандартного уроку математики як цілісного Agile-проєкту. Вчитель виступає не як транслятор змісту підручника, а як дизайнер навчальних траєкторій, який забезпечує менторський супровід навчання і розвитку групи. Це вимагає вміння трансформувати навчальну програму в систему ітерацій (спринтів), де кожне К-завдання є елементом Backlog, що має реальну цінність для учня. Тут класичні ідеї Дж. Дьюї та В. Кілпатріка про «навчання через дію» отримують нову форму – гнучке управління проєктом у команді.
3. Адаптивно-рефлексивний компонент: готовність до заміни жорсткого планування на ітеративні моделі (EdScrum), що дозволяють миттєво реагувати на нелінійні результати навчання. Це передбачає високу швидкість коригування стратегії навчання залежно від фідбеку, отриманого під час Daily Scrum чи Retrospective.
4. Коучинговий компонент: здатність вчителя діяти в позиції коуча, який не дає готових відповідей, а створює умови для їх самостійного пошуку командою. Коучинговий підхід дозволяє: підтримувати високий рівень автономії учнів («Developer» у термінах Scrum); трансформувати математичну складність (BANI-крихкість) у зону зростання через розвиток впевненості у власних силах; формувати культуру «безпечної помилки», де невдалий розрахунок у К-завданні стає цінним досвідом для наступної ітерації.

У межах коучингового компонента інноваційне мислення вчителя математики проявляється у вмінні розпізнавати та враховувати індивідуальні стилі сприйняття учнів і способи їх мислення. А ці знання дозволяють вчителю проєктувати освітнє середовище, яке максимізує досвід кожного учня.

Спосіб мислення і стиль сприйняття є фундаментальним виміром навчання, адже вони визначають, як саме ученя декодує світ та якому типу контенту віддає перевагу (візуальному, аудіальному, кінестетичному чи дигітальному), як він взаємодіє зі світом. Найбільш ефективно розпізнати ці стилі вдається через командні ігри, в нашому випадку через EdScrum-гру, яка виступає діагностичним та розвивальним інструментом водночас. Вона дозволяє вчителю-коучу не просто «викладати предмет», а фасилітувати процес, де К-завдання стає доступним для кожного через його домінуючий канал сприйняття. Це перетворює клас на згуртовану екосистему, де різноманітність стилів мислення стає перевагою команди, а не перешкодою для навчання.

2. EdScrum-підхід як інструмент трансформації компетентнісно орієнтованих завдань в умовах BANI. EdScrum є ідеальною формою реалізації інноваційного мислення вчителя математики. Він перетворює класичну задачу на Product Backlog, який розробляється через Спринти та завершується Ретроспективою.

У межах реалізації EdScrum-підходу в навчанні математики К-завдання виконують роль когнітивного «палива», що живить гнучке мислення учнів. На відміну від класичних вправ на відпрацювання алгоритму, К-завдання моделюють нестандартні життєві ситуації, де шлях до розв'язку не є очевидним, а умови в процесі роботи можуть змінюватися вчителем або командами.

Виділимо три ключові аспекти, завдяки яким К-завдання стимулюють гнучкість мислення в межах EdScrum-спринтів:

1. Подолання когнітивної ригідності через багатоваріантність. К-завдання (наприклад, розрахунок оптимального маршруту чи планування бюджету на ремонт за умов мінливих цін) вимагають від учнів аналізу кількох сценаріїв. У структурі EdScrum це реалізується через етап Planning, де команда має не просто знайти відповідь, а сформулювати Backlog підзадач. Гнучкість проявляється у здатності відмовитися від неефективної стратегії на користь раціональнішої без втрати мотивації.
2. Адаптивність до «неповних даних» (концепт BANI-світу). Використання К-завдань з надлишковими або відсутніми даними змушує учнів залучати критичне мислення та дослідницькі навички. Це перетворює математику з «науки про числа» на «інструмент прийняття рішень». Під час Daily Scrum учні обговорюють, яких саме даних їм бракує (наприклад, актуальної вартості чи технічних характеристик матеріалів), що стимулює їх до активного пошуку ресурсів поза межами підручника.
3. Командна рефлексія як механізм корекції мислення. Оскільки К-завдання в EdScrum виконуються колективно, етап Retrospective стає майданчиком для аналізу помилок. Тут К-завдання виступає індикатором: чи змогла команда адаптувати свої знання під реальний запит Product Owner (вчителя). Гнучкість мислення в даному контексті – це вміння трансформувати теоретичну формулу в прикладне рішення, враховуючи обмеження в часі та ресурсах.

Прикладом такого «палива» може слугувати кейс «Майданчик у школі», де математична складова (обчислення площі, периметра, відсотків) інтегрована в управлінський цикл. Команда не просто рахує, вона створює продукт, який має відповідати реальним вимогам безпеки та бюджету. Це формує інноваційне мислення – здатність бачити за числами можливість для вдосконалення навколишнього середовища.

Це стає дієвим інструментом для переходу до компетентнісного навчання, що «вимагає подолання розбіжностей, заснованих на інтеграції в традиційне викладання математики таких компонентів компетентнісного підходу, як формування мотивації та ціннісного ставлення учнів до навчання, забезпечення практико орієнтованої спрямованості змісту курсу математики, а також розвиток готовності учнів до самостійної навчально-пізнавальної діяльності та здатності до самоконтролю та самооцінки» [13], про що свідчать результати науково-дослідної роботи Інституту педагогіки за 2024 рік. І цей підхід відповідає вимогам Закону України «Про освіту» та Концепції «Нова українська школа» щодо розвитку інноваційності та критичного мислення учнів [1].

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Виклики VUCA/BANI-світу та сучасних педагогічних тенденцій дозволяють стверджувати, що викладання математики в базовій школі потребує кардинальної трансформації на основі інноваційного мислення вчителя. Це мислення реалізується через здатність до переходу від репродуктивного навчання до гнучкого проектного управління освітнім процесом, що ґрунтується на класичних ідеях Дж. Дьюї, В. Х. Кілпатріка та філософії «сродної праці» Г. Сковороди, модернізоване через методологію EdScrum.

Інтеграція компетентнісних завдань у форматі EdScrum є ефективним інструментом, що дозволяє:

- учителю: реалізувати інноваційне мислення через роль фасилітатора-проектувальника, який швидко адаптує навчальний процес;

- учню: формувати ключові компетентності, а також стресостійкість, командну роботу та адаптивність у відповідь на крижкість та тривожність сучасного світу.

У ході дослідження висвітлено потенціал EdScrum-підходу як гнучкого інструментарію навчання математики відповідно до положень НУШ в умовах нелінійного та тривожного ВАНІ-світу, викликів і труднощів воєнного часу. Отримані результати дозволяють сформулювати певні узагальнення.

1. Компетентнісно орієнтовані завдання можуть розглядатись як інтелектуальне «паливо» для розвитку гнучкого мислення учнів. У поєднанні з методологією EdScrum вони трансформують вивчення математики з процесу відтворення алгоритмів у динамічний досвід розв'язання життєвих проблем, де числа стають базою для прийняття відповідальних рішень.
2. Реалізація такого підходу корелює з розвитком інноваційного мислення вчителя, у структурі якого коучинговий та дизайнерсько-конструкторський компоненти стають визначальними. Це дозволяє педагогу вийти за межі ролі контролера та стати фасилітатором, який чутливо реагує на запити команди та створює умови для успіху кожного учня.
3. Застосування EdScrum-підходу і EdScrum-ігор відкриває можливості для врахування індивідуальних стилів сприйняття і способів мислення учнів. Як зазначають дослідники (Бурда М. І., Васильєва Д. В., Вашуленко О. П., Волошена В. В., Тарасенкова Н. А. та ін.), прикладна спрямованість навчання дає право вибору способу розв'язування та форми представлення результату, дозволяє учню не лише засвоювати знання, а й формувати власний досвід їх застосування у мінливих умовах та ефективна лише тоді, коли вона резонує з особистим досвідом учня [10]. Що й забезпечується через гнучкі ролі у Scrum-команді. Цінність EdScrum-підходу не в гарантованому результаті, а в створенні безпечного простору для експериментів. Якщо ми знаємо стилі сприйняття учнів, ми не «керуємо» ними, а пропонуємо їм найбільш комфортний «інтерфейс» для взаємодії з математикою. EdScrum-гра тут виступає не як тест, а як сенсорна панель, що допомагає вчителю-коучу відчути ритм групи.

Оскільки сучасний освітній простір залишається динамічним, актуальним вбачається подальше вивчення того, як EdScrum-підхід може допомогти вчителям долати власну тривожність та професійне вигорання через перехід від контролю до гнучкої взаємодії. Це передбачає розробку деталізованих методичних рекомендацій для впровадження EdScrum-підходу в навчанні математики, зокрема через мережу EdScrumMathLab – лабораторій, де можна стати ментором-фасилітатором і навчитися фасилітувати інноваційні практики на уроках математики, апробацію прикладного курсу «Математика і гроші. Фінансова країна майбутнього: створюємо світ, у якому хочеться жити», відпрацьовувати коучингові компетентності й супервізійні сесії. Емпіричне дослідження впливу цього підходу на якість математичної освіти та розвиток інноваційного мислення вчителя дозволить йому здобути новий професійний досвід, сформувати нову якість власного мислення і дій та уникнути повернення до звичних, жорстких стратегій навчання традиційного шкільного уроку, а учням здобути, крім зазначених навичок, навички фінансової й підприємницької компетентності. Такий підхід орієнтує освіту не лише на результат, а й на процес творення спільного майбутнього, де математика є мовою змін та інновацій.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Розпорядження Кабінету Міністрів України від 14 грудня 2016 р. № 988-р. (2016). Про схвалення Концепції реалізації державної політики у сфері реформування загальної середньої освіти «Нова українська школа» на період до 2029 року. Режим доступу: <https://www.kmu.gov.ua/npas/249613934>. (Cabinet of Ministers of Ukraine. (2016, December 14). On approval of the Concept of implementation of state policy in the field of reforming general secondary education "New Ukrainian School" for the period up to 2029 (Order No. 988-r). Retrieved from: <https://www.kmu.gov.ua/npas/249613934>).
2. Кремень, В. (2021). Інноваційне мислення в контексті трансформації особистості в сучасній цивілізації. Режим доступу: <https://vspu.net/sit/index.php/sit/article/view/1751>. (Kremen, V. (2021). Innovative thinking in the context of personality transformation in

- modern civilization). *Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training Methodology Theory Experience Problems*, 16, 3-8. Retrieved from: <https://vspu.net/sit/index.php/sit/article/view/1751>).
3. Leader Readiness in a Volatile, Uncertain, Complex, and Ambiguous Business Environment (2020). ResearchGate. https://www.researchgate.net/publication/341372914_Leader_Readiness_in_a_Volatile_Uncertain_Complex_and_Ambiguous_Business_Environment
 4. Salza, P., Musmarra, P., Ferrucci, F. (2019). Agile Methodologies in Education: A Review. https://doi.org/10.1007/978-981-13-2751-3_2.
 5. Таточенко, В., Гаран І. (2024). Формування інноваційного мислення майбутніх вчителів математики. *Вісник науки та освіти*, 11(41). Режим доступу: [https://doi.org/10.52058/2786-6165-2025-11\(41\)-3024-3054](https://doi.org/10.52058/2786-6165-2025-11(41)-3024-3054). (Tatochenko, V., Haran, I. (2024). Developing innovative thinking in future mathematics teachers. *Bulletin of Science and Education*, 11(41). Retrieved from: [https://doi.org/10.52058/2786-6165-2025-11\(41\)-3024-3054](https://doi.org/10.52058/2786-6165-2025-11(41)-3024-3054)).
 6. Соболева, С. (2020). Особистості інноваційного мислення майбутніх офіцерів та шляхи його формування в контексті вимог сучасного суспільства. *Габітус*, 14. Режим доступу: <https://doi.org/10.32843/2663-5208.2020.14.46>. (Soboleva, S. (2020). Peculiarities of innovative thinking of future officers and ways of its formation in the context of the requirements of modern society. *Habitus*, 14. Retrieved from: <https://doi.org/10.32843/2663-5208.2020.14.46>).
 7. Желанова, В. (2023). Модель інноваційної особистості: структурно-динамічний підхід. *Педагогічна освіта: теорія і практика. Психологія. Педагогіка*, 39 (1). Режим доступу: <https://doi.org/10.28925/2311-2409.2023.392>. (Zhelanova, V. (2023). Model of innovative personality: structural and dynamic approach. *Pedagogical Education: Theory and Practice. Psychology. Pedagogy*, 39 (1). Retrieved from: <https://doi.org/10.28925/2311-2409.2023.392>).
 8. European Skills, Competences, Qualifications and Occupations (ESCO) <http://data.europa.eu/esco/skill/c2a0c52c-0b4b-4180-a918-92650ea3b458>
 9. Harrison, Y., Horne, J. (1999). One Night of Sleep Loss Impairs Innovative Thinking and Flexible Decision Making. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 2, 128–145. Retrieved from: <https://doi.org/10.1006/obhd.1999.2827>).
 10. Бурда М. І., Васильєва Д. В., Волошена В. В., Вашуленко О. П., Тарасенкова Н. А. (2024). Прикладна спрямованість навчання математики в гімназії. Видавничий дім «Освіта». (Burda M. I., Vasilyeva D. V., Voloshena V. V., Vashulenko O. P., Tarasenkova N. A. (2024). Applied orientation of mathematics teaching in gymnasium. Publishing house "Education").
 11. Волошена, В. (2024). Компетентнісний потенціал математики в гімназії. In: Анотовані результати науково-дослідної роботи Інституту педагогіки за 2024 рік. Інститут педагогіки НАПН України, Педагогічна думка, 199-200. (Voloshena, V. (2024). Competence potential of mathematics in gymnasium. In: Annotated results of scientific research work of the Institute of Pedagogy for 2024. Institute of Pedagogy of the NAES of Ukraine, Pedagogichna Dumka, 199-200).
 12. Двек, К. (2024). Mindset. Змініть спосіб мислення і розкрийте свій потенціал / пер. з англ. Ю. Кузьменко. Наш Формат. (Dweck, C. (2024). Mindset: Changing the way you think to fulfil your potential [Mindset. Zminit sposib myslennia i rozkryite svii potentials] (Yu. Kuzmenko, Trans.). Nash Format).
 13. Чуприна, Н. (2026). EdScrum: як створити школу, де мислять, співпрацюють і зростають. Заступник директора школи, 1. Цифрове видавництво Експертус. Режим доступу: <https://ezavuch.expertus.com.ua/10028279>. (Chupryna, N. (2026). EdScrum: how to create a school where they think, collaborate, and grow. Deputy School Director, 1. Expertus Digital Publishing. Retrieved from: <https://ezavuch.expertus.com.ua/10028279>).
 14. Чуприна, Н. (2025). Вчителю-інноватору: практики інтеграції EdScrum у математиці. *ОсвітаНова*. (Chupryna, N. (2025). For the innovative teacher: practices of EdScrum integration in mathematics. *OsvitaNova*. Retrieved from: <https://osvitanova.com.ua/posts/7171-vchyteliu-innovatoru-praktyky-intehratsii-edscrum-u-matematytysi>).

Chupryna N. Challenges of modern education and innovative thinking of a mathematics teacher.

The article investigates the complex problem of transforming methodological approaches to teaching mathematics in general secondary education institutions amidst the global challenges of the BANI world and the prolonged state of war in Ukraine. It is substantiated that overcoming the nonlinearity, brittleness, and anxiety of the modern educational environment requires a fundamental development of the mathematics teacher's innovative thinking. The author emphasizes that in the new reality, pedagogical professionalism is manifested not only in the perfect mastery of mathematical algorithms but, primarily, in the ability to facilitate the process of collective problem-solving through flexible (Agile) methodologies. Particular attention is paid to the teacher's roles as a mentor, coach, and facilitator, which ensure students' psychological resilience and learning efficiency. For the first time, the study proposes and details the structure of a mathematics teacher's innovative thinking through four key components: cognitive-analytical (data analysis and result forecasting), design-constructive (using Agile design to create educational trajectories), adaptive-reflexive (flexible response to changes), and coaching. It is emphasized that the coaching component allows the teacher to recognize students' individual cognitive styles, transforming the classroom into a cohesive ecosystem where intellectual diversity becomes a strategic team advantage rather than a barrier to learning. The use of the EdScrum approach is proposed as an effective toolkit for implementing competence-oriented tasks (C-tasks). Such tasks are defined as cognitive "fuel" that feeds students' flexible thinking. The paper reveals the essence of EdScrum as a facilitative model that structures the solution of complex mathematical cases through iterative cycles (sprints), team interaction, and constant feedback. Three key aspects are identified through which C-tasks stimulate cognitive flexibility within sprints. The research results confirm that the combination of EdScrum technology and C-tasks promotes not only the deep acquisition of academic knowledge but also the active formation of soft skills, adaptability, and the students' ability to act effectively under conditions of high uncertainty.

Keywords: EdScrum, innovative thinking, agile thinking, mathematics, agile methodology, competence-oriented tasks, facilitation, coaching, mentor of learning groups, development of thinking.

Подано до друку 14.10.2025

Прийнято до друку 31.10.2025

УДК 37.02:51(091)

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/125-133

І. Б. Шепарович

ORCID ID 0000-0003-0110-3864

Т. В. Собко

Дрогобицький державний педагогічний
університет імені І. Я. Франка

**ПАРАДИГМА УКРАЇНСЬКОГО МАТЕМАТИКА, ПЕДАГОГА
XX ст. ЮЛІАНА БОГАЧЕВСЬКОГО В СВІТЛІ СУЧАСНОЇ НАУКИ**

У статті подається короткий життєпис та огляд науково-педагогічної діяльності українського вченого, доктора філософії у напрямку фізико-математичних досліджень, члена Наукового товариства імені Тараса Шевченка, Юліана Богачевського; наводяться основні особливості його світогляду, аналіз базових цінностей, ідей, котрі він намагався передати сучасним та наступним поколінням. Дослідження спадщини Юліана Богачевського подаються у зіставленні із тими науковими дослідженнями, які проводилися на початку XX століття в Європі, а також у порівнянні із сучасними проблемами в галузі математики та методики її викладання, формування в учнів наукових засад математики не відокремлено, а у зв'язку з іншими предметами: фізика, історія, географія, біологія та інші, що було новим віянням у галицькій педагогіці на той час. Підкреслюється сьогоденна актуальність проблем, що піднімає Богачевський у своїх працях, як от виховування критичного мислення у підлітків, уміння

визбудувати ланцюжок логічних міркувань, уникаючи хибних шляхів, потреба у вивченні математики не спрощено, але цікаво, максимально активуючи діяльність учнів, зацікавлюючи новими підходами та ідеями, нерозв'язаними проблемами у математиці. Також стаття містить набір історичних фактів, фото, а також посилання на статті Богачевського у Збірниках НТШ, де окрім того можна ознайомитися із працями інших членів НТШ.

Ключові слова: *Юліан Богачевський, освіта, математика, фізика, галицька педагогіка, кореляція, дальтонівський метод, НТШ, формалізм, інтуїціонізм.*

Постановка проблеми. Математика завжди відіграла ключову роль у розвитку науки, техніки та освіти. Життя ставить все нові і нові виклики, що вимагає реформ освіти. Проводячи реформи в освіті, дуже важливо не втратити ті надбання, які залишили нам попередні покоління, чи це стосується психолого-педагогічних підходів, чи методичних у навчанні предмету.

У рамках підготовки спеціалістів у галузі «Середня освіта. Математика» постає питання: Яким має бути сьогоднішній вчитель? Якими компетенціями повинен володіти, наскільки глибоко повинен знати свій предмет та орієнтуватися у матеріалі суміжних з ним? Чи доцільно вимагати глибоких знань з математики в учнів та студентів? Мимоволі звертаєшся до досвіду поколінь попередників і вивчаючи їх праці, починаєш розуміти у якому напрямку потрібно йти.

Тема історії української (галицької, зокрема) математичної та педагогічної школи та її змісту з недавніх часів привертає увагу низки істориків, педагогів та математиків, зокрема Б. Ступарика, Т. Завгородньої, Я. Притули, О. Гринів, Т. Банаха (див., наприклад [6; 7; 10]) та ін. Вже багато зроблено, але ще залишилося багато недослідженого, що й зумовило вибір теми та актуальність нашої розвідки.

Аналіз актуальних досліджень. В Європі у кінці XIX – початку XX ст. в навчально-педагогічній сфері відбувалися значні зміни, набували розвитку ідеї гуманізації освіти. Реформи стосувалися нових принципів у навчанні, де на перше місце виходив учень та його зацікавленість у навчанні. Певні методи навчання, для прикладу, дальтонівський метод сприяв розвитку самостійності та критичності мислення. Синтетичний метод чи «метод кореляції» формував цілісну картину отриманих знань. Так за новою програмою з математики (від 1908 р.) у 8-му (випускному) класі гімназії мали бути охоплені не лише найважливіші наукові розділи, а й огляд усього матеріалу, тобто (ретроспективи та перспективи на майбутнє), як з історичної, так і з філософської точки зору; таким чином, *вивчення математики — це не стільки про просте накопичення набутих знань, скільки про їх зв'язок і ясність знань, про вивчення методів математичного дослідження, про широкий горизонт мислення.*

Наголос у вивченні математики в середніх школах на початку XX ст. робився на кількох аспектах: 1) *поглиблення просторової уяви та 2) впровадження функціонального мислення.* Щодо першого, то візуальний підхід у науці – це давно визнаний педагогічний принцип (Коменський, Песталоцці, Герберт), і лише його практичне застосування набуває різних форм. Щодо другого, то тут маємо певну новизну в навчанні, розвинення здатності продумувати цілий ряд подій, а точніше змін, що відбуваються відповідно до заданої тенденції (функціональне мислення).

Глибокий пласт історичного минулого України в межах науково-педагогічної, культурної спадщини Європи та й світу загалом містить численну кількість загублених імен, фактів, подій. Наше завдання – не тільки оприязити їх, але й дослідити, проаналізувати та використати неоціненний досвід цілої плеяди українських науковців, педагогів, які зробили значний внесок у поширенні математичних знань, збереженні наукової спадщини та розвиток національної освіти, і продовжити їх справу. Праці Ю. Богачевського охоплювали не лише фундаментальні аспекти математики, а й методику її викладання, розвиток української математичної термінології та підтримку україномовної освіти в умовах складної історичної ситуації. Що є актуальним і в наш час.

Мета статті *полягає у дослідженні, висвітленні та аналізі науково-педагогічної спадщини українського математика та педагога початку XX століття Юліана*

Богачевського з погляду сучасних проблем формування математичних знань та його ролі в становленні математики як науки та методики її викладання в Галичині кінця XIX – початку XX століття як невід’ємної частини Європейської математичної науково-педагогічної думки.



Рис. 1.

Виклад основного матеріалу. Прикарпаття дало Україні велику кількість математиків та фізиків, науковців і педагогів. Серед них особливе місце займає постать науковця і педагога Юліана Богачевського (рис. 1), доктора філософії у напрямку фізико-математичних досліджень. Це була активна цілісна особистість у своїх поглядах, діяннях та наукових працях. Все, за що не брався Юліан Богачевський мало глибокий смисл, прогресивність і фаховість виконання.

Особистість визначає середовище, в якому вона формується. Юліан народився 15 квітня 1897 року у священничій родині в с. Лецівка (колись с. Лесівка) на Станіславщині [1]. Мати – Вікторія Зарицька, донька греко-католицького пароха і декана с. Велика Тур’я о. Алексія Зарицького, батько – о. Теодор Богачевський (випускник Стрийської гімназії), греко-католицький священник у третьому поколінні, посол до Галицького сейму 8-го скликання, літератор, громадський діяч і просвітник [6]. Окрім оповідань і статей, опублікованих у газетах «Діло» і «Нива», о. Теодор видав також книжечку похоронних проповідей із глибоким філософським змістом (ця філософська заглибленість у сутність речей, напевне, передалася і синові Юліану). Варто також відзначити патріотизм Теодора Богачевського – будучи секретарем «Руського соймового клубу», він активно виступає за право українців здобувати освіту рідною мовою, за рівність у фінансуванні польських та українських шкіл, виступає проти заборони використання української мови на офіційних заходах [2]. Пізніше ця ж ідея розвою українського шкільництва знайде своє продовження у діяльності сина Юліана на педагогічній ниві.

Початкову та середню освіту Юліан Богачевський здобуває у Стрию (1904–1914 рр.). З них 7 років навчається у Стрийській державній гімназії класичного типу (з поглибленим вивченням мов). Тут, очевидно, вивчить докладно «греку» і «латину». Іспит на атестат зрілості складає на «відмінно» у Відні 13 січня 1916 року. Далі служба в австрійській армії аж до 1918 року. Вищу освіту здобуває з 1.09.1921 по 15.04.1923 року в Українському (таємному) університеті, де математику викладали провідні на той час постаті в українській науці Володимир Левицький та Микола Чайківський [7]. Далі з квітня 1923 по липень 1927 року продовжує навчання у Граці (Австрія) в університеті Карла Франца на фізико-математичному відділі філософського факультету, де знайомиться із сучасними напрямками розвитку в галузі математики та фізики. Варто відзначити, що це університет із давньою історією (заснований ще у 1585 р.), де викладали та здійснювали свої відкриття, нобелівські лауреати Отто Леві, Віктор Франц Гесс, Ервін Шредінгер, а також Людвіг Больцман, розробляючи свою статистичну теорію фізики на основі атомістичних уявлень. На той час у Грацькому університеті аналітичну теорію чисел та алгебру викладав професор Даублебський фон Штернек Роберт Молодший [3], син відомого геодезиста, астронома і гравіметриста Роберта Даублебського фон Штернека, який свого часу сформував кафедру геодезії і сферичної астрономії у Вищій політехнічній школі Львова (1871-1889). Юліан Богачевський брав активну участь у семінарі під керівництвом проф. Роберта Штернека, зробивши кілька розлогіх доповідей з алгебри та теорії чисел. Пізніше, працюючи в Стрию, повернеться до цієї теорії.

У Граці Богачевський складає філософсь-ко-педагогічний іспит і розпочинає роботу над дисертацією з математичної фізики під керівництвом професора фізики Бендорфа. Ганс Бендорф (1870-1953) [4], ще будучи асистентом фізика Франца Екснера, займався атмосферною електрикою - експериментально та теоретично. Досліди доводилося проводити

в особливих умовах при низькій вологості повітря, для цього у зимові місяці виїжджав до Сибіру, вивчив російську мову. Винайшов електрометр (Бендорфа), який використовується для вимірювання атмосферних електричних пара-метрів. Ганс Бендорф – дійсний член Австрійської академії наук (з 1927 року), декан філо-софського факультету з 1920 року, ректор Грацького університету (1932-1934). Співпрацював з фізиком Віктором Францом Гессом (1883-1964). У 1928 разом із Гессом опублікував всеосяжний трактат про атмосферну електрику “Atmosphärische Elektrizität” (1928) («Атмосферное электричество» (1934) [5]). Саме обчислення, які проводив Юліан Богачевський під керівництвом проф. Бендорфа відіграли важливу роль у цій праці. Богачевський розробив метод електричних зображень для знаходження потенціалу на вісі симетрії; вдосконалив його, використовуючи поліноми Лежандра, і безпосередньо з цього отримав величину потенціалу в точках поза віссю і далі диференціюванням знайшов вирази для напруженості поля та концентрацію поверхневих зарядів [6]. Ці результати знайшли відображення у дисертації «Про інфлуентний вплив кулистого провідника на концентричний сектор (кульовий сегмент)» (Über Influenzierung einer leitenden Kugel durch eine konzentrische Kugelkalotte).



Рис. 2.

7 листопада 1927 року Ю. Богачевський здає «строгі» іспити з фізики та математики, 11 листопада 1927 року відбувається промоція наукової праці Юліана Богачевського, після якої він отримує ступінь доктора філософії в галузі фізико-математичних наук (диплом на рис.2).

Протягом 1927/28 років навчається у Познанському університеті, щоб мати право викладати в середніх школах Польщі. Складає іспити у травні 1928 р. з математики, фізики та педагогіки і отримує кваліфікацію вчителя середніх шкіл з математики як основну, з фізики – додаткову.



Рис. 3. Учителі й учні Української Жіночої Гімназії Українського педагогічного товариства в Стрию 1938 р. У другому ряді зліва: Ю. Богачевський, М. Маната, М. Федюшко, о. М. Цурковський, катехит, І. Калиняк –директор

У наступні роки з 1928 по 1932 працює у державних школах у Перемишлі, Ярославі, Кам'янці Струмиловій (Кам'янка-Бузька), Рава-Руській. Пройшовши практику педагогічну в державних школах, Юліан Богачевський присвячує себе навчанню українців у приватних начальних закладах «Рідної школи» в Яворові (1935-1936), Стрию (1936-1938), Рогатині (1938-1940) (див. Рис. 3). За Польщі приватні українські школи, утримувані лише українською громадою, ледве виживали. Платня вчителів там була мізерною, часто її взагалі не було. Та праця вчителів у всі часи є сподвижною, нести знання в маси завжди нелегко, бо *«не одного мучить попросту питання: чого то та й нащо він вчиться того або тамтого, якщо воно йому нічого не дасть та ще в нинішніх часах!»* [Юліан Богачевський]. Дуже часто і зараз можна почути цю фразу. Але як ніколи актуальною в наш час є відповідь вченого: *«Нарід, що думає про своє майбутнє мусить заздальгідь подбати про свою відповідну освіту.»* Праця в школі спонукала до деяких методично-педагогічних розвідок в дусі реформ [10], які проводилися в 20 – 30-ті роки в Європі і в Польщі, зокрема. Свої новаторства Ю. Богачевський опубліковує в статті «Про можливість кореляції при навчанні математики та фізики» [9]. Мова йде про *«зв'язок поміж одним предметом та другим предметом чи другими ділянками знання. Ціллю от такого навчання є: дати менш-більш заокруглений світогляд та показати, що такий то предмет – це не є щось відірване, а навпаки, що в'яжеться з іншими ділянками знання та життя»*. Так, на думку Ю. Богачевського, при вивченні фізики важлива не тільки кореляція з математикою, але й з історією, географією (особливо при розгляді питань метеорології) та ін. Тобто, будучи освіченою та широко ерудованою людиною, математик пише про необхідність вивчати науку як систему поглядів, які склалися в певні історичні епохи. Ось як пише Ю. Богачевський про зв'язок математики й історії: *“Кожну математичну істину хтось колись відкрив. Кожне таке відкриття це цінний вклад в скарбницю людської культури», «Технік думає про завтрашній день, фізик кількадесять літ наперед, а математик сто або й більше літ наперед»*.

