

УДК 373.5.091:512/517

DOI 10.24139/2519-2361/2025.01/45-53

М. В. Босовський

ORCID ID 0000-0001-7335-0034

З. О. Сердюк

ORCID ID 0000-0002-9376-4346

П. А. Іваненко

ORCID ID 0009-0008-8233-6072

Черкаський національний університет
імені Богдана Хмельницького

КОМПЕТЕНТІСНИЙ ПІДХІД У ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ В СТАРШІЙ ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ

У статті розглядається актуальність проблем застосування компетентнісного підходу у викладанні алгебри і початків математичного аналізу в старшій профільній школі, визначені ключові проблеми, з якими стикаються учні під час вивчення цього предмету, що включають труднощі у розумінні абстрактних математичних понять, відсутність чіткого зв'язку між математикою та реальними життєвими ситуаціями, наявність прогалин у знаннях з попередніх класів, складність математичних обчислень та недостатній рівень підготовки вчителів.

У дослідженні підкреслюється важливість інтеграції знань, навичок та компетенцій з різних освітніх галузей для ефективного навчання математики; наголошено на необхідності розвитку критичного та проблемного мислення в учнів, а також на важливості застосування математичних концепцій у різноманітних контекстах.

Стаття містить аналіз сучасних досліджень з даної проблематики, де розглядаються різні моделі компетентнісного підходу та їх адаптація до освітнього процесу; підкреслено, що компетентнісний підхід передбачає зміщення акценту з процесу навчання на його результати, орієнтуючись на потреби суспільства та ринку праці.

У роботі також пропонуються конкретні методичні рекомендації щодо застосування компетентнісного підходу у викладанні алгебри і початків аналізу. Зокрема, рекомендовано починати навчальний рік з перевірки базових знань учнів, систематизувати знання та розвивати навички їх застосування до нових ситуацій.

Особлива увага приділяється використанню міждисциплінарних зв'язків, застосуванню математики для розв'язання практичних задач, практико-орієнтованих та компетентнісних задач, використанню сучасних технологій та розвитку навичок самостійної роботи учнів; підкреслено, що компетентнісний підхід сприяє не лише засвоєнню теоретичних знань, але й формуванню в учнів практичних навичок, необхідних для успішної професійної діяльності.

Ключові слова: компетентнісний підхід, алгебра і початки математичного аналізу, старша профільна школа, критичне мислення, проблемне мислення, освітні виклики, методика навчання, математичні компетентності.

Постановка проблеми. Теми, що пропонуються учням та ученицям старших класів для вивчення з математики загалом є досить складними у розумінні, опанування та потребують від учнів значних зусиль під час їх засвоєння. Крім того, відбиток відповідальності накладає ще й майбутнє ЗНО /НМТ, без якого наразі неможливий вступ до ЗВО. Зокрема під час вивчення алгебри і початків аналізу виникає цілий ряд проблем, що ускладнюють вивчення математики учнями старших класів загалом, а саме:

- складності сприйняття абстрактних понять (границі, похідні, інтеграли), ці концепції вимагають високо рівня міркування, який не завжди зрозумілий, що ускладнює їх сприйняття та розуміння.

- математичні поняття та реальність життя не мають тісного зв'язку (учні часто не бачать як математика застосовується у житті, а тому уроки здаються роз'єднаними та непов'язаними).
- прогалини знань з попередніх класів (прогалини в темах попередніх класів створюють перешкоди для більш складних тем).
- складність математичних обчислень (часто через помилки у складних математичних обчисленнях учні втрачають інтерес до вивчення інших тем).
- недостатній рівень підготовки (через недостатній рівень підготовки вчителів, учні не отримують тих знань, які допомагали б їм у вирішенні складних задач).
- труднощі з логічним мисленням (деяким учням важко будувати структуровані аргументи та аналізувати проблеми крок за кроком).
- методика не досить на високому рівні (методики не мають різних стилів, через що учні втрачають інтерес).
- недостатнє використання цифрових та інтерактивних технологій (у сучасну цифрову епоху недостатньо використовуються технології, які можуть значно покращити виклад матеріалу та підсилити інтерес учнів до навчання).

