

for themselves. Attention is also paid to the professional orientation of teaching higher mathematics, that is, the close connection of the content of the training course with the professional sphere of activity of future specialists. One of the ways to implement the profile orientation of teaching higher mathematics is the use of applied problems. The system of such problems should implement the intra-subject aspect of the applied orientation of teaching. It is noted that the activation of students' cognitive independence will be facilitated by applied tasks that will encourage students' desire to solve such a task; that the presentation of educational material in higher mathematics should be accessible to students, stimulate their activity in achieving success in mastering the appropriate skills and abilities in learning. Therefore, in the process of solving applied tasks, students should understand that the task has a condition associated with life situations, and it expresses the connections and forms inherent in them, and therefore can be applied in these situations.

The article recognizes that the performance of applied tasks changes students' emotional and sensory attitude to the subject and is a preparation for solving problems of future professional activity with the help of mathematics. The main requirements for applied tasks in the higher mathematics course are also highlighted. As conclusions, it is noted that applied problems are the basis for the development and manifestation of a high level of cognitive independence of students in the study of higher mathematics. The applied orientation of the higher mathematics course contributes to the development of mathematical thinking; the formation of knowledge and skills in the use of mathematical apparatus for the analysis of engineering and technical situations. Applied problems play a significant role in the formation of the professional orientation of the future specialist. Filling the higher mathematics course with problems of applied content can activate the mental activity of students, promote the development of systemic thinking, form personal learning motivations and a positive attitude, and develop cognitive interest in higher mathematics.

Key words: activation of cognitive independence, applied orientation, higher mathematics course, applied tasks, professional orientation, mathematical modeling, knowledge, skills, solution steps, task requirements, students, cognitive interest, creative thinking.

Подано до друку 18.03.2025

Прийнято до друку 24.03.2025

УДК 378.147+372.851

DOI 10.24139/2519-2361/2025.01/16-22

В. М. Бондарчук

ORCID ID 0000-0003-2793-8720

Р. М. Головня

ORCID ID 0000-0003-4680-4090

І. А. Сверчевська

ORCID ID: 0000-0001-7306-3836

Державний університет «Житомирська політехніка»

ЗАСТОСУВАННЯ ВИЗНАЧНИХ ІСТОРИЧНИХ ЗАДАЧ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ КОМПЛЕКСНИХ ЧИСЕЛ

У статті розглянуто можливості розвитку математичної компетентності у процесі вивчення комплексних чисел із застосуванням історичних задач. У впровадженні компетентнісного підходу в освіті значну роль відіграє формування ключових компетентностей. Увага зосереджується на розвитку ключової математичної компетентності. А саме, розглянуто вміння використовувати математичні знання та методи для розв'язування задач, набуття та вдосконалення практичних навичок.

Дослідження фокусується на вивченні комплексних чисел. Стверджується, що для формування умінь та навичок оперування комплексними числами в алгебраїчній формі доцільно застосовувати визначні історичні задачі. Історико-генетичний підхід у навчанні

математики покликаний показати шлях розвитку математичних знань. Особливе значення такий підхід має під час вивчення комплексних чисел, які з'явилися внаслідок наукових розвідок вчених, пошуків шляхів розв'язування рівнянь.

Запропоновано для розвитку математичних умінь виконувати дії з комплексними числами застосовувати задачі видатних вчених. Задачі Д. Кардано та Г. Лейбніца продемонструють здобувачам дії з комплексними числами як виконання перетворення виразів. У задачах О. Коші та Л. Ейлера дії з комплексними числами виконуються з метою доведення та узагальнення історичної тотожності Діофанта про суму квадратів.

Також виокремлено задачі на вдосконалення пошуку коренів квадратних рівнянь, які в нових умовах можуть виявитися комплексними числами. Можливість розкладу виразів на лінійні комплексні множники продемонстровано в задачах Г. Лейбніца та Й. Бернуллі, які ці вчені застосували для перетворень дробових виразів при інтегруванні.

