

"Numerical Series" is one of the main sections in its structure. The content of the "Numerical Series" section, during the learning process, has a significant field of connections with other sections of mathematical analysis. Therefore, the expansion of knowledge about "numerical series" and their further use to enhance the competence level of future bachelors in specialty 014.04. Secondary Education (Mathematics) must comply with modern requirements.

These requirements are outlined in the draft concept for the development of education in Ukraine for the period 2015–2025. Attention is focused on the development of an innovative environment where students acquire new knowledge and gain the skills to apply it in their future professional activities. In the context of the foregoing, the following questions become quite relevant: 1 – expanding the connections between basic concepts within individual sections of mathematical analysis; 2 – creating new problems for use in the process of studying the content of mathematical analysis. We will consider these issues concerning the "Numerical Series" section. In doing so, we will use the geometric interpretation of numerical series.

**Key words:** mathematical education, professional education of mathematics teachers, connections between numerical series, teaching methods.

Подано до друку 27.10.2025  
Прийнято до друку 03.11.2025

УДК 373.5.016:[51-043.5]  
DOI 10.24139/2519-2361/2025.02/45-50

С.Є. Яценко  
ORCID ID 0009-0009-4274-1177  
Український державний університет  
імені Михайла Драгоманова  
А.М. Сергійчук  
ORCID ID 0009-0000-1986-558X  
лицей «Престиж»

## ІНТЕГРАЦІЯ ЕЛЕМЕНТІВ КРИПТОГРАФІЇ В ПРОЦЕС НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІН МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТНЬОЇ ГАЛУЗІ УЧНІВ 5–6 КЛАСІВ

У статті обґрунтовано доцільність інтеграції елементів криптографії у процес навчання математики учнів 5–6 класів як ефективного засобу підвищення інтересу учнів у навчанні, сприяння розвитку логічного та формування алгоритмічного мислення. Мета дослідження полягає у теоретичному обґрунтуванні та практичній реалізації методики використання криптографічних завдань у навчанні математики для підвищення мотивації до опанування математичних понять, формування пізнавальної активності та стійкого інтересу до математики. У межах дослідження розроблено методику застосування елементів криптографії під час вивчення тем, пов'язаних із числами, діями над ними, послідовностями тощо. Запропоновано навчально-методичні матеріали, що передбачають шифрування та розшифрування навчальних математичних задач і текстів різного рівня складності. У процесі дослідження застосовано комплекс взаємопов'язаних методів: теоретичні (аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури, узагальнення, систематизація, моделювання методики навчання) та емпіричні (спостереження за навчально-пізнавальною діяльністю учнів, педагогічний експеримент, аналіз результатів навчання). Показано, що впровадження елементів криптографії сприяє розвитку в учнів навичок логічного та алгоритмічного мислення, вмінь аналізувати, кодувати й декодувати інформацію, підвищує інтерес до розв'язування нестандартних задач, стимулює творчу активність і пізнавальну самостійність. Розроблена методика може бути використана вчителями математики для збагачення змісту навчального матеріалу інноваційними компонентами, створення інтегрованих уроків математики та інформатики, а також у професійній підготовці майбутніх педагогів до реалізації міжпредметних технологій навчання. Отримані результати розширюють уявлення про можливість практичного застосування криптографії у шкільній освіті та відкривають перспективи подальших досліджень щодо інтеграції елементів інформаційної безпеки в освітній процес.

**Ключові слова:** елементи криптографії; інтеграція криптографічних завдань, числові шифри, криптарифми, навчання математики, алгоритмічне мислення, міжпредметна інтеграція, шифрування і дешифрування, пізнавальна активність.