Для подолання таких проблем важливо використовувати компетентнісний підхід у вивченні математики.

Аналіз актуальних досліджень. Важливо зазначити, що моделі компетентісного підходу, розроблені науковцями та запропоновані для впровадження в освітній процес загальноосвітніх та вищих навчальних закладів, базуються на ґрунтовному розумінні понять «компетентність» і «компетентнісний підхід». Ці моделі зосереджені на їхній структурі, ключових компонентах, методологічній розробці, технологічному застосуванні та оцінці рівнів сформованості компетентностей.

Серед дослідників, що зосереджували свої наукові розвідки на компетентісному підході, зазначимо Н. Бібік [1], І. Бех [2], Л. Буркову [3], Н. Глузман [4], В. Заболотного [5], В. Лугового [6], Н. Муранову [7], О. Савченко [8], С. Скворцову [9], Н. Тарасенкову [10; 11] та ін. Кожен із цих науковців подає власну інтерпретацію компетентісного підходу, сприяючи глибшому розумінню концепції, водночас пропонуючи нові погляди на її практичне застосування в освітньому процесі.

Зокрема Н. Бібік вважає [1], що компетентнісний підхід забезпечує зміщення від освітнього процесу до його результатів, акцентуючи увагу на тому, що є актуальним і затребуваним у суспільстві. Такий підхід сприяє спроможності професіоналів задовольняти потреби ринку праці, а також підвищує потенціал особистості для вирішення реальних життєвих проблем.

Безумовно, компетентнісний підхід, як і будь-яка інша освітня парадигма, запроваджена в освітній системі, є орієнтованим на результат. Однак, крім спільних загальних рис, він також має відмінні та специфічні характеристики.

Аналіз досліджень щодо розробки та впровадження компетентісного підходу в освіту висвітлює активну роботу щодо узгодження цього підходу з існуючими освітніми реаліями. Однак це часто призводить до спотворення ключових понять та їх суті. Прагнення до інновацій в освітніх цілях і процесах без критичної переоцінки застарілих традицій, які більше не відповідають сучасним потребам, може бути згубним. Це не тільки підриває теоретико-методологічні основи компетентісного підходу, змінюючи його основне значення, але й впливає на ефективність та результати навчального процесу.

Сьогодні компетентнісний підхід вважається необхідністю часу. У результаті сучасні дослідники продовжують досліджувати та обґрунтовувати його сутнісні характеристики, відрізняючи його від інших освітніх підходів.

Мета статті – розглянути та охарактеризувати особливості методики компетентісного підходу у вивченні алгебри і початків аналізу в старшій профільній школі.

Виклад основного матеріалу. Основною метою викладання математики в ЗЗСО є формування культури математичного рівня, необхідного для повсякденного життя, навчання

та виконання професійних обов'язків. Математика виступає базовим інструментом, який сприяє розвитку освітнього, творчого та інтелектуального потенціалу особистості.

Під час поглибленого вивчення математики в профільних класах вага цих завдань значно збільшується. Це зумовлено потребою виявлення та вдосконалення математичних здібностей учнів, формування в них стійкого інтересу до математики та є допомогою обрання професійної сфери, а також для підготовки до навчання у закладах вищої освіти.

Організація навчального процесу у фізико-математичних класах має ґрунтуватися на ряді ключових принципів. Вивчення математики в цих класах має забезпечувати учням базові знання та широкий розвиток математичного мислення на основі поглибленого курсу математики. Для необхідно створювати умови для ефективного розгляду актуальних питань навчальної програми.

Програма та найкращі методи викладання математики мають гармонійно поєднуватися та розглядатися з урахуванням розумових здібностей учнів.

Крім того, випускники математичних класів повинні володіти такими знаннями та навичками, які повністю відповідатимуть стандартам математичної підготовки учнів звичайних шкіл, але водночас будуть значно глибшими та стійкішими. Завдяки цій підготовці учні фізико-математичних класів зможуть творчо підходити до вивчення математики, самостійно працювати з математичною літературою, зберігати та передавати інтерес до предметів фізико-математичного циклу до завершення навчання.