Робиться висновок, що визначні історичні задачі сприятимуть розвитку математичних умінь під час вивчення нового поняття – комплексних чисел. Використання історичного матеріалу активізує навчальну діяльність здобувачів освіти, посилює інтерес до здобуття нових знань, покращує сприйняття нових понять. Через вдосконалення умінь і навичок виконувати дії з комплексними числами буде розвиватися математична компетентність.

Ключові слова: компетентнісний підхід, формування компетентностей, математична компетентність, математичні уміння, визначні історичні задачі, навчання математики, комплексні числа, дії з виразами, алгебраїчна форма, уявна одиниця.

Постановка проблеми. Сучасна освіта ставить за мету розвиток творчої особистості. Значну роль грає впровадження у навчальний процес компетентнісного підходу. Математична компетентність є основним видом освітніх компетентностей.

Пошук нових шляхів розв'язування математичних задач розвиває процеси мислення, які допомагають досліджувати, закріплювати уміння самостійно визначати спосіб розв'язання, йти до запланованого результату. Міркування і аргументація під час розв'язування задач сприяють розвитку математичної компетентності, підсилюють уміння виконувати математичні завдання.

Математика необхідна для всіх творчих професій, розвиває креативне мислення та критичний підхід до сприйняття світу. важливим фактором підвищення зацікавленості до навчання є історичний підхід. Історія математики дає цілісний погляд на місце науки в житті суспільства. Розкриття еволюції математичних ідей, механізму пошуку нових способів розв'язання задач сприяє активізації навчального процесу, пізнавальної активності здобувачів освіти.

Важливим аспектам формування ключових компетентностей здобувачів освіти присвячені роботи [4], [5], в тому числі із застосуванням історичних математичних задач [6]. Приділено увагу складовій математичної компетентності – розвитку творчого мислення при дослідженні визначних історичних задач [1; 3; 7]. Звернемо увагу на застосування історичних задач у вивченні комплексних чисел.

Аналіз актуальних досліджень. Компетентнісний підхід у навчанні досліджували Ачкан А. А., Бурда М. І., Литвинова Г. С., Овчарук О. В., Пометун О. І.

Різні аспекти навчання математики та формування математичної компетентності розглядали Васильєва Д. В., Матяш О. І., Раков С. А., Скворцова С. О., Тарасенкова Н. А., Чашечникова О. С.

Історико-генетичний підхід у навчанні математики впроваджували Бевз В. Г., Вірченко Н. О., Годованюк Т. Л., Махомета Т. М., Шумигай С. М.

Мета статті: розкрити можливості розвитку математичної компетентності у процесі вивчення комплексних чисел зі застосуванням історичних задач.

Виклад основного матеріалу. Під час вивчення комплексних чисел важливим є формування умінь виконувати дії в алгебраїчній формі. Слід провести порівняння та зіставлення відомих прийомів для дій з виразами, зробити акценти на особливостях їх виконання для комплексних чисел. Проведення аналогій та виокремлення відмінностей у

нових умовах оперування комплексними числами дасть можливість вдосконалити математичні уміння та навички, розвинути математичну компетентність.

Відомі історичні задачі доцільно використати для формування умінь виконувати операції з комплексними числами. Серед способів розв'язування історичних задач, запропонованих відомими математиками минулого, пропонуємо звернути увагу на ті, де застосовуються дії з комплексними числами. Зосередимо увагу на задачах, що привели до появи та застосування комплексних чисел.

Комплексні числа виникли з практики розв'язування алгебраїчних рівнянь. Ці числа вперше застосували італійські математики в зв'язку з розв'язуванням кубічних рівнянь. У творі «Велике мистецтво або про алгебраїчні правила» (1545) Д. Кардано вперше ввів уявні числа, які він назвав «софічними». Застосовуючи доведені ним формули для кубічного рівняння $x^2 + px + q = 0$ у випадку від'ємного дискримінанта $\Delta = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}$, Кардано

прийшов до виразів виду $a + b\sqrt{-1}$. Тобто з'явився корінь квадратний з від'ємного числа, що на думку математиків тих часів було неможливо. Але кубічне рівняння мало три дійсних корені. Для математиків XVI ст. це було парадоксом, і цей випадок одержав назву «незвідний». Не вивчаючи софічні числа, Кардано однак допускав, що вони мають значення в математиці. В його задачі про поділ числа на дві частини сума двох софічних чисел і їх добуток є дійсні числа. Інший італійський математик Р. Бомбеллі в трактаті «Алгебра» (1572) виклав правила дій над числами виду $a + b\sqrt{-1}$ і застосував їх для пояснення незвідного випадку.