Ідею кореляції пропагував М. Терлецький, а в початковому навчанні – Божиковський. Кореляція відбувалася, зокрема, при використанні дальтонівського методу. На сторінках часопису «Шлях виховання й навчання» можна було прочитати, що *«дальтонівська система належить нині до найпопулярніших методів у шкільному навчанні»*. Далі зазначалось, що через використання цього методу можна *«оновити нашу школу, розбудити творчі сили учня і привчити його орієнтуватися критично в явищах і самостійно працювати»*. Основними принципами Дальтон-плану були: *«1) свобода; 2) взаємна допомога та взаємодія серед колективу; 3) відповідність зусилля бажаному досягненню, — інакше, економізація часу»*. Це саме те, що використовується в сучасній системі освіти. Дальтонівський метод поступово почав впроваджуватись і в школах Галичини. Метод Дальтона передбачає самостійну освіту, для чого потрібно досконале методичне забезпечення. Деякі кроки в цьому напрямку здійснив Юліан Богачевський. Він підготував до друку підручник «Про злудні (оманливі) доведення елементарної геометрії та їх використання у навчанні геометрії» і подав у видавництво «Радянська школа» у 1946 році.

Юліан Богачевський не полишає і наукової роботи. У 1934 році стає членом Наукового товариства імені Т. Шевченка, видає кілька праць у Збірниках НТШ [11–12], які присвячені темам з матаналізу *«Лапласове диференціальне рівняння»*, *«Узагальнення Лежандрових поліномів»*, що є продовженням роботи початої у Граці, *«Загальну формулу арифметичних сум»* [14], а також невеличке повідомлення про елементарне доведення однієї класичної теореми з геометрії [13].

Вчений намагається також популяризувати математику не тільки серед науковців, але і серед ширшого кола поціновувачів математики. Так у праці «Три класичні проблеми геометрії: подвоєння шостистінника, трисекція кута, квадратура кола» [8] він пише: *«Оцією розвідкою хочу розбудити деяке заінтересування великими проблемами математики, що над їх розв'язкою працювали цілі покоління через кільканайцять століть. Такий нарис як оцей не може бути повний, ні вичерпуючий. ... Якщо зміст оцієї книжечки всніє розбудити зацікавлення такими питаннями, яких знайомість вважається в західній Європі частиною*

загального формування, то її завдання могли вважати поки що сповненими».

Ю. Богачевський активно спілкується із європейськими математиками, відвідуючи з'їзди математиків у Навгаймі 1920 р., Єні 1921 р., Ляйпцігу 1922 р. та ін., а також з'їзди німецьких лікарів і природників у Празі у 1929 р.

Про його широку ерудицію та розуміння глибинних наукових основ математики дізнаємося зі статті «Формалізм та інтуїціонізм у математиці» [15], зреферовану за доповіддю на VI з'їзді українських природників та лікарів від 17 травня 1937 року. Завданням цієї доповіді було зацікавити математиків (і не тільки) базовими філософськими проблемами в математиці та в напрямках її розвитку. Основним питанням є: «Чи є сучасна математика логічно переконливою?». Полеміка стосовно цього питання часто порушувалася на початку ХХ століття на різних з'їздах, де брали участь в дискусії не тільки математики, а й представники логіки та лінгвісти, і торкалася питання значення математики та сталості її тверджень.

Ю. Богачевський пише: *«Це вельми шкідлива річ, вважати математику “практичною” наукою в тому значінні, що з неї маємо якийсь безпосередній хосен [користь]»*. Доповідь подає порівняльний аналіз аксіоматичних основ геометрії Евкліда та Гільберта та можливості їх інтерпретації, говориться про незалежність аксіом, наводяться характеристики неевклідової геометрії. Також згадуються деякі нерозв'язані на той час проблеми, як от велика теорема Ферма, сучасні проблеми теорії множин та відповідностей, парадокси в теорії множин Кантора. Також доповідач охарактеризовує два напрямки в математиці – формалізм та інтуїціонізм, аналізує з точки зору законів логіки, згадує їх прихильників Пуанкаре, Вейля, Рассела, Фреге, Кронекера, Брауера, Цермелло, Лебега та вказує напрямки і результати їх досліджень. Як вислід – обидва підходи в математиці є «правдивими»: *«Сьогодні обидва напрямки зааксіоматизовані, так що тільки інтуїційно можна приймати або одну або другу систему аксіом. Сьогодні вже ясно, що всяке думання залежне від аксіом і про «правду» приходиться говорити на стільки, на скільки правдиві аксіоми. І оця провідна роль математики лишилася її величнім завданням.»*

У 40-вих роках розвивається науково-педагогічна кар'єра Ю. Богачевського. Він займає посаду доцента у Львівському педагогічному інституті аж до німецької інвазії. З 1940 по 1944 роки працює на посаді вчителя хімії та малярної технології у Львівській Художньо-промисловій школі. З 1944 року знову на посаді доцента та завідувача кафедри математики Львівського педагогічного інституту. А також читає курси підвищення кваліфікації вчителів. З 1946 року за сумісництвом очолює кафедру лінійної алгебри у Львівському державному університеті. Викладає такі курси: «Вища алгебра», «Проективна геометрія», «Спецкурс елементарної математики», «Спеціальний математичний семінар». Активно відвідує науковий семінар Б. Гнеденка. Продовжує працювати над різними науковими темами з алгебри, геометрії, аналізу та механіки [16–22].

Юліан Богачевський, володіючи класичними та європейськими мовами: грецька, латинська, німецька, французька, англійська, польська та ін., вільно читав праці античних та сучасних світових математиків. Постійно працював, збагачуючи свій багаж знань, цікавився новітніми напрямками в розвитку математики. Чудово орієнтувався у різних питаннях фізико-математичних дисциплін. Про нього відгукувалися як про математика з широкою ерудицією в іноземній літературі. Мав величезну бібліотеку, яку подарував Львівському державному університету імені Івана Франка. Завжди міг порадити і допомогти молодшим колегам та студентам. Юліан Богачевський – цей цікавий чоловік з інтелектуальним поглядом назавжди залишиться для нас зразком українського вченого-інтелектуала, педагога та дослідника.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Юліан Богачевський залишив глибокий слід у розвитку української математичної школи. Його праці є цікавими для сучасних науковців, зокрема в галузях математичного аналізу, алгебри та геометрії, математичної логіки, історії математики та педагогіки. Його принципово науковий підхід у математичних дослідженнях, викладенні навчального матеріалу з математики, вимоги в

логічному аналізі та структурування математичних понять, дотриманні точності математичної мови актуальні і сьогодні.

Богачевський став прикладом для сучасних математиків, які поєднують наукову працю з педагогічною діяльністю. Його постать вченого-гуманіста, який навчає цікаво, виховуючи національно свідомих громадян, працює на благо рідної держави, надихає і сьогодні. Синтетичний підхід, пропагований Богачевським, покликаний формувати в учнів цілісну картину знань як з математики, так і фізики, історії, географії та ін., доцільно використовувати і зараз.

Ім'я Юліана Богачевського – одне із плеяди науковців Галичини, що потребують подальшого дослідження для формування загальних уявлень про українську математичну школу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Особова справа Ю. Богачевського, Архів Дрогобицького педагогічного університету. (Personal file of Y. Bohachevsky, Archives of Drohobych Pedagogical University).
2. Dyskusya szkolna w Sejmie krajowym dnia 10 lipca 1902. (1902). Rodzina i Szkoła, Miesięcznik poświęcony sprawom wychowania domowego i szkolnego, Lwów, 7, 101 – 106. (School discussion in the National Parliament on July 10, 1902. (1902). Family and School, Monthly devoted to matters of home and school education, Lviv, 7, 101 – 106).
3. Robert Sterneck. Retrieved from: http://www.biographien.ac.at/oeb1/oeb1_D/Daublebsky-Sterneck_Robert_1871_1928.xml.
4. Hans Benndorf. Retrieved from: http://austria-forum.org/af/Wissenssammlungen/Biographien/Benndorf_Hans.
5. Бендорф, Г. (1934). Атмосферное электричество, Москва; Ленинград : осударственное технико-теоретическое издательство. (Benndorf, H. (1934) Atmospheric Electricity, Moscow; Leningrad: State Technical and Theoretical Publishing House).
6. Гринів, О., Притула, Я. (2017). Юліан Богачевський (1897-1970). *Мат. вісник НТШ*, 14, 64–73. (Hryniv, O., Prytula, Ya. (2017). Julian Bohachevskyi (1897-1970). *Mat. visnyk NTSH*, 14, 64–73).
7. Банах, Т., Притула, Я. (2015). Математичні публікації НТШ до 1939 року. *Математичний Вісник НТШ*, 12, 130–146. (Banakh, T., Prytula, Ya. (2015). Mathematical publications of Shevchenko Scientific Society till 1939. *Matematychnyi Visnyk NTSH*, 12, 130–146).
8. Богачевський, Ю. (1935). Три клясичні проблеми з геометрії: подвоєння шостистінника, трисекція кута, квадратура кола, Приступна розвідка, накладом автора, Яворів. (Bohachevsky, Yu. (1935). Three classical geometry problems: doubling a hexagon, trisection of an angle, squaring a circle, Introduction to Exploration, published by the author, Yavoriv).
9. Богачевський, Ю. (1936). Про можливість кореляції при навчанні математики та фізики. *Рідна школа*, 18, 262–263. (Bohachevsky, Yu. (1936). On the possibility of correlation in teaching mathematics and physics. *Ridna shkola*, 18, 262–263).
10. Завгородня, Т. (2007). Теорія і практика навчання в Галичині (1919 – 1939 роки), Івано-Франківськ: НБ ПНУС. (Zavhorodnya, T. (2007). Theory and practice of education in Galicia (1919 – 1939 years), Ivano-Frankivsk: PNUS).
11. Bohacevskyj, J. (1937). Transformation der Laplaces'chen Differentialgleichung im n-Dimensionalen auf generelle Koordinaten, *Збірник НТШ*, 31, 1-67. [Bohacevskyj, J. (1937). Transformation der Laplaces'chen Differentialgleichung im n-Dimensionale auf generelle Koordinaten, *Sitzungsberichte*, 25, 7-8]. (Yu. Bohachevsky, (1937). Transformation of Laplace's differential equation in n dimensions to general coordinates, *Proceedings of the NTSh*, 31, 1-67).
12. Bohacevskyj, J. (1938). Versuch einer Verallgemeinerung der Legendre'schen Polynome. *Sitzungsberichte...*, 26, 4–10. (Bohachevsky, Yu. (1937). Attempt at a generalization of Legendre polynomials. *Proceedings NTSh*, 26, 4–10).
13. Bohacevskyj, J. (1938). Ein elementarer Beweis eines geometrischen Satzes. *Sitzungsberichte*, 27, 8–9. (Bohachevsky, Yu. (1937). An elementary proof of a geometric theorem, *Proceedings NTSh*, 27, 8–9).

14. Bohacevskyj, J. (1938). Versuch einer ellgemeinen Herleitung der Summenformel arithmetischer Progressionen beliebiger Ordnung. *Збірник НТШ*, 32:1, 5-10. [Bohacevskyj, J. (1938). Versuch einer ellgemeinen Herleitung der Summenformel arithmetischer Progressionen beliebiger Ordnung. *Sitzungsberichte*, 27, 9]. (Bohachevsky, Yu. (1938). An attempt at a general derivation of the summation formula for arithmetic progressions of arbitrary order, *Proceedings NTSh*, 32:1, 5–10).
15. Богачевський, Ю. (1937). Формалізм та інтуїціонізм у математиці. *Збірник НТШ*, 31, 81-98. (Bohachevsky, Yu. (1937). Formalism and intuitionism in mathematics, *Proceedings NTSh*, 31, 81–98).
16. Богачевський, Ю. (1955). Про один із способів знищення ірраціональності у знаменнику. *Доповіді та повідомлення Львівського педагогічного інституту*, 18-19. (Bogachevsky, Yu. (1955). On one of the methods of destroying irrationality in the denominator. *Reports and notices of the Lviv Pedagogical Institute*, 18-19).
17. Богачевський, Ю. (1956). Узагальнення теореми Штурма на випадок комплексних коренів алгебраїчних рівнянь. *Доповіді та повідомлення Львівського педагогічного інституту*. (Bohachevsky, Yu. (1956). Generalization of Sturm's theorem to the case of complex roots of algebraic equations. *Reports and notices of the Lviv Pedagogical Institute*).
18. Богачевський, Ю. (1957). Дужки Ейлера та їх використання на лекціях вищої алгебри в педагогічному інституті. *Доповіді та повідомлення Львівського педагогічного інституту. Секція математики і фізики*, 2, 10-13. (Bohachevsky, Yu. (1957). Euler's brackets and their use in lectures on higher algebra at the pedagogical institute. *Reports and notices of the Lviv Pedagogical Institute. Section of mathematics and physics*, 2, 10-13).
19. Богачевський, Ю. (1957). Елементарно-геометричне доведення теореми Паскаля та великої теореми Дезарга. *Доповіді та повідомлення Львівського педагогічного інституту. Секція математики і фізики*, 2, 30-34. (Bohachevsky, Yu. (1957). Elementary geometric proof of Pascal's theorem and Desargues' great theorem, *Reports and notices of the Lviv Pedagogical Institute, section of mathematics and physics*, 2, 30-34).
20. Богачевський, Ю. (1958). Властивості центра ваги загального тетраедра та їх використання при розв'язанні елементарних задач з механіки. *Доповіді та повідомлення Львівського педагогічного інституту. Секція математики і фізики*, 14, 78-80. (Bohachevsky, Yu. (1958). Properties of the center of gravity of a general tetrahedron and their use in solving elementary problems in mechanics, *Reports and notices of the Lviv Pedagogical Institute, Series of Mathematics and Physics*, 14, 78-80).
21. Богачевський, Ю. (1958). До теорії полюсів і поляр кривих 2-го порядку. *Наукові записки Львівського педагогічного інституту. Секція математики і фізики*, 14, 81-82. (Bohachevsky, Yu. (1958). To the theory of poles and polar curves of the 2nd order. *Scientific notes Lviv Pedagogical Institute. Series of Mathematics and Physics*, 14, 81-82).
22. Богачевський, Ю. (1958). Про один метод поліпшення збіжності ряду. *Наукові записки Львівського педагогічного інституту. Секція математики і фізики*, 14, 83-84. (Bogachevsky, Y. (1958). On one method of improving the convergence of a series. *Scientific notes of the Lviv Pedagogical Institute. Series of Mathematics and Physics*, 14, 83-84).

Sheparovych I. B., Sobko T. The Paradigm of the Ukrainian Mathematician, Educator of the 20th century, Yulian Bogachevsky in the Modern Science Light.

The article presents a brief biography and overview of the scientific and pedagogical activities of the Ukrainian scientist, Doctor of Philosophy in the field of physical and mathematical research, member of the Taras Shevchenko Scientific Society, Yulian Bohachevsky; the main features of his worldview, analysis of the basic values, ideas that he tried to convey to modern and future generations are presented.

Studies of the legacy of Julian Bohachevsky are presented in comparison with those scientific studies that were conducted at the beginning of the 20th century in Europe, as well as in comparison with modern problems in the field of mathematics and its teaching methods, the formation of scientific

principles of mathematics in students is not isolated, but in connection with other subjects: physics, history, geography, biology and others, which was a new trend in Galician pedagogy at that time.

The current relevance of the problems raised by Bohachevsky in his works is emphasized, such as the upbringing of critical thinking in adolescents, the ability to build a chain of logical reasoning, avoiding false paths, the need to study mathematics not in a simplified, but interesting way, maximally activating the activity of students, making them interested in new approaches, ideas and unsolved problems in mathematics. The article also contains a set of historical facts, photos, as well as links to Bohachevsky's articles in the Collections of Taras Shevchenko Scientific Society, where you can also get acquainted with the works of other members of the Taras Shevchenko Scientific Society.

Keywords: *Julian Bohachevsky, education, mathematics, physics, Galician pedagogy, correlation, Dalton's method, Taras Shevchenko Scientific Society, formalism, intuitionism.*

Подано до друку 07.08.2025

Прийнято до друку 14.11.2025

РОЗДІЛ 4. ОПТИМІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІН ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОГО ЦИКЛУ ЗАСОБАМИ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

UDC 373.5.016:51:811.111

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/134-144

O. O. Odintsova

ORCID ID0000-0002-9948-3801

V. O. Bondarenko

ORCID ID 0000-0001-7784-5691

Sumy State Pedagogical

University named after A.S. Makarenko

THE USE OF ONLINE PLATFORMS IN THE IMPLEMENTATION OF SUBJECT-LANGUAGE INTEGRATED TEACHING OF ENGLISH AND MATHEMATICS

For the modern Ukrainian education system, the issue of integrating teaching of English and other subjects is important, which is reflected in typical educational programs for secondary schools and programs of school disciplines. Among modern approaches to learning foreign languages in terms of integrating subject content, the most appropriate for secondary school, in our opinion, is the content and language integrated learning (CLIL method), in which English serves as a means of learning subject, mathematical in particular, content and provides an opportunity to form foreign language linguistic and communicative competences. Despite the fact that the vast majority of researchers consider this method of integrated learning to be applicable only to higher education (higher education level), in our opinion, it can be applied starting from primary school using the partial integration model, since during this period of study students have quite different levels of knowledge of a foreign language and most subjects are studied according to programs approved by the Ministry of Education and Science of Ukraine, namely this model does not violate the integrity of these programs and does not require significant changes in their requirements.

For successful implementation of integrated lessons using the CLIL method, according to D. Coyle, D. Marsh and other ideologists of this method, it is necessary to introduce the following 4 elements (the “4Cs” system): Content, Communication, Cognition and Culture. Taking into account the elements of the “4Cs” system emphasizes the need for teachers to focus not only on the content of subjects and language, but also on the dynamic aspects of integrated learning, without which neither language nor subject competencies can be effectively formed.

The analysis of available sources shows that today the Ukrainian education system lacks global methodological developments of examples of integrated lessons of English and other subjects using subject-language integrated learning, therefore, for successful implementation of the CLIL method in teaching mathematics at school, a detailed study of available English-language electronic resources is required, the Desmos online platform in particular. The latter is an interesting and powerful system of various mathematical tools and a large collection of didactic mathematical materials for all levels of school mathematical education, called Amplify Classroom. It should be noted that some of the activities have been translated into different languages, but the full-text collection is available only in English, which makes this collection interesting for implementing the CLIL method in teaching mathematics. The article discusses in details the activity called Marbleslides: Exponentials, its features and possibilities of using gamified tasks, an assistant for the teacher regarding the specified activity, particularly in the context of the topic of transforming graphs of functions.

The available number of slides in the activity Marbleslides: Exponentials – 24, and their level of complexity allows us to differentiate the approach to selecting tasks for an integrated lesson for classes with different levels of learning mathematics: for the standard level of learning – you can limit yourself to slides from the Fix It groups (6 pcs.) and Predict & Verify (8 pcs.), but for the profile level – use all 24 slides. At the same time, the developers suggest that the teacher use the response mode on

the toolbar to check the progress of students, if necessary, provide them with individual support or hold a short discussion with the whole class if a sufficient number of students have difficulties. And since the considered activity from the Amplify Classroom collection is typical and fully meets the requirements for the “4Cs” elements, with the help of which the CLIL method is implemented, all this makes Amplify Classroom indispensable in the implementation of the specified method in the absence of an appropriate system of printed/electronic methodological materials in Ukraine.

Keywords: *subject-language integrated learning, mathematics teaching methodology, high school, electronic didactic materials, online platform Desmos.*

Problem statement. According to the concept of the New Ukrainian School, integrated learning should become an integral part of the modern Ukrainian education system, since it is this approach to education that encourages students to explore the connections and interactions between disciplines, relying on knowledge and skills from the relevant subject areas, critically evaluating these interactions.

On the other hand, knowledge of the English language is extremely important for the entire modern world as a whole, especially in the context of global changes and challenges, in the context of Ukraine’s integration into the European and global environment.

Therefore, the issue of integrating English language learning and other academic subjects is important for the modern Ukrainian education system, which is reflected both in the Law of Ukraine “On the Use of English Language in Ukraine” (2024) [1] and in the programs of individual academic disciplines [2].

Among modern approaches to learning foreign languages in terms of integrating the content of disciplines, the most appropriate for secondary school, in our opinion, is the subject-language integrated learning (CLIL method), in which English acts as a means of learning mathematical (subject) content and provides an opportunity to form foreign language linguistic and communicative competences in an educational context. But the lack of a systematic approach to didactic materials for implementing the CLIL method in teaching mathematics requires a more detailed study of available electronic resources, in particular the Desmos online platform.

Analysis of current research. Currently, the method of subject-language integrated learning is gaining more and more popularity in higher education, and accordingly, more and more publications about its application appear. Thus, the issue of the need to integrate the CLIL method into the educational process was considered by such foreign researchers as D. Coyle (1999) [3], D. Marsh (2001) [4], (2010) [5], P. Bell (2009) [6], I. Feltzan (2021) [7], N. Olson (2020) [8] and others. Among domestic scientists, issues covering general aspects of the use of the CLIL method were addressed by O. Pershukova (2018) [9], O. Milyutina, K. Fedchenko (2023) [10], Yu. Strykina (2020) [11], the introduction of elements of the CLIL method into the educational process by N. Tarasenkova, I. Akulenko, O. I. Kulish, I. Nekoz (2022) [12], N. Savchenko, R. Turenko, Yu. Fedorchenko (2023) [13] and others. At the same time, targeted and systematic work on the dissemination of knowledge about the CLIL method and its integration into the educational process in Ukraine is carried out by the British Council in Ukraine and the Goethe Institute through the organization of training events for teachers, familiarizing them with the capabilities and educational potential of this technology [14], [15].

The purpose of the article. Based on the analysis of the basic concepts and approaches of subject-language integrated learning, to demonstrate the features and possibilities of using gamified tasks of the Amplify Classroom collection of the Desmos online platform for such learning on the example of considering the Marbleslides: Exponentials activity and the corresponding teacher assistant (Teacher Moves) in the context of the topic of transforming function graphs.

Presentation of the main material. The term CLIL method originated in Europe in the early nineties of the 20th century. [3], the author of the term "subject-language integrated learning" (CLIL method) is D. Marsh (1999) [4]. The CLIL method is based on the use of the language of instruction (Language 2 – L2), which is different from the students’ native language (Language 1 – L1), to master the content of the academic discipline, therefore, a foreign language (L2) is learned as a result of the formation and development of linguistic competencies in order to perceive the content necessary for a specific academic subject/discipline [16]. At the same time, the CLIL method should not be a means of simplifying the content or re-studying what students already know in their native language; such an

approach makes the learning process interesting and motivating, unlike traditional approaches based on memorizing rules and vocabulary [11].

Based on the analysis of the available literature, it can be stated that the method of subject-language integrated learning is used by most teachers mainly in teaching higher education students. However, according to Yu. Styrkina [11], whose standpoint we fully share, “the method of subject-language integrated learning can be successfully applied at different ages and at different levels of education”. In our opinion, it is worth starting to introduce this teaching method, starting from primary school, gradually accustoming students to this teaching method. In addition, given that the CLIL method arose from teaching natural sciences in a foreign language, conducting integrated lessons of mathematics and English using the specified technology is quite justified. Meanwhile, for a secondary specialized school, the “partial integration” (partial immersion) CLIL model is more applicable, since during this period of study students only determine the profile of their future professional activity, have quite different levels of knowledge of a foreign language (L2), and most subjects are studied according to the programs approved by the Ministry of Education and Science of Ukraine, namely this model does not violate the integrity of these programs and does not require significant changes in their requirements.

Thus we believe that the following advantages of the CLIL method, which were mentioned in [11], should be added:

- double consolidation (simultaneous acquisition of mathematical terms, concepts and language skills);
- expansion of the language environment;
- adaptation of knowledge to two language contexts;
- development of thinking (switching between languages contributes to cognitive flexibility, which in turn increases the ability to analyze and synthesize information);
- practical application (preparation for international tests, olympiads, study abroad).

For successful implementation of integrated lessons using the CLIL method, according to D. Coyle, D. Marsh and others [5], it is necessary to introduce the following 4 elements into its structure (the “4Cs” system):

1. Content – stimulation of the process of formation and development of subject competencies;
2. Communication – use of a foreign language (L2) as a means of obtaining knowledge in the subject;
3. Cognition – development of thinking abilities for studying the educational component and a foreign language;
4. Culture – understanding the characteristics of different cultures for socialization in a multicultural society, preservation of one’s own culture [10].

Thus, taking into account the elements of the “4Cs” system emphasizes the need for teachers to focus not only on the content of subjects and language, but also on the dynamic aspects of integrated learning, without which neither language nor subject competencies can be effectively formed.

The CLIL method, as a teaching technology, along with its advantages, also has a number of challenges, some of which were highlighted by Yu. Styrkina [11] and supplemented by us:

1. For teachers:

- the need to develop their own knowledge of new subjects in order to effectively teach, and vice versa, for subject teachers to strengthen language training;
- carefully structure lessons in order for students to understand the content of the lesson, as well as the language through which information is transmitted;
- manage the audience in pairs, and hence develop the ability to negotiate, readiness for mutual assistance;
- consistently develop concepts for placing materials and checking task completion to make sure that the language and content of the subject are studied on an “equal” basis;
- lack of appropriate didactic materials.

For students:

- this is the difficulty of adaptation, since some students may find it difficult to adapt to learning in two languages, especially if their level of English is insufficient;
- integration of two subjects can increase the volume of material, which will require additional efforts from students.

Generally speaking, the CLIL method is a relevant method for modernizing the content of education in Ukraine and in the world as a whole. Its use during integrated lessons of mathematics and English at school is natural, but unfortunately not supported by appropriate methodological developments.

The analysis of available sources shows that today in the Ukrainian education system there are no global methodological developments of examples of integrated English and other subjects using subject-language integrated learning (the presence of developments on the well-known educational platforms Na Urok [17] and Vseosvita [18] is of a situational nature, although their number is quite large, but most of them concern primary or secondary schools); The Ministry of Education and Science of Ukraine has not developed examples of bilingual course programs (in our opinion, the main reason is compliance with the principle of autonomy of both the school and the teacher in particular). The situation is similar with bilingual textbooks and didactic materials, particularly in mathematics.

Taking into consideration the current state of development of digital technologies, for conducting integrated lessons of mathematics and English, in addition to printed didactic materials, it is advisable to use various Internet resources. The directions of such use may be as follows:

- interactive exercises using digital worksheets, embedded tasks in presentations, etc.;
- multimedia resources such as educational videos, audio podcasts, animations;
- online platforms and educational services for testing, conducting experiments in virtual laboratories, using game environments.

Compared to traditional printed didactic materials, the use of Internet resources has several advantages, the most important of which are: rapid updating of content in accordance with school programs and international standards; a variety of presentation forms (texts, audio, video, interactive modules, etc.); individualization through the ability to adapt exercises to the level of preparation of each student; promoting the formation of teamwork and communication skills in English.

The main disadvantages of using digital online resources are: dependence on electricity and the Internet availability, the presence of skills in working with digital platforms (GeoGebra, Desmos, Khan Academy, etc.) for both teachers and students. We also support the opinion of modern educational researchers [19, p.34] that, despite the possibility of diversifying educational content using online resources, the latter should be used in moderation.

The selection of educational materials for integrated mathematics and English lessons should take into account:

- the real level of students' English (A1–B1 according to CEFR);
- the clarity of mathematical content;
- the simultaneous gradual language support: glossaries, language frames ("How many...?", "The result is...") and short prompts;
- the complexity of texts: too complex can distract from the mathematical essence, too easy ones will not stimulate language development.

When conducting an integrated lesson in English and mathematics, it is important to manage the cognitive load of students. In particular, it is worth breaking the solution into stages: first purely linguistic (translation from the L2 language to the native language L1), then mathematical (understanding the condition of the problem), then again linguistic (discussion in English), and finally - combined (solution and presentation). You can use visualization ("scaffolding": drawing diagrams, mind maps, etc.), as well as modeling situations, offering students to work in pairs or groups - this reduces the pressure of the load and stimulates the production of ideas. And of course, repeating the terms "What does this word mean?" ("What does this word mean?") and structuring the task condition ("What is the connection between these data and our task?"), as well as other open-ended questions in

English for the development of critical thinking. Also no less important during an integrated lesson is the use of formative assessment: written short tasks, "micro-checks" in the middle of the lesson, etc.

Among the online platforms that can be used during integrated lessons in mathematics and English using the CLIL method, there is the American platform Desmos (<https://www.desmos.com/?lang=uk>) which has transformed from a regular program for constructing graphic objects on a plane (graphs, solutions to equations, inequalities and their dynamic transformations) into an interesting and powerful system of various mathematical tools and a large collection of didactic mathematical materials for all levels of school mathematical education. The latter is currently called Amplify Classroom. It should be noted that some of the activities have been translated into different languages, but the full-text collection is available only in English, which makes it interesting for integrated English and mathematics lessons. Fig. 1 and 2 show the start pages of the platform and the collection, respectively.

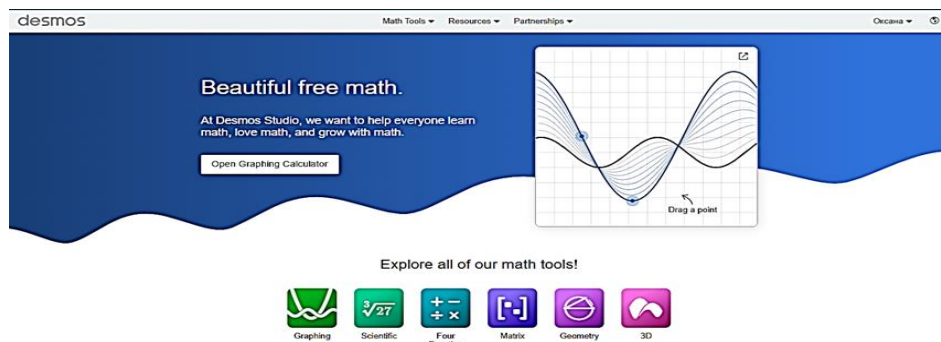


Fig.1. Desmos Starting Page

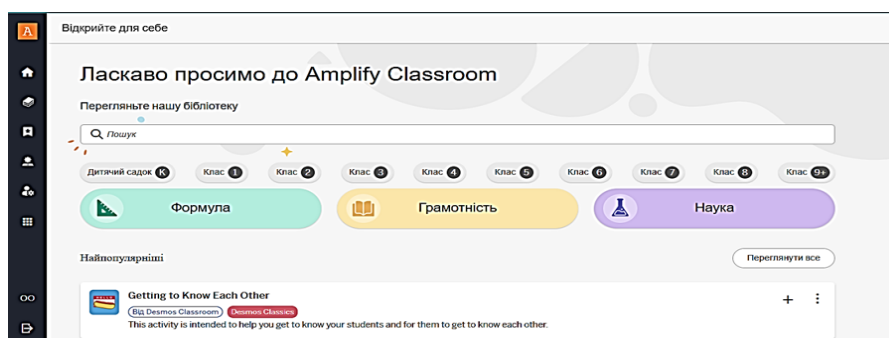


Fig. 2. Amplify Classroom Library Starting Page

It should be noted that registration on both the Desmos platform and the Amplify Classroom didactic tool system is free and possible via Google, Apple, or via email with a choice of language, in particular Ukrainian.