Перевагою викладання математики в таких класах відкриває широкі можливості для індивідуалізації навчального процесу. Використання евристичного методу та проблемного підходу сприяє активізації навчальної діяльності учнів. Особливу увагу слід приділяти розв'язанню нестандартних задач, конкурсних завдань, а також завдань, що прокачують мозок та зустрічаються на вступних іспитах до закладів вищої освіти. Теоретичні й прикладні задачі, пов'язані з різними розділами програми, повинні вивчатися систематично протягом усього навчального року.

Важливою складовою є врахування вікових особливостей та потреб учнів під час поглибленого вивчення математики у старшій школі. Школярі повинні мати стійкий інтерес до математики та бути вмотивовані обрати професію, пов'язану з цією наукою.

Навчання у профільних старших класах орієнтоване на підготовку учнів до здобуття вищої освіти. Метою таких класів є підготовка до навчання за спеціальностями, де математика відіграє ключову роль. Основним принципом математичної підготовки у фізико-математичних класах є ідеалізація професійної діяльності математика.

Фундаментом математичної підготовки у 10–11 класах закладають теми стереометрії та алгебри з початками аналізу. Вони відрізняються від загальноосвітніх не стільки обсягом матеріалу, а скільки спрямованістю на засвоєння тем з елементами вищої математики. Найефективнішими методами є впроваджувати принцип моделювання професійної діяльності дозволяють факультативні курси та індивідуальні завдання з поглибленим вивченням математики [10; 11].

Якими професійними якостями характеризується математик? Це, передусім, особистість із широкими знаннями як у математиці, так і в суміжних дисциплінах, здатна постійно вдосконалювати та самостійно здобувати нові знання. Вища математика вирізняє вміння отримувати нові результати у своїй сфері, застосовувати математику як інструмент для розв'язання прикладних задач, чітко презентувати свої дослідження та роботи колег, а також навчати інших.

Такий фахівець виконує різні ролі в науковому середовищі: учня, співробітника, педагога та керівника.

Отже, математична підготовка у фізико-математичних класах має переплітатися з університетською освітою, сприяючи її вдосконаленню. Професійна спрямованість навчання повинна пронизувати всі рівні, починаючи з базового курсу математики та закінчуючи темами вищої математики [11].

Основний курс математики в цих класах за тематикою практично не відрізняється від базового курсу загальноосвітньої школи. Проте головна відмінність полягає у глибині

засвоєння матеріалу та формуванні критичного стилю мислення, який є необхідною рисою математиків. Поглиблене вивчення математики полягає не в розширенні програми, а в застосуванні в задачах будь-якого рівня. Лише невелика кількість учнів здатна опанувати збільшення обсягу програми, яке характерне сучасним програмам для класів фізико-математичного профілю з дворічним терміном навчання.

Досвід класів із поглибленим вивченням математики в Україні свідчить про недоцільність перенасичення програм додатковими темами. Це спочатку призводить до перевантаження та зниження інтересу учнів, а потім до їх відсіву.

Система підібраних складних задач із достатнім навантаженням та інноваційними методами навчання, пов'язаний із темами, що сприяють ефективному засвоєнню математичних знань.

Курс математики, розроблений для профільних класів фізико-математичного напрямку, спрямований на:

- формування в учнів умінь застосовувати математику під час дослідження реальних процесів і явищ;
- забезпечення високого рівня виконання професійних обов'язків.

Для учнів 10–11 класів із поглибленим вивченням математики передбачений спеціальний курс прикладної математики. Основними завданнями цього курсу є розвиток логічного мислення школярів, закріплення базових математичних понять та їхнє практичне застосування. У класах фізико-математичного профілю навчання може здійснюватися за програмою для 10–11 класів із поглибленим вивченням математики, укладеною М. І. Бурдою, М. І. Жалдаком, Т. В. Колесник, Т. М. Хмарою, М. І. Шкілем та М. Й. Ядренком. Ця програма розрахована на 8 годин на тиждень.