**Постановка проблеми.** Сучасний стрімкий розвиток інформаційних технологій та зростання потреби у забезпеченні інформаційної безпеки визначають підвищення значущості підготовки учнів до розуміння основ криптографії. Інтеграція елементів криптографії у процес вивчення математики в 5–6 класах дозволяє підвищити зацікавленість учнів у навчанні, сприяти розвитку логічного й алгоритмічного мислення. Практичні завдання з шифрування та дешифрування стимулюють аналітичні здібності та креативний підхід до розв’язування задач, роблять математику більш захопливою і прикладною. Розроблена методика використання елементів криптографії у курсі математики 5–6 класів та запропоновані навчально-методичні матеріали, що передбачають шифрування та розшифрування навчальних математичних задач і текстів початкового рівня, сприятимуть формуванню в учнів алгоритмічного та логічного мислення, розвитку навичок аналізу й кодування інформації, підвищенню мотивації до вивчення математики та інформатики, а також забезпеченню ефективної міжпредметної інтеграції математичних і комп’ютерно-інформаційних знань. Отже, використання елементів криптографії у навчальному процесі є своєчасним та перспективним напрямом педагогічної діяльності.

**Аналіз актуальних досліджень.** Проблема інтеграції елементів криптографії в освітній процес, зокрема у навчання математики, привертає значну увагу науковців. Переважна більшість досліджень у цій галузі належить зарубіжним авторам і стосується, головним чином, вищої математичної освіти. Частина з них можна адаптувати до навчання математики в закладах середньої освіти. Водночас питання впровадження криптографічних елементів у навчання математики на рівні базової середньої освіти розроблене недостатньо. Це зумовлює потребу у створенні відповідних методичних підходів, спрямованих на адаптацію криптографічних понять до змісту шкільного курсу математики та забезпечення їх ефективної інтеграції у навчальний процес.

Так White T. досліджено середовище навчання, в якому учні розв’язують задачі шифрування/дешифрування через функції, із акцентом на розвиток умінь працювати зі змінними. Показано, що криптографічні контексти при цьому можуть підтримувати більш глибоке розуміння математичних понять [1]. Triguí M.S. і Alghazzawi D.M. описали інтерактивний онлайн-інструмент, що використовує модульну арифметику як основу для навчання криптографії і пов’язаних з нею математичних тем. Ними проведено експеримент, який показав покращення засвоєння матеріалу з точки зору зручності, ефективності і мотивації [2]. Авторський колектив (Sánchez G.R., Encinas A.H., Hernández Encinas L., Martín del Rey A., Queiruga Dios) запропонував курс з криптографії як факультатив для студентів комп’ютерної інженерії, із описом базової математичної підготовки (модульна арифметика, теорія чисел тощо). Дослідження показало, як математичні знання інтегруються з криптографічними темами в освітньому контексті [3]. Gaio A. (2023) описано навчально-пізнавальну послідовність (TLS) для старшої школи на тему криптографії, з особливою увагою до теми публічного ключа. Підкреслено мотиваційний аспект, міжпредметний характер (математика + інформатика) та дизайн дослідження [4]. Roldán-Zafra J. і Perea C. запропонували дизайн майстер-класу у науковому музеї зі стратегічним використанням STEAM-підходу, в якому темою є криптографія для вивчення математики. Такі інтерактивні підходи сприяють залученню учнів і розвитку міжпредметних навичок [5]. Lodi M., Carrisi M.C. та Martini S. дослідили використання теорії дидактичних ситуацій для аналізу, як криптографія може бути «мостом» між математикою та інформатикою. Ними показано, що теми публічного-ключа та алгоритмів можуть служити середовищем для розвитку алгоритмічного мислення та міжпредметної інтеграції. Також ними проведено дослідження спрямоване на введення ідей криптографії в початковій школі (primary school), описано початкові шифрувальні/розшифрувальні активності як засіб навчання [7; 1]. Nana P.W., Prasetyo описали як шифр Хілла та Рубіків куб  $3 \times 3 \times 3$  можуть бути використані як навчальний матеріал в математиці для підвищення інтересу до теми безпеки інформації. Запропонований ними формат діяльності (шифрування, ігровий елемент) може бути адаптований до 5–6 класів [2]. Цікаве дослідження присвячене поєднанню шифру Віженера і методики з кубом Рубіка  $4 \times 4 \times 4$  у викладанні

математики. Автори не виокремлюють конкретно 5–6 клас, але освітня діяльність зі шифруванням і тривимірним маніпулятивним елементом створює наближений до цього контекст [3].