In the didactic tool library itself, a personal page for the teacher is created, to which he can upload activities that interest him for further use during training (Fig. 3).

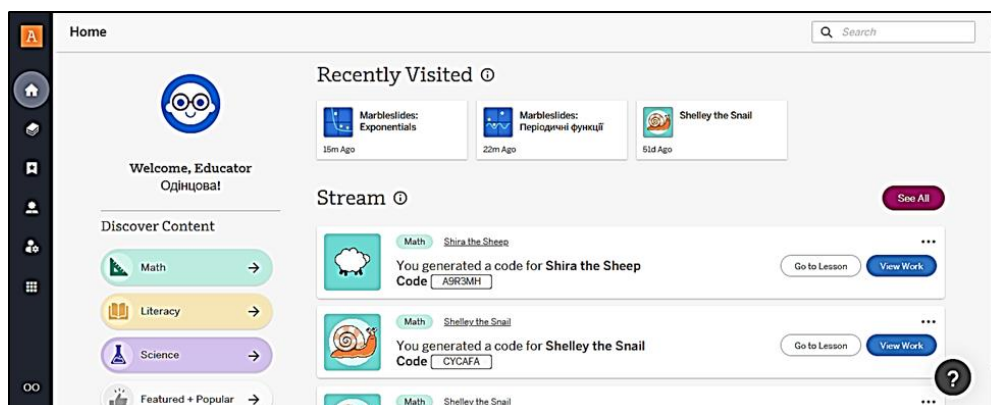


Fig. 3. Amplify Classroom Teacher's Personal Page

A typical example of the activities offered on the Amplify Classroom platform is the Marbleslides game, which deals with the transformation of graphs of exponential functions. As is known, the exponential function is widely used in the natural and behavioral sciences (in physics - when describing radioactive phenomena, finding the charge of a capacitor, sound attenuation after an explosion, in biology - when calculating population growth, the spread of viruses, in chemistry - reaction kinetics, in economics - compound interest, inflation and depreciation, exponential market growth, etc.). And knowledge of the rules for transforming graphs of functions is also important in the context of the National Multi-Subject Test, since tasks on their use are present every year during the main and additional sessions.

The start page of the activity called Marbleslides: Exponentials (https://classroom.amplify.com/activity/566b317b4e38e1e21a10aafb?collections=651ca31cf69ee59aa9e3818a,632c77b104648305feffcfd&utm_campaign=share&utm_content=activity&lang=en) looks like the one shown in Fig. 4. At the beginning, it contains general information, such as: a description of the activity (annotation); the time for which the activity is designed; for which classes it is designed; a list of devices that are advisable to use during the activity, in particular, it is indicated that screen readers can be used for visually impaired students; a list of languages into which the activity is translated.

On the same starting page, there are various options for sharing the activity: via a link, via posting to Facebook or Twitter, via a one-time code, or providing direct access to the created classes on Amplify Classroom. It should be noted that there is a platform that allows you to export classes created in GoogleClassroom. The next part of the activity page is occupied by slides of gamified tasks (Fig. 5), which can be viewed for preliminary familiarization and correlation of actions with Teacher Moves.

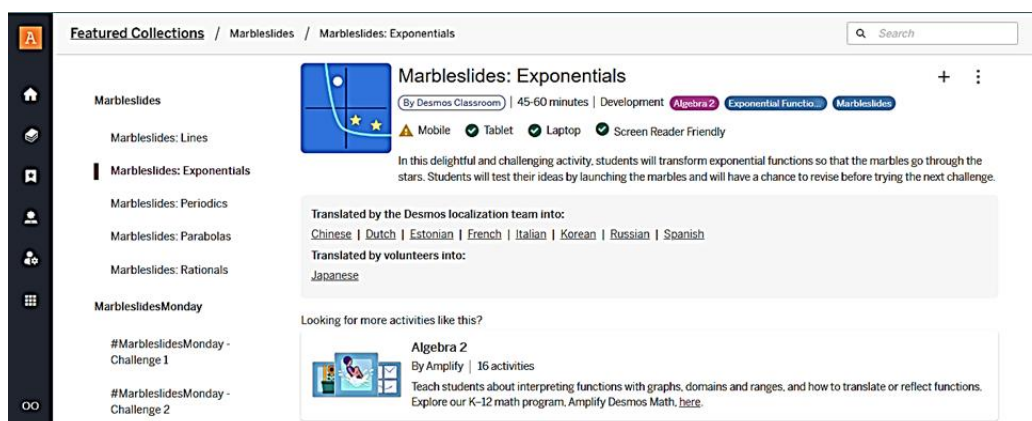


Fig. 4. Marbleslides: Exponentials Starting Page

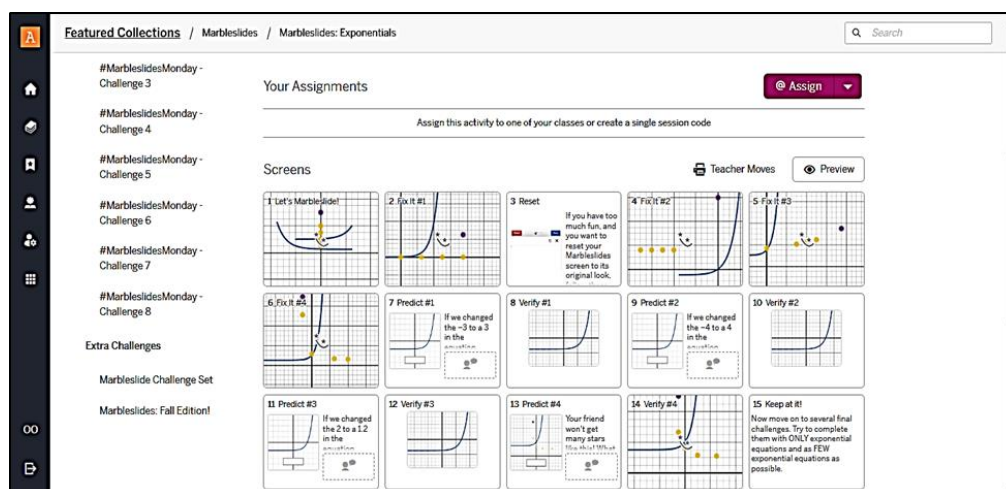


Fig. 5. Marbleslides: Exponentials Slides Page

The latter was designed to help the teacher prepare and conduct a lesson using the activity in question. Thus, at the beginning of Teacher Moves, in addition to repeating general information and a brief overview of the slides, it is suggested to determine the purpose of the lesson, its pace, and which

screens will be used: one general one, or personal for each student, etc. In particular, the Teacher Moves preamble to the activity under consideration states:

“Consider these questions as you plan:

- Which screen(s) should everyone work on at the same time? Why?
- Which screen(s) do you want to keep students from seeing until you're ready for the class to see them together? (Perhaps because they reveal answers or require a whole class conversation for introduction)”.
- Are there any points in the lesson where you will want to make sure students aren't playing with the screens while you discuss something as a class? The proposed set of questions is related to the fact that when completing tasks, it is possible to synchronize students' actions using the teacher's panel (Fig. 6), even in a situation where they are sitting at separate gadgets. The teacher's panel can also be used to track the progress of an individual student.

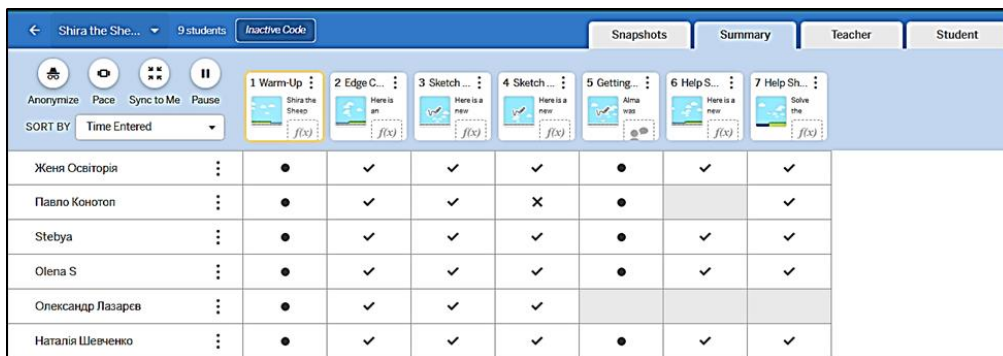


Fig. 6. Amplify Classroom Teacher Activity Panel

Next, Teacher Moves provides tips for each slide. Let's look at this with specific examples. Fig. 7 shows a screenshot of the first slide of the activity. While performing the activity, by clicking the Launch button, you can watch a purple ball fall, collecting yellow stars.

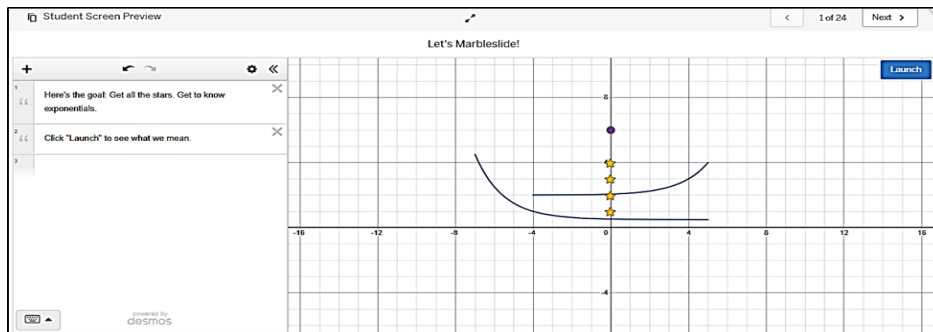


Fig. 7. Marbleslides: Exponentials Activity Slide 1

The corresponding part of Teacher Moves suggests briefly writing the teacher's actions during communication with students (Fig. 8), in particular, if this is the first time playing Marbleslides, it is worth focusing on describing the rules and goal of this game (arranging the function graphs so that the balls, rolling over them, collect all the stars).

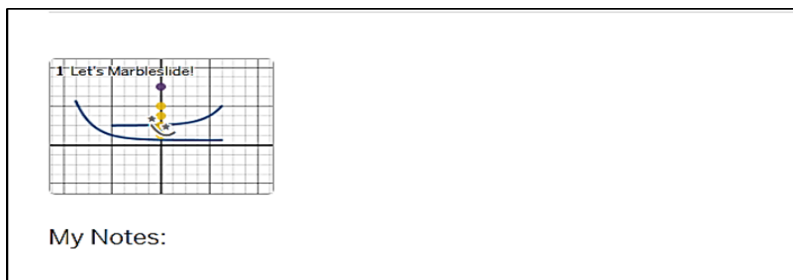


Fig. 8. Part of Teacher Moves Corresponding Slide 1 of Activity Marbleslides: Exponentials.

Starting from the second slide of the activity and in the prompts to it, the teacher is invited, in particular, to: experiment with students by changing the numbers in the expression for the function and observing the change in the position of the graph; monitor the progress of students using the teacher panel; write down a brief plan of their own actions in doing so (Fig. 9).

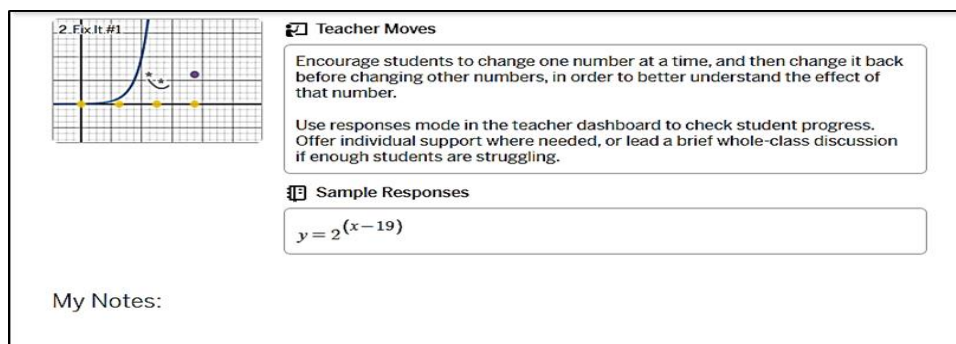


Fig. 9. Part of Teacher Moves Corresponding Slide 2 of Activity Marbleslides: Exponentials.

Some of the following slides concern other transformations of function graphs (transposition along the axes - separately for each and together, symmetry with respect to the axes, replacement of the base of the power, etc.). There are slides where the theoretical task is first proposed - putting forward a hypothesis, and then testing the guesses through an experiment. In Teacher Moves, these slides are suggested to: consider the possibility of various answers; emphasize to students that the lack of consensus is normal and even desirable; ask students to justify or question the hypotheses of their classmates and, since the lesson is integrated, do it in English.

Besides, part of the slides of the activity Marbleslides: Exponentials is devoted to creating several custom functions with such restrictions as to collect all the stars that are previously placed on the coordinate plane. At the same time, the developers suggest that the teacher use the response mode on the toolbar to check the progress of students, if necessary, provide them with individual support or hold a short discussion with the whole class if a sufficient number of students have difficulties.

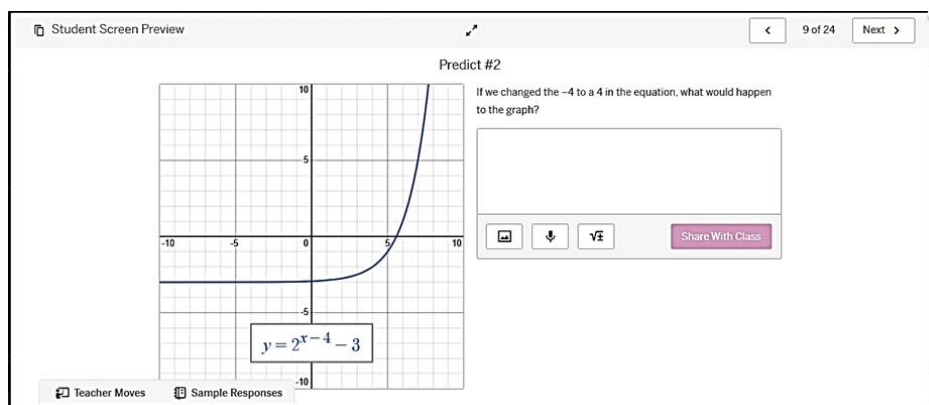


Fig. 10. Slide 9 of Activity Marbleslides: Exponentials.

The available number of slides in the activity Marbleslides: Exponentials is 24, and their level of complexity allows you to differentiate the approach to selecting tasks for an integrated lesson for classes with different levels of learning mathematics: for the standard level of learning, you can limit yourself to slides from the Fix It (6 pcs.) and Predict & Verify (8 pcs.) groups, but for the profile level, use all 24 slides.

Regarding the large amount of information and its diversity, an integrated English and mathematics lesson using the Marbleslides: Exponentials activity should be conducted in several stages:

- at the beginning, recall basic knowledge of mathematics (definition of an exponential function, its properties and rules for transforming function graphs);
- create a dictionary for the lesson, writing out terms in English that will be encountered during the activities;

- for students with a high level of language proficiency, duplicate basic mathematical definitions and rules in English, continuing to fill in the dictionary.
- spend the main part of the lesson alternating between translating the content of the slides and completing the tasks offered there. If the latter require explanations from students, then the answer can be formed, for example, in Ukrainian with the obligatory subsequent translation into English.

Conclusions. Thus, the considered possibilities of the activities of the Amplify Classroom collection, which are placed on the online platform Desmos, and their methodological support, allow us to conclude that this collection fully meets the requirements for the “4Cs” elements, with the help of which the CLIL method is implemented. The lack of a system of printed/electronic methodological materials in Ukraine for subject-language integrated learning makes Amplify Classroom indispensable in the implementation of the specified method. So, meeting the requirements of the New Ukrainian School and the educational programs of the Ministry of Education of Ukraine, the described technique could be productively implemented into the educational process. As many scholars state, it would considerably contribute to the study of mathematics and English as well as to the formation of the analytical thinking and development of communicative competences in learners and to the advancement of the Ukrainian education system.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Про застосування англійської мови в Україні: Закон України від 04.06.2024 № 3760-IX. (On the use of the English language in Ukraine: Law of Ukraine dated 04.06.2024 No. 3760-IX.) Retrived from: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/3760-ix>.
2. Середня освіта. Навчальні програми. (Secondary education. Curriculum) Retrived from: <https://osvita.ua/school/program/>.
3. Coyle, D. (1999). Supporting students in content and language integrated contexts: Planning for effective classrooms. [авт. книги] J. Masih. *Learning Through a Foreign Language – Models, Methods and Outcomes* (pp. 46-62). London : Centre for Information on Language Teaching and Research (CILT).
4. Marsh, D. (2001). *Profiling European CLIL Classrooms: Languages Open Doors*. Jyväskylä : University of Jyväskylä.
5. Coyle, D., Hood, P., Marsh, D. (2010) *CLIL Content and Language Integrated Learning*. Cambridge : Cambridge University Press.
6. Ball, P. (2009). Does CLIL work? [авт. книги] P.Alan D.Hill. *The Best of Both Worlds?: International Perspectives on CLIL* (pp. 32-43). Norwich : Norwich Institute for Language Education.
7. Feltsan, I. (2021) CLIL as a complex technology for achieving multi-target results in foreign language learning (pp. 54-62). Primedia eLaunch LLC eBooks.
8. Olson, N. (2020) The potential of CLIL for team teaching: A case study of a Japanese high school. *Conference: The JACET 60th International Convention*. August 2020. [Online]. Retrived from: https://www.researchgate.net/publication/369186227_The_Potential_of_CLIL_for-Team_Teaching_A_Case_Study_of_a_Japanese_High_School.
9. Першукова, О.О. (2018). Теоретичні основи розробки навчальних матеріалів для роботи за технологією CLIL. *Педагогіка формування творчої особистості у вищій і загальноосвітній школах*, 58-59, 162-172. (Persukova, O.O. (2018). Theoretical foundations of the development of educational materials for work using CLIL technology. *Pedagogy of the formation of a creative personality in higher and general education schools*, 58-59, 162-172.)
10. Мільютіна, О., Федченко, К. (2023). Інтегроване навчання як сучасний підхід до викладання іноземної мови в педагогічних закладах вищої освіти. *Наук. записки БДПУ. Серія пед. науки*. том 3, 498-509. (Milyutina, O., Fedchenko, K. (2023). Integrated learning as a modern approach to teaching a foreign language in pedagogical institutions of higher education. *Scientific notes of the Belarusian State University of Education. Series of pedagogical sciences*. volume 3, 498-509.)

11. Стыркіна, Ю.С. (2020). Переваги та проблеми предметно-мовного навчання змісту та мови. *SWorldJournal*. 04-04, 39-46. (Styrkina, Yu.S. (2020). Advantages and problems of subject-language teaching of content and language. *SWorldJournal*. 04-04, 39-46.)
12. Tarasenkova, N., Akulenko, I., Kulish, I., Nekoz, I. (2022). The Issues and Challenges of CLIL Implementation in Higher Education: Teachers' Beliefs in the Ukrainian Context. *Journal for Educators, Teachers and Trainers*, 1(13), 249-261.
13. Савченко, Н., Федорченко, Ю., Туренко, Р. (2023). Методика CLIL під час викладання англійської мови студентам юридичних спеціальностей. *Сучасні дослідження з іноземної філології*, 2 (24), 376-384. (Savchenko, N., Fedorchenko, Y., Turenko, R. (2023). CLIL Methodology in Teaching English to Law Students. *Modern Studies in Foreign Philology*, 2 (24), 376-384.)
14. CLIL essentials. *British Council. Ukraine*. Retrived from: <https://www.britishcouncil.org.ua/en/teach/teacher-development/courses-qualifications/clil-essentials>.
15. Goethe-Institut. Startseite. Retrived from: <https://www.goethe.de/de/index.html>.
16. Khaliavka-Vasylieva, L., Zhdanova-Nedilko, O. (2022). Використання CLIL для вивчення іноземної мови у педагогічному закладі освіти. *Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Technicznej w Katowicach*, №15, С. 103-112. (Khaliavka-Vasylieva, L., Zhdanova-Nedilko, O. (2022). Using CLIL for learning a foreign language in a pedagogical educational institution. *Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Technicznej w Katowicach*, No. 15, pp. 103-112.)
17. На Урок. *Інтегровані уроки англійської мови*. (Na Urok. Integrated English lessons). Retrived from: <https://naurok.com.ua/biblioteka/angliyska-mova/typ-14>.
18. Всеосвіта. *Бібліотека методичних матеріалів*. (Vseosvita. Library of methodological materials). Retrived from: <https://vseosvita.ua/library>.
19. Кірик, М., Данилова, Л. (2019). *Нова українська школа: організація діяльності учнів початкових класів закладів загальної середньої освіти: навч.-метод. посібн.* Львів : Світ. (Kirik, M., Danilova, L. (2019). *New Ukrainian school: organization of activities of primary school students of general secondary education institutions: teaching and methodical manual*. Lviv: Svit.)

Одінцова О.О., Бондаренко В.О. Використання онлайн-платформ у реалізації предметно-мовного інтегрованого навчання англійської мови та математики.

Для сучасної української системи освіти важливим є питання інтеграції навчання англійської мови та інших навчальних предметів, що знайшло своє відображення в типових освітніх програмах для середньої школи та програмах шкільних навчальних дисциплін.

Серед сучасних підходів вивчення іноземних мов у площині інтеграції змістів дисциплін найбільш доцільним для середньої школи, на наш погляд, є предметно-мовне інтегроване навчання (CLIL-метод), при якому англійська мова виступає засобом вивчення предметного, зокрема математичного, контенту та дає можливість формувати інішомовні лінгвістичні та комунікативні компетентності.

Не зважаючи на те, що переважна більшість дослідників вважають даний метод інтегрованого навчання застосовуваним лише для вищої школи (рівень ЗВО), але на нашу думку він може бути застосований, починаючи з основної школи із використанням моделі часткової інтеграції, оскільки у цей період навчання учні мають доволі різні рівні знань з іноземної мови і більшість навчальних предметів вивчають за програмами, затвердженими МОН України, а саме ця модель не порушує цілісність цих програм та не вимагає суттєвих змін в їхніх вимогах.

Для успішного проведення інтегрованих уроків за CLIL-методом на думку Д. Коїла, Д. Марша та інших ідеологів цього методу потрібно в його структуру вводити такі 4 елементи (система «4Cs»): Content (зміст), Communication (спілкування), Cognition (пізнавальні здібності/пізнання) та Culture (культура). Врахування елементів системи «4Cs» підкреслює необхідність для вчителів зосереджуватися не лише на змісті предметів та мові, але й на динамічних аспектах інтегрованого навчання, без яких не можна ефективно формувати ні мовні, ні предметні компетентності.

Аналіз доступних джерел, засвідчує, що на сьогодні в українській системі освіти відсутні глобальні методичні розробки прикладів інтегрованих уроків англійської мови та інших навчальних предметів з використанням предметно-мовного інтегрованого навчання, тому для успішної реалізації CLIL методу при навчанні математики в школі потрібно детальне вивчення наявних англомовних електронних ресурсів, зокрема онлайн-платформи Desmos. Остання – це цікава та потужна система з різноманітних математичних інструментів та великої колекції дидактичних математичних матеріалів для всіх рівнів шкільної математичної освіти, що носить назву Amplify Classroom. Слід зазначити, що деякі з активностей перекладені на різні мови, але повнотекстова колекція доступна лише англійською, що робить цю колекцію цікавою для реалізації CLIL -методу при навчанні математики.

У статті розглянуто детально активність під назвою Marbleslides: Exponentials, зазначено її особливості та можливості використання гейміфікованих завдань, помічника для вчителя щодо зазначеної активності, зокрема в контексті теми перетворення графіків функцій. Наявна кількість слайдів в активності Marbleslides: Exponentials – 24, та рівень їх складності дозволяє диференціювати підхід до підбору завдань інтегрованого уроку для класів з різним рівнями вивчення математики: для рівня вивчення стандарт – можна обмежитися слайдами груп Fix It (6 шт.) та Predict & Verify (8 шт.), а от для профільного рівня – використовувати всі 24 слайди. При цьому вчителю розробники пропонують використовувати режим відповідей на панелі інструментів, щоб перевірити прогрес учнів, за необхідності надати їм індивідуальну підтримку або провести коротке обговорення з усім класом, якщо достатня кількість учнів має труднощі.

І оскільки розглянута активність з колекція Amplify Classroom є типовою і повною мірою відповідає вимогам, що висуваються до елементів «4Cs», за допомогою яких реалізується CLIL-метод, то все це робить Amplify Classroom незамінною у реалізації зазначеного методу в умовах відсутності відповідної системи друкованих / електронних методичних матеріалів в Україні.

Ключові слова: предметно-мовне інтегроване навчання, методика навчання математики, старша школа, електронні дидактичні матеріали, онлайн платформа Desmos.

Подано до друку 21.10.2025

Прийнято до друку 03.11.2025

УДК 372.862:004.9:37.091.3

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/144-150

В. В. Плющик

ORCID ID 0009-0000-7502-3790

Сумський державний педагогічний
університет імені А. С. Макаренка, Україна

ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ СУЧАСНОГО ЗАКЛАДУ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ В ЦИФРОВОМУ СЕРЕДОВИЩІ ДЛЯ РОЗВИТКУ АЛГОРИТМІЧНОГО МИСЛЕННЯ

У статті висвітлено педагогічні засади формування алгоритмічного мислення учнів закладу загальної середньої освіти в умовах сучасного цифрового освітнього середовища. Автором підкреслено, що розвиток умінь логічно мислити, послідовно аналізувати інформацію, планувати власні дії та здійснювати їх рефлексію є не лише результатом вікового розвитку дитини, а наслідком системної педагогічної діяльності. Така діяльність передбачає поєднання мотиваційних, пізнавальних, соціально-комунікативних та технологічних чинників, що створюють сприятливе середовище для становлення алгоритмічної культури молодших школярів.

Особливий акцент зроблено на практичному значенні використання ігрових, дослідницьких і проблемно-орієнтованих методиках, які підвищують інтерес дітей до навчання, сприяють самостійності мислення та розвитку логічних зв'язків між теорією й практикою.

Окрему увагу приділено ролі цифрових освітніх ресурсів, інтерактивних середовищ і програмних засобів, які забезпечують можливість для візуалізації процесів, закріплення теоретичних знань і набуття практичних навичок роботи з алгоритмами.

Ключові слова: *алгоритмічне мислення; цифрове освітнє середовище; заклад загальної середньої освіти, алгоритмічна культура, міжпредметна інтеграція, алгоритмізація, психолого-педагогічні умови розвитку алгоритмічного мислення*

Постановка проблеми. У сучасних умовах цифрової трансформації освіти особливої значущості набуває питання розвитку алгоритмічного мислення учнів загальної середньої освіти. Цей вид мислення виступає однією з провідних когнітивних компетентностей, адже саме він забезпечує здатність дитини логічно мислити, аналізувати, структурувати інформацію, планувати хід дій та приймати обґрунтовані рішення. Формування таких умінь ще з початкової школи створює підґрунтя для подальшого успішного вивчення наступних предметів: інформатики, математики, природничих наук і цифрових технологій.

Науковці розглядають алгоритмічне мислення не лише як компонент навчання програмуванню, а як універсальну інтелектуальну навичку, що інтегрується у всі освітні галузі. Проте воно не виникає спонтанно – для його розвитку необхідна спеціально організована педагогічна діяльність, спрямована на створення умов, у яких учні можуть експериментувати, висувати гіпотези, робити помилки, аналізувати їх і знаходити власні способи розв’язання поставлених завдань. У цьому процесі важливу роль відіграють мотивація, соціальна взаємодія, підтримка з боку вчителя та використання цифрових інструментів, що роблять навчання практичним і цікавим.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У контексті цифрової трансформації освіти розвиток алгоритмічного мислення молодших школярів набуває особливої значущості. Аналіз наукових джерел показує, що проблему розглядають у зв’язку з формуванням логіко-структурних навичок, обчислювального підходу та цифрової компетентності в цілому. Зокрема, Вдовенко В. В. наголошує на доцільності поетапного навчання і застосуванні візуальних моделей як способу поступового формування алгоритмічного мислення у дітей ще з початкової школи [2].

Психолого-педагогічні основи обчислювального мислення й умови його розвитку висвітлює Husanova S. H., підкреслюючи роль мотивації, рефлексії та індивідуалізації навчального процесу в цифровому середовищі [3]. Практичні підходи до інтеграції алгоритмічного підходу в шкільні предмети запропоновано Лісневською О. С., яка демонструє ефективність поєднання математичних і технологічних завдань для розвитку просторової уяви, логіки та творчого бачення [4]. Дослідження Малахова А. і Остапенко Л. висвітлюють можливості інтерактивних платформ і візуальних середовищ програмування для створення навчального простору, де учні експериментують, тестують гіпотези та оптимізують алгоритми власних рішень [5]. Методика Сагана О. В. підкреслює практичну значущість блок-схем, логічних вправ і поетапного аналізу дій при викладанні алгоритмів у початкових класах, що підсилює наочність і засвоєння навичок алгоритмізації [51].

Крім того, державні освітні документи визначають алгоритмічне мислення як одну з наскрізних компетентностей, що повинна інтегруватися у всі освітні галузі, що свідчить про його міждисциплінарний характер і стратегічне значення для школи [7].

Мета статті: теоретичне обґрунтування та практичне визначення умов організації навчальної діяльності здобувачів освіти, які сприяють розвитку алгоритмічного мислення в цифровому навчальному середовищі.