На сьогодні створено велику кількість програмних засобів, які орієнтовані на використання у процесі навчання математики. Серед них можна виділити такі програми, як DERIVE, EUREKA, GRAN1, Maple, MathCAD, Mathematica, MATLAB, Maxima, Numeri, Reduce та інші.

Компетентнісний підхід до викладання алгебри і початків аналізу побудований на інтеграції знань, умінь та навичок для вирішення реальних проблем і формування здатності використовувати математичні знання у практичних ситуаціях. Це забезпечує розвиток критичного мислення, творчого підходу до розв'язання задач і сприяє підготовці учнів до сучасних викликів у навчанні та професійній діяльності.

Навчальний рік важливо почати з перевірити базові знання, а саме властивості функцій, рівнянь, нерівностей, тригонометрії. Цей етап спрямований на систематизацію знань і розвиток навичок та їх застосування до нових ситуацій. Саме на цьому етапі варто включити завдання прикладного характеру, наприклад, розв'язування задач на оптимізацію чи моделювання фізичних процесів.

Під час вивчення тригонометричних функцій доцільно включати задачі, які зустрічаються у житті: обчислення висоти об'єктів за кутами нахилу, аналіз хвильових процесів, циклічних явищ (доба, рік, місяць). Обернені тригонометричні функції можна розглядати переплітаючи із задачами навігації або проектування.

Вивчення многочленів, раціональних рівнянь і нерівностей дозволяє учням заглибитись у вивчення алгебраїчних структур, що є основою математичного моделювання. Прикладом може бути застосування многочленів для аналізу економічних моделей, фінансового планування або механічних систем.

Вивчення основ стереометрії можна пов'язати із задачами на обчислення об'ємів та площ поверхонь, що використовується у будівництві, дизайні чи виробництві. Саме використання програм 3D-моделювання значно підвищить зацікавленість учнів і наочність навчання.

Питання, пов'язані з координатами та векторами у просторі, відкривають можливості для роботи з багатовимірними задачами та моделюванням руху. Під час вивчення цих тем учні можуть аналізувати задачі, пов'язані з траєкторіями польотів, механічними системами або задачами оптимізації в просторі.

Розглядаючи показникові, логарифмічні та степеневі функції, матеріал варто пов'язувати із задачами практичного характеру, такими як аналізом зростання населення, фінансовими моделями (процентні ставки, кредити), прогнозуванням та аналізом експоненціального зростання.

Інтегральне числення варто вивчати через обчислення площ, об'ємів, аналізу швидкості та прискорення. Диференціальні рівняння варто пов'язати із задачами фізики, хімії чи економіки, де такі рівняння описують реальні процеси.

Вивчення елементів комбінаторики та теорії ймовірностей спрямоване на розвиток вміння оцінювати ймовірність подій, будувати прогнози чи аналізувати ризики. Це може бути корисним у задачах статистики, фінансів чи біології.

Ознайомлення з комплексними числами може бути подане через їх застосування у фізиці, електроніці чи інженерії. Наприклад, учні можуть вивчати, як комплексні числа використовуються для опису електричних ланцюгів або обробки сигналів.

Компетентнісний підхід дозволяє учням не лише глибоко вивчати алгебру та початки аналізу, а й розвивати навички, необхідні для розв'язання життєвих і професійних завдань, тобто формувати відповідні практичні компетентності.

Вивчення математики на профільному рівні передбачає більш глибоке і широке використання знань, що дозволяє учням не тільки розв'язувати стандартні задачі, але й адаптувати свої математичні навички до складних і специфічних ситуацій, що можуть виникнути в професійній діяльності або в наукових дослідженнях.

Учні, які навчаються на профільному рівні, повинні продемонструвати високий рівень розуміння математичних понять і здатність застосовувати їх в інших дисциплінах, зокрема, фізиці, економіці, техніці чи інженерії. Оцінка їхніх знань та навичок включає здатність не тільки виводити математичні формули, але й аналізувати реальні ситуації, моделювати різні процеси та інтерпретувати отримані результати у контексті конкретних прикладних задач.