**Мета статті полягає в** теоретичному обґрунтуванні та практичній реалізації методики інтеграції елементів криптографії в процес навчання математики учнів 5–6 класів з метою формування в них алгоритмічного мислення, підвищення інтересу до математики та розвитку міжпредметних зв'язків.

**Виклад основного матеріалу.** Для ефективного впровадження елементів криптографії у навчання математики необхідно приділити увагу розробці відповідних завдань, вибору адекватних інтерактивних методів навчання, а також використанню позакласних форм роботи. Розглянемо, як інтегрувати криптографічні завдання в уроки математики, які методи навчання сприяють активному залученню учнів до криптографічної діяльності, та яким чином організувати позакласну роботу (гурток) для поглиблення знань.

Розпочинати інтеграцію криптографічних завдань у процес навчання математики доречно з розробки таких завдань для уроків математики. Це є важливою складовою впровадження елементів криптографії у навчальний процес. Ефективність таких завдань залежить від того на скільки їх розв'язання спонукає учнівство поєднувати теоретичні знання з практичними навичками, сприяючи формуванню інтересу до предмета, розвитку їхнього логічного мислення, та творчого підходу до вирішення задач. При проектуванні криптографічних задач необхідно враховувати вікові особливості учнів та їхній рівень знань. Для учнів 5–6 класів доцільно використовувати завдання з чіткою структурою та покроковими інструкціями. Учням цього віку доступні:

- числові шифри, що залучають до роботи з арифметичними операціями чи таблицями (наприклад, таблицею множення);
- криптарифми, які вимагають складання рівнянь для знаходження розгадки;
- прості шифри заміни, що формують уявлення про основи алгоритмів (наприклад, шифр з фіксованим зміщенням літер).

Одним із прикладів навчальної задачі може бути розшифрування повідомлення, закодованого за допомогою таблиці відповідності букв і чисел. Учні повинні виконати задані арифметичні дії (наприклад, додати або відняти певне число для кожного елемента тощо), щоб відновити оригінальне слово. Такі вправи дають змогу одночасно повторити основи арифметики (додавання чи віднімання) та закріпити знання алфавіту.

Можна пропонувати наступні завдання.

### 1. Числові шифри

**Задача 1.1.** Розшифруйте код: 18-12-15-1-5, якщо літери кодувались як (номер букви – порядковий номер у слові).

**Задача 1.2.** Закодуйте слово “МАТЕМАТИКА”, замінивши кожну літеру її номером у зворотному алфавіті (Я=1, Ю=2, ..., А=33).

**Задача 1.3.** Слово “КРИПТОГРАФІЯ” закодовано за правилом: до номера літери додають кількість голосних у слові. Розшифруйте правило.

### 2. Криптарифми

**Задача 2.1.** У рівності «АРК + АРК = КОД» кожна буква відповідає одній цифрі. Визначте значення кожної букви, якщо жодна цифра не повторюється.

**Задача 2.2.** У слові “ШИФР” замініть кожну букву на число за правилом: “номер букви в алфавіті  $\times 2$ ”. Знайдіть суму отриманих чисел.

**Задача 2.3.** У слові “ГРА” кожна літера позначає цифру. Сума всіх трьох цифр дорівнює 15. Скільки варіантів?

**Задача 2.4.** « $A + B = B$ » Якщо А, Б і В – тризначні числа, де кожна цифра – літера, складіть приклад криптарифма.

Важливим принципом є поступове ускладнення завдань. Спочатку учням пропонують задачі, де шифр розшифровується за одним простим правилом. Згодом правила можуть комбінуватися, а в умову з'являються додаткові обмеження. Такий поетапний підхід дозволяє адаптувати матеріал до різних рівнів готовності класу: сильніші учні отримують складніші виклики, тоді як учні з початковим рівнем засвоюють базові принципи на наочних прикладах.

Також доречно практикувати інтерактивні методи навчання: квести, задачі-шифри, ігрові технології.