Виклад основного матеріалу дослідження. Початкова школа – це етап, коли формуються базові механізми мислення, здатність до логічного аналізу та поетапного планування. У цей період активно розвиваються навички рефлексії, внутрішнього моделювання дій і впорядкування власних кроків, що є основою для становлення алгоритмічного типу мислення. Такі здібності не виникають стихійно – їх розвиток потребує цілеспрямованої педагогічної роботи, регулярної практики та ретельно побудованої навчальної системи в кожному класі. Лише продумане поєднання вправ, завдань і ігрових методів сприяє стабільному формуванню алгоритмічних навичок [2].

Подальший хід дослідження передбачає аналіз умов, які впливають на ефективність організації навчального процесу. До таких умов належать змістове наповнення, методичні прийоми, форми контролю та способи стимулювання пізнавальної активності. Їх взаємодія найкраще проявляється у структурованому вигляді, тому нами було створено узагальнюючу таблицю, що відображає ключові чинники розвитку алгоритмічного мислення в учнів.

З аналізу видно, що для формування алгоритмічного мислення необхідно забезпечити умови, які поєднують когнітивну активізацію, цифрові ресурси та педагогічну підтримку. Особливо важливо створити навчальне середовище, де здобувачі освіти мають змогу експериментувати, робити помилки та шукати власні рішення.

Таблиця 1

Умови організації навчальної діяльності здобувачів освіти для розвитку алгоритмічного мислення

Психолого-педагогічні умови	мотивація
	соціальна взаємодія
	створення проблемних ситуацій
	вікова готовність до алгоритмізації
Методичні умови	інтеграція алгоритмічного мислення в інформатику
	інтеграція алгоритмічного мислення в математику
	інтеграція алгоритмічного мислення в технології
Технічні умови	наявність комп'ютерів
	наявність планшетів
	доступ до інтернету
	інтерактивні платформи
Організаційні умови	формат занять
	тривалість та частота занять
	підтримка з боку педагогів і батьків

Окремо варто розглянути мотивацію як психолого-педагогічний чинник, що відіграє ключову роль у формуванні сталого інтересу до навчання та розвитку алгоритмічного мислення. Саме мотивація визначає готовність учнів до активної діяльності, прийняття інтелектуальних викликів і послідовного досягнення поставлених цілей. Використання життєвих прикладів, ігрових компонентів та колективне обговорення результатів сприяє активному залученню здобувачів освіти до навчального процесу і допомагає закріпити нові знання. Такий формат створює атмосферу успіху, де діти відчувають свою важливість і прагнуть вдосконалювати навички логічного мислення та планування.

Практичні завдання, що мають зв'язок із повсякденними потребами, підтримують стабільний інтерес і посилюють внутрішню мотивацію. Коли учні бачать реальну користь алгоритмічних дій, вони охоче виконують завдання, аналізують процес і шукають оптимальні рішення. Це сприяє не лише формуванню алгоритмічного мислення, а й розвитку самостійності, наполегливості та готовності до навчання.

Врахування індивідуальних особливостей і віку є важливими чинниками у розвитку алгоритмічного мислення. На цьому етапі слід звертати увагу на рівень розвитку пам'яті, концентрації, логічних операцій і здатності до самоконтролю, адже саме ці характеристики визначають готовність дитини до побудови внутрішнього плану дій. Ефективне навчання потребує адаптації змісту, темпу та методів, що дозволяє зберігати інтерес і поступово формувати навички послідовного мислення [3].

Методики, що базуються на грі та проблемному навчанні, створюють природне середовище для розвитку алгоритмічного мислення. Вирішення нестандартних завдань, участь у навчальних іграх або моделювання ситуацій спонукають здобувачів освіти до аналізу умов, виокремлення ключових етапів і побудови логічної послідовності дій. Такий підхід активізує мотивацію, формує навички планування та сприяє глибокому засвоєнню знань через практику і самостійне прийняття рішень.

Для досягнення стабільного результату важливо системно поєднувати розвиток алгоритмічного мислення з усіма складовими навчального процесу. Саме так учні навчаються структурувати завдання, прогнозувати результати та застосовувати отримані знання в реальних і навчальних ситуаціях, що робить освітній процес більш прикладним і сучасним. Саме у дослідженні О. С. Лісневської [4] розглядаються форми роботи на уроках математики та технологій, які сприяють розвитку просторового мислення та творчих здібностей молодших школярів. Запропоновані вправи активізують математичні навички, підвищують зацікавленість у навчанні, формують уміння порівнювати, аналізувати, співставляти та виділяти головне. Серед таких вправ: «Уяви, що вийде», «Танграм» та інші.

Алгоритмічне мислення є базовою складовою успішного засвоєння знань у різних сферах – від точних наук до щоденних ситуацій. Його формування тривалий час залишається предметом уваги педагогів і науковців, особливо в контексті розвитку шкільного курсу інформатики. Цей тип мислення передбачає здатність розділяти складні завдання на логічно впорядковані етапи, що ведуть до конкретного результату. Він охоплює уміння описувати дії через чіткі, зрозумілі інструкції.

Одним із дієвих способів розвитку алгоритмічного мислення є навчання основам програмування. У процесі занять учні навчаються точно формулювати думки, розбивати завдання на частини, передбачати помилки та перевіряти варіанти їх вирішення. Ефективним є створення вчителем ситуацій, які потребують самостійного пошуку рішень учнями і стимулюють вироблення нових підходів. Для підтримки інтересу та закріплення навичок доцільно застосовувати дидактичні ігри та логічні завдання, які подають принципи алгоритмізації у доступній і захопливій формі. Важливу роль відіграє наочність: схеми, графіки, діаграми та інші візуальні засоби допомагають учням краще зрозуміти структуру алгоритмів і простежити їхню логіку [5].

Розвиток алгоритмічного мислення в сучасній школі неможливий без відповідного технічного оснащення. Саме матеріальна база створює умови, де учні можуть не лише засвоювати теорію, а й застосовувати знання на практиці – моделювати ситуації, проводити досліди та аналізувати результати власної діяльності.

Комплексне використання вищезазначених технічних засобів забезпечує створення навчального середовища, у якому здобувачі освіти мають змогу не лише засвоювати теоретичні знання, а й застосовувати їх на практиці – моделювати ситуації, експериментувати, аналізувати результати та шукати власні рішення. Такий підхід сприяє формуванню алгоритмічного мислення через активну діяльність, творчий пошук і рефлексію [2]. Результатом сформованого алгоритмічного мислення в учнів є здатність створювати та подавати алгоритми у різних форматах: графічному – через схеми та блок-схеми, мовному – за допомогою програмного коду, або вербальному – у вигляді опису дій словами [6].

Алгоритм як форма мислення охоплює всі напрями загальної середньої освіти, незалежно від галузі чи навчального курсу. У кожній освітній сфері – мовно-літературній [1], математичній, природничій [2], технологічній, соціальній, громадянській, мистецькій та фізкультурній – присутні завдання, які передбачають послідовність дій, планування, моделювання та перевірку результатів. Державний стандарт початкової освіти чітко окреслює очікувані результати навчання, наголошуючи на важливості розвитку алгоритмічного мислення в усіх навчальних дисциплінах, а не лише в інформатиці [2; 7].

Таким чином, алгоритмізація в системі загальної середньої освіти є наскрізною вимогою сучасного навчання. Вона забезпечує не лише засвоєння предметного змісту, а й розвиток універсальних навичок планування, аналізу та передбачення, що є основою інтелектуального зростання учнів [2; 7].

На уроках інформатики у середній школі учні поступово переходять від виконання готових інструкцій до самостійного створення алгоритмів. Для цього варто добирати завдання, пов'язані з реальними ситуаціями, які знайомі дітям. Такий підхід сприяє швидкому розвитку всіх компонентів алгоритмічного мислення та допомагає природно засвоювати навіть складні поняття. Важливо, щоб вправи відповідали рівню знань і досвіду учнів, адже надмірна складність або абстрактність прикладів може знизити інтерес і впевненість у власних силах.

Найбільш результативними вважаються завдання, які допускають кілька варіантів розв'язання, адже це стимулює учнів до самостійного пошуку рішень і глибшого розуміння принципів побудови алгоритмів. На початковому етапі важливо не стільки запам'ятовувати готові схеми, скільки навчитися бачити логіку, виявляти закономірності та усвідомлювати, що алгоритм – це чітка послідовність дій, яка враховує різні варіанти розвитку ситуації, а не лише стандартні приклади.

Незважаючи на це, багато учнів сприймають тему алгоритмів як складну та нецікаву, зосереджуючись на механічному засвоєнні окремих послідовностей, які вважаються необхідними для виконання навчальних завдань. Щоб змінити таке ставлення, варто пропонувати завдання, які мають практичну значущість, різноманітні за формою та змістом, цікаві за способом подачі, з чітким зв'язком із реальними життєвими ситуаціями та можливістю творчого підходу до розв'язання.

Засвоєння алгоритмічних принципів може бути значно ефективнішим, якщо навчання набуває ігрової форми. Такий підхід передбачає активне залучення учнів до практичної діяльності, де вони не просто виконують інструкції, а самостійно створюють, аналізують і вдосконалюють власні алгоритми. Завдання педагога – чітко сформулювати проблему, поставити логічні запитання, спонукати до пошуку дієвих рішень, які справді відповідають поставленій задачі. Учитель також мотивує учнів до аналізу та оптимізації власних алгоритмів, спонукаючи зробити їх більш ефективними та гнучкими [10].

Алгоритмічне мислення належить до ключових компетентностей, які формуються під час вивчення інформатики. Воно охоплює широкий спектр інтелектуальних навичок і розвивається на різних рівнях, створюючи основу для подальшого опанування програмування. Проте саме розуміння суті алгоритмів часто викликає труднощі на початковому етапі навчання кодування. Тому важливо показати учням, що алгоритми – це не набір інструкцій, а дієвий інструмент для творчого пошуку, який відкриває простір для експериментів і дає змогу досягати реального прогресу.

Під час занять з елементами гри учні не лише створюють алгоритми, а й перевіряють їх у дії, аналізуючи сильні та слабкі сторони власних рішень. Це активізує інтерес до подальших досліджень, стимулює пошук нових підходів і мотивує до глибшого опанування інформатики. Водночас опрацювання лише готових алгоритмів, поданих у навчальних посібниках, не забезпечує належних умов для формування глибоких алгоритмічних навичок. Часто вчитель не пропонує завдань, які б сприяли розвитку цього типу мислення. Натомість сучасні методи викладання інформатики мають не обмежуватися навчанням виконання інструкцій, а формувати здатність до логічного міркування, використання термінології, побудови та перевірки висловлювань, формування висновків.

Дієві методики розвитку алгоритмічного мислення в учнів 5–9 класів передбачають навчання розкладанню складних завдань на послідовні, взаємопов'язані кроки, уміння прогнозувати варіанти рішень і враховувати умови, за яких виконується певна послідовність дій. Такий підхід спонукає школярів самостійно формулювати припущення, доводити власні твердження, робити логічні висновки та здобувати нові знання. Тісний зв'язок алгоритмічного мислення з іншими видами розумової діяльності підкреслює важливість інформаційних, рефлексивних і дослідницьких навичок для розвитку загальних закономірностей мислення та інтелектуальної сфери особистості. У цьому контексті роль інформатики є особливо значущою, адже саме цей предмет поєднує високий рівень абстрактного мислення з практичною спрямованістю, дозволяючи природно переходити від теоретичних понять до прикладних ситуацій, що робить навчання глибоким і водночас практичним.

Формування алгоритмічного мислення в учнів старших класів детально розглянуто у дослідженні Дорошенко Ю. О. та Осіпи Л. В. [8]. У межах дидактичного моделювання процесу формування алгоритмічної культури під час розв'язання обчислювальних задач із застосуванням інструментальних програмних засобів автори проаналізували характеристики навчального процесу, визначили його структуру, встановили причинно-наслідкові зв'язки, описали умови функціонування дидактичної системи та вплив зовнішніх чинників.

Дидактична модель трактується як структуроване відображення всіх елементів навчального процесу, що забезпечують його ефективність, включаючи їхнє групування,

взаємозв'язки та порядок застосування. Цілеспрямоване формування алгоритмічної культури потребує відповідного організаційного й методичного супроводу, тому визначено низку дидактичних умов, які сприяють підвищенню результативності навчання [9]: створення позитивної мотивації учнів старших класів до діяльності, що орієнтована на розвиток алгоритмічних навичок; забезпечення міжпредметної інтеграції інформатики з природничо-математичними дисциплінами; практична спрямованість навчального змісту та збільшення обсягу самостійної роботи; організація зворотного зв'язку та розвиток здатності до рефлексії.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. У ході дослідження підтверджено, що розвиток алгоритмічного мислення учнів закладів загальної середньої освіти є системним процесом, який потребує узгодженості психолого-педагогічних, методичних, технічних та організаційних умов. Встановлено, що ефективне формування алгоритмічної культури можливе лише за умови інтеграції інформатики з іншими освітніми галузями, використання цифрових ресурсів, ігрових та проблемно-орієнтованих методик, а також підтримки з боку педагогів і батьків.

Перспективними напрямками подальших наукових розвідок визначено: розробку дидактичних моделей для різних вікових груп з урахуванням рівня сформованості алгоритмічного мислення; дослідження впливу міжпредметної інтеграції на розвиток когнітивних і творчих здібностей учнів; створення інструментів для автоматизованого моніторингу прогресу у формуванні алгоритмічного стилю мислення; аналіз алгоритмізації як складника цифрової грамотності в контексті компетентнісного підходу до освіти; розробку практичних завдань із реальним життєвим контекстом, що сприятимуть підвищенню мотивації та самостійності учнів.

Таким чином, подальші дослідження мають бути спрямовані на поглиблення теоретичних засад алгоритмічного мислення, удосконалення методичних інструментів його формування та розширення практичних можливостей цифрового освітнього середовища. Це дозволить забезпечити комплексний розвиток ключових компетентностей учнів, підвищити якість навчального процесу та адаптувати його до викликів сучасної цифрової епохи.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Звіт про семінар на тему «Обсяг та природа обчислювального мислення» (2010). Режим доступу: <https://nap.nationalacademies.org/read/12840/chapter/1>. (Report on the seminar “The Scope and Nature of Computational Thinking” (2010). Retrieved from: <https://nap.nationalacademies.org/read/12840/chapter/1>)
2. Вдовенко, В. В. (2017). Формування алгоритмічного мислення молодших школярів на уроках інформатики. Наукові записки, 11, 23–27. (Vdovenko, V. V. (2017). Formation of algorithmic thinking of primary school students in computer science lessons. Scientific Notes, 11, 23–27).
3. Husanova, S. H. (2024). Psychological and pedagogical foundations for the formation of computative thinking. Pedagogical Cluster – Journal of Pedagogical Developments (PCJPD), 2(10), 37–42.
4. Лісневська, О. С. (2019). Інтеграція уроків математики та трудового навчання як засіб розвитку творчого мислення та просторової уяви молодших школярів. Режим доступу: <https://studentam.net.ua/content/view/7544/97/>. (Lisnevskaya, O. S. (2019). Integration of mathematics and handicraft lessons as a means of developing creative thinking and spatial imagination of primary school students. Retrieved from: <https://studentam.net.ua/content/view/7544/97/>).
5. Малахов, А., Остапенко, Л. (2024). Алгоритмічне мислення та шляхи його формування в учнів. Інноваційні педагогічні технології в цифровій школі: збірник тез доповідей учасників VI Міжнародної науково-практичної конференції молодих учених (м. Харків, 15–16 травня 2024 р.). Харків: ХНПУ ім. Г. С. Сковороди, 121–122. (Malakhov, A., Ostapenko, L. (2024). Algorithmic thinking and ways of its formation in students. Innovative pedagogical technologies in the digital school: Proceedings of the VI International Scientific and Practical Conference of Young Scientists (Kharkiv, May 15–16, 2024). Kharkiv: H. S. Skovoroda KhNPU, 121–122).

6. Саган, О. В. (2017). Методика вивчення алгоритмів у початкових класах. Початкова школа, 6, 26–33. (Sahan, O. V. (2017). Methodology of studying algorithms in primary school. Primary School, 6, 26–33).
7. Типові освітні програми для закладів загальної середньої освіти: 1–2 та 3–4 класи (2019). Київ: Видавництво «Світоч», 336 с. (Typical educational programs for general secondary education institutions: grades 1–2 and 3–4 (2019). Kyiv: Svitoch Publishing House, 336 p.).
8. Дорошенко, Ю. О., Осіпа, Л. В. (2013). Дидактичне моделювання формування алгоритмічної культури старшокласників. Інститут педагогіки НАПН України. Режим доступу: https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/9252/1/%D0%94%D0%BE%D1%80%D0%BE%D1%88%D0%B5%D0%BD%D0%BA%D0%BE_%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%82%D1%8F.pdf. (Doroshenko, Yu. O., Osipa, L. V. (2013). Didactic modeling of the formation of algorithmic culture of senior students. Institute of Pedagogy of the National Academy of Educational Sciences of Ukraine. Retrieved from: https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/9252/1/%D0%94%D0%BE%D1%80%D0%BE%D1%88%D0%B5%D0%BD%D0%BA%D0%BE_%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%82%D1%8F.pdf).
9. Осіпа, Л. В. (2014). Формування алгоритмічної культури старшокласників у процесі розв'язування обчислювальних задач з використанням інструментальних програмних засобів. Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.09 – теорія навчання. Київ. Режим доступу: https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/9257/1/a%D0%B2%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B5%D1%84_Osipa.pdf. (Osipa, L. V. (2014). Formation of algorithmic culture of senior students in the process of solving computational problems using instrumental software tools. Abstract of the PhD dissertation in Pedagogy: 13.00.09 – Theory of Learning. Kyiv, 22 p. Retrieved from: https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/9257/1/a%D0%B2%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B5%D1%84_Osipa.pdf).
10. Петрик, Л. Ф. (2020). Розвиток алгоритмічного мислення на уроках інформатики. ВсімОсвіта. Режим доступу: <https://vsimosvita.com/rozvytok-algorytmichnogo-myslennya-na-urokah-informatyky/>. (Petryk, L. F. (2020). Development of algorithmic thinking in computer science lessons. VsimOsvita. Retrieved from: <https://vsimosvita.com/rozvytok-algorytmichnogo-myslennya-na-urokah-informatyky/>).

Pliushchik V. Organization of Educational Activities of Students of a Modern Institution of General Secondary Education in a Digital Environment for the Development of Algorithmic Thinking.

The article highlights the pedagogical principles of developing algorithmic thinking in students of general secondary education institutions in the context of the modern digital educational environment. The author emphasizes that the development of skills in logical thinking, consistent analysis of information, planning one's own actions, and reflecting on them is not only the result of a child's age-related development, but also the result of systematic pedagogical activity. Such activities involve a combination of motivational, cognitive, socio-communicative, and technological factors that create a favorable environment for the formation of an algorithmic culture among younger students. Particular emphasis is placed on the practical significance of using game-based, research-based, and problem-oriented methods that increase children's interest in learning, promote independent thinking, and develop logical connections between theory and practice. Particular attention is paid to the role of digital educational resources, interactive environments, and software tools that provide opportunities for visualizing processes, consolidating theoretical knowledge, and acquiring practical skills in working with algorithms.

Keywords: *algorithmic thinking; digital educational environment; general secondary education institution; algorithmic culture; interdisciplinary integration; algorithmization; psychological and pedagogical conditions for the development of algorithmic thinking.*

*Подано до друку 14.10.2025
Прийнято до друку 31.10.2025*

UDC [378.016]:004.8

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/151-160

Ivan Pukalsky

ORCID ID 0000-0001-5610-7286

Galina Unguryan

ORCID ID 0000-0002-8687-4504

Bohdan Yashan

ORCID ID 0000-0003-2521-2432

Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University

USING CHATGPT ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN PROGRAMMING TRAINING

This paper is devoted to the investigating of the possibility of using ChatGPT by students who are beginning to learn the high-level programming language Python and its impact on their learning outcomes.

The main part of this work is divided into five stages. At the first stage, we analysed the problems related to teaching programming to students and identified the main ones, such as frequent power outages and problems with the Internet connection, lack of necessary technical capabilities, and lack of personal communication between students and their classmates and teachers. Next, we analyzed the risks and disadvantages of using ChatGPT when learning programming and highlighted the main ones. This is the inconsistency of the code with the task, the non-optimality of the created code, and the quick detection of plagiarism when students in the class make the same requests. The next step was to analyze the possibilities of using ChatGPT to learn programming. Summing up all the features, it is clear that using ChatGPT as an interactive Python reference is a valuable tool for students to quickly get additional information, and it is also a very useful tool for correcting errors in the student's code. In the fourth stage, we conducted an experiment with 7th grade students on using chat to learn programming. The study found that students who used ChatGPT to learn the Python programming language had an increased level of motivation to learn and achieved much better academic achievement compared to students who did not use chat. At the last stage, we provided recommendations for formulating effective queries in ChatGPT when learning programming.

The results emphasize that the use of ChatGPT in learning programming stimulates students to learn new things and increases their motivation to acquire knowledge. It is also worth remembering the consequences of using artificial intelligence in the educational process and taking various measures to prevent this.

Keywords: artificial intelligence, ChatGPT, Python programming language.

Problem statement. In the modern world, technologies are developing very rapidly and intensively, and the training of specialists in various fields has its own characteristics, so programming is becoming one of the key professional skills in many areas. There is a wide range of methods and approaches to teaching programming, currently. According to UNESCO experts, in order for the qualifications of specialists to meet the requirements of the information society, it is necessary to actively introduce e-learning into the educational process. This contributes to the formation of a new approach to education that develops in students the necessary skills and competencies for further learning throughout life [1].

ChatGPT (Generative Pre-trained Transformer) is a basic natural language processing (NLP) system developed by the research organization OpenAI. It is capable of generating text that sounds natural to a human, making it useful for use in chatbots. In recent years, there have been active discussions about the introduction of artificial intelligence (AI) and chatbots into the field of education. Imitation of dialogues, information search, and its interpretation can serve as effective tools for feedback to students, contributing to better understanding of the material. Using ChatGPT can increase students' interest in learning and keep them motivated to complete the course.

The process of learning programming is accompanied by numerous challenges, in particular due to the different levels of students' training, difficulties in forming algorithmic thinking, and the lack of an individual approach to learning. The use of generative neural networks, commonly referred to as artificial intelligence (AI), opens up new possibilities for overcoming these problems, making the learning process more adaptive, effective, and accessible.

Programming is an important component of the school computer science course, the main goal of which is to develop algorithmic thinking, a logical approach to solving problems, and the ability to apply information technologies. Therefore, teachers are faced with the question of the correct approach to explaining new programming material, taking into account the different levels of students' training and the individual attitude of each student to the learning process. Thus, the use of elements of artificial intelligence in the study of programming will help in solving these problems. On the one hand, artificial intelligence can act as an assistant to a student in acquiring knowledge, and on the other hand, as a means of supporting teachers in classifying learning tasks.

Analysis of recent research and publications. Many scientists have conducted research on the use of ChatGPT in the educational process. The review [2] by the researchers is one of the first peer-reviewed scientific journal articles investigating ChatGPT. The authors have analyzed its main advantages and limitations, and focus on the relevance of ChatGPT for higher education (assessment, learning, and teaching) and formulate recommendations for students, teachers, and higher education institutions regarding its use.

The paper [3] is devoted to research focused on the development of a specialized GPT model aimed at supporting students in learning programming. The model is designed to serve a triple purpose: to assist students in developing specific pieces of code and to guide them through the process of improving and debugging their own programs. The study highlights the importance of maintaining honesty and integrity in the learning process while using cutting-edge technologies to improve students' programming abilities.

The authors of the article [4] conducted a research of the impact of ChatGPT on education in the Java programming language. They tested ChatGPT on students speciality «information systems», who are learning Java using a mixed-methods approach. Quantitatively, researchers assessed constructs such as “ChatGPT Prompting Skills,” “Trust,” “Objective Values” and their relationship to student satisfaction, finding mixed effectiveness. Their conclusions show that while ChatGPT can improve certain aspects of learning, its effectiveness depends on the context and complexity of the tasks. The main positive conclusions of the regression analysis showed that ChatGPT prompting skills positively affected both objective and subjective values, suggesting a significant role in improving students' understanding of and engagement with programming concepts.

The publication [5] analyzes the impact of artificial intelligence and GPT-store on the educational process, highlighting the potential for individualization and efficiency of learning. The benefits, challenges, and recommendations for implementing and safely using AI in education are discussed, with an emphasis on the need for data protection, curriculum updates, and teacher training.

In paper [6], researchers explore the moral choices that arise with the implementation of ChatGPT in higher education, particularly in higher education institutions in Latin America. Researchers Miriam Sullivan, Andrew Kelly, and Paul McLaughlan conducted a content analysis to examine news articles (N=100) about how ChatGPT is disrupting higher education, looking at experiences from Australia, New Zealand, the United States, and the United Kingdom [7]. The paper analyzes several key topics, including the response of universities to academic integrity issues, the limitations and weaknesses of the results of using artificial intelligence (AI) tools, and the possibilities of its application for student learning.

The paper [8] examines the implications of students and universities using ChatGPT by examining the perceptions of chat by academics and students. As a result, future research suggestions were made to examine the ethical implications of artificial intelligence for education, strategies for addressing privacy concerns, and how educational institutions can best prepare for the integration of AI technologies.

Scientist Chung Kwan [9] conducted a rapid literature review to enrich the understanding of ChatGPT capabilities in various specialized fields.

Ukrainian scientists are also participating in the use of ChatGPT in university educational institutions.

Researcher Leontieva I.V. [10] focuses on the theoretical and practical aspects of using ChatGPT in universities using the example of the first level of higher education (bachelor's). The author analyzed the problems of students' use of such technologies and focuses on the feasibility of using a chatbot in the practice of teaching students.

The paper [11] considers the use of artificial intelligence as a tool for analyzing and classifying programming tasks in the educational process. An approach to automating the task classification process that takes into account their complexity, subject matter, and type is proposed. Particular attention is paid to the advantages of using AI technologies to increase the efficiency of programming training, in particular, adapting tasks to the level of students' knowledge.

In the work [12], Goncharova I.P. explores the possible use of AI in the professional activities of a teacher, focusing on the opportunities that AI provides to support a teacher in various aspects of his work.

The article [13] analyzes the impact of artificial intelligence and information technologies on mobile education as an innovative direction in the field of education. The authors emphasized that overall, the impact of artificial intelligence and information technology on mobile education is multifaceted. Artificial intelligence allows you to create personalized learning programs, get answers to questions from students via text or voice interaction, analyze performance data, track student progress in real time, etc. programming and its impact on students.

In [14], authors Y. O. Sisilitsyn and V. V. Osadchyi investigated the possibilities of using ChatGPT in distance learning of programming for students majoring in "Computer Science". The authors investigated the use of artificial intelligence using the C++ programming language as an example. They highlighted both the positive and negative aspects of using ChatGPT in higher education.

The objectives of the article. The purpose of the research is to analyze the possibilities of using ChatGPT in teaching programming in the high-level language Python and its impact on students.

Research results. AI-based systems can provide individual tasks to reinforce knowledge, analyze students' progress, and identify their weaknesses. This is especially important in classrooms with multi-level student learning groups, digital divides, and psychological traits. In addition, AI can automatically check the correctness of the task, analyze the effectiveness of algorithms, and provide constructive recommendations. AI can use the gamification mechanism to motivate students and create tasks based on adaptive games and students' knowledge level. Self-education is extremely important. Platforms with AI elements are useful for this type of activity. It is particularly important for areas where access to qualified teachers is limited.

In this article, we want to explore the possibilities of using ChatGPT by students who are beginning to learn the high-level programming language Python and its impact on their learning results.

To do this, let's formulate the steps that need to be taken to achieve this goal:

- Analyze problems related to teaching students programming.
- Conduct an analysis of the risks and disadvantages of using ChatGPT when learning programming.
- Analyze the possibilities of using ChatGPT in programming classes.
- Conduct research on students' use of ChatGPT when debugging programs and analyze its impact on their learning outcomes.
- Provide recommendations for formulating effective queries when learning programming.

Analysis of problems related to teaching students programming.

Scientists Semenykhina O. V. and Rudenko Y. O. [15] conducted research at the ascertaining stage, which involved determining the level of students' interest and desire to learn programming depending on their age. Thus, the analysis showed: the natural interest shown by younger schoolchildren in programming decreases over the years, and during the most productive period of its study, it is minimized. It was found that high school students have: a low level of interest in learning programming; lack of motivation; psychological blocks regarding their own abilities in the context of programming; insufficient level of understanding of computer science.

Researchers in the work [16] conducted an analysis of computer science curricula and indicated that the study of programming languages takes place in the 10th grade both at the standard level and at the profile level, but this section refers to an optional module, that is, not all students (schools, classes) choose this module for study, and therefore in some schools the study of a programming language may not be provided. That is, there is a problem of the lack of study of programming in high school.

In [17], researchers consider the problem of the sequence of learning programming. They found that when moving to learning high-level programming languages after block programming, it is advisable to use a game-based approach to program development, which will ensure the sequence of learning and the relationship with previously studied material.

The article [18] considers some problems of teaching the basics of algorithmization and programming in the school course of computer science. The authors identified and analyzed the following problems: mathematical preparation, continuity of the content line of the basics of algorithmization and programming, choice of programming language, availability of educational and methodological materials, motivation for learning. Each of the above problems is important for teaching the basics of algorithmization. The analysis of problem aspects was carried out for students of grades 5–11.

One important problem may be the lack of necessary technical capabilities, such as the need for specialized laptops or computers or software. The lack of such opportunities can significantly complicate high-quality teaching and learning of programming.

The next problem is the lack of a stable Internet connection, limited Internet traffic quota. This problem is particularly relevant nowadays, when military operations are ongoing in the country and there are frequent problems with electricity and, consequently, with the Internet connection.

Another problem is the lack of personal communication between students and classmates and teachers, which can lead to limited exchange of ideas, impossibility of discussions and mutual support, which can significantly affect the understanding of the material and the importance of learning tasks.

Analysis of the risks and disadvantages of using ChatGPT when learning programming.

Let's analyse the disadvantages and potential risks of using chat as a means of learning programming, which are indicated by the authors of articles [2], [7] – [10].