Ключовим є вміння учня не лише використовувати стандартні математичні методи для розв'язування задач, а й обирати різноманітні найефективніші підходи до вирішення більш складних задач, що передбачають комбінацію різних математичних розв'язків. Наприклад, учень повинен вміти застосовувати інтеграли для обчислення площ і об'ємів, а також використовувати їх для аналізу економічних чи екологічних процесів. Водночас, він має вміти працювати з диференціальними рівняннями для моделювання фізичних явищ або використовувати алгебраїчні методи для вирішення задач, пов'язаних з фізичними явищами.

Ще одним важливим аспектом є здатність до самостійного розв'язання завдань підвищеної складності. Учні класів профільного чи поглибленого рівня повинні не лише самостійно вирішувати різні типи задач, які вивчаються в курсі, але й вміти знаходити вихід із будь-яких нестандартних ситуацій, аналізуючи різноманітні фактори і враховуючи особливості конкретної проблеми. Це передбачає вміння застосовувати математичні знання в міждисциплінарних проектах, де поєднуються інші науки.

Профільне навчання також передбачає значну увагу до використання сучасних технологій у процесі вирішення задач. Учні повинні володіти навичками роботи з математичними програмами, такими як MathCAD, Maple, GeoGebra, для моделювання складних процесів, побудови графіків, розв'язування систем рівнянь і виконання інших обчислень. Це дозволяє глибше осмислювати навчальний матеріал та застосовувати його до реальних ситуацій, таких як прогнозування економічних процесів або аналіз технічних характеристик.

Оцінка цих компетентностей на профільному рівні також враховує здатність учнів та учениць якісно презентувати свої математичні ідеї та рішення. Важливо, щоб учні могли не лише розуміти проблему та знаходити її рішення, але й чітко і логічно представляти своє розв'язання, також аргументувати свої вибори та представляти результати в науково обґрунтованому вигляді, використовуючи математичні терміни та мову.

Рівень сформованості компетентностей у рамках профільного навчання можна оцінювати за кількома ступенями. На базовому рівні учень володіє лише основними навичками та знаннями, необхідними для виконання стандартних задач. На середньому рівні учень здатний розв'язувати більш складні задачі, застосовуючи знання з різних

галузей математики. На високому рівні учень самостійно та ефективно використовує математичні методи для вирішення міждисциплінарних задач, а також застосовує сучасні технології для моделювання процесів та аналізу даних. На експертному рівні учень може розробляти нові математичні моделі для вирішення нестандартних задач, ефективно працювати з великими обсягами даних і застосовувати інноваційні методи для вирішення актуальних проблем у науці, техніці та інших сферах.

Таким чином, оцінка здобутих учнями та ученицями компетентностей під час їх навчання математики на профільному рівні спрямована не лише на перевірку знань, а й на розвиток здатності учнів використовувати математичні інструменти для вирішення складних реальних проблем, що є важливим для їх подальшої професійної діяльності.

Важливим у піднятті рівня сформованості компетентностей являються тренінги. Тренінги для учнів профільних класів з алгебри та початків аналізу повинні бути орієнтовані на розвиток компетентностей, які дозволяють ефективно використовувати математичні знання для вирішення реальних завдань. Один із таких тренінгів може бути спрямований на математичне моделювання реальних процесів, що дає учням змогу застосовувати вивчені методи для вирішення практичних задач, таких як оптимізація або прогнозування економічних змін. Під час таких занять учні використовують рівняння та функції для моделювання економічних, фізичних чи соціальних процесів, що дозволяє краще зрозуміти важливість математичних методів у різних сферах.

Інший тренінг може бути фокусований на розв'язуванні складних задач з алгебри та початків аналізу, які часто зустрічаються на олімпіадах чи вступних іспитах. Тут учні працюють над нестандартними задачами, які вимагають глибшого розуміння математичних концепцій та розвитку логічного мислення. Такі тренінги сприяють розвитку здатності мислити креативно та шукати нові підходи до вирішення складних проблем.

Ще один ефективний тренінг полягає у використанні сучасних технологій для вивчення математики. Програми на зразок GeoGebra чи MathCAD дозволяють учням не лише візуалізувати математичні функції, а й виконувати складні обчислення, що робить процес навчання набагато більш динамічним та доступним. Це дозволяє учням швидко перевіряти свої рішення, а також краще розуміти, як математичні концепції можуть бути застосовані в реальному житті.