Задача Д. Кардано

Розкласти 10 на такі два доданки, щоб їх добуток дорівнював 40 [2, с. 115].

Розв'язання автора. Поділити 10 навпіл, буде 5, помножене саме на себе воно дасть 25. Потім відняти від 25 те, що одержиться при перемноженні, тобто 40, тоді залишиться (-15) . Якщо добути з цього корінь квадратний і додати 5 та відняти 5, то одержимо частини, які при множенні дають 40. Таким чином ці частини будуть $5 + \sqrt{-15}$ і $5 - \sqrt{-15}$. При цьому Кардано показує, що з цим числом потрібно виконувати дії як з виразами і покласти $-\sqrt{-15} \cdot \sqrt{-15} = 15$.

Подано це розв'язання в сучасних позначеннях. Нехай x та y – шукані доданки, тоді приходимо до системи $\begin{cases} x + y = 10 \\ xy = 40 \end{cases}$. З першого рівняння $y = 10 - x$, тоді підставивши в друге рівняння, маємо $x^2 - 10x + 40 = 0$, $x = 5 \pm \sqrt{25 - 40} = 5 \pm \sqrt{-15}$. Одержані доданки $5 + \sqrt{-15}$ і $5 - \sqrt{-15}$. Наведена задача показує, як у математиці з'явилися комплексні числа.

Однак математики XVI ст. не зуміли використати уявні корені рівнянь. Ці числа не визнавав Ф. Вієт. Ще Р. Декарт у творі «Геометрія» вказував, що ці числа не можна усвідомити і називав їх «уявними». Таких же поглядів притримувалися визначні математики цього часу І. Ньютон і Г. Лейбніц. Лейбніц заповів викарбувати на своєму надгробку знак $\sqrt{-1}$ як символ потойбічного світу.

Задача Г. Лейбніца.

Спростити $\sqrt{1 + \sqrt{-3}} + \sqrt{1 - \sqrt{-3}}$ [2, с. 135].

Скористаємося у розв'язанні позначенням уявної одиниці

$$\begin{aligned} \sqrt{1 + \sqrt{-3}} &= \sqrt{1 + i\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{3}{2} - \frac{1}{2} + 2i\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2 + \left(i\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 + 2i\sqrt{\frac{3}{4}}} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{3}{2}} + i\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2} \\ &= \pm \left(\sqrt{\frac{3}{2}} + i\sqrt{\frac{1}{2}}\right). \text{ Аналогічно } \sqrt{1 - \sqrt{-3}} = \sqrt{1 - i\sqrt{3}} = \pm \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - i\sqrt{\frac{1}{2}}\right). \end{aligned}$$

$$a) \left(\sqrt{\frac{3}{2}} + i\sqrt{\frac{1}{2}} \right) + \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - i\sqrt{\frac{1}{2}} \right) = 2\sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{6}.$$

$$б) \left(\sqrt{\frac{3}{2}} + i\sqrt{\frac{1}{2}} \right) + \left(-\sqrt{\frac{3}{2}} + i\sqrt{\frac{1}{2}} \right) = 2i\sqrt{\frac{1}{2}} = i\sqrt{2}.$$

$$в) \left(-\sqrt{\frac{3}{2}} - i\sqrt{\frac{1}{2}} \right) + \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - i\sqrt{\frac{1}{2}} \right) = -2i\sqrt{\frac{1}{2}} = -i\sqrt{2}.$$

$$г) \left(-\sqrt{\frac{3}{2}} - i\sqrt{\frac{1}{2}} \right) + \left(-\sqrt{\frac{3}{2}} + i\sqrt{\frac{1}{2}} \right) = -2\sqrt{\frac{3}{2}} = -\sqrt{6}.$$

Позначення $\sqrt{-1}$ буквою «і» зустрічається вперше в 1777 році в статті Л. Ейлера, але в практику буква і була введена лише Ф. Гауссом.