One of the most important disadvantages of using ChatGPT when learning programming is the desire of students to receive ready-made code for the task using an artificial intelligence system. This way, students can submit the code generated by the chat as their own. In general, a neural network can generate a ready-made code for a certain task, but for this, you need to have the appropriate skills to create queries for artificial intelligence, and you need to be able to configure programming environments.

Let's consider cases where users create requests in the system to receive ready-made code.

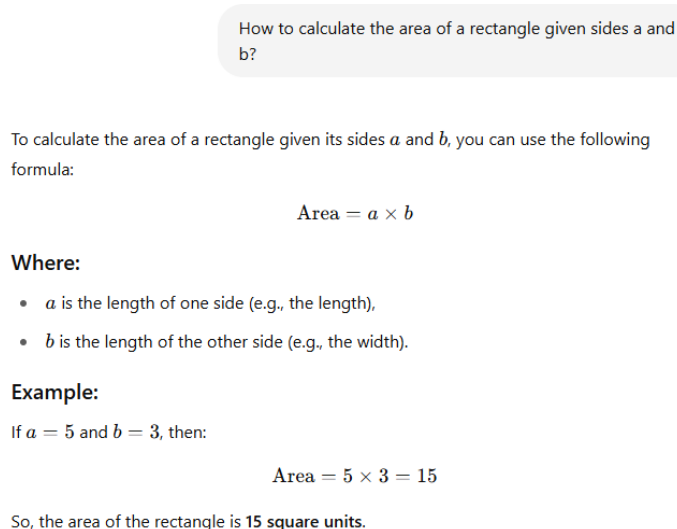


Fig. 1. Request to solve a programming problem using ChatGPT

What we can see from the response is that the artificial intelligence did not fully understand what it needed to do. Then the user rewrites the query as follows: "Write a program in the Python

programming language to calculate the area of a rectangle given sides a and b?". As a result, we will get code written in the Python programming language:

```
# Input: sides a and b
a = float(input("Enter the length of side a: "))
b = float(input("Enter the length of side b: "))

# Calculate the area
area = a * b

# Output the result
print(f"The area of the rectangle is {area}")
```

Fig. 2. Request to solve a programming problem using ChatGPT

This is the standard code for solving such a problem using Python. Thus, continuing to experiment with various queries on using ChatGPT to teach programming in Python, we can draw the following conclusions:

- the code written with the help of artificial intelligence may not be suitable for the task at hand;
- writing a good query requires the student to have basic knowledge of a particular programming language;
- code created by artificial intelligence is not always optimal;
- if multiple users make a request with a specific task, the program written using ChatGPT will have similar characteristics, thus making it easy to identify plagiarism.

Analysis of the possibility of using ChatGPT in programming classes.

At the moment, it is impossible to solve the problem of lack of technical capabilities using ChatGPT, so we will pay more attention to the neural network as a way for students to learn the material independently. There are times when a student was absent from a computer science class when new programming material was being explained. Of course, at such moments it may be difficult for a student to understand even basic concepts such as "loop", "variable", "condition", so ChatGPT can be used as an additional reference tool with various tasks.

Here are some examples of queries for basic concepts in the Python programming language.

We ask the following query: "Give a visual example of a "variable" in Python's language".

The chat produces a text message, code sample, and visualisation: *A variable in Python is like a labeled box that stores a value. You can "put" something into it, and "use" it later by referring to its name.*

Python code:

```
python
length = 5 # A variable named 'length' stores the value 5
width = 3 # A variable named 'width' stores the value 3

area = length * width # 'area' now stores the result of length * width

print(area) # Output: 15
```

Visualization:

```
arduino
length → 5
width → 3
area → length x width = 15
```

Fig. 3. Visualizing the concept of "variable" in Python using ChatGPT

To the query "Give a visual example of a "condition" in Python," ChatGPT provided an answer in the form of a code example of a condition (i.e., an **if** construct), as well as a graphical representation of the concept: *A **condition** in Python is a statement that checks whether something is true or false, and based on that, the program decides what to do next.*

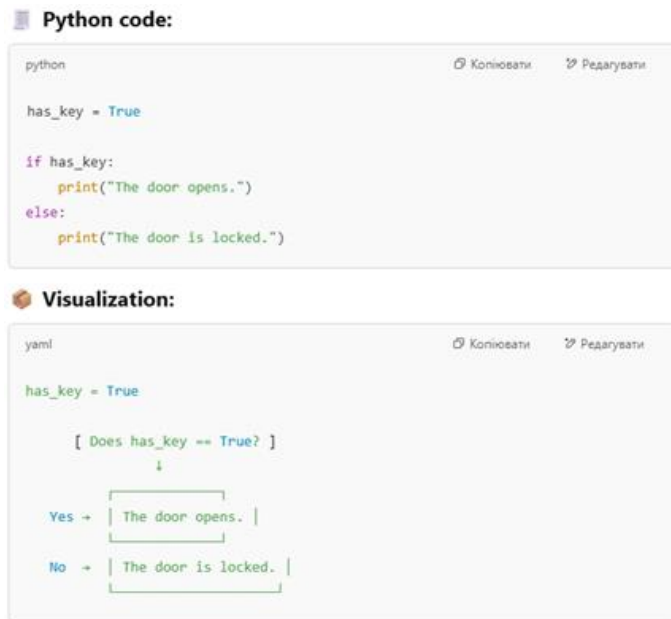


Fig. 4. Visualizing the concept of "condition" in Python using ChatGPT

The query "visualization of the concept of "for loop" in Python" received a response in the form of a definition of the for loop, a code example, a visual diagram, and a flowchart: *Let's visualize the concept of a for loop in Python — it's like repeating the same task for each item in a sequence (like a list or range of numbers).*

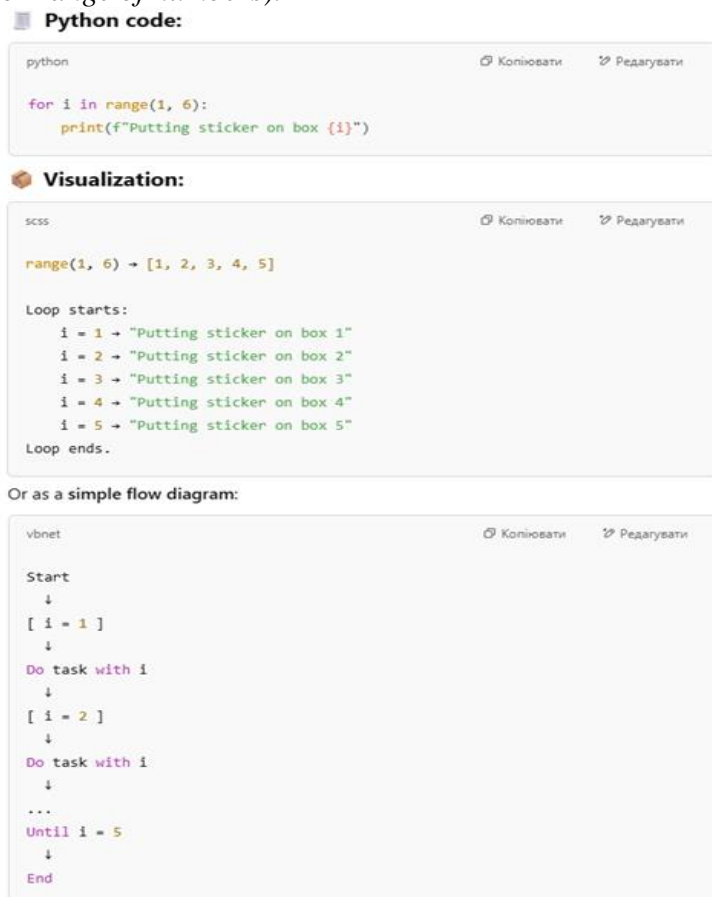


Fig. 5. Visualizing the concept of a "for loop" in Python using ChatGPT

Of course, if a student needs additional explanation of the topic "loops in Python", he has the opportunity to contact ChatGPT with a corresponding request. Thus, ChatGPT provides a piece of code that shows how to use a for loop in Python and also explains how it works.

In general, we can conclude that using ChatGPT as an interactive Python language reference is a necessary tool for students learning the Python programming language to quickly obtain additional information. An important use of ChatGPT is to correct errors in the student's code. Because when students first start learning a programming language, they make mistakes in their code. There are situations when a student cannot find an error in their code, then the chat's ability to check the code comes in handy.

Conducting a study on students using ChatGPT when debugging Python programs and analyzing its impact on their learning outcomes.

We conducted an experiment with students in grade 7-A at Chernivtsi Multidisciplinary Lyceum № 4. In 7th grade, students begin to learn programming in Python in the "Algorithms and Programs" section. The students in the class are divided into two groups, with 17 students in Group I and 16 students in Group II. When studying the section "Algorithms and Programs", students in the first group studied the Python programming language using ChatGPT, while students in the second group used only the textbook and the teacher's presentation. The first group used ChatGPT to explain loops, conditions, to show specific examples of code, and to explain that code. Thus, during the lessons in the first group, the students had an increased interest in studying this topic, they were active in the lessons, answered questions well, and gave specific examples, unlike the students in the second group. This is evidenced by the results on this topic, which are presented in the figures below.

The results of both groups are presented in the diagrams (Fig.6 and Fig.7).

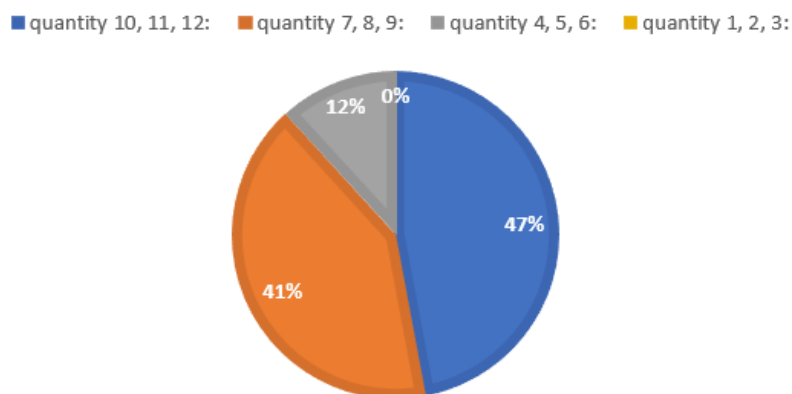


Fig. 6. Results of thematic assessment of the 1st group

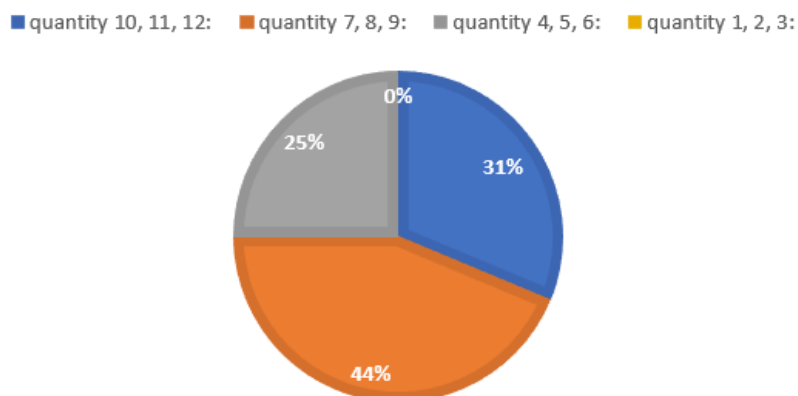


Fig. 7. Results of thematic assessment of the 2nd group

The quality of knowledge of students in the first group is 88%, and in the second group - 75%, and in the quantitative ratio of excellent grades (grades 10, 11, 12) students in the first group - 8, and in the second group - 5. Thus, using ChatGPT when learning programming in a computer science class helps students better understand and assimilate the educational material, and demonstrate creativity and imaginative thinking.

Therefore, encouraging students to experiment with code is an important step in learning programming, and ChatGPT is a valuable resource in this process. By experimenting with code and trying different approaches, students develop programming skills and gain a deep understanding of programming concepts. After conducting such an experiment, we can say that students' motivation to learn programming is increases.

Recommendations for formulating effective queries when learning programming.

Creating the right ChatGPT queries is a real art, especially if you are learning programming. Here are some tips on how to formulate effective queries to better learn Python:

1. *Be specific.* The clearer the request, the more accurate the answer. Instead of asking "Teach me Python", write "Explain how a for loop works in Python with an example".

2. *Take small steps.* Ask for a small snippet or concept to be explained, then move on. For example: "What is a variable in Python?", "How does the if conditional statement work?", "Give an example of a function that takes two numbers and returns their sum."

3. *Ask for an explanation in simple words.* Use phrases like: "Explain in terms of a beginner," "Can you give an example and a comparison with real life?"

4. *Ask for examples with explanation.* The code + explanation = the best combination for learning. For example: "Give an example of a function with parameters in Python and explain how it works."

5. *Use your examples.* Show the code you've already written and ask: "Why doesn't this code work?", "How can I improve this piece of code?", "How can I change this while loop so that it doesn't end up infinite?"

6. *Ask for practical tasks.* Ask: "Give a simple task using conditional operators", "A task for training functions in Python".

7. *Learn through mistakes.* You can even write intentionally "bad code" to have ChatGPT explain the errors. For example: "What's wrong with this code?", "Why is there a TypeError?"

8. *Request a comparison.* To better understand the difference between things, for example, you can ask: "What is the difference between a list and a tuple in Python?", "Which is better to use - for or while?"

9. *Learn step by step.* You can ask: "Teach me Python from scratch: step 1 — variables." Give the task", "Let's move on to step 2 - conditions", (And so on). I can accompany you as a "tutor", guiding you through the topics.

10. *Don't be afraid to ask "stupid" questions.* Because issues of this nature are often the most important!

Conclusions. We were tasked with analyzing the possibilities of using ChatGPT when learning Python programming and its impact on students, so we can make a brief summary:

1. ChatGPT makes it possible to create both useful and useless code. In order to get the best results, you need to provide clear and detailed instructions.

2. ChatGPT is great for solving specific coding tasks or routines, rather than creating complete programs from scratch.

3. Use ChatGPT to find and select the right coding libraries for specific purposes, and participate in an interactive discussion to voice your choices.

4. Be careful about ownership of the AI code you create and always verify the reliability of the code. Don't trust the results without verification.

5. Think of your interaction with ChatGPT as a conversation. Refine your questions based on the AI's answers to get closer to the desired result.

Also, as a result of the experiment, we can say that ChatGPT helps students understand and assimilate programming educational material and increases students' motivation to learn.

At the moment, ChatGPT has several competitors, so in the future research we plan to involve other generative models and compare the results of their use.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ /REFERENCES

1. Bates, T. (2001). *National strategies for e-learning in post-secondary education and training* (Fundamentals of educational planning, 70). UNESCO-ІІЕР.

2. Rudolph, J., Tan, S., Tan, S. (2023). ChatGPT: Bullshit spewer or the end of traditional assessments in higher education? *Journal of Applied Learning, Teaching*, 6(1). Retrieved from: <https://doi.org/10.37074/jalt.2023.6.1.9>
3. Modran, H. A., Ursuțiu, D., Samoilă, C., Gherman-Dolhăscu, E. C. (2024). Developing a GPT chatbot model for students programming education. In M. E. Auer, R. Langmann, D. May, K. Roos (Eds.), *Smart Technologies for a Sustainable Future. STE 2024* (Lecture Notes in Networks and Systems, Vol. 1028). Springer, Cham. Retrieved from: https://doi.org/10.1007/978-3-031-61905-2_8
4. Aviv, I., Leiba, M., Rika, H., Shani, Y. (2024). The impact of ChatGPT on students' learning programming languages. In P. Zaphiris, A. Ioannou (Eds.), *Learning and Collaboration Technologies. HCII 2024* (Lecture Notes in Computer Science, Vol. 14724). Springer, Cham. Retrieved from: https://doi.org/10.1007/978-3-031-61691-4_14
5. Korablev, V. (2024). GPT-store, and artificial intelligence in education. In A. Yatsishyn, V. Matushevych, V. Kovalenko (Eds.), *Artificial intelligence in science and education: Collection of materials of the international scientific conference (Kyiv, March 1-2, 2024)* (pp. 114–117). UkrINTEI.
6. Huallpa, J. J., et al. (2023). Exploring the ethical considerations of using Chat GPT in university education. *Periodicals of Engineering and Natural Sciences*, 11(4), 105–115.
7. Sullivan, M., Kelly, A., McLaughlan, P. (2023). ChatGPT in higher education: Considerations for academic integrity and student learning. *Journal of Applied Learning, Teaching*, 6(1). Retrieved from: <https://doi.org/10.37074/jalt.2023.6.1.17>.
8. First, M. (2023). What ChatGPT means for universities: Perceptions of scholars and students. *Journal of Applied Learning, Teaching*, 6(1). Retrieved from: <https://doi.org/10.37074/jalt.2023.6.1.22>.
9. Lo, C. K. (2023). What is the impact of ChatGPT on education? A rapid review of the literature. *Education Sciences*, 13(4), Article 410. Retrieved from: <https://doi.org/10.3390/educsci13040410>.
10. Leontieva, I. V. (2023). ChatGPT in the educational process of a higher school: It is impossible to ban it. *Education and Pedagogical Science*, 1(182), 13–23. Retrieved from: [https://doi.org/10.12958/2227-2747-2023-1\(182\)-13-23](https://doi.org/10.12958/2227-2747-2023-1(182)-13-23).
11. Velychko, V., Ganiev, O., Zhadan, S. (2024). Artificial intelligence as a tool for analyzing and classifying programming problems in the educational process. *E-learning Technologies*, 8, 66–73. Retrieved from: <https://doi.org/10.31865/2709-840082024316949>.
12. Goncharova, I. P. (2023). The use of artificial intelligence in the professional activities of a teacher: Opportunities and challenges in the digital educational environment. In *Professional activities of a teacher in the digital educational environment: Materials of the interregional scientific and practical seminar (April 27, 2023)* (pp. 28–33). Bila Tserkva Institute of Continuing Professional Education.
13. Vlasyuk, O. P., Stepanenko, O. K., Prykhodkina, N. O. (2023). The impact of artificial intelligence and information technologies on mobile education and learning of the future. *Academic Visions*, 26, 1–13. Retrieved from: <https://www.academy-vision.org/index.php/av/article/view/789>.
14. Sisilitsyn, Y. O., Osadchyi, V. V. (2023). Using ChatGPT in distance learning for beginners in programming. *Information Technologies and Learning Tools*, 97(5), 167–180. Retrieved from: <https://doi.org/10.33407/itlt.v97i5.5277>.
15. Semenykhina, O. V., Rudenko, Y. O. (2018). Problems of educating to programming of students and way of their overcoming. *Information Technologies and Learning Tools*, Retrieved from: 66(4), 54–64. <https://doi.org/10.33407/itlt.v66i4.2149>.
16. Yurchenko, A., Semenikhina, O., Khvorostina, Y., Udovychenko, O., Petrenko, S. (2019). Training to program in the secondary school through prism institutional programs. *Physical and Mathematical Education*, 2(20), 48–55.
17. Vlasii, O., Yaremiy, I., Vynnychuk, M. (2021). Problem of consistency in teaching coding at schools. *Youth, Market*, 196(10), 52–57.

18. Kobylnyk, T., Kohut, U., Sikora, O. (2022). Some problemal aspects of teaching the fundamentals of algorithmization and programming in school. *Youth, Market*, 201(3), 97–101.

Пукальський, І., Унгурян, Г., Яшан, Б. Використання штучного інтелекту ChatGPT при вивченні програмування.

Ця робота присвячена дослідженню можливості використання ChatGPT учнями, які починають вивчати мову програмування високого рівня Python та його вплив на результати їх навчання. Основна частина цієї роботи поділена на п'ять етапів. На першому етапі нами було проведено аналіз проблем, які стосуються навчання програмування учнів та виділено основні, такі, як часті відключення електроенергії та проблеми з інтернет-з'єднанням, відсутність необхідних технічних можливостей, а також відсутність особистого спілкування учнів з однокласниками та вчителями. Далі ми проаналізували ризики та недоліки використання ChatGPT при вивченні програмування та виділили основні з них. Це невідповідність коду поставленому завданню, не оптимальність створеного коду та швидке виявлення плагіату при однакових запитах учнів класу. Наступним кроком було здійснено аналіз можливостей використання ChatGPT при вивченні програмування. Підсумувавши всі можливості зрозуміло, що використання ChatGPT у якості інтерактивного довідника мови Python є цінним засобом для швидкого отримання додаткової інформації учнями, а також він є дуже корисним засобом для виправлення помилок у коді учня. На четвертому етапі ми провели експеримент над учнями 7-го класу по використанню чату для вивчення програмування. В результаті дослідження виявлено, що в учнів, які використовували ChatGPT для вивчення мови програмування Python був підвищений рівень мотивації до навчання та вони отримали набагато кращі навчальні досягнення в порівнянні з учнями які не використовували чат. На останньому етапі ми надали рекомендації щодо формулювання ефективних запитів в ChatGPT при вивченні програмування.

Результати підкреслюють, що використання ChatGPT при вивченні програмування стимулює учнів до навчання новому, підвищує рівень їхньої мотивації до у здобутті знань. Також варто пам'ятати про наслідки використання штучного інтелекту в освітньому процесі та проводити різні заходи для запобігання цьому.

Ключові слова: штучний інтелект, ChatGPT, мова програмування Python.

Подано до друку 14.10.2025

Прийнято до друку 31.10.2025

УДК [378.016:517]:581

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/160-170

А. І. Римар

ORCID ID 0000-0001-9077-236X

Криворізький державний педагогічний університет

**ВИКОРСТАННЯ ІКТ ДО ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ЧИСЛОВИХ РЯДІВ НА ПРИКЛАДІ
МАТЕМАТИЧНИХ ТРОЯНД**

У статті розглянуто використання інформаційно-комунікаційних технологій для візуалізації та генерування числових рядів, пов'язаних із математичними трояндами Гвідо-Гранді, зокрема трипелюстковою та чотирипелюстковою, на основі їхнього розташування всередині правильного трикутника та квадрата відповідно. Показано, як сучасні цифрові інструменти сприяють осмисленню математичних закономірностей через наочні геометричні форми. Проаналізовано геометричні інтерпретації цих рядів.

Візуалізацію математичних троянд здійснено за допомогою програми GeoGebra, що дало змогу дослідити залежність кількості пелюсток від параметрів рівняння. Візуалізацію рядів і геометричних елементів (довжин сторін, периметрів і площ) виконано у Paint 3D. Для виконання обчислень елементів та частинних сум числових рядів

використано онлайн-калькулятори з підтримкою математичних символів та функцій, що дало можливість швидко перевіряти результати та аналізувати збіжність.

Визначено ряди, що базуються не лише на площах троянд, квадратів та трикутників, усередині яких розміщено квіти, а й на довжинах сторін, периметрах зазначених геометричних фігур. За допомогою цифрових інструментів обчислено загальні й частинні суми рядів, зазначено сигма-моделі, а також рівень складності запропонованих задач. Засобами Microsoft Excel створено інтерактивні діаграми, що відображають залежність частинних сум від кількості елементів, а також виявлено особливості збіжності кожного ряду за ознакою Д'Аламбера. Узагальнені результати представлено у вигляді таблиці, яка систематизує ключові характеристики кожного ряду, забезпечуючи наочність і зручність для подальших досліджень.

Практичну значущість отриманих результатів визначено через їхню інтеграцію у навчальний процес. Використання ІКТ не лише підвищує ефективність візуалізації числових рядів і формує аналітичне мислення студентів, а й стимулює творчий підхід до пізнання. Така цифрова методика поєднує навчальну, дослідницьку та виховну складові, сприяє усвідомленню гармонії між математикою, природою й технологіями.

Ключові слова: ІКТ, GeoGebra, Paint 3D, Microsoft Excel, числовий ряд, математичні троянди, геометрична інтерпретація.

Постановка проблеми. Числові ряди є одним із фундаментальних розділів математичного аналізу, проте їхнє вивчення часто відбувається відокремлено від реальних об'єктів і візуальних уявлень. Традиційні підходи до навчання здебільшого орієнтовані на аналітичні обчислення, що ускладнює розуміння сутності рядів і знижує інтерес студентів до теми. Натомість сучасні інформаційно-комунікаційні технології відкривають широкі можливості для наочного подання числових залежностей, моделювання процесів і створення інтерактивних візуалізацій. Проблема полягає у недостатньому використанні ІКТ для ілюстрації числових рядів через геометричні моделі, зокрема на прикладі математичних троянд, розміщених у різних геометричних фігурах – квадраті та правильному трикутнику. Такі моделі можуть не лише підвищити пізнавальний інтерес, а й продемонструвати гармонійний зв'язок між математикою, природою та цифровими технологіями. Саме тому актуальним є створення й апробація методики візуалізації числових рядів із використанням ІКТ, що сприятиме розвитку аналітичного й просторового мислення студентів, формуванню міжпредметних зв'язків і креативного підходу до навчання.

Аналіз актуальних досліджень. Використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) у навчанні математики активно досліджується сучасними науковцями й методистами. Зокрема, Р. Гуревич, А. Гуржій, М. Жалдак, Н. Морзе, О. Спирін [1, с. 128] та інші розкрили сутність цифрової компетентності й окреслили напрями інтеграції ІКТ у професійну підготовку педагогів. У працях В. Бикова, О. Глазунової, М. Шишкіної, С. Литвинової розглянуто проблеми впровадження цифрових технологій у систему вищої освіти, підкреслено роль ІКТ у створенні інноваційного освітнього середовища.

Особливу увагу дослідники (Ю. Жук, О. Кравчина, І. Іванюк, О. Овчарук, Н. Сороко) приділяють аналізу європейського досвіду використання цифрових інструментів для розвитку математичної грамотності, візуалізації навчального матеріалу та формування креативного мислення. У цьому контексті дедалі більшої актуальності набувають візуальні та інтерактивні форми подання математичних понять, які дають змогу пов'язати абстрактні моделі з конкретними образами.

Теоретичне підґрунтя дослідження числових рядів сформували класичні праці Л. Ейлера, Ж. Л. Д'Аламбера, О. Коші, Е. Кумера, Г. Раабе, Я. Бернуллі, у яких розроблено методи визначення збіжності та розбіжності [9; 10]. У сучасних роботах, зокрема В. Корольського [3; 4; 5; 6; 7; 8], увага приділяється геометричним аспектам рядів і застосуванню їх у візуальних моделях.

Разом із тим, питання використання ІКТ для візуалізації числових рядів через геометричні образи, зокрема математичні троянди, залишаються недостатньо дослідженими. Поєднання теорії числових рядів із цифровим моделюванням відкриває нові можливості для інтеграції математики, природознавства й цифрового мистецтва. Такий підхід сприяє не лише глибшому розумінню абстрактних понять, а й розвитку дослідницьких і творчих компетентностей студентів.

Мета статті – дослідити можливості використання інформаційно-комунікаційних технологій для візуалізації числових рядів на прикладі математичних троянд і показати, як цифрові інструменти сприяють розвитку просторового мислення та міжпредметних зв'язків, підвищенню мотивації до навчання.

Виклад основного матеріалу. Вивчення числових рядів із використанням геометричної інтерпретації сприяє осмисленню складних аналітичних залежностей через наочні образи. Такий підхід підсилює візуальне сприйняття матеріалу, формує абстрактне мислення та розвиває вміння застосовувати математичні поняття у міждисциплінарних і практичних контекстах. Геометричне моделювання числових рядів дозволяє поєднати аналітичні розрахунки з елементами творчості, що сприяє розвитку пізнавальної мотивації студентів.

У дослідженні значну увагу приділено використанню інформаційно-комунікаційних технологій для створення візуальних моделей, які поєднують математику, естетику та цифрове мистецтво. Програмне середовище *GeoGebra* використано для побудови математичних троянд і дослідження залежності кількості їхніх пелюсток від параметрів аналітичного рівняння. Для подальшого компонування й масштабування отриманих зображень, а також для створення композиційних моделей числових рядів використано *Paint 3D*. Обчислення елементів і частинних сум рядів здійснювалося за допомогою онлайн-калькуляторів та *Microsoft Excel*, що дозволило швидко перевіряти результати та аналізувати збіжність.

Важливе місце в роботі належить задачам, у яких числові ряди утворюються на основі характеристик математичних троянд, розміщених усередині геометричних фігур. Розглянемо приклад такої задачі.

Фабула задачі. Геометрична інтерпретація ряду задана на малюнку 1. Математична троянда, аналітичне задання якої $\rho = 5\sin(2\varphi)$, розміщена всередині квадрата зі стороною 8 одиниць довжини. Кожна троянда розміщена у квадраті, вершини якого лежать на серединах сторін іншого квадрата.

Скласти числові ряди та дослідити їх на збіжність за різними ознаками:

- 1) Ряд довжин сторін квадратів
- 2) Ряд периметрів квадратів
- 3) Ряд площ квадратів
- 4) Ряд довжин математичних троянд
- 5) Ряд площ математичних троянд

Якщо ряд збіжний, обчисліть його суму та покажіть залежність частинних сум від кількості доданків у вигляді графіка.

Математичними трояндами, або кривими Гвідо-Гранді, називають сімейство кривих, що описуються рівняннями:

$$\rho = a\sin(n\varphi) \text{ або } \rho = a\cos(n\varphi).$$

Параметр a визначає довжину пелюсток, а коефіцієнт n – їх кількість і симетрію. Якщо n – парне число, крива має 2 пелюстки, якщо непарне – n . У випадку $\rho = 5\sin(2\varphi)$ отримаємо чотирипелюсткову троянду з радіусом кожної пелюстки 5 одиниць.

Побудова математичної троянди в GeoGebra.

Для побудови моделі використано полярну систему координат. Аналітичний запис $\rho = 5\sin(2\varphi)$ введено через функцію *Curve*, що дозволяє отримати плавну симетричну криву. Після побудови застосовано параметричне редагування кольору, заливки та товщини лінії для створення візуальної виразності моделі. Відповідно до значення параметра $n = 2$, отримано чотири пелюстки, розміщені симетрично відносно початку та осей координат.

Візуалізація числового ряду.

Зображення, отримане в *GeoGebra*, було імпортовано до *Paint 3D*, де здійснено масштабування та побудову композиції ряду. Кожна наступна троянда й квадрат розміщувалися з поворотом на 45° , що утворює гармонійну послідовність вкладених фігур (рис. 1). Така модель демонструє ідею нескінченного ряду – як у площинному, так і в числовому сенсі – через зменшення масштабів геометричних елементів.