Проектна діяльність також є важливою частиною тренінгів для старшокласників. Вона дозволяє учням застосовувати свої математичні знання для вирішення міждисциплінарних задач, що поєднують математику з іншими науками, такими як фізика або економіка. Наприклад, учні можуть розв'язувати задачі, що стосуються руху тіл або теплопередачі, використовуючи методи диференціальних рівнянь або інтеграції.

У тренінгах з аналізу реальних даних учні можуть вчитися працювати з математичними моделями на основі статистичних даних. Це розвиває вміння використовувати математичні методи для прогнозування або оптимізації процесів, таких як аналіз попиту на продукцію або ефективності інвестицій. Такі тренінги дозволяють учням відчувати, як математичні знання застосовуються в реальних бізнес-ситуаціях.

Командні тренінги є ще одним важливим елементом навчання, оскільки вони допомагають учням розвивати навички співпраці. Працюючи разом над складними математичними задачами, учні не лише поглиблюють свої знання, а й вчаться комунікувати, аргументувати свої рішення і допомагати іншим у розв'язанні проблем, тобто формують так звані *soft skills*. Це важлива складова підготовки до майбутньої професійної діяльності, де вміння працювати в команді та вирішувати складні завдання разом із колегами є невід'ємною частиною успіху.

Усі ці тренінги мають на меті не тільки підвищення рівня знань учнів, а й розвиток їхніх практичних навичок, що необхідні для успішної кар'єри в математичних, інженерних або наукових галузях. Вони формують вміння застосовувати теоретичні знання в реальному житті та стимулюють до подальшого навчання і професійного розвитку.

Вивчення алгебри і початків аналізу в профільних класах школи має вагоме значення для формування математичної компетентності учнів, що дозволяє їм ефективно використовувати математичні знання для розв'язання реальних проблем у різних сферах.

Занурення у ці теми не лише сприяє глибокому розумінню математичних концепцій, але й розвиває здатність застосовувати їх у практиці, що є необхідним для подальшого навчання у вищих навчальних закладах та професійної діяльності. Орієнтація на компетентнісні підходи, такі як використання сучасних технологій, моделювання реальних ситуацій, вирішення нестандартних задач і робота над проектами, допомагає учням розвивати критичне та креативне мислення, а також вміння використовувати математичні інструменти для аналізу складних явищ.

Це дозволяє учням фізико-математичних класів не лише отримати глибокі теоретичні знання, а й розвинути практичні навички, що стануть основою для їхнього успішного навчання в університетах і кар'єри в галузях, де математика є основою для досягнення професійних результатів.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Важливо зазначити, що вивчення методів навчання математики, зокрема в контексті алгебри і початків математичного аналізу в старших профільних класах ЗЗСО, відкриває кілька важливих висновків. Сучасні методи навчання, якщо вони узгоджені зі стратегіями активного навчання, відіграють значну роль у покращенні розуміння учнями математичних понять і залучення до них. Використання інноваційних інструментів, таких як цифрові платформи, інтерактивні вправи та реальні програми, робить абстрактні поняття більш доступними та пов'язаними.

Крім того, інтеграція міждисциплінарних підходів, які подолають розрив між математикою та іншими предметами, може сприяти глибшому розумінню того, як математичні теорії застосовуються до сценаріїв реального світу. Це може підвищити мотивацію учнів та інтерес до математики, гарантуючи, що вони розглядатимуть її як корисний інструмент для вирішення практичних завдань.