Інтерактивні методи навчання – сучасний підхід до організації освітнього процесу, що передбачає активну участь учнів у навчальній діяльності. Впровадження елементів криптографії через квести, задачі-шифри та ігрові технології створює умови для глибшого занурення учнів у матеріал і стимулює їхню пізнавальну активність.

Квести є одним із найефективніших способів використання криптографічних завдань у навчанні. Наприклад, для закріплення знань з геометрії можна запропонувати учням знайти «скарб», виконуючи послідовність завдань, кожне з яких закодоване за допомогою шифру. В ході такого квесту діти розгадують шифровані підказки, застосовуючи математичні знання – наприклад, обчислюють площі фігур або розв'язують рівняння, щоб отримати наступну підказку. Додатково можна використовувати QR-коди: учні сканують код, отримують зашифроване завдання. Розшифрувавши його можуть рухатися далі по сюжету квесту.

Задачі-шифри – різновид завдань, у яких навчальний матеріал подано у формі закодованої інформації. Наприклад, можна дати учням формули, в яких змінні замінені на шифри, і для розв'язання задачі спершу треба дешифрувати вираз. Подібні завдання допомагають краще зрозуміти зв'язок між абстрактними математичними поняттями та їхнім практичним застосуванням. Для учнів 5-6 класів доцільно пропонувати задачі на основі простих шифрів (наприклад, шифр Цезаря), тоді як для учнів старшого віку можна використовувати складніші алгоритмічні шифри (наприклад, шифр Віженера).

Ігрові технології вносять елемент змагання в навчання. Наприклад, клас можна поділити на команди, які змагаються у швидкості розгадування шифрів та/або розв'язування математичних задач із криптографічними елементами. Для прикладу, учні отримують набір математичних задач, розв'язки яких є ключем до шифру, що відкриває «секретну кімнату» в класі. Така діяльність розвиває комунікативні навички, уміння працювати в команді й стимулює інтерес до предмета.

Інтерактивні методи також дозволяють забезпечити індивідуальний підхід. Під час виконання завдань учитель може спостерігати, як кожен учень вирішує проблему, і відповідно коригувати рівень складності наступних задач залежно від потреб дитини. Це робить інтерактивні технології важливим компонентом сучасного навчального процесу, адже вони дають змогу одночасно залучити весь клас і приділити увагу прогресу кожного учня.

Окрім аудиторної роботи для поглибленого вивчення елементів криптографії учнями можна використовувати позакласну роботу, зокрема, гурткову роботу.

Гурткова робота надає чудову можливість які стимулюють підвищений інтерес до математики та інших STEM-дисциплін. У позакласній діяльності можна значно розширити спектр завдань і підходів, що виходять за межі шкільної програми, та забезпечити більш детальне занурення в матеріал.

Основна перевага гуртка полягає в тому, що він дозволяє організувати навчання у менш формальному середовищі. Учні можуть працювати над творчими проєктами, які передбачають розробку власних шифрів або навіть створення настільних ігор із криптографічними елементами. Наприклад, гуртківці можуть спільно створити гру, засновану на шифруванні, де учасники розгадують ключі і отримують бали за швидкість та точність. Такі заняття розвивають креативність, аналітичне мислення та вміння презентувати свої ідеї.

Одним із ефективних напрямів гурткової роботи є організація міні-досліджень, у рамках яких учні аналізують реальні історичні приклади використання криптографії – наприклад шифр Цезаря, шифр Віженера чи роботу машини «Енігма». Це дозволяє не лише краще зрозуміти принципи дії шифрів, а й формує уявлення про історичний контекст їх застосування.

До прикладу наступні завдання.

**Задача 3.1.** Розшифруйте текст «КЛЮЧ»», використовуючи шифр Цезаря зі зсувом на 3 праворуч.

**Задача 3.2.** Закодуйте фразу «ТЕХНОЛОГІЯ», використовуючи шифр Віженера з ключовим словом «КОД».

**Задача 3.3.** Кожна буква «ТАЄМНИЦЯ» замінена на іншу згідно таблиці (наведено: Т→П, А→Б, Є→Ж, М→Л, Н→З, И→І, Ц→Ш, Я→Ю). Зашифруйте.