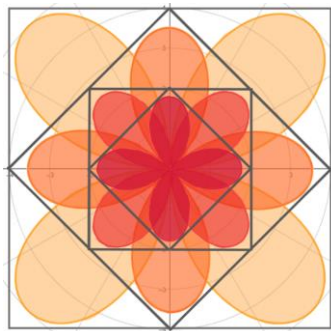


Рис. 1. Геометрична інтерпретація ряду чотирипелюсткових троянд, розміщених всередині квадратів

Отримана модель ілюструє взаємозв'язок між аналітичними, геометричними та числовими характеристиками об'єктів. Застосування ІКТ, зокрема *GeoGebra* та *Paint 3D*, *Microsoft Excel* довело свою ефективність у візуалізації числових рядів, розвитку просторового мислення й формуванні цифрової та математичної компетентностей студентів.

Для обчислення параметрів числових рядів, побудованих на основі математичних троянд, доцільно використовувати онлайн-калькулятори, що підтримують математичні символи, інтеграли та функції. Це дає змогу швидко отримувати точні значення, перевіряти аналітичні залежності та аналізувати збіжність рядів.

Ряд довжин сторін квадратів

Розглянемо квадрат зі стороною 8 одиниць довжини. Кожна троянда, а отже й квадрат, розміщені в квадраті, вершини якого лежать на серединах сторін іншого.

Тоді сторона другого квадрата має довжину $4\sqrt{2}$ од, третього – $2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$ од. = 4 од., а четвертого – $2\sqrt{2}$ од. і так далі. За допомогою онлайн-калькулятора знайдено загальний член послідовності: $a_n = 8 \cdot 2^{-\frac{n-1}{2}}$.

Запишемо послідовність довжин сторін квадратів a_n : $a_1 = 8$, $a_2 = 4\sqrt{2}$, $a_3 = 4$, $2\sqrt{2}, \dots, a_n = 8 \cdot 2^{-\frac{n-1}{2}}$.

Маємо ряд такого виду: $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 8 \cdot 2^{-\frac{n-1}{2}}$

Дослідимо одержаний ряд на збіжність.

Спочатку перевіримо виконання необхідної умови: 0

Необхідна умова виконується, а тому ряд сторін квадратів може бути збіжним.

Ряд, отриманий нами – ряд геометричної прогресії, $a_1 = 8$, $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Обчислимо суму членів ряду: $S = \frac{a_1}{1-q} = 8 \cdot \frac{2}{2-\sqrt{2}} = \frac{16}{2-\sqrt{2}}$.

Модуль знаменника геометричної прогресії менше одиниці, а тому ряд довжин сторін квадратів збіжний.

Ряд периметрів квадратів

Периметр кожного квадрата $P = 4a_n$, тому ряд периметрів має вид: $\sum_{n=1}^{\infty} P_n = \sum_{n=1}^{\infty} 32 \cdot 2^{-\frac{n-1}{2}}$

Дослідимо цей ряд на збіжність. Перевіримо виконання необхідної умови: 0
Необхідна умова виконується, а тому ряд периметрів квадратів може бути збіжним.

Ряд, отриманий нами – ряд геометричної прогресії, $P_1 = 32$, $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Обчислимо суму членів ряду: $S = \frac{P_1}{1-q} = 32 \cdot \frac{2}{2-\sqrt{2}} = \frac{64}{2-\sqrt{2}}$.

$|q| < 1$, а тому ряд периметрів квадратів збіжний.

Ряд площ квадратів

Кожен правильний чотирикутник має площу, рівну квадрату довжини його сторони, тому ряд площ має вид: $\sum_{n=1}^{\infty} S_n \text{ квадрата} = \sum_{n=1}^{\infty} 64 \cdot 2^{1-n}$.

Дослідимо цей ряд на збіжність. Перевіримо виконання необхідної умови: 0
Необхідна умова виконується, а тому ряд площ квадратів може бути збіжним.

Ряд, отриманий нами – ряд геометричної прогресії, $S_1 \text{ квадрата} = 16$, $q = \frac{1}{2}$. Обчислимо суму членів ряду: $S = \frac{S_1 \text{ квадрата}}{1 - q} = 16 \cdot 2 = 32$

Ряд довжин математичних троянд

Довжина однієї пелюстки троянди, що описується рівняннями $\rho = a \sin(n\varphi)$ або $\rho = a \cos(n\varphi)$, обчислюється за формулою:

$$L_{\text{пелюстки}} = \int_0^{\frac{\pi}{n}} \sqrt{\rho^2 + \left(\frac{d\rho}{d\varphi}\right)^2} d\varphi = a \int_0^{\frac{\pi}{n}} \sqrt{\sin^2(n\varphi) + n^2 \cos^2(n\varphi)} d\varphi$$

Дана формула складна аналітично й потребує громіздких обчислень, тому зручно вести обчислення шляхом використання онлайн-калькуляторів.

За умовою задачі троянду задано формулою $\rho = 5 \sin(2\varphi)$, тому значення параметрів: $a = 5$, $n = 2$

Обчислимо довжину кривої однієї пелюстки.

$$L_{\text{пелюстки}} = 5 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin^2(2\varphi) + 2^2 \cos^2(2\varphi)} d\varphi \approx 12,110560 \text{ (од.)}$$

Троянда має чотири однакові пелюстки, тому довжина кривої, що описує квітку, становить:

$$L_{\text{троянди}} = 4 \cdot 12,110560 = 48,44224 \text{ (од.)} \approx 48,44 \text{ (од.)}$$

Відношення довжин троянди до периметра квадрата становить $\frac{48,44}{32} \approx 1,51$.

Довжина кожної троянди становить 1,51 частини периметра відповідного квадрата.

Ряд периметрів квадратів відомий з обчислень вище:

$$\sum_{n=1}^{\infty} P_n = \sum_{n=1}^{\infty} 32 \cdot 2^{-\frac{n-1}{2}}$$

Тоді ряд довжин троянд має вид:

$$\sum_{n=1}^{\infty} L_n \text{ троянди} = \sum_{n=1}^{\infty} 32 \cdot 1,51 \cdot 2^{-\frac{n-1}{2}} = \sum_{n=1}^{\infty} 48,44 \cdot 2^{-\frac{n-1}{2}}$$

Ряд, отриманий нами – ряд геометричної прогресії, $L_1 \text{ троянди} = 48,44$, $q = \frac{1}{2}$.

Обчислимо суму членів ряду: $S = \frac{L_1 \text{ троянди}}{1 - q} = \frac{48,44}{1 - \frac{1}{2}} = 96,88$.

$|q| < 1$, а тому ряд площ троянд збіжний.

Ряд площ математичних троянд

Площа однієї пелюстки троянди, що описується рівняннями $\rho = a \sin(n\varphi)$ або $\rho = a \cos(n\varphi)$, обчислюється за формулою:

$$S = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{n}} \rho^2 d\varphi = \frac{a^2}{2} \int_0^{\frac{\pi}{n}} \sin^2(n\varphi) d\varphi = \frac{\pi a^2}{4n}$$

За умовою задачі троянду задано формулою $\rho = 5 \sin(2\varphi)$, тому значення параметрів: $a = 5$, $n = 2$

Обчислимо площу однієї пелюстки.

$$S_{\text{пелюстки}} = \frac{\pi \cdot 5^2}{4 \cdot 2} = \frac{25\pi}{8} \text{ (кв. од.)}$$

Троянда має чотири однакові пелюстки, тому її площа становить:

$$S_{\text{троянди}} = 4 \cdot \frac{\pi \cdot 5^2}{4 \cdot 2} = \frac{25\pi}{2} \text{ (кв. од.)}$$

Відношення площ троянди до квадрата становить $\frac{25\pi}{2 \cdot 64} = \frac{25\pi}{128}$.

Площа кожної троянди становить $\frac{25\pi}{128}$ частину площі відповідного квадрата.

Ряд площ квадратів відомий з обчислень вище:

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n \text{ квадрата} = \sum_{n=1}^{\infty} 64 \cdot 2^{1-n}.$$

Тоді ряд площ троянд має вид:

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n \text{ троянди} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{25\pi}{2} \cdot 2^{1-n}.$$

Ряд, отриманий нами – ряд геометричної прогресії, $S_1 \text{ троянди} = \frac{25\pi}{2}$, $q = \frac{1}{2}$. Обчислимо суму членів ряду: $S = \frac{S_1 \text{ троянди}}{1-q} = \frac{\frac{25\pi}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 25\pi$.

$|q| < 1$, а тому ряд площ троянд збіжний.

Результати дослідження ряду чотирипелюсткової троянди детально проаналізовані та наведені у таблиці 1.

Таблиця 1

Результати дослідження ряду чотирипелюсткової троянди

Характеристика		
Довжина початкової фігури	сторона квадрата	8
	периметр квадрата	32
	кривої, що описує троянду	48,44
Площа початкової фігури	$S_{\text{квадрата}}$	64
	$S_{\text{троянди}}$	$\frac{25\pi}{2}$
Сигма-модель ряду довжин	сторін квадратів	$\sum_{n=1}^{\infty} 8 \cdot 2^{-\frac{n-1}{2}}$
	периметрів квадратів	$\sum_{n=1}^{\infty} 32 \cdot 2^{-\frac{n-1}{2}}$
	кривих, що описують троянди	$\sum_{n=1}^{\infty} 48,44 \cdot 2^{-\frac{n-1}{2}}$
Сигма-модель ряду площ	квадратів	$\sum_{n=1}^{\infty} 64 \cdot 2^{1-n}$
	троянд	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{25\pi}{2} \cdot 2^{1-n}$
Сума ряду довжин	сторін квадратів	$\frac{16}{2-\sqrt{2}}$
	периметрів квадратів	$\frac{64}{2-\sqrt{2}}$
	кривих, що описують троянди	96,88
Сума ряду площ	квадратів	128
	троянд	25π
Збіжність / розбіжність		Збіжні
Рівень складності задач		I (1), II (2, 3), III (4, 5)
Геометрична інтерпретація ряду чотирипелюсткових троянд, створена за допомогою GeoGebra та Paint 3D		 <p>Рис. 2</p>

Побудуємо графіки залежності частинних сум рядів від кількості доданків (рис. 3 - 7):

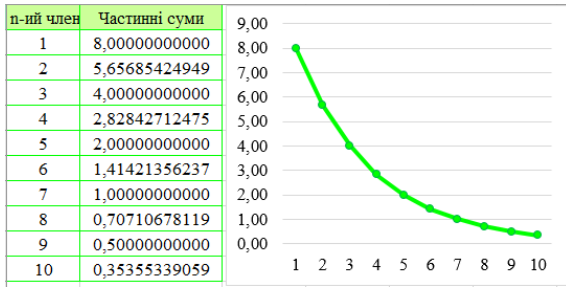


Рис 3. Графік залежності частинних сум ряду сторін квадратів від кількості доданків

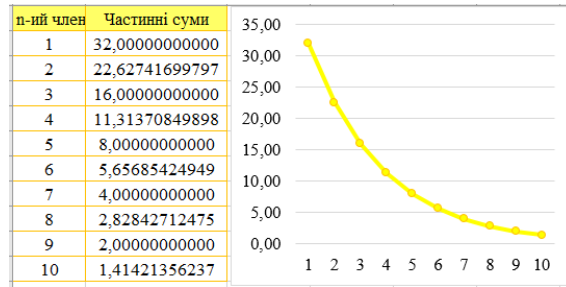


Рис 4. Графік залежності частинних сум ряду периметрів квадратів від кількості доданків

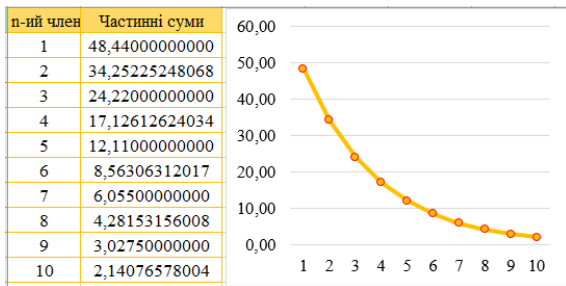


Рис 5. Графік залежності частинних сум ряду довжин троянд від кількості доданків

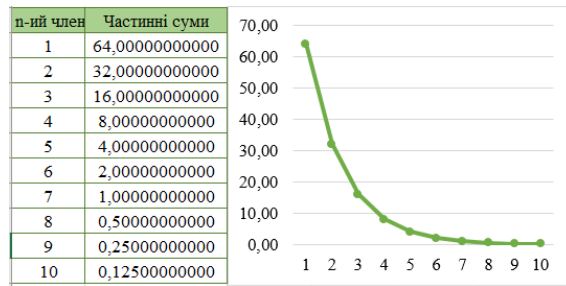


Рис 6. Графік залежності частинних сум ряду площ квадратів від кількості доданків

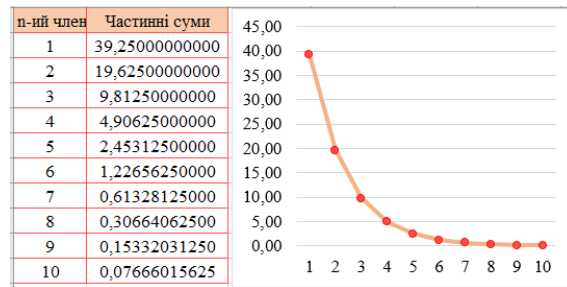


Рис 7. Графік залежності частинних сум ряду площ троянд від кількості доданків

Фабула задачі 2. Геометрична інтерпретація ряду задана на малюнку 8. Математична троянда, аналітичне задання якої $\rho = \sin(3\varphi)$, розміщена всередині правильного трикутника зі стороною 1 одиниця довжини. Кожна троянда розміщена у трикутнику, вершини якого лежать на серединах сторін іншого правильного трикутника.

Скласти числові ряди та дослідити їх на збіжність за різними ознаками:

- 1) Ряд довжин сторін правильних трикутників
- 2) Ряд периметрів правильних трикутників
- 3) Ряд площ правильних трикутників
- 4) Ряд довжин математичних троянд
- 5) Ряд площ математичних троянд

Якщо ряд збіжний, обчисліть його суму та покажіть залежність частинних сум від кількості доданків у вигляді графіка.

Побудову трипелюсткової троянди, заданої рівнянням $\rho = \sin(3\varphi)$, виконано в середовищі *GeoGebra* у полярній системі координат за допомогою команди *Curve*, що забезпечує плавність і симетрію лінії. Параметр $n = 3$ визначає непарну кількість пелюсток, тож крива має три симетричні відгалуження під кутами 120° , що відповідає осям симетрії правильного трикутника. Параметричне редагування кольору та товщини лінії надало моделі виразності та гармонійності.

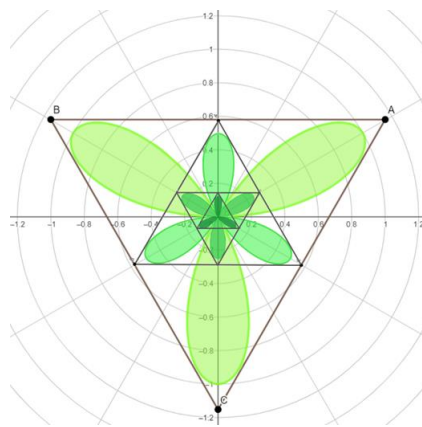


Рис. 8. Геометрична інтерпретація ряду трипелюсткових троянд, розміщених всередині правильних трикутників

Отриману модель імпортовано до *Paint 3D*, де виконано масштабування та послідовне розміщення троянд у зменшених трикутниках. Так сформовано геометричну інтерпретацію числового ряду, у якій зменшення розмірів фігур відповідає зменшенню членів послідовності. Обчислення довжин сторін, периметрів і площ трикутників та троянд здійснено за допомогою онлайн-калькуляторів з підтримкою математичних функцій, а частинні суми та аналіз збіжності виконано у *Microsoft Excel*.

У результаті моделювання побудовано ряди, що ґрунтуються на довжинах, площах і периметрах трикутників. За допомогою Excel створено графічні візуалізації частинних сум та проведено аналіз збіжності за ознакою Д'Аламбера. Результати подано у вигляді таблиці 2 та інтерактивних діаграм (рис. 10 – 14), що полегшує порівняння параметрів і демонструє практичну цінність ІКТ у математичних дослідженнях.

Таблиця 2

Результати дослідження ряду трипелюсткової троянди

Характеристика		
Довжина початкової фігури	сторона трикутника	2
	периметр трикутника	6
	кривої, що описує троянду	2,4221
Площа початкової фігури	$S_{\text{трикутника}}$	$\sqrt{3}$
	$S_{\text{троянди}}$	$\frac{\pi}{12}$
Сигма-модель ряду довжин	сторін трикутників	$\sum_{n=1}^{\infty} 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
	периметрів трикутників	$\sum_{n=1}^{\infty} 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
	кривих, що описують троянди	$\sum_{n=1}^{\infty} 2,4221 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
Сигма-модель ряду площ	трикутників	$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$
	троянд	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{12\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$
Сума ряду довжин	сторін трикутників	4
	периметрів трикутників	12
	кривих, що описують троянди	4,8442
Сума ряду площ	трикутників	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$

	троянд	$\frac{\pi}{9\sqrt{3}}$
Збіжність / розбіжність		Збіжні
Рівень складності задач		I (1), II (2, 3), III (4, 5)
Геометрична інтерпретація ряду трипелюсткових троянд, створена за допомогою GeoGebra та Paint 3D		

Рис. 9

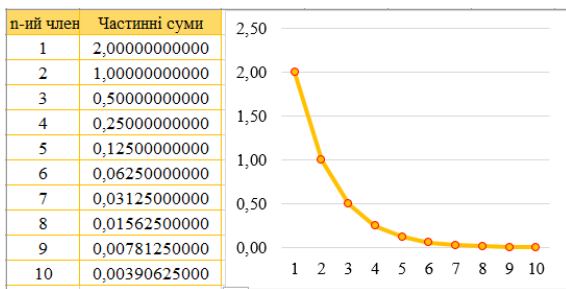


Рис 3. Графік залежності частинних сум ряду сторін правильних трикутників від кількості доданків

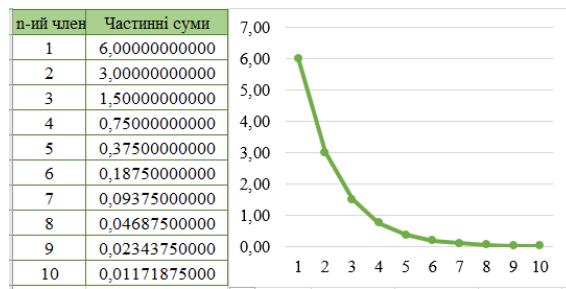


Рис 4. Графік залежності частинних сум ряду периметрів правильних трикутників від кількості доданків

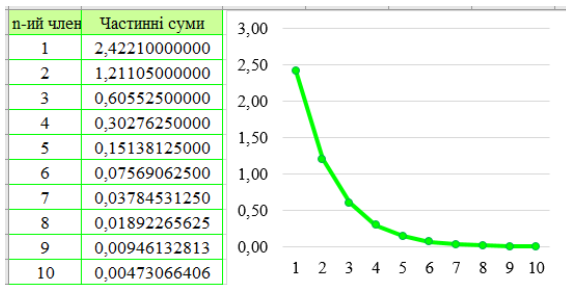


Рис 5. Графік залежності частинних сум ряду довжин троянд від кількості доданків

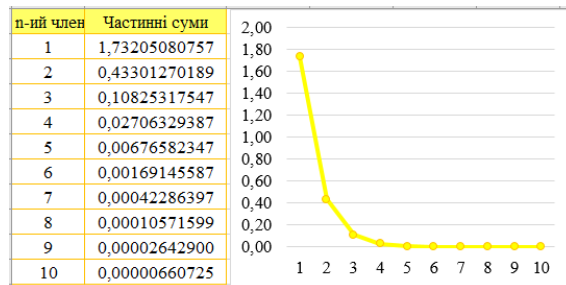


Рис 6. Графік залежності частинних сум ряду площ правильних трикутників від кількості доданків

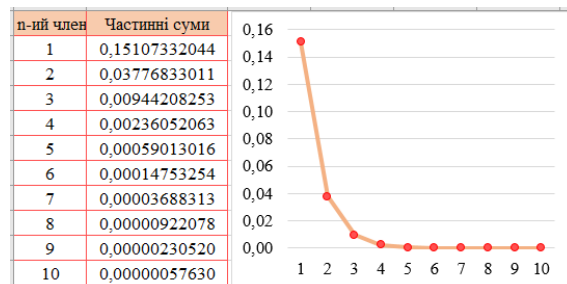


Рис 7. Графік залежності частинних сум ряду площ троянд від кількості доданків

Отримані візуалізації підтверджують ефективність використання інформаційно-комунікаційних технологій у вивченні числових рядів: вони забезпечують наочне подання аналітичних залежностей, формують просторове мислення, розвивають аналітичні та дослідницькі вміння студентів і сприяють інтеграції математичних знань із цифровими технологіями.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. У результаті проведеного дослідження продемонстровано ефективність використання інформаційно-комунікаційних технологій для візуалізації числових рядів на прикладі математичних троянд засобами геометричного моделювання. Показано, що цифрові інструменти GeoGebra, Paint 3D, Microsoft Excel та онлайн-калькулятори, що підтримують математичні символи, інтеграли та функції, дозволяють поєднати аналітичні та графічні підходи до дослідження рядів, забезпечуючи наочність, глибше розуміння властивостей збіжності та підвищення пізнавальної мотивації, розвиток міждисциплінарних компетентностей студентів.

Перспективи подальших досліджень убачаються у розробленні інтерактивних навчальних симуляцій та завдань, що відображають процес формування числових рядів у динаміці, а також у розширенні методики використання ІКТ для моделювання інших математичних об'єктів – поверхонь, тіл обертання, фрактальних структур.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Браславська, О., Озерова, Л. (2022). Формування цифрової компетентності майбутніх педагогів у закладах вищої освіти. *Проблеми підготовки сучасного вчителя*, 1(25), 126–135. Режим доступу: <http://psv.udpu.edu.ua/article/view/258486>. (Braslavska, O., Ozerova, L. (2022). Formation of digital competence of future teachers in higher education institutions. *Problemy pidhotovky suchasnoho vchytelia*, 1(25), 126–135. Retrieved from: <http://psv.udpu.edu.ua/article/view/258486>).
2. Задерей, Н. М., Нефьодова, Г. Д., Гаєвський, М. В., Пісний, І. С. (2019). Побудова графіків функцій та використання ІКТ. *Застосування математики в суміжних науках*, 160. (Zaderei, N. M., Nefodova, H. D., Haievskiy, M. V., Pisnyi, I. S. (2019). Construction of graphs of functions and use of ICT. *Zastosuvannia matematyky v sumizhnykh naukakh*, 160).
3. Корольський, В. В., Римар, А. І. (2022). Геометрична інтерпретація числових рядів, пов'язаних з державною символікою. *Актуальні питання природничо-математичної освіти*, 2(20), 29–38. (Korolskyi, V. V., Rymar, A. I. (2022). Geometric interpretation of numerical series related to state symbols. *Topical issues of science and mathematical education*, 2(20), 29–38).
4. Корольський, В. В. (2018). Геометрична інтерпретація числового ряду арифметичної прогресії. *Новітні комп'ютерні технології: науково-методичний збірник, редакційна колегія: С. О. Семеріков [та інші]*, Том XVI, 59–66. (Korolskyi, V. V. (2018). Geometric interpretation of the numerical series of an arithmetic progression. *Newest computer technologies: scientific-methodological collection*, editorial board: S. O. Semerikov [et al.], Volume XVI, 59–66).
5. Корольський, В. В., Габ, С. С. (2018). Лінійна, квадратурна та кубатурна геометрична інтерпретація числових рядів методом моделювання. *Новітні комп'ютерні технології: науково-методичний збірник, редакційна колегія: С. О. Семеріков [та інші]*, Том XVI, 67–73. (Korolskyi, V. V., Hab, S. S. (2018). Linear, quadrature and cubature geometric interpretation of numerical series by modeling method. *Newest computer technologies: scientific-methodological collection*, editorial board: S. O. Semerikov [et al.], Volume XVI, 67–73).
6. Корольський, В. В., Шокалюк, С. В., Мельниченко, Ю. А. (2018). Теоретико-методичні засади геометричного моделювання числових рядів. *Фізико-математична освіта*, 4(18), 81–89. (Korolskyi, V. V., Shokaliuk, S. V., Melnychenko, Yu. A. (2018). Theoretical and methodological foundations of geometric modeling of numerical series. *Fizyko-matematychna osvita*, 4(18), 81–89).
7. Корольський, В. В., Тураєва О. (2023). Генерація та дослідження чисельних рядів за допомогою геометричної моделі та комбінації рядів. *Актуальні питання природничо-математичної освіти*, 1(21), 46–54. (Korolskyi, V. V., Turaieva, O. V. (2023). Generation and research of numerical series using a geometric model and combinations of series. *Topical issues of science and mathematical education*, 1(21), 46–54).
8. Корольський, В. В., Габ, С. С. (2018). Числові ряди, які пов'язані з параметрами додекаедра. *Вісник міжнародного дослідницького центру «Людина: мова, культура, пізнання»*, 42, 39–45. (Korolskyi, V. V., Hab, S. S. (2018). Numerical series related to

- dodecahedron parameters. *Visnyk mizhnarodnoho doslidnytskoho tsentru "Liudyna: mova, kultura, riznannia"*, 42, 39–45).
9. Рymar, А. І. (2022). Геометрична інтерпретація числових рядів, пов'язаних з об'єктами флори. *Наукові записки молодих учених*, 10. Режим доступу: <https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/SNYS/article/view/1968/pdf>. (Rymar, A. I. (2022). Geometric interpretation of numerical series related to flora objects. *Naukovi zapysky molodykh uchenykh*, Issue 10. Retrieved from: <https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/SNYS/article/view/1968/pdf>).
 10. Рymar, А. І., Корольський, В. В. (2023). Геометрична інтерпретація числових рядів, пов'язаних з рослинами-символами України. *Актуальні питання природничо-математичної освіти*, 1(21), 70-77. (Rymar, A. I., Korolskyi, V. V. (2023). Geometric interpretation of numerical series related to plants-symbols of Ukraine. *Collection of scientific papers "Topical issues of science and mathematical education"*, 1(21), 70–77).
 11. Шкіль, М. І. (1981). Математичний аналіз, частина II: Посібник для педагогічних інститутів. Київ: Вища школа. (Shkil, M. I. (1981). *Mathematical analysis* (Pt. II): Handbook for pedagogical institutes. *Vyshcha shkola*).

Rymar A. I. Using ICT to visualize numerical series using mathematical roses as an example.

The article discusses the use of information and communication technologies for visualizing and generating numerical series associated with Guido Grandi's mathematical roses, in particular three-petal and four-petal ones, based on their location inside a regular triangle and square, respectively. It shows how modern digital tools help to understand mathematical patterns through visual geometric shapes. The geometric interpretations of these series are analyzed.

The visualization of mathematical roses was performed using the GeoGebra program, which made it possible to study the dependence of the number of petals on the parameters of the equation. The visualization of series and geometric elements (side lengths, perimeters, and areas) was performed in Paint 3D. Online calculators with support for mathematical symbols and functions were used to perform calculations of elements and partial sums of numerical series, which made it possible to quickly check the results and analyze convergence.

We determined series based not only on the areas of roses, squares, and triangles inside which the flowers are located, but also on the side lengths and perimeters of these geometric figures. Using digital tools, the total and partial sums of the series were calculated, sigma models were specified, and the level of complexity of the proposed tasks was indicated. Using Microsoft Excel, interactive diagrams were created to show the dependence of partial sums on the number of elements, and the convergence characteristics of each series according to D'Alembert's criterion were identified. The generalized results are presented in a table that systematizes the key characteristics of each series, providing clarity and convenience for further research.

The practical significance of the results obtained is determined by their integration into the educational process. The use of ICT not only increases the effectiveness of visualizing numerical series and develops students' analytical thinking, but also stimulates a creative approach to learning. This digital technique combines educational, research, and educational components, promoting awareness of the harmony between mathematics, nature, and technology.

Key words: ICT, GeoGebra, Paint 3D, Microsoft Excel, numerical series, mathematical roses, geometric interpretation.

*Подано до друку 16.10.2025
Прийнято до друку 03.11.2025*

РОЗДІЛ 5. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНИЙ СУПРОВІД РОЗВИТКУ
ТВОРЧОЇ ОСОБИСТОСТІ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІН
ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОГО ЦИКЛУ

УДК 373.5.091.33:51]:37.015.31

DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/171-176

С. М. Лук'янова

ORCID 0000-0001-8093-3211

Т. М. Лавринюк

ORCID 0009-0001-8275-9648

Український державний університет
імені Михайла Драгоманова

НАВЧАЛЬНО-ТВОРЧА ДІЯЛЬНІСТЬ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ УЧНІВ ТА
УЧЕНИЦЬ 5-6 КЛАСІВ НУШ

Реалізація концептуальних положень Нової української школи на практиці передбачає організації освітнього процесу для учнівства таким чином, щоб були створені ефективні умови для формування у них цілісної системи математичних знань та математичної компетентності у поєднанні з розвитком творчої особистості. У зв'язку з чим перед освітянською спільнотою постають проблеми поєднання традиційних методичних підходів вивчення ключових тем шкільного курсу математики з інноваційними технологіями. У статті презентовано результати авторських досліджень проблеми навчання математики учнів та учениць 5-6 класів на сучасному етапі реформування шкільної математичної освіти. Наведено приклади та методичні рекомендації щодо поєднання традиційних методів навчання математики та інноваційних прийомів (скрайбінг, мейкерство, сторітелінг) задля створення ефективних умов формування компетентної і творчої особистості школяра. Зроблено висновки, що сучасні учні 5-6 класів потребують нових форм мотивації, самовираження та пізнавальної активності. Саме тому імплементація інноваційних методів та прийомів в традиційну методику вивчення шкільного курсу математики може стати потужним засобом підтримки учнівської пізнавальної ініціативи, формування у них інтересу до предмета й уміння застосовувати знання в життєвих ситуаціях, що є важливою передумовою формування системи математичних знань та розвитку творчих здібностей учнівства.

Ключові слова: *Нова українська школа, навчання математики, математична компетентність, навчально-творча діяльність, традиційні та інноваційні методи навчання.*

Постановка проблеми. Згідно з Державним стандартом базової середньої освіти одним із наскрізних умінь, що має формуватися у процесі навчання, є здатність діяти творчо – тобто виявляти креативне мислення, генерувати нові ідеї, використовувати нові освітні продукти [1].