Для розвитку навичок роботи з комплексними числами доцільно крім стандартних вправ на виконання дій з комплексними числами в алгебраїчній формі запропонувати задачі на доведення, в яких застосування комплексних чисел дає новий спосіб розв'язання проблеми. Пропонуємо використати визначні історичні задачі. Французький математик О. Коші зображав комплексну змінну як точку, що переміщується в площині. Він ввів термін «модуль» комплексного числа і назвав числа $a + bi$ та $a - bi$ "спряженими".

Задача О. Коші

Якщо помножити між собою два цілих числа, кожне з яких є сумою двох квадратів, то одержаний добуток буде також складатися з суми двох квадратів.

Ця задача є визначною тотожністю Діофанта про суму квадратів $(a^2 + b^2)(a_1^2 + b_1^2) = (aa_1 \pm bb_1)^2 + (ab_1 \mp ba_1)^2$. Коші використав для доведення чотири попарно спряжені комплексні числа $a + bi$, $a - bi$, $a_1 + b_1i$, $a_1 - b_1i$ [7, с. 102].

У процесі узагальнення тотожності Діофанта з'являлися нові задачі. Було доведено, що ця властивість виконується і для чотирьох квадратів.

Задача з «Універсальної арифметики» Ейлера

Добуток двох чисел, кожне з яких є сумою чотирьох квадратів, також дорівнює сумі чотирьох квадратів [7, с. 102].

Для доведення застосуємо комплексні числа. Використаємо очевидну тотожність:

$$\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x-u} = \left(\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x-z} \right) + \left(\frac{1}{x-z} - \frac{1}{x-u} \right). \quad \text{Перетворимо цю тотожність.}$$

$$\frac{x-u-(x-y)}{(x-y)(x-u)} = \frac{x-z-(x-y)}{(x-y)(x-z)} + \frac{x-u-(x-z)}{(x-z)(x-u)}, \quad \frac{y-u}{(x-y)(x-u)} = \frac{y-z}{(x-y)(x-z)} + \frac{z-u}{(x-z)(x-u)},$$

$$(y-u)(x-z) = (y-z)(x-u) + (z-u)(x-y). \quad \text{Отриману тотожність позначимо (1).}$$

$$\text{Нехай } x = \frac{a+bi}{c+di}, \quad y = \frac{a_1+b_1i}{c_1+d_1i}, \quad z = \frac{-c+di}{a-bi}, \quad u = \frac{-c_1+d_1i}{a_1-b_1i}. \quad \text{Підставимо в тотожність (1),}$$

тоді ліва частина прийме вигляд:

$$\left(\frac{a_1+b_1i}{c_1+d_1i} - \frac{-c_1+d_1i}{a_1-b_1i} \right) \left(\frac{a+bi}{c+di} - \frac{-c+di}{a-bi} \right) = \frac{(a_1^2+b_1^2)+(c_1^2+d_1^2)}{(a_1-b_1i)(c_1+d_1i)} \cdot \frac{(a^2+b^2)+(c^2+d^2)}{(a-bi)(c+di)} =$$

$$= \frac{(a^2+b^2+c^2+d^2)(a_1^2+b_1^2+c_1^2+d_1^2)}{(a-bi)(c+di)(a_1-b_1i)(c_1+d_1i)}.$$

Позначимо чисельник і знаменник лівої частини відповідно $A_1 = (a^2+b^2+c^2+d^2)(a_1^2+b_1^2+c_1^2+d_1^2)$ та $A_2 = (a-bi)(c+di)(a_1-b_1i)(c_1+d_1i)$.