Незважаючи на ці досягнення, кілька проблем залишаються, включаючи потребу в більш персоналізованих стратегіях навчання, задоволенні індивідуальних потреб учнів і подоланні прогалин у знаннях, які можуть існувати в математичному фоні учнів. Ці фактори продовжують створювати перешкоди для ефективного викладання та навчання математики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ/ REFERENCES

1. Бібік, Н. М., Ващенко, Л. С., Савченко, О. Я. (2004). Компетентнісний підхід: рефлексивний аналіз застосування. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи: кол. Монографія. Київ: К.І.С. (Bibyk, N. M., Vashchenko, L. S., Savchenko, O. I. (2004). Competency approach: reflective analysis of application. Competency approach in modern education: world experience and Ukrainian perspectives: col. Monograph. Kyiv).
2. Бех, І. Д. (2009). Компетентнісний підхід у сучасній освіті. Вища освіта. Київ: Гнозис. (Beh, I. D. (2009). Competency approach in modern education. Higher education. Kyiv: Gnosis).
3. Буркова, Л. В. (2010). Генеза компетентнісного підходу. Наукові записки Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського. 30, (10–16). (Burkova, L. V. (2010). The genesis of the competence approach. Scientific notes of Mykhailo Kotsyubynskyi Vinnytsia State Pedagogical University. 30, (10–16)).
4. Глузман, Н. А. (2010). Методико-математична компетентність майбутніх учителів початкових класів: монографія. Київ: Вища школа. (Gluzman, N. A. (2010). Methodological and mathematical competence of future primary school teachers: monograph. Kyiv: Higher School).
5. Заболотний, В. Ф. (2009). Формування методичної компетентності учителя фізики засобами мультимедіа: монографія. Вінниця: Едельвейс. (Zabolotny, V. F. (2009). Formation of methodological competence of a physics teacher by means of multimedia: monograph. Vinnytsia: Edelweiss).
6. Луговий, В. І. (2010). Запровадження компетентнісного підходу у вищій освіті – вимога часу, Сучасні навчальні заклади. Київ. (Lugovoi, V. (2010). Introduction of the

- competency-based approach in higher education is the need of the hour, Modern educational institutions. Kyiv).
7. Муранова, Н. П. (2012). Компетентнісний підхід як теоретичне підґрунтя фізико-математичної підготовки старшокласників до навчання в технічному університеті. Актуальні проблеми вищої професійної освіти України. Київ: НАУ. (Muranova, N. (2012). Competency approach as a theoretical basis of physical and mathematical preparation of high school students for study at a technical university. Actual problems of higher professional education of Ukraine. Kyiv: NAU).
 8. Савченко, О. Я. (2014). Уміння вчитися як ключова компетентність загальної середньої освіти. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи: під заг. ред. О. В. Овчарук. Київ: К.І.С. (Savchenko, O. (2014). The ability to learn as a key competence of general secondary education. Competency approach in modern education: world experience and Ukrainian perspectives. (Ed. O. V. Ovcharuk. Kyiv).
 9. Скворцова, С. О. (2009). Професійна компетентність вчителя: зміст поняття. Наука і освіта. 10. (93-96). (Skvortsova, S. O. (2009). Teacher's professional competence: the meaning of the concept. Science and education. 10. (93-96)).
 10. Тарасенкова, Н. А., Богатирьова, І. М., Коломієць, О. М., Сердюк, З.О. (2015). Засоби перевірки математичної компетентності в основній школі. Science and education a new dimension. III (26), 71. (21-25). (Tarasenkova, N. A., Bogatyreva, I. M., Kolomiets, O. M., Serdyuk, Z. O. (2015). Means of checking mathematical competence in primary school. Science and education a new dimension. III (26), 71. (21-25)).
 11. Тарасенкова, Н. А., Акуленко, І.А., Лов'янова, І.В., Сердюк, З.О. (2017). Організація навчання математики у старшій профільній школі: монографія. Черкаси: Видавець ФОП Гордієнко. (Tarasenkova, N. A., Akulenko, I.A., Lovyanova, I.V., Serdyuk, Z. O. (2017). The organization of mathematics education in a senior specialized school: a monograph. Cherkasy: Publisher of FOP Gordienko).
 12. Ткаченко, О., Кожевнікова М. (2014). Формування компетентностей на уроках математики. Математика в школах України. 6. 2-3. (Tkachenko, O., Kozhevnikova M. (2014). Formation of competencies in mathematics lessons. Mathematics in schools of Ukraine. 6. 2-3.)

Bosovskyi M., Serdiuk Z., Ivanenko P. Competency-Based Approach in Teaching Mathematics in Specialized Schools.