**Задача 3.4.** Закодуйте слово «КРИПТОАНАЛІЗ» з використанням ключа «ПАРОЛЬ» (шифр Віженера).

Гурток також створює умови для проведення змагань – зокрема, турнірів із розгадування шифрів або тематичних математичних олімпіад, що включають криптографічні задачі. Такі заходи стимулюють учнів до самостійної роботи, розвивають навички командної співпраці та поглиблюють розуміння математичних концепцій. Наприклад, у змаганнях можуть пропонуватися завдання, в яких потрібно знайти ключ шифру за допомогою арифметичних дій, геометричних побудов чи навіть основ теорії чисел.

Позакласна діяльність є чудовим середовищем і для залучення учнів до програмування. На гурткових заняттях діти можуть пробувати створювати найпростіші програми для шифрування та дешифрування тексту на основі вивчених алгоритмів. Це допомагає формувати практичні навички, які будуть цінними у подальшій освіті та кар'єрі (наприклад, навички роботи з мовами програмування, логічного структурування коду тощо). Загалом, гурткова робота з елементами криптографії сприяє формуванню в учнів не лише глибших математичних знань, а й ключових компетентностей – аналітичного мислення, креативності, вміння працювати в команді та презентувати результати своєї роботи. Окрім зазначеного вище використання елементів криптографії у навчальному процесі може слугувати ефективним інструментом для формування початкових навичок програмування в учнів основної школи. Завдяки своїй практичній спрямованості криптографічні завдання розвивають алгоритмічне мислення, знайомлять учнів із базовими концепціями програмування та підвищують їхній інтерес до інформаційних технологій.

**Висновки та перспективи подальших наукових розвідок.** Впровадження елементів криптографії у навчання математики 5-6 класів має перспективи подальших наукових розвідок для учнівства. Однією з основних перспектив є інтеграція криптографічних алгоритмів у навчальне програмування мовами, доступними для учнів, – наприклад, Python або Scratch. На базовому рівні школярі можуть створювати прості програми для шифрування та дешифрування тексту. Наприклад, програма для реалізації шифру Цезаря міститиме роботу з циклами, умовними операторами та функціями, що формує уявлення про структуру коду та основні принципи його роботи.

Крім того, учні можуть створювати візуалізації процесів шифрування за допомогою інтерактивних середовищ програмування. Це дозволяє краще зрозуміти принципи роботи алгоритмів. Зокрема, у Scratch учні можуть запрограмувати покрокову зміну символів у тексті або зробити гру, де для переходу на новий рівень потрібно розгадати шифр. Подібні завдання сприяють розвитку не лише навичок програмування, а й творчого підходу до розв'язання проблем.

Більш просунутий напрям – ознайомлення учнів із складнішими алгоритмами шифрування, такими як шифр Віженера або основи асиметричної криптографії. Учні старших класів можуть дізнатися про принципи роботи з ключами та гешування, спробувавши запрограмувати їхні базові версії. Наприклад, вивчення алгоритму RSA можна організувати через написання програми, що генерує прості числа і обчислює модуль та ключі для шифрування. Ще одна перспективна можливість – створення інтерактивних навчальних платформ, які об'єднують завдання з криптографії та програмування. Такі платформи можуть містити послідовність вправ, де учні крок за кроком створюють функціональний криптографічний алгоритм, поступово опановуючи нові концепції програмування.

Використання криптографії сприяє також міждисциплінарному підходу в навчанні. Завдання, що поєднують математику, інформатику та історію (наприклад, аналіз історичних шифрів), формують у учнів більш цілісне світобачення та розуміння зв'язків між різними науками. Таким чином, впровадження елементів криптографії відкриває широкі можливості для формування навичок програмування, розвитку критичного мислення та підвищення зацікавленості учнів у STEM-дисциплінах. Це створює передумови для їх підготовки до майбутньої професійної діяльності в галузі інформаційних технологій.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Gaio, A. (2023). *A cryptography teaching-learning sequence for high school and the concept of public-key cryptography*. *Rivista di Matematica dell'Università di Parma*, 14, 249–264.