Права частина тотожності (1) після заміни змінних матиме вигляд:

$$\left(\frac{a_1 + b_1 i}{c_1 + d_1 i} - \frac{-c + di}{a - bi}\right) \cdot \left(\frac{a + bi}{c + di} - \frac{-c_1 + d_1 i}{a_1 - b_1 i}\right) + \left(\frac{-c + di}{a - bi} - \frac{-c_1 + d_1 i}{a_1 - b_1 i}\right) \left(\frac{a + bi}{c + di} - \frac{a_1 + b_1 i}{c_1 + d_1 i}\right).$$

Знаменник також дорівнює $A_2 = (a - bi)(c + di)(a_1 - b_1 i)(c_1 + d_1 i)$.

Розглянемо чисельник.

$((a - bi)(a_1 + b_1 i) + (c - di)(c_1 + d_1 i)) \cdot ((a + bi)(a_1 - b_1 i) + (c + di)(c_1 - d_1 i)) +$
 $+ ((-c + di)(a_1 - b_1 i) + (a - bi)(c_1 - d_1 i)) \cdot ((a + bi)(c_1 + d_1 i) - (c + di)(a_1 + b_1 i)) =$
 $= (aa_1 + bb_1 + cc_1 + dd_1)^2 + (ab_1 - ba_1 + cd_1 - c_1 d)^2 + (ac_1 - ca_1 + b_1 d - bd_1)^2 +$
 $+ (ad_1 - a_1 d + b_1 c - bc_1)^2 = A_3$. З тотожності (1) слідує, що чисельники рівні $A_1 = A_3$, тобто доведено твердження Ейлера

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 + d_1^2) = (aa_1 + bb_1 + cc_1 + dd_1)^2 + (ab_1 - ba_1 + cd_1 - c_1 d)^2 +$$

$$+ (ac_1 - ca_1 + b_1 d - bd_1)^2 + (ad_1 - a_1 d + b_1 c - bc_1)^2$$

Важливими є завдання на пошук коренів квадратного тричлена для випадку від'ємного дискримінанта. Цікавою буде задача про розклад на лінійні множники.

Задача Г. Леїбніца.

Розкласти на уявні множники двочлен $x^4 + a^4$.

Розв'язання.

$$x^4 + a^4 = (x^2)^2 + (a^2)^2 + 2a^2 x^2 - 2a^2 x^2 = (x^2 + a^2)^2 - (\sqrt{2}ax)^2 =$$

$$= (x^2 + a^2 - \sqrt{2}ax)(x^2 + a^2 + \sqrt{2}ax).$$

Знайдемо корені кожного квадратного тричлена.

$$x^2 - \sqrt{2}ax + a^2 = 0, \quad x = \frac{\sqrt{2}a \mp \sqrt{2a^2 - 4a^2}}{2} = \frac{\sqrt{2}a \mp ia\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}a}{2}(1 \mp i).$$

$$x^2 + \sqrt{2}ax + a^2 = 0, \quad x = \frac{-\sqrt{2}a \mp \sqrt{2a^2 - 4a^2}}{2} = \frac{-\sqrt{2}a \mp ia\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}a}{2}(-1 \mp i).$$

Продовжимо розклад виразу на множники.

$$(x^2 + a^2 - \sqrt{2}ax)(x^2 + a^2 + \sqrt{2}ax) =$$

$$= \left(x - \frac{\sqrt{2}a}{2}(1+i)\right) \left(x - \frac{\sqrt{2}a}{2}(1-i)\right) \left(x - \frac{\sqrt{2}a}{2}(-1+i)\right) \left(x - \frac{\sqrt{2}a}{2}(-1-i)\right) =$$

$$= \left(x - \frac{\sqrt{2}a}{2} - \frac{\sqrt{2}a}{2}i\right) \left(x - \frac{\sqrt{2}a}{2} + \frac{\sqrt{2}a}{2}i\right) \left(x + \frac{\sqrt{2}a}{2} - \frac{\sqrt{2}a}{2}i\right) \left(x + \frac{\sqrt{2}a}{2} + \frac{\sqrt{2}a}{2}i\right).$$

Цю задачу Лейбніц розв'язав при інтегруванні дробово-раціональних функцій.