Важливість математичної галузі в освітньому процесі щодо реалізації концептуальних засад Стандарту є беззаперечною, адже математика є не тільки одним із основних інструментів дослідження і пізнання навколишнього світу та запорукою розвитку стратегічно важливих галузей – від інженерії та ІТ до енергетики, медицини та оборонної промисловості, але є також важливою для особистісного розвитку майбутніх членів суспільства, які будуть здатні критично та креативно мислити, успішно працювати з великими обсягами інформації, приймати виважені рішення відповідно до обставин, успішно адаптуватися до використання інноваційних технологій в професійній діяльності та у повсякденному житті (громадянська та соціально-економічна сфери) [3].

Однак, на сьогодні у шкільній практиці існує ряд факторів, які перешкоджають повноцінному досягненню мети математичної освітньої галузі, що визначена в Державному стандарті базової середньої освіти.

Як правило, серед основних причин «складності» засвоєння системи математичних знань учнівством та формування у них відповідних умінь застосовувати на практиці набуті

знання під час розв'язування проблемних завдань математичного, практико-орієнтованого чи прикладного змісту дослідники-методисти вказують на притаманну математичній освітній галузі «особливо виразну абстрактність, яка, на відміну від інших галузей, рідше має очевидні паралелі з повсякденним досвідом» [3]. У наслідку маємо зниження мотивації учнівства до вивчення математики як складної й абстрактної шкільної дисципліни, яка, на думку значної частини учнівства, може взагалі їм не стати у пригоді під час отримання майбутньої професії чи у повсякденному житті.

Наразі негативний вплив на процес формування цілісної системи математичних знань учнівства мають виклики, що пов'язані з освітніми втратами, які зумовлені наслідками пандемії COVID-19 та посилені російською повномаштабною агресією. Тому непоодинокі випадки в шкільній практиці, коли вчителі зосереджують свою увагу саме на засвоєнні учнями нових знань разом із повторенням програмового матеріалу минулих навчальних років задля надолуження освітніх втрат і недостатньо уваги приділяють використанню в навчальному процесі інноваційних методів, засобів і форм навчання, що дієво сприяють посиленню зацікавленості учнів у вивченні математики, формуванні розуміння її значимості для їхнього особистісного становлення й використання у майбутній професійній діяльності, розвитку творчих здібностей.

Аналіз досліджень і публікацій. У контексті навчання математики формування творчих здібностей набуває особливої значущості. Математика створює природне середовище для їх розвитку: постановка та створення різного роду проблемних задач, пошук різних за своєю структурою і математичною основою способів розв'язування проблеми, доведення й обґрунтування висловлювань, моделювання життєвих ситуацій, застосування евристик, рефлексія власних помилок тощо.

Проблема розгляду творчості як важливого чинника розвитку особистості висвітлена у працях відомих зарубіжних дослідників, серед яких Д. Клозен, К. Роджерс, Е. Торенс, Дж. Гілфорд, Ж. Піаже та інші. Загальним питанням розвитку та виявлення творчих здібностей присвятали свої розвідки українські дослідники – Г. С. Костюк, Н. А. Карпенко, В. О. Моляко, О. Л. Музика, В. О. Сухомлинський та інші. Розвиток творчих здібностей під час навчання математики висвітлено у працях О. І. Матяш, С.В. Музиченко, О.А.Смалько, А. В. Терепи, О. С. Чашечникової.

Мета статті – висвітлити особливості використання традиційних методів та інноваційних прийомів задля формування системи математичних знань та розвитку творчих здібностей учнівства під час навчання математики у 5-6 класах НУШ.

Виклад основного матеріалу. Під навчально-творчою діяльністю ми розуміємо свідому і цілеспрямовану активність, яка передбачає поєднання *навчання*, тобто набуття учнівством нових знань та навичок через досвід навчальної діяльності, та *творч*, що на думку науковців [2] є складним і багатовимірним процесом, який супроводжується істотними змінами в соціальних, пізнавальних, мотиваційно-ціннісних структурах та індивідуальному стилі діяльності особистості, що передбачає створення творчих здібностей, уяви та самостійності учнів та учениць.

З огляду на те, що освітній процес повинен мати особистісно орієнтований підхід, що передбачає врахування рівня інтелектуального розвитку, інтересів, здібностей та індивідуальних темпів засвоєння знань, під час роботи з учнями та ученицями 5-6 класів важливо враховувати їхні вікові та психологічні особливості, адже саме цей період є перехідним від молодшого шкільного до підліткового віку, коли формуються нові мотиви навчання, змінюється ставлення до себе та оточення, зростає потреба у самостійності й самоствердженні. Молодші підлітки прагнуть визнання своїх досягнень, активно шукають способи самовираження та прояву компетентності у діяльності, яку вважають значущою [7]. Саме тому кожен вчитель чи вчителька повин обирати методи та засоби навчання відповідно до особливостей конкретного учнівського колективу з урахуванням навчальних особливостей своїх здобувачів освіти і технічних можливостей.

Проведені нами спостереження за діяльністю молодших підлітків під час розв'язування завдань зі шкільних підручників з використанням традиційних методів та

завдань з «творчими доповненнями», які передбачають використання інноваційних методів чи прийомів, показали, що найбільш ефективно сприяють розвитку пізнавальної активності і творчих здібностей учнівства дослідницький метод, метод проєктів, ігрові та інтерактивні методи, практико-орієнтовані, візуальні методи та прийоми.

Дослідницький метод ґрунтується на елементах самостійного пошуку, спостереження, експериментування. Цей метод доречно використовувати під час виконання творчих завдань з проведення мінідосліджень, наприклад, щодо властивостей фігур, відсоткових співвідношень, закономірностей чисел тощо. *Проектний метод* орієнтує на навчання, що передбачає планування, розроблення та реалізацію пошуку вирішення певної проблеми у спільній діяльності. *Практико-орієнтований метод* (завдання як міні проєкти) спрямований на застосування математичних знань у реальних життєвих ситуаціях – завдання на вимірювання, створення моделей (мейкерство, скрайбінг) тощо, що стимулює учнів до пошуку практичного сенсу у вивченому математичному матеріалі, сприяє розвитку гнучкості мислення. *Ігрові та інтерактивні методи* активізують пізнавальну діяльність і створюють емоційно позитивну атмосферу навчання. Гра як форма діяльності дає змогу учневі проявляти ініціативу, співпрацювати, відчувати успіх і водночас розвивати творчість завдяки використанню. Щоб більш ефективно забезпечити наочність, образність та асоціативність мислення під час вивчення складних для осмислення учнями 5-6 класів тем все частіше вчителі використовують *візуальні методи* через створення кросенсів, ментальних карт, асоціативних схем, навчальних мемів, скрайбінгів, колажів, а також використання цифрових інструментів задля посилення візуалізації математичних понять тощо.

Як свідчить шкільна практика, вчитель може і під час розв'язування задачі з шкільного підручника створити творчу атмосферу, доповнивши тест надлишковими чи суперечливими даними чи навпаки – вилучивши питання (вимогу) з тексту задачі [4]. Або, використовуючи прийом сторітелінгу, сюжетну задачу перетворити в опис можливої проблемної ситуації з реального життя, що сприяє розумінню учнями ідей та етапів математичного моделювання [5].

Такі доповнення можуть бути не тільки у сюжетних задачах, але й у суто математичних. Так, у темі «Координатна площина» є стандартні завдання, що мають тренувальний характер і спрямовані переважно на формування технічних умінь учнів.

Завдання 1. Познач на координатній площині точки та з'єднай їх послідовно відрізками: $(-1;6)$, $(2;7)$, $(5;4)$, $(4;-2)$, $(2;4)$, $(-1;-3)$, $(-3;-2)$, $(-4;4)$, $(-2;5)$, $(-1;6)$.

Це завдання формує навички за координатами знаходити положення точки на координатній площині, і має здебільшого репродуктивний характер – учень відтворює готову послідовність дій без необхідності самостійного пошуку, планування чи творчого осмислення. Однак подібні вправи легко перетворити на творчі, якщо змінити характер діяльності учня за допомогою сторітелінгу (складання історії):

- надати йому право вибору (теми, форми, послідовності точок, способу зображення);
- ввести сюжет або легенду, що надає змісту та емоційності математичним діям;
- поєднати побудову з уявною або дослідницькою ситуацією;
- залучити візуальні, ігрові та інші елементи (наприклад, географічні карти, природні об'єкти тощо).

У результаті виконання такого завдання учень не лише закріплює поняття координат, а й розвиває уяву, просторове мислення, вміння планувати, аналізувати та створювати власний продукт.

Творче завдання «Координатна подорож повітряної кулі»

Легенда: Уяви, що ти – мандрівник, який вирушає в подорож на повітряній кулі. Твоя місія – пролетіти над чарівною країною «Координатія» і скласти карту маршруту. На координатній площині точки позначають орієнтири, а лінії між ними – шлях кулі. Ти можеш створити власну карту, обравши напрям польоту, місця зупинок і навіть пейзаж під кулею.

Інструкція до виконання:

- 1) Познач задані точки на координатній площині та з'єднай їх послідовно відрізками, щоб відтворити контури повітряної кулі: $(0;-2)$, $(-2;2)$, $(-1;4)$, $(2;5)$, $(5;4)$, $(6;2)$, $(4;-2)$, $(0;-2)$.

- 2) Придумай продовження польоту: додай власні точки, які утворюють канат, кошик або декоративні елементи; створи маршрут руху кулі (наприклад, обліт навколо гір).
- 3). Оформи результат: зафарбуй фігуру кольором, підпиши координати, коротко опиши, куди й чому летить твоя куля.

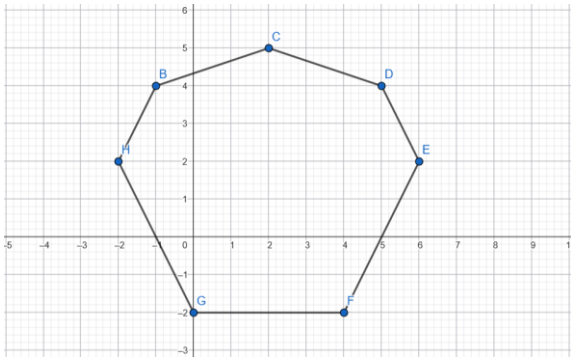


Рис. 1. Контур повітряної кулі

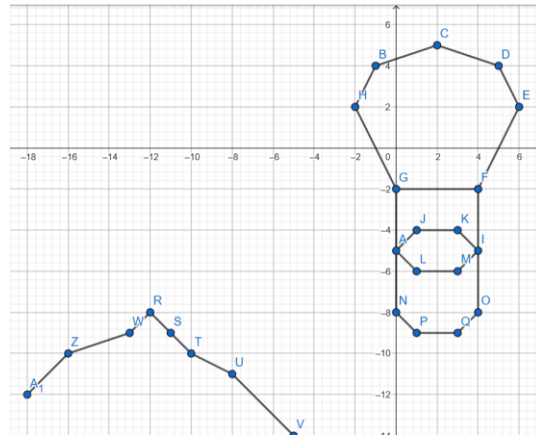


Рис. 2. Приклад виконання другого етапу завдання

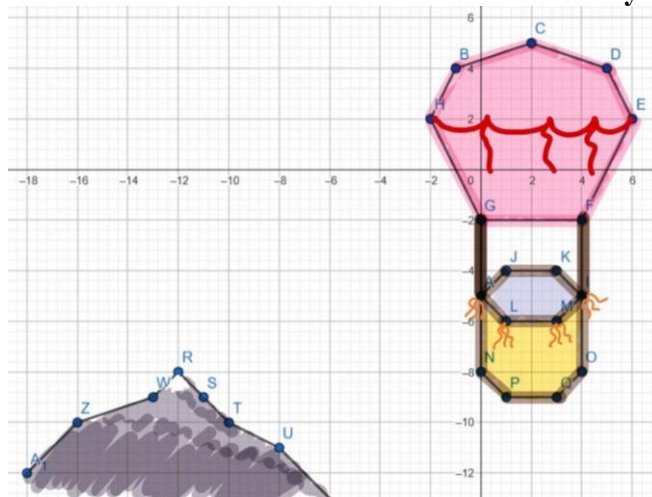


Рис. 3. Приклад виконання третього етапу завдання

Загалом, такі завдання доцільно застосовувати, коли учні вже мають базові навички побудови точок, але потребують емоційно привабливих форм роботи.

Під час вивчення теми «Рівняння» можна використати гру «Математичний дизайнер» (рис. 4). За умовами гри, учні виконують роль інтер'єр-дизайнерів, які облаштовують кімнату, добираючи предмети та меблі. Кожен предмет відповідає конкретному завданню, і щоб додати його до інтер'єру, необхідно знайти правильну відповідь до завдання. Наприклад:

№1. Вкажіть рівняння, розв'язком якого є натуральне число:

$$1\frac{1}{5}x = 2\frac{7}{10}$$

$$2x + 7 = 5$$

$$2x + 5 = 11$$

Учень обирає рівняння, для якого, на його думку, розв'язком є натуральне число і, відповідно, один із предметів, що належить до цієї групи. У ході гри учні: розв'язують рівняння різних типів; зіставляють математичні результати з візуальними образами (елементами інтер'єру); творчо створюють власний варіант кімнати, комбінуючи меблі на основі розв'язків. Гру можна проводити у традиційному форматі (з роздатковими матеріалами) або у цифровому вигляді з використанням інтерактивних додатків, таких як Canva, LearningApps тощо, що дає змогу учням самостійно переміщувати об'єкти, створювати візуальні композиції, додавати кольори й деталі.

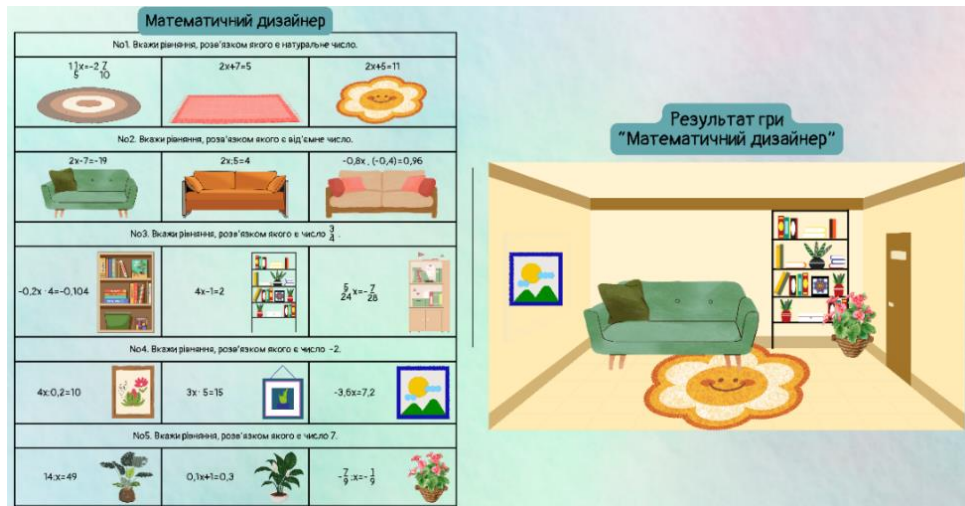


Рис. 4. «Математичний дизайнер».

Зауважимо, що правильність розв'язування учнем чи ученицею п'яти рівнянь легко перевірити вчителю по картці-еталону із «правильним» інтер'єром. Аналогічні завдання підходять і для парної роботи, а також можуть бути домашньою роботою.

Висновки та перспективи подальших досліджень. У статті ми розглянули лише два приклади застосування незвичних для уроків математики прийомів, які однак все частіше використовують вчителі з метою підвищення зацікавленості учнівства до вивчення математики та створення творчої атмосфери.

У підсумку можна сказати, що не існує єдиного універсального методу чи прийому, який ефективно діє під час вивчення різних за абстрактністю і математичною складністю тем. Дослідницькі навчають досліджувати й шукати власні оригінальні рішення, проєктні та практико-орієнтовані – бачити практичний сенс у знаннях, візуальні – розвивають уяву й асоціативність, а ігрові – підвищують інтерес і мотивацію. У поєднанні з інноваційними прийомами (скрайбінг, сторітелінг, мейкерство та інші) вони сприяють формуванню творчої, ініціативної особистості, здатної застосовувати математику у реальних ситуаціях. Однак їх широкому використанню, на думку більшості опитаних нами вчителів, перешкоджає відсутність дидактичного забезпечення чи брак часу. Саме тому вбачаємо продовження досліджень щодо створення методичних рекомендацій використання різних методів і прийомів під час вивчення вузлових тем шкільного курсу математики задля формування цілісної системи математичних знань та розвитку творчої особистості здобувачів освіти.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. *Державний стандарт базової середньої освіти.* (2020). (State Standard of Basic Secondary Education. (2020)). Retrieved from: <https://www.kmu.gov.ua/npas/pro-deyaki-pitannya-derzhavnih-standartiv-povnoyi-zagalnoyi-serednoyi-osviti-i300920-898>.
2. Моляко, В. О., Музика, О. Л. (Ред.). (2006). *Здібності, творчість, обдарованість: теорія, методика, результати досліджень: колективна монографія.* Рута. (Moliako, V. O., Muzyka, O. L. (Eds.). (2006). *Abilities, creativity, giftedness: theory, methodology, research results: collective monograph.* Ruta).
3. *Концептуальні засади математичної освітньої галузі.* (2025). (Conceptual foundations of the mathematical educational field (2025)). Retrieved from: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/novyny-posylannia/konceptualni-zasadi-matematicnoyi-osvitnoyi-galuzi.pdf>
4. Лук'янова, С. М. (2006). *Розв'язування текстових задач арифметичними способами: 5-6 кл.* Шкільний світ. (Lukianova, S. M. (2006). *Solving text problems using arithmetic methods: 5-6 grades.* Shkilnyi svit).
5. Лук'янова, С. М. (2022). Текстові задачі як засіб формування в учнів 5-6 класів уявлення про математичне моделювання. *Математика в рідній школі*, 4-6, 38–42. (Lukianova, S. M. (2022). Text problems as a means of forming an idea of mathematical modeling in students of grades 5-6. *Matematyka v ridnii shkoli*, 4-6, 38–42).

6. Матяш, О. І., Терєпа, А. В. (2018). *Математика у творчості. Творчість у математиці: монографія*. (Matiash, O. I., Terapa, A. V. (2018). *Mathematics in creativity. Creativity in mathematics: monograph*).
7. Насадюк, Т. О. (2023). *Методика реалізації прикладної спрямованості навчання математики учнів 5-6 класів* (Дис. канд. пед. наук). (Nasadyuk, T. O. (2023). *Methodology of implementation applied orientation of teaching mathematics pupils 5-6 grades* (PhD thesis)).
8. Чашечникова, О. С. (2011). *Створення творчого середовища в умовах диференційованого навчання математики: монографія*. (Chashechnikova, O. S. (2011). *Building the creative environment in the context of differentiated mathematics education: monograph*).
9. Guilford, J. P. (1968). Intellectual factors in productive thinking. In *Productive thinking in education* (pp. 5–21). The National Education Association.

Lukianova S. M., Lavrynyuk T. M. Educational and creative activities in mathematics lessons for 5th and 6th grade students of the New Ukrainian school.

The implementation of the conceptual provisions of the New Ukrainian School in practice involves organizing the educational process for students in such a way as to create effective conditions for the formation of a holistic system of mathematical knowledge and mathematical competence in them, combined with the development of a creative personality. Therefore, teachers must solve the problem of combining traditional methodological approaches to teaching key topics in the school mathematics curriculum with innovative technologies. The article presents the results of a study of the problem of teaching mathematics to students in grades 5 and 6 at the current stage of reforming school mathematics education. Examples and methodological recommendations are given on the combination of traditional methods of teaching mathematics and innovative techniques (scribing, making, storytelling) in order to create effective conditions for the formation of a competent and creative personality of a student. The authors conclude that modern students in grades 5-6 need new forms of motivation, self-expression and cognitive activity. That is why the implementation of innovative methods and techniques into the traditional methodology of studying the school mathematics course can become a powerful means of supporting students' cognitive initiative, forming their interest in the subject and the ability to apply knowledge in real-life situations, which is an important prerequisite for the formation of a system of mathematical knowledge and the development of students' creative abilities.

Keywords: New Ukrainian School, educational mathematics, mathematical competence, educational and creative activity, traditional and innovative educational methods.

*Подано до друку 14.10.2025
Прийнято до друку 31.10.2025*

УДК 372.851.2 +37.032+371.321.2 +37.026 +376.68+37.01+37.02+37.04
DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/176-182

О. С. Чашечникова
ORCID ID 0000-0003-1101-5534
С. Е. Ібрагімова
ORCID ID 0009-0006-0800-5449
Сумський державний педагогічний
університет імені А.С. Макаренка

**ПРОБЛЕМА РОЗВИТКУ ПРОСТОРОВОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ У СУЧАСНИХ
УМОВАХ**

У статті розглянуто проблему розвитку просторового мислення, його значення у житті сучасної людини на основі фундаментальних загальноновизнаних у світі досліджень (зокрема, І. С. Якиманської) та сучасних закордонних дослідників (Bednarz R. S., Lee J., Mix K. S., Levine S. C., Şeker M., Maguire E. A., Johnsrude I. S., Maresch G., Sorby S. A. Mason, J.,

Mix K. S., Moreau D., Mansy-Dannay A., Nagy-Kondor R., Newcombe N., Huttenlocher J.), підкреслено зв'язок між рівнем розвитку просторового мислення та академічною успішністю учнів з математики, успішністю фахівців з різних сфер у процесі професійної діяльності. Окреслено проблему зниження рівня розвитку просторового мислення сучасних учнів / студентів, про що свідчить й аналіз виконання завдань, що потребують розвиненого просторового мислення (результати PISA, «Кенгуру»). Враховано дослідження Н. Д. Мацько, в якому ґрунтовно висвітлено визначення критеріїв та рівнів сформованості просторових уявлень в учнів (акумулятивний; репродуктивний; конструктивний; інтелектуальний). Виходячи з виділених І. С. Якиманською рівнів розвитку просторового мислення, узагальнено та виділено рівні сформованості просторового мислення. Рівні репродуктивний та реконструктивний розглядаємо як необхідні шаблі переходу на творчий рівень, часто – відповідно психолого-педагогічним особливостям учнів конкретного віку, тому на кожному рівні виділяємо окремо й рівні сформованості.

Описано авторський підхід до розробки системи завдань для діагностики просторового мислення, що містять завдання: на розпізнавання; на вимірювання; на виконання рисунків; на виконання креслень; на моделювання за допомогою підручних засобів; на створення уявних моделей та на маніпуляції з ними. Розроблені нами завдання рекомендуємо використовувати не лише для діагностики, а й з метою розвитку просторового мислення учнів / студентів. Частина завдань (блок 1) є універсальною (підходить для всіх учнів / студентів та не залежить від рівня їх знань з математичних дисциплін). Завдання блоку 2 передбачають, що у тих, хто їх виконує, наявні знання та вміння, які відповідають конкретним темам програмного матеріалу (ознайомлення з геометричними перетвореннями фігур на площині / у просторі; координати на площині / у просторі; паралельне проектування та інше). Запропонований підхід надає можливість вчителю математики на практиці певною мірою відслідковувати динаміку розвитку просторового мислення учнів у реальному навчальному процесі.

Ключові слова: просторове мислення, просторові уявлення, рівні розвитку просторового мислення, критерії рівня сформованості просторового мислення.

Постановка проблеми. Переоцінити роль просторового мислення у реальному житті людини неможливо (загальновідомі фундаментальні дослідження Б. Г. Ананьєва, І. Я. Каплунович, І. С. Якиманської та інших). Важливу роль розвиненого просторового мислення у діяльності людини, незважаючи на наявність новітніх технологій, підкреслюють і сучасні дослідження. Розвинене просторове мислення дозволяє оперативно створювати просторові образи та оперувати ними в процесі розв'язування завдань, що вимагають орієнтації у просторі. Зокрема, високий рівень розвитку просторового мислення покращує спроможність пілотів літаків уникати критичні ситуації (Taylor M. M., O'Hare D., Morrison D., 2014) [19]. У дослідженні (Moreau D., Clerc J., Mansy-Dannay A., 2011) встановлено взаємозв'язок між просторовим мисленням та спортивними результатами [13]. Результати досліджень виявили значний зв'язок між просторовими здібностями студентів медичних спеціальностей та їхнім успіхом на практичних іспитах з анатомії (M. Aydın, M. T. Yılmaz, M.Şeker (2020) [6].

Але, з іншого боку, психологи та педагоги відмічають зниження рівня розвитку просторового мислення сучасних учнів / студентів. Про це свідчить й аналіз виконання завдань, що потребують розвиненого просторового мислення (зокрема, у дослідженні PISA [15; 16], при виконанні завдань міжнародного математичного конкурсу «Кенгуру» (*Kangourou sans Frontières*, <https://www.aksf.org/publications.xhtml>)).

Тому **мета статті** – продемонструвати підхід до відслідковування динаміки розвитку просторового мислення учнів, який може бути реалізований на практиці у процесі навчання математики.

Аналіз актуальних досліджень. Просторове мислення є проявом когнітивного розвитку конкретної людини. За І. С. Якиманською – просторове мислення є специфічним видом розумової діяльності, яка відбувається у процесі розв'язування задач, що потребують орієнтації у просторі; у своїх найбільш розвинених формах це мислення образами, у яких

фіксуються просторові властивості та відношення. Більшість сучасних дослідників дотримуються і зараз цього визначення.

У роботі [15] (Newcombe N., Huttenlocher J., 2000) розглянуто розвиток просторового мислення як результат поєднання вроджених здібностей дітей та їхнього досвіду взаємодії з предметним світом. Автори підтверджують нашу думку [3; 4] (1997) про те, що важливу роль у формуванні та розвитку просторового мислення відіграє систематичне виконання учнями спеціальних завдань на розвиток просторового мислення (завдання на покращення зорово-просторової пам'яті, на уміння орієнтуватися у складних просторових середовищах, на ментальне обертання об'єктів, на точність відтворення просторових відношень та пропорцій).

У дослідженні [8] (Maguire E. A. et al, 2000) описано вплив на збільшення об'єму задньої частини гіпокампу (області мозку, пов'язаної з навігацією та просторовою пам'яттю) таксистів, які проходять інтенсивне навчання для запам'ятовування міських маршрутів. Це підтверджує: систематичне виконання вправ на розвиток просторового мислення (у даному випадку, інтенсивна практика в навігації) може призвести до структурних змін у відділах головного мозку, що впливають на просторове мислення. J. R. Power, Sh. A. Sorby (2020) [18] досліджували гендерні відмінності у розвитку просторового мислення.

Серед структурних компонентів просторового мислення виділяють: сприймання просторових фігур та їх відношень; сформовані просторові уявлення; просторову уяву; здатність до просторових перетворень (зміна положення, виконання геометричних перетворень, зміна масштабу).

Виклад основного матеріалу. Одна з цілей нашого дослідження – визначити шляхи формування просторового мислення школярів на різних етапах навчання у сучасних умовах. Нами в межах дослідження розвитку математичних здібностей та творчого мислення учнів у процесі навчання математики було проведено лонгитюдне дослідження розвитку просторового мислення учнів з 5 по 11 клас (з 1989 по 1996 рр., 1996 по 2003 рр.), з 8 по 10 клас (2021-2024 рр.), а також короткочасні дослідження у процесі роботи з учнями 5-11 класів (5 клас (2018-2019 рр), зокрема, з метою подолання освітніх втрат (2024 -2025 рр, співпраця з ГО «Співдій»).

Були досліджені різні аспекти розвитку просторового мислення (описано нами у [2; 3; 4]). Один з результатів нашого дослідження, виконаного ще у 1993-1997 [3; 4]), співпадає з висновками К. Мікс та інш. (2012, 2016) [11; 12], які підтверджують зв'язок між рівнем розвитку просторового мислення учнів та їх академічною успішністю з математики, та свідчать: тренування навичок ментальної ротації (здатності уявно обертати об'єкти у просторі без фізичного маніпулювання ними) призводить до розвитку математичних здібностей школярів, сприяє покращенню їхньої успішності з математики. Отже, навіть в «епоху цифровізації», просторове мислення залишається необхідною умовою інтелектуального розвитку учнів / студентів. У роботі «Perspectives on Spatial Thinking» (Maresch, G., Sorby, S. A. (2021) [9] підкреслюється значення саме цілеспрямованого розвитку просторового мислення, вплив його розвитку на здобуткі у сфері науки та техніки. Mason, J. (2010) [10], ґрунтуючись на дослідженнях Дж. Брунера, зазначає: спочатку учні мають впевнено маніпулювати матеріальними об'єктами, потім – образами та символами. С. Е. Ібрагімова, виконуючі кваліфікаційне дослідження (2023-2025 рр.), розглядала можливості розвитку просторового мислення дітей у різні вікові періоди, здійснила фрагмент експериментального дослідження у Ворожбянському ліцеї (Сумська область).

З визначення просторового мислення (І. С. Якиманська) випливає, що його основними властивостями є вміння створювати просторові образи в уяві, оперувати ними та перетворювати їх (змінювати форми, розміри, положення об'єктів у просторі). Вважаємо за необхідне доповнити: змінювати положення об'єктів на площині, змінювати взаємне розміщення декількох об'єктів, синтезувати / конструювати нові об'єкти). Розвиток просторового мислення починається із формування правильного сприймання форм, розмірів, положення реальних об'єктів; на наступному етапі поступово створюється та поповнюється фонд просторових уявлень; розвивається просторова уява.

Проблема визначення критеріїв та рівнів сформованості просторових уявлень в учнів була ґрунтовно висвітлена у дослідженні Н. Д. Мацько (1992) [1]. Це дослідження є

фундаментальним і не втрачає своєї актуальності й зараз. В якості критеріїв дослідниця виділила рівні сформованості таких інтелектуально-практичних умінь (в авторській системі їх сім, але ми залишили шість, критерії 3 та 4 дещо змінено): 1) розпізнавання даного об'єкта серед інших; 2) розпізнавання зображення даного об'єкта серед інших зображень; 3) відтворення об'єкта в уяві (уявлення пам'яті); 4) встановлення взаємозв'язків між реальним об'єктом, математичною моделлю об'єкта, терміномом, означенням; 5) створення в уяві нових образів; 6) просторове перекодування.

Н. Д. Мацько виділила такі рівні сформованості просторових уявлень учнів: 1) акумулятивний; 2) репродуктивний; 3) конструктивний; 4) інтелектуальний.