2. Lodi, M., Carrisi, M.C., & Martini, S. (2024). *Big Ideas of Cryptography in Primary School*. In *Proceedings of the 2024 Innovation and Technology in Computer Science Education (ITiCSE 2024)* ACM, 206–212. Retrieved from: <https://doi.org/10.1145/3649217.3653548>
3. Lodi, M., Carrisi, M.C., & Martini, S. (2022). *Cryptography as a field to foster interactions between mathematics and informatics*. Paper presented at CERME (Central European Research in Mathematics Education).
4. Nana, Prasetyo, P.W. (2021). *An implementation of Hill Cipher and  $3 \times 3 \times 3$  Rubik's cube to enhance communication security*. *Bulletin of Applied Mathematics and Mathematics Education*, 1(2), 75-92. Retrieved from: <https://doi.org/10.12928/bamme.v1i2.4252>.
5. Roldán-Zafra, J., & Perea, C. (2022). *Math Learning in a Science Museum – Proposal for a Workshop Design Based on STEAM Strategy to Learn Mathematics*. *The Case of the Cryptography Workshop*. *Mathematics*, 10(22), 4335, 21. Retrieved from: <https://doi.org/10.3390/math10224335>.
6. Sánchez, G.R., Encinas, A.H., Hernández Encinas, L., Martín del Rey, A., & Queiruga Dios, A. (2014). *Cryptography: optional subject in the degree in computer engineering in information technologies*. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 2(2A), 54–57. Retrieved from: <https://doi.org/10.30935/scimath/9626>.
7. Safitri, R., Prasetyo, P., Wijayanti, D., Arifin, S., & Setyawan, F. (2023). *Text security by using a combination of the Vigenère cipher and the Rubik's cube method of size  $4 \times 4 \times 4$* . *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 14(02), 281-297.
8. Trigui, M.S., & Alghazzawi, D.M. (2012). *Learning the related mathematics to cryptography by interactive way*. *International Journal of Modern Education and Computer Science*, 4(2), 8–14. Retrieved from: <https://doi.org/10.5815/ijmecs.2012.02.02>.
9. White, T. (2009). *Encrypted objects and decryption processes: Problem-solving with functions in a learning environment based on cryptography*. *Educational Studies in Mathematics*, 72, 17–37. Retrieved from: <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9180-y>.

**Yatsenko S., Serhiichuk A. Integration of cryptography elements into the teaching process of mathematical disciplines for students in grades 5-6.**

*The article substantiates the feasibility of integrating cryptographic elements into the process of teaching mathematics to students in grades 5–6 as an effective means of increasing students' interest in learning, promoting the development of logical and algorithmic thinking. The purpose of the study is to theoretically substantiate and practically implement the methodology for using cryptographic tasks in teaching mathematics to increase motivation to master mathematical concepts, form cognitive activity and a sustainable interest in mathematics. Within the framework of the research, a methodology for applying cryptographic elements when studying topics related to numbers, actions on them, sequences, etc. has been developed. Educational and methodological materials have been proposed that involve the encryption and decryption of educational mathematical problems and texts of various levels of complexity. In the process of the research, a set of interrelated methods has been applied: theoretical (analysis of psychological, pedagogical and methodological literature, generalization, systematization, modeling of teaching methods) and empirical (observation of students' educational and cognitive activities, pedagogical experiment, analysis of learning results). It is shown that the introduction of cryptography elements contributes to the development of students' logical and algorithmic thinking skills, the ability to analyze, encode and decode information, increases interest in solving non-standard problems, stimulates creative activity and cognitive independence. The developed methodology can be used by mathematics teachers to enrich the content of educational material with innovative components, create integrated lessons in mathematics and computer science, as well as in the professional training of future teachers for the implementation of interdisciplinary teaching technologies.*

**Key words:** elements of cryptography; integration of cryptographic tasks, numerical ciphers, cryptarithms, teaching mathematics, algorithmic thinking, interdisciplinary integration, encryption and decryption, cognitive activity.

*Подано до друку 26.10.2025  
Прийнято до друку 03.11.2025*