Й. Бернуллі та Г. Лейбніц інтегрували вирази виду $\frac{dx}{x \mp i}$ за формальними правилами, які були відомі для дійсних виразів.

Задача Й. Бернуллі. Довести, що $\arctg x = \frac{1}{2i} \ln \frac{1+xi}{1-xi}$ розглянута в [6, с. 84].

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок.

Розвиток математичної компетентності через набуття математичних умінь оперувати комплексними числами може бути забезпечений застосуванням історичних задач, у розв'язуванні яких виконуються дії в алгебраїчній формі. У подальших дослідженнях слід розглянути історичний підхід у вивченні інших розділів математики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ/ REFERENCES

1. Бондарчук, В. М., Головня, Р. М., Свєрчевська, І. А. (2024) Використання визначних історичних задач для розвитку креативного мислення як складової математичної

- компетентності. Збірник наукових праць «Актуальні питання природничо-математичної освіти». Суми, 1(23), 76-82. (Bondarchuk V. M., Holovnia R. M., Sverchevska, I. A. (2024). Using famous historical problems for creative thinking development as mathematical competence component. Collection of scientific works «Topical issues of natural science and mathematics education». Sumy, 1(23), 76-82).
2. Конфорович, А. Г. (1981). Визначні математичні задачі. К.: Радянська школа (Konforovych, A. H. (1981) Famous mathematical problems. Kyiv: Radianska shkola).
 3. Сверчевська, І. А. (2019). Узагальнення підстановок Діофанта. Збірник наукових праць «Актуальні питання природничо-математичної освіти». Суми, 2(14), 50-58. (Sverchevska, I. A. (2019). A generalization of Diophantus' substitutions. Collection of scientific works «Topical issues of natural science and mathematics education». Sumy, 2(14), 50-58).
 4. Сверчевська, І. А. (2020). Історичний підхід у формуванні ключових компетентностей при навчанні математики. Інноваційна педагогіка, Одеса, 21(3), 19-23. (Sverchevska, I. A. (2020). Historical approach to the formation of key competences in teaching mathematics. Innovative Pedagogics, Odesa, 21(3), 19-23).
 5. Сверчевська, І. А. (2021) Математичні моделі у задачах природничого змісту як засіб формування компетентностей здобувачів освіти. Збірник наукових праць «Актуальні питання природничо-математичної освіти». Суми, 1(17), 93-102. (Sverchevska, I. A. (2021) Mathematical models in problems with scientific meaning as a tool for students' competencies formation. Collection of scientific works «Topical issues of natural science and mathematics education». Sumy, 1(17), 93-102).
 6. Сверчевська, І. А. (2022) Формування математичної компетентності студентів у процесі розв'язування історичних задач з математичного аналізу. Збірник наукових праць «Актуальні питання природничо-математичної освіти». Суми, 1(19), 80-90. (Sverchevska, I. A. (2022). The formation of mathematical competence of mathematics teachers through solving historical mathematical analysis problems. Collection of scientific works «Topical issues of natural science and mathematics education». Sumy, 1(19), 80-90).
 7. Сверчевська, І. А. (2023) Узагальнення історичної тотожності Діофанта як засіб розвитку творчого мислення у процесі формування математичної компетентності. Збірник наукових праць «Актуальні питання природничо-математичної освіти». Суми, 1(21), 100-105. (Sverchevska, I. A. (2023). The generalization of Diophantus' identity as a means of creative thinking development during the formation of mathematical competence. Collection of scientific works «Topical issues of natural science and mathematics education». Sumy, 1(21), 100-105).
 8. Чашечникова, О. С. (2011). Створення творчого середовища в умовах диференційованого навчання математики: монографія. Суми. (Chashechnikova, O. S. (2011). Building the creative environment in differentiated teaching of mathematics: monograph. Sumy).

Bondarchuk V. M., Holovnia R. M., Sverchevska I. A. Using famous historical problems in studying complex numbers.