Summary. *The article discusses the relevance of the problems of applying the competency-based approach in teaching algebra and the beginnings of mathematical analysis in senior specialized schools. The authors identify the key problems that students face while studying these disciplines, which include difficulties in understanding abstract mathematical concepts, the lack of a clear connection between mathematics and real-life situations, the presence of gaps in knowledge from previous grades, the complexity of mathematical calculations, and insufficient teacher preparation.*

The study emphasizes the importance of integrating knowledge, skills, and competencies from various educational fields for effective mathematics education. The authors stress the need to develop students' critical and problem-solving thinking, as well as the importance of applying mathematical concepts in various contexts.

The article includes an analysis of current research on this issue, examining different models of the competency-based approach and their adaptation to the educational process. The authors emphasize that the competency-based approach involves shifting the focus from the learning process to its outcomes, focusing on the needs of society and the labor market.

The article also offers specific methodological recommendations for applying the competency-based approach in teaching algebra and the beginnings of analysis. In particular, the authors recommend starting the academic year with a review of students' basic knowledge, systematizing knowledge, and developing skills to apply it to new situations.

Particular attention is paid to the use of interdisciplinary connections, the application of mathematics to solve practical problems, the use of modern technologies, and the development of students' independent work skills.

The authors emphasize that the competency-based approach promotes not only the assimilation of theoretical knowledge but also the development of students' practical skills necessary for successful professional activity."

Key words: *Competency-based approach, algebra, mathematical analysis, senior specialized schools, critical thinking, problem-solving thinking, educational challenges, teaching methodology, mathematical competencies.*

УДК 51.37.372

DOI 10.24139/2519-2361/2025.01/53-61

Dobrinka Boykina

ORCID ID 0000-0002-4920-3736

University of Plovdiv Paisii Hilendarski

DEVELOPING SPATIAL IMAGINATION IN MATHEMATICS EDUCATION

Boykina D. Developing Spatial Imagination in Mathematics Education.

This article explores a range of effective approaches and strategies for fostering spatial imagination in students within the context of mathematics education, particularly from grades 5 through 12. Spatial imagination – the ability to mentally visualize and manipulate objects and their relationships in space – is a fundamental component of mathematical thinking and problem-solving. It plays a vital role not only in geometry, but also in algebra, trigonometry, and real-world applications such as engineering, architecture, and computer graphics.

The article emphasizes the importance of nurturing spatial reasoning early in students' academic development and presents a variety of methods to stimulate and strengthen this cognitive skill. These include illustrative examples, thought-provoking questions, and problem-based tasks designed to encourage visual thinking, abstract reasoning, and the ability to connect different mathematical concepts. Special attention is given to problems that involve working with three-dimensional figures, exploring spatial transformations, and interpreting complex visual information.

Key words: *spatial imagination, spatial thinking, spatial skills, problem solving.*

Problem statement. In modern pedagogical science, the development of spatial imagination is recognized as a key factor in acquiring mathematical knowledge and fostering abstract-logical thinking. Spatial imagination refers to the ability to mentally construct, transform, and manipulate images and objects in a mental space. This ability is directly linked to mastering geometric concepts, understanding algebraic structures, and solving logical-mathematical problems.

The formation of spatial thinking is not possible without the presence of imagination. Imagination is a cognitive process through which the real world is reflected in the human mind in the form of new, unusual, or even impossible images, ideas, or representations. This process involves various mental operations and activities, such as analysis, synthesis, and abstraction. It is well known that every learning activity engages a wide range of mental processes, including memorization, storage, reproduction of information, and of course, thinking.

Analysis of current research. The issue of imagination is not new. Psychologists have emphasized its importance for many years, yet it remains highly relevant today, as many students lack sufficiently developed spatial imagination. Studies by researchers such as Piaget [5], Vygotsky [7], and Bruner [1] highlight the significance of visual-spatial skills in the development of mathematical literacy. In the context of school education, these skills begin to develop in the early elementary years but become increasingly important in the middle and high school stages (grades 5–12), where learning involves complex spatial representations, graphical relationships, and analytical models.