Повертаючись до структури просторового мислення, відмітимо: спочатку через маніпуляцію реальними об'єктами відбувається розвиток просторової уяви, на наступному рівні вже просторова уява стає основою для здійснення просторових перетворень в уяві без опори на реальні об'єкти, а це, в свою чергу, сприяє подальшому розвитку просторової уяви. Цей процес відбувається циклічно, його можна представити у вигляді спіралі, що схожа на дидактичну спіраль за Дж. Брунером.

Рівні розвитку просторового мислення (за І.С.Якиманською): репродуктивний – оперування готовими образами; реконструктивний - перетворення образів за заданими умовами; творчий – самостійне створення та трансформація просторових образів у нових ситуаціях.

Нами узагальнено та виділено рівні сформованості просторового мислення у таблиці (табл.1). Зазначимо, що рівні репродуктивний та реконструктивний розглядаємо як необхідні щаблі переходу на творчий рівень, часто – відповідно психолого-педагогічним особливостям учнів конкретного віку, тому на кожному рівні виділяємо окремо й рівні сформованості.

Таблиця 1

Рівні розвитку просторового мислення учнів

№ п/п	Рівень	Критерії	Рівень сформованості
1	Репродуктивний	Здатність оперувати готовими просторовими образами	Низький: проблеми у розпізнаванні об'єктів; труднощі у процесі виконання перетворень навіть з опорою на наочність. Середній: фрагментарні уявлення; труднощі у процесі виконання перетворень без опори на наочність. Високий: сформованість уявлень (встановлення взаємозв'язків між реальним об'єктом, математичною моделлю об'єкта, терміномом, означенням); спроможність виконувати перетворення без опори на наочність.
2	Реконструктивний	Здатність перетворювати просторові образи за заданими зовні умовами	Низький: нерозуміння умов, за якими необхідно перетворювати просторові образи. Середній: спроможність виконувати перетворення зображень просторових об'єктів; труднощі у процесі виконання уявних перетворень. Високий: спроможність виконувати уявні перетворення за заданими зовні умовами.
3	Творчий	Здатність самостійно створювати та трансформувати просторові образи у нових ситуаціях.	Спроможність виконувати перетворення (зокрема, уявні) у змінених (високий рівень) та нових ситуаціях, самостійно розробляти сценарій перетворень (дуже високий рівень).

З метою підвищення ефективності розвитку просторового мислення необхідно відстежувати динаміку цього процесу. Тому важливо оцінювати рівень розвитку компонентів

просторового мислення на кожному з етапів. У дослідженні [14] (Rita Nagy-Kondor, Saeed Esmailnia, 2022) було розроблено завдання (SAET) для оцінки складних просторових здібностей студентів-інженерів. У дослідженні Bednarz R. S., Lee J. (2011) [7] представлено тест визначення здатності до просторового мислення, який, на наш погляд, не охоплює всіх його компонентів.

Нами зроблено спробу на основі досліджень [1; 2; 3; 4] розробити систему завдань для діагностики, що включають завдання: на розпізнавання; на вимірювання; на виконання рисунків; на виконання креслень; на моделювання за допомогою підручних засобів (паперу, ниток, олівців та інше); на створення уявних моделей; на маніпуляції уявними моделями. Зауважимо, що, на жаль, більшість сучасних українських школярів не вивчають креслення, тому їм необхідно пояснити, чим креслення відрізняється від рисунку просторової фігури. Розроблені нами завдання рекомендуємо використовувати не лише для діагностики, а й з метою розвитку просторового мислення учнів / студентів.

Частина завдань (блок 1) є універсальною (підходить для всіх учнів / студентів та не залежить від рівня їх знань з математичних дисциплін).

Проілюструємо. Учням пропонують рисунок (рис. 1). Необхідно, лише розглядаючи рисунок, визначити, чи перетинаються: 1) відрізки AC та DB ; 2) прямі AC та DB ; 3) промені AC та DB ; 4) промені CA та BD ; 5) промінь AC та пряма DB ; 6) промінь CA та пряма DB . Перед цим нагадують означення відрізка та променя (півпрямої), демонструють відповідні ілюстрації.

За правильне виконання завдань 2), 3), 5) нараховується по 3 бали; 4) та 6) по 2 бали; 1) – 1 бал. Якщо в учнів виникають проблеми, пропонується у якості «підказки» рис. 2, але нараховуються за виконання кожного із завдань відповідно: 2), 3), 5) нараховується по 2 бали; 4) та 6) по 1 балу; за правильне виконання завдання 1) бали вже не зараховуються.

Високий рівень – 14 балів; вище середнього – 11-13 балів; середній – 8-10 балів; нижче середнього – 4-7 балів; низький 0-3 бали.

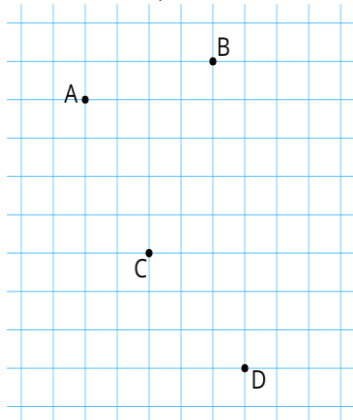


Рис. 1

Приклад завдань

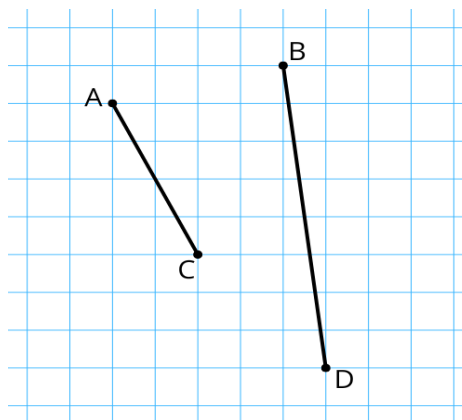


Рис. 2

Завдання блоку 2 передбачають, що у тих, хто їх виконує, наявні знання та вміння, які відповідають конкретним темам програмного матеріалу (ознайомлення з геометричними перетвореннями фігур на площині / у просторі; координати на площині / у просторі; паралельне проектування та інше). Зокрема, у блоці 2 є завдання на геометричні перетворення. У старшій школі в курсі геометрії через об'єктивні причини на сучасному етапі геометричним перетворенням просторових фігур приділяється недостатньо уваги. Тому для тренування навичок ментальної ротації можна використовувати завдання щодо геометричних перетворень фігур на площині та побудови графіків функцій шляхом перетворень.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Запропонований підхід спрямований на розроблення системи методичних орієнтирів для вчителя математики, що забезпечують цілеспрямований моніторинг і педагогічну інтерпретацію динаміки розвитку просторового мислення учнів у реальному процесі навчання. У подальшому передбачається представлення процедури організації та проведення формувального експерименту, спрямованого на

розвиток просторового мислення школярів, а також здійснення порівняльного аналізу отриманих результатів у різні періоди (з 1989 по 1996 рр., 1996 по 2003 рр., 2018-2019 рр., 2021-2024 рр., 2024-2026 рр.) з метою виявлення стійких тенденцій та ефективності впровадженої методики.

Chashechnikova O., Ibrahimova S. The problem of developing students' spatial thinking in modern conditions.

The article considers the problem of spatial thinking development, its importance in the life of a modern person on the basis of fundamental research generally recognized in the world (in particular, I. S. Yakymanska) and modern foreign researchers (Bednarz R. S., Lee J., Mix K. S., Levine S. C., Şeker M., Maguire E. A., Johnsrude I. S., Maresch G., Sorby S. A. Mason, J., Mix K. S., Moreau D., Mansy-Dannay A., Nagy-Kondor R., Newcombe N., Huttenlocher J.), emphasizes the connection between the level of spatial thinking development and the academic success of students in mathematics, the success of specialists from various fields in the process of professional activity. The problem of reducing the level of spatial thinking development of modern students is outlined, as evidenced by the analysis of the performance of tasks requiring developed spatial thinking (PISA, "Kangaroo" results). The study of N. D. Matsko, which thoroughly highlights the definition of criteria and levels of formation of spatial ideas in students (accumulative; reproductive; constructive; intellectual), is taken into account. Based on the levels of development of spatial thinking identified by I. S. Yakymanskaya, the levels of formation of spatial thinking are generalized and highlighted. The reproductive and reconstructive levels are considered as necessary stages of transition to the creative level, often in accordance with the psychological and pedagogical characteristics of students of a particular age, therefore, at each level we separately highlight levels of formation. The author's approach to developing a system of tasks for diagnosing spatial thinking is described, which include tasks: for recognition; for measurement; for drawing; for drawing; for modeling using improvised means; for creating imaginary models and manipulating them. We recommend using the tasks we have developed not only for diagnostics, but also for the purpose of developing spatial thinking of students. Part of the tasks (block 1) is universal (suitable for all students and does not depend on the level of their knowledge of mathematical disciplines). The tasks of block 2 assume that those who perform them have knowledge and skills that correspond to specific topics of the program material (familiarization with geometric transformations of figures on a plane / in space; coordinates on a plane / in space; parallel projection, etc.). The proposed approach allows the mathematics teacher to track the dynamics of the development of students' spatial thinking in practice to a certain extent in the real educational process.

Keywords: spatial thinking, spatial representations, levels of development of spatial thinking, criteria for the level of formation of spatial thinking.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Мацько, Н. Д. (1992). Формування просторових уявлень в учнів I-IX класів. Київ. (Matsko, N. D. (1992). Formation of spatial ideas in students of grades I-IX. – Kyiv).
2. Чашечникова, О. С. (2011). Теоретико-методичні основи формування і розвитку творчого мислення учнів в умовах диференційованого навчання математики (Дис. д. п. н.: 13.00.02 – теорія та методика навчання (математика). Сумський державний педагогічний університет імені А. С. Макаренка. Суми. (Chashechnikova, O. S. (2011). Theoretical and methodological foundations of the formation and development of students' creative thinking in the conditions of differentiated teaching of mathematics (DSc thesis). Sumy State Pedagogical University named after A. S. Makarenko. Sumy).
3. Чашечникова, О. С. (1997). Розвиток математичних здібностей учнів основної школи (Дис. к. пед. наук). ІІ АПН України. Київ. (Chashechnikova, O. S. (1997). Development of mathematical abilities of primary school students. (PhD thesis abstract). Instytut pedahohiky APN Ukrainy.) Kyiv.
4. Чашечникова, О. С. (1996). Формування просторової уяви учнів старшої школи. *Педагогіка і психологія*, 3, 83–85. (Chashechnikova, O. S. (1996). Formation of spatial imagination of high school students. *Pedagogy and psychology*, 3, 83–85).
5. Anderson, J. R. (2005). Cognitive psychology and its implications. Worth Publishers.

6. Aydın, M., Yılmaz, M. T., Seker, M. (2020). Evaluation of the relationship between spatial abilities and anatomy learning. *Anatomy (International Journal of Experimental and Clinical Anatomy)*, 14(2), 139–144.
7. Bednarz, R. S., Lee, J. (2011). The components of spatial thinking: Empirical evidence. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 21, 103–107.
8. Maguire, E. A., Gadian, D. G., Johnsrude, I. S., Good, C. D., Ashburner, J., Frackowiak, R. S., Frith, C. D. (2000). Navigation-related structural change in the hippocampi of taxi drivers. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 97(8), 4398–4403.
9. Maresch, G., Sorby, S. A. (2021). Perspectives on spatial thinking. *Journal for Geometry and Graphics*, 25(2), 271–293.
10. Mason, J. (2010). *Mathematical thinking and spatial reasoning: Teaching approaches for secondary education*. London: Routledge.
11. Mix, K. S., Cheng, Y.-L. (2012). The relation between space and math: Developmental and educational implications. *Advances in Child Development and Behavior*, 42, 197–243.
12. Mix, K. S., Levine, S. C., Cheng, Y., Young, C., Hambrick, D. Z., Ping, R., Konstantopoulos, S. (2016). Separate but correlated: The latent structure of space and mathematics across development. *Journal of Experimental Psychology: General*, 145(9), 1206–1227.
13. Moreau, D., Mansy-Dannay, A., Clerc, J., Guérién, A. (2011). Spatial ability and motor performance: Assessing mental rotation processes in elite and novice athletes. *International Journal of Sport Psychology*, 42(6), 525–547.
14. Nagy-Kondor, R., Esmailnia, S. (2022). Development of spatial ability extra tasks (SAET): Problem solving with spatial intelligence. *Quality & Quantity*.
15. Newcombe, N., Huttenlocher, J. (2000). *Making space: The development of spatial representation and reasoning*. MIT Press. Retrieved from: https://www.researchgate.net/publication/329651294_Making_Space_The_Development_of_Spatial_Representation_and_Reasoning.
16. OECD. (2019). *PISA 2018 results (Volume I): What students know and can do*. OECD Publishing.
17. OECD. (2020). *PISA 2018 results (Volume II): Where all students can succeed*. OECD Publishing.
18. Power, J. R., Sorby, S. A. (2020). Spatial development program for middle school: Teacher perceptions of effectiveness. *International Journal of Technology and Design Education*, 31, 901–918.
19. Taylor, M. M., O'Hare, D., Morrison, D. (2014). Cognitive predictors of pilot navigation performance: The role of spatial ability. *The International Journal of Aviation Psychology*, 24(2), 138–156.

*Подано до друку 21.10.2025
Прийнято до друку 03.11.2025*

ЗМІСТ

РОЗДІЛ 1. АКТУАЛЬНІ ПИТАННЯ ПІДВИЩЕННЯ ЯКОСТІ НАВЧАННЯ	
ДИСЦИПЛІН ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОГО ЦИКЛУ В ШКОЛІ ТА ЗАКЛАДАХ ВИЩОЇ ОСВІТИ РІЗНИХ РІВНІВ АКРЕДИТАЦІЇ.....	5
I. A. АКУЛЕНКО І. А., АТАМАСЬ В. В. РОЛЬ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ ТА АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ У ФОРМУВАННІ СТІЙКОЇ ПІЗНАВАЛЬНОЇ МОТИВАЦІЇ СТУДЕНТІВ – МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ	5
ВABENKO O. M., KHARCHENKO YU. V., MATERIENKO A. S. PRINCIPLES OF UNIVERSAL DESIGN IN CHEMISTRY EDUCATION.....	13
КАЛЕНИК М. В. МЕТОДИКА РЕАЛІЗАЦІЇ ШКІЛЬНОГО ФІЗИЧНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ З КІНЕМАТИКИ В ЗАКЛАДАХ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ ЗА МОДЕЛЬНИМИ НАВЧАЛЬНИМИ ПРОГРАМАМИ В УМОВАХ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ	22
КАРУПУ О. В., ОЛЕШКО Т. А., ПАХНЕНКО В. В., РЕПЕТА В. К. З ДОСВІДУ ПІДГОТОВКИ СТУДЕНТІВ ДО АКТИВНОГО ВИКОРИСТАННЯ АНГЛІЙСЬКОЇ МОВИ В МАТЕМАТИЧНІЙ ПРАКТИЦІ	30
КОРОЛЬСЬКИЙ В. В., МУРАВСЬКА Д. І. ЗВ'ЯЗКИ МІЖ ЧИСЛОВИМИ РЯДАМИ ТА ЇХ ВИКОРИСТАННЯ ПРИ ВИВЧЕННІ РОЗДІЛУ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ «РЯДИ» ...	37
ЯЦЕНКО С. Є., СЕРГІЙЧУК А. М. ІНТЕГРАЦІЯ ЕЛЕМЕНТІВ КРИПТОГРАФІЇ В ПРОЦЕС НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІН МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТНЬОЇ ГАЛУЗІ УЧНІВ 5–6 КЛАСІВ	45
РОЗДІЛ 2. СПРЯМОВАНІСТЬ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІН ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОГО ЦИКЛУ НА РОЗВИТОК ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ УМІНЬ ТА ТВОРЧИХ ЗДІБНОСТЕЙ УЧНІВ ТА СТУДЕНТІВ	51
ГУЗЬМАН Ю. С. РОЗВИТОК КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ НА УРОКАХ АЛГЕБРИ В 7 КЛАСАХ	51
ІЗЮМЧЕНКО Л. В., ТКАЧЕВСЬКА А. П. МОДЕЛЮВАННЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СТЕРЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ ЯК КЛЮЧОВИЙ ЕЛЕМЕНТ ФОРМУВАННЯ КРИТИЧНОСТІ МИСЛЕННЯ	56
НЕСТЕРЕНКО А. М. ПРОБЛЕМНЕ НАВЧАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ ТЕХНІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ.....	66
РОЗДІЛ 3. ПРОБЛЕМА УДОСКОНАЛЕННЯ ПІДГОТОВКИ ВЧИТЕЛІВ ПРЕДМЕТІВ ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОГО ЦИКЛУ	73
ВАСЬКО О. О., БІЛЕР О. С., КОНДРАТЮК С. М. ДІЯЛЬНІСНИЙ ПІДХІД ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ ПРОФЕСІЙНОЇ ВІДПОВІДАЛЬНОСТІ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ПОЧАТКОВИХ КЛАСІВ	73
ДЕНИСЕНКО Т. О., СТЕЦЬ Н. В., КОВАЛЕНКО С. І. ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНОЇ ТРАЄКТОРІЇ ДЛЯ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ СПЕЦІАЛЬНОСТІ 102 ХІМІЯ: ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ОСВІТНІХ ПРОГРАМ....	102
ТАРАСЕНКОВА Н. А., АКУЛЕНКО І. А. МЕТОДИЧНА СКЛАДОВА КУРСУ «ВИБРАНІ ПИТАННЯ ЕЛЕМЕНТАРНОЇ МАТЕМАТИКИ» У ПІДГОТОВЦІ МАГІСТРАНТІВ СПЕЦІАЛЬНОСТІ А4 СЕРЕДНЯ ОСВІТА (МАТЕМАТИКА).....	94
ТІНЬКОВА Д. С., ЛУЦЕНКО Г. В., ПОДОЛЯН О. М. РОЛЬ ПЕДАГОГІЧНИХ ПРАКТИК У ФОРМУВАННІ ПРОФЕСІЙНОЇ МОТИВАЦІЇ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ІНФОРМАТИКИ	103
ЧКАНА Я. О., ГЕРАСИМЕНКО В. О., СТОЦЬКИЙ І. І. СКРАЙБІНГ ТА ТАЙМЛАЙН ЯК ІННОВАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ У ПІДГОТОВЦІ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ	111
ЧУПРИНА Н. В. ВИКЛИКИ СУЧАСНОЇ ОСВІТИ ТА ІННОВАЦІЙНЕ МИСЛЕННЯ ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ.....	118
ШЕПАРОВИЧ І. Б., СОБКО Т. В. ПАРАДИГМА УКРАЇНСЬКОГО МАТЕМАТИКА, ПЕДАГОГА ХХ СТ. ЮЛІАНА БОГАЧЕВСЬКОГО В СВІТЛІ СУЧАСНОЇ НАУКИ	125

РОЗДІЛ 4. ОПТИМІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІН ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОГО ЦИКЛУ ЗАСОБАМИ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ	1344
ODINTSOVA O. O., BONDARENKO V. O. THE USE OF ONLINE PLATFORMS IN THE IMPLEMENTATION OF SUBJECT-LANGUAGE INTEGRATED TEACHING OF ENGLISH AND MATHEMATICS	1344
ПЛЮЩИК В. В. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ СУЧАСНОГО ЗАКЛАДУ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ В ЦИФРОВОМУ СЕРЕДОВИЩІ ДЛЯ РОЗВИТКУ АЛГОРИТМІЧНОГО МИСЛЕННЯ.....	1444
PUKALSKY IVAN, UNGURYAN GALINA, YASHAN BOHDAN USING CHATGPT ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN PROGRAMMING TRAINING	1511
РИМАР А. І. ВИКОРСТАННЯ ІКТ ДО ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ЧИСЛОВИХ РЯДІВ НА ПРИКЛАДІ МАТЕМАТИЧНИХ ТРОЯНД.....	16060
РОЗДІЛ 5. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНИЙ СУПРОВІД РОЗВИТКУ ТВОРЧОЇ ОСОБИСТОСТІ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІН ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОГО ЦИКЛУ	1711
ЛУК'ЯНОВА С. М., ЛАВРИНІУК Т. М. НАВЧАЛЬНО-ТВОРЧА ДІЯЛЬНІСТЬ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ УЧНІВ ТА УЧЕНИЦЬ 5-6 КЛАСІВ НУШ	1711
ЧАШЕЧНИКОВА О. С., ІБРАГІМОВА С. Е. ПРОБЛЕМА РОЗВИТКУ ПРОСТОРОВОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ У СУЧАСНИХ УМОВАХ.....	1766

CONTENTS

SECTION 1. CURRENT ISSUES ENHANCE LEARNING DISCIPLINES NATURAL MATHEMATICAL CYCLE IN SCHOOLS AND VOCATIONAL EDUCATION	5
AKULENKO I. A., ATAMAS V. V. THE ROLE OF INTERDISCIPLINARY LINKS BETWEEN LINEAR ALGEBRA AND ANALYTIC GEOMETRY IN DEVELOPING SUSTAINABLE COGNITIVE MOTIVATION OF PRE-SERVICE MATHEMATICS TEACHERS.....	5
БАБЕНКО О. М., ХАРЧЕНКО Ю. В., МАТЕРІЄНКО А. С. ПРИНЦИПИ УНІВЕРСАЛЬНОГО ДИЗАЙНУ В НАВЧАННІ ХІМІЇ	13
KALENYK M. V. METHODS FOR CONDUCTING SCHOOL PHYSICS EXPERIMENTS ON KINEMATICS IN GENERAL SECONDARY EDUCATION INSTITUTIONS USING MODEL CURRICULA IN A DISTANCE LEARNING ENVIRONMENT.....	22
KARUPU O. W, OLESHKO T. A, PAKHNENKO V. V. FROM THE EXPERIENCE OF PREPARING STUDENTS FOR THE ACTIVE USE OF ENGLISH IN MATHEMATICAL PRACTICE	30
KOROLSKIY V. V., MURAVSKA D. I. CONNECTIONS BETWEEN NUMERICAL SERIES AND THEIR APPLICATION IN THE STUDY OF THE "SERIES" SECTION OF MATHEMATICAL ANALYSIS.....	37
YATSENKO S., SERHIICHUK A. INTEGRATION OF CRYPTOGRAPHY ELEMENTS INTO THE TEACHING PROCESS OF MATHEMATICAL DISCIPLINES FOR STUDENTS IN GRADES 5-6	45
SECTION 2. ORIENTATION TRAINING DISCIPLINES OF NATURAL AND MATHEMATICAL CYCLE ON DEVELOPMENT OF INTELLECTUAL SKILLS AND CREATIVE ABILITIES STUDENTS	51
HUZMAN Y. S. DEVELOPMENT OF CRITICAL THINKING OF STUDENTS IN ALGEBRA LESSONS IN 7TH GRADES	51
IZIUMCHENKO L.V., TKACHEVSKA A.P. MODELLING THE SOLUTION OF SOLID GEOMETRY PROBLEMS AS A KEY ELEMENT IN THE DEVELOPMENT OF CRITICAL THINKING	56
NESTERENKO A. PROBLEMTTRAINING OF HIGHER MATHEMATICS OF TECHNICAL SPECIALTY STUDENTS.....	66
SECTION 3. PROBLEMS OF IMPROVING THE PREPARATION OF TEACHERS AN OBJECT OF MATHEMATICAL CYCLE	73
VASKO O.O., BILIER O.S. THE ACTIVITY-BASED APPROACH AS A MEANS OF DEVELOPING PROFESSIONAL RESPONSIBILITY IN FUTURE PRIMARY SCHOOL TEACHERS.....	73
DENYSENKO T. O., STETS N. V., KOVALENKO S. I. PECULIARITIES OF FORMING A PROFESSIONAL TRAJECTORY FOR STUDENTS OF THE 102 CHEMISTRY EDUCATIONAL PROGRAM: A COMPARATIVE ANALYSIS OF EDUCATIONAL PROGRAMS.....	81
TARASENKOVA N. A., AKULENKO I. A. THE METHODOLOGICAL COMPONENT OF THE COURSE "SELECTED ISSUES OF ELEMENTARY MATHEMATICS" IN THE TRAINING OF MASTER'S STUDENTS IN SPECIALITY A4 SECONDARY EDUCATION (MATHEMATICS)	94
LUTSENKO G., TINKOVA D., PODOLIAN O. THE ROLE OF PEDAGOGICAL PRACTICE IN SHAPING THE PROFESSIONAL MOTIVATION OF FUTURE COMPUTER SCIENCE TEACHERS	103
CHKANA YA., GERASIMENKO V., STOTSKIY I. SCRIBING AND TIMELINE AS INNOVATIVE VISUALIZATION TECHNOLOGIES IN THE TRAINING OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS.....	111
CHUPRYNA N. CHALLENGES OF MODERN EDUCATION AND INNOVATIVE THINKING OF A MATHEMATICS TEACHER	118
SHEPAROVYCH I. B., SOBKOT. THE PARADIGM OF THE UKRAINIAN MATHEMATICIAN, EDUCATOR OF THE 20TH CENTURY, YULIAN BOGACHEVSKY IN THE MODERN SCIENCE LIGH.....	125
SECTION 4. OPTIMIZATION TRAINING DISCIPLINES NATURAL MATHEMATICAL CYCLE OF INFORMATION TECHNOLOGY	134
ОДІНЦОВА О.О., БОНДАРЕНКО В.О. ВИКОРИСТАННЯ ОНЛАЙН-ПЛАТФОРМ У РЕАЛІЗАЦІЇ ПРЕДМЕТНО-МОВНОГО ІНТЕГРОВАНОГО НАВЧАННЯ АНГЛІЙСЬКОЇ МОВИ ТА МАТЕМАТИКИ.....	134

PLIUSHCHYK V. ORGANIZATION OF EDUCATIONAL ACTIVITIES OF STUDENTS OF A MODERN INSTITUTION OF GENERAL SECONDARY EDUCATION IN A DIGITAL ENVIRONMENT FOR THE DEVELOPMENT OF ALGORITHMIC THINKING	144
ПУКАЛЬСЬКИЙ, І., УНГУРЯН, Г., ЯШАН, Б. ВИКОРИСТАННЯ CHATGPT ТА ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ В НАВЧАННІ ПРОГРАМУВАННЮ	151
RYMAR A. I. USING ICT TO VISUALIZE NUMERICAL SERIES USING MATHEMATICAL ROSES AS AN EXAMPLE.....	160
SECTION 5. PSYCHOLOGICAL AND PEDAGOGICAL SUPPOR OF PERSONALITY DEVELOPMENT IN THE PROCESS OF TEACHING THE DISCIPLINES OF THE NATURAL-MATHEMATICAL CYCLE.....	
LUKIANOVA S. M., LAVRYNYUK T. M. EDUCATIONAL AND CREATIVE ACTIVITIES IN MATHEMATICS LESSONS FOR 5TH AND 6TH GRADE STUDENTS OF THE NEW UKRAINIAN SCHOOL	171
CHASHECHNIKOVA O., IBRAHIMOVA S. THE PROBLEM OF DEVELOPING STUDENTS' SPATIAL THINKING IN MODERN CONDITIONS.....	176

АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК

А		О	
Акуленко І. А.	5, 94	Одінцова О. О.	134
Атамась В. В.	5	Олешко Т. А.	30
Б		П	
Бабенко О. М.	13	Пахненко В. В.	30
Білер О. С.	73	Плющик В. В.	144
Бондаренко В. О.	134	Подолян О. М.	103
В		Пукальський І. Д.	151
Васько О. О.	73	Р	
Г		Репета В. К.	30
Герасименко В. О.	111	Римар А. І.	160
Гузьман Ю. С.	51	С	
Д		Сергійчук А.М.	45
Денисенко Т. О.	81	Собко Т. В.	125
І		Стець Н. В.	81
Ібрагімова С. Е.	176	Стоцький І. І.	111
Ізюмченко Л. В.	56	Т	
К		Тарасенкова Н. А.	94
Каленик М.В.	22	Тінькова Д. С.	103
Карупу О. В.	30	Ткачевська А. П.	56
Коваленко С. І.	81	У	
Кондратюк С. М.	73	Унгурян Г. М.	151
Корольський В. В.	37	Х	
Л		Харченко В. В.	13
Лавринюк Т. М.	171	Ч	
Лук'янова С. М.	171	Чашечникова О. С.	176
Луценко Г. В.	103	Чкана Я. О.	111
М		Чуприна Н. В.	118
Матерієнко А. С.	13	Ш	
Муравська Д. І.	37	Шепарович І. Б.	125
Н		Я	
Нестеренко А. М.	66	Яценко С.Є.	45
		Яшан Б. О.	151

A43 Актуальні питання природничо-математичної освіти : збірник наукових праць. Випуск 2 (26), 2025 / Сумський державний педагогічний університет імені А. С. Макаренка, редкол.: О. С. Чашечникова (ред.) [та ін.]. – Суми : [СумДПУ ім. А. С. Макаренка], 2025. – 188 с.

Наукове видання
АКТУАЛЬНІ ПИТАННЯ
ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ

ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ

Виходить двічі на рік
Заснований у жовтні 2012 року
Випуск 2(26), 2025

Матеріали подаються в авторській редакції

Свідоцтво про державну реєстрацію
КВ №19538-9338Р від 25.10.2012
Ідентифікатор медіа R 30 – 03111
у реєстрі суб'єктів у сфері медіа-реєстрантів
(рішення від 29.02.2024 №479)

Відповідальний за випуск: *О. С. Чашечникова*
Комп'ютерна верстка: *Н. С. Цьома*

Підписано до друку 24.11.2025.
Формат 60x84/8. Гарнітура Times New Roman.
Папір офсетний. Друк офсетний. Ум. друк. арк. 21,74.
Ум. фарб.-відб. 21,74. Обл.-вид. арк. 20,31.
Тираж 300 пр.

Видавець:

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка
40002, м.Суми, вул.Роменська, 87 Тел. (0542) 68-59-15, (0542) 68-59-72;
rector@sspu.edu.ua Свідоцтво ДК № 231 від 02.11.2000 р.

Виготовлювач:

ФОП Цьома С.П. 40002, м. Суми, вул. Роменська, 100.
Тел.: 066-293-34-29.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
серія ДК, № 5050 від 23.02.2016.

<https://fizmat.sspu.edu.ua/aktualni-pytannia-prirodnycho-matematychnoi-osvity>