Summary. The paper focuses on the opportunities of using mathematical competence in studying complex numbers in historical problems. The formation of key competencies plays a significant role in implementing the competence approach in education. The author highlights the development of key mathematical competence. Namely, the work considers the ability to use mathematical knowledge and methods for solving problems and practical skills gaining and improving.

The research focuses on studying complex numbers. The authors advise applying famous historical problems to develop abilities and skills to operate complex numbers in algebraic form. A combined historical and genetic approach in teaching mathematics aimed to show how mathematical knowledge develops. Such an approach is of particular importance in studying complex numbers, which resulted from scientific research looking for ways to solve equations.

The study suggests performing operations with complex numbers by solving famous mathematical problems. The problems of J. Cardan and G. Leibniz may show students how to operate complex numbers for expression transformations. In the problems of O. Cauchy and

L. Euler, the operations with complex numbers are performed to prove and generalize the historical Diophantus' identity about the sum of squares.

The article also highlights the problems of finding the roots of quadratic equations, which may appear to be complex numbers. G. Leibniz and J. Bernoulli's problems showed the opportunity to factorize expressions as complex multipliers, and both scientists used them for expression transformations in integration.

The study concludes that famous historical tasks contribute to the development of mathematical skills by learning the new concept of complex numbers. Using historical background intensifies the students' learning activity, increases their interest in learning new material, and enhances their comprehension of new concepts. Improving abilities and skills in performing operations with complex numbers contributes to developing mathematical competence.

Key words: competence approach, competencies formation, mathematical competence, famous historical problems, teaching mathematics, complex numbers, operations with expressions, algebraic form, imaginary unit.

Подано до друку 25.03.2025

Прийнято до друку 02.04.2025

УДК 373.5.016:57:[37.018.43:004.4]

DOI 10.24139/2519-2361/2025.01/22-28

А.І. Пластюк

Комунальна установа Сумська спеціалізована школа І-ІІІ ступенів № 9,
м. Суми, Сумської області

Л.П. Міроненко

ORCID ID 0000-0002-9741-7157

Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка

СТРУКТУРУВАННЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМИ «БІОРИЗНОМАНІТТЯ» У 10 КЛАСІ

У статті схарактеризовано доцільність формування навичок роботи з інформацією по темі «Біорізноманіття» в 10 класі за допомогою таблиць, відповідно до навчальної програми з біології і екології для 10-11 класів закладів загальної середньої освіти: рівень стандарту, затвердженою наказом Міністерства освіти і науки України від 23.10.2017 №1407. Описано основні види опорних таблиць, розроблено класифікаційні, порівняльні таблиці відповідно сучасної системи еукаріот Сайна–Єдла, 2012. Вдаючись до даного способу структурування навчального матеріалу, полегшується учнями розуміння сучасної системи еукаріот за молекулярно-філогенетичними та цитологічними критеріями, що сприяє сприйняттю, усвідомленню та запам'ятовуванню навчального матеріалу. Таблиці дозволяють легко знайти взаємозв'язки споріднених організмів, і, навпаки, вказати докорінні відмінності між неспорідненими. Розуміння філогенетичних зв'язків між групами організмів є основою для формування предметної компетентності, умінь, навичок, логіки. Подальшою науковою розвідкою в цьому напрямку може стати дослідження формування навичок роботи з інформацією у вигляді графіків, діаграм і їх впливу на розвиток предметної компетентності.

Ключові слова: структурування навчального матеріалу, опорні таблиці, описові таблиці, порівняльні таблиці, класифікаційні таблиці, система еукаріот, предметні компетентності.

Постановка проблеми. Сьогодення вимагає осучаснення системи формування навичок роботи з інформацією, представленою в різних формах (текстах, таблицях, діаграмах, схемах, графіках тощо). Знаннєвий компонент змісту біологічної освіти у програмі 2017 року сформовано з урахуванням досягнень біологічної науки. Дотримуючись принципу науковості, тут включені знання з різних розділів сучасної