

Сумський державний педагогічний університет імені А. С. Макаренка

Фізико-математичний факультет

Кафедра математики, фізики та методик їх навчання

Романенко Зоя Михайлівна

**КОМПЕТЕТНІСНО ОРІЄНТОВАНІ ЗАВДАННЯ
ЯК ЗАСОБИ РОЗВИТКУ МАТЕМАТИЧНОЇ ГРАМОТНОСТІ УЧНІВ
СТАРШОЇ ШКОЛИ**

Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)

Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка

Кваліфікаційна робота на здобуття освітнього ступеня магістра

Науковий керівник:

Друшляк Марина Григорівна,
доктор педагогічних наук, професор,
професор кафедри математики,
фізики та метод їх навчання

« ____ » _____ 2024 року

Виконавець:

Романенко Зоя Михайлівна

студент групи М-6

« ____ » _____ 2024 року

Суми 2024

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ РОЗВИТКУ МАТЕМАТИЧНОЇ ГРАМОТНОСТІ УЧНІВ СТАРШОЇ ШКОЛИ	6
1.1. Сутність поняття «математична грамотність» учнів	6
1.2. Рівні розвитку математичної грамотності учнів.....	10
РОЗДІЛ 2. КОМПЕТЕНТІСНО ОРІЄНТОВАНІ ЗАВДАННЯ В СИСТЕМІ РОЗВИТКУ МАТЕМАТИЧНОЇ ГРАМОТНОСТІ УЧНІВ СТАРШОЇ ШКОЛИ	26
2.1. Компетентісно орієнтовані завдання: означення, характерні ознаки, приклад.....	26
2.2. Аналіз підручників з математики 10-11 класів в контексті дослідження	37
2.3. Аналіз завдань практичного змісту ЗНО з математики та НМТ (блок математики) в контексті дослідження.....	56
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	74
ДОДАТОК 1	79

ВСТУП

Актуальність. Сучасна шкільна математична освіта повинна не лише забезпечувати учням знання з предмета «математика», яке дозволяє їм розв'язувати математичні задачі, але і ставити більш загальні цілі. Це включає вміння використовувати математичні знання в різних контекстах, зокрема при вивченні інших шкільних предметів або у повсякденному житті. Іншими словами, шкільна освіта повинна акцентувати увагу на розвитку так званої математичної грамотності учнів.

Використання завдань, орієнтованих на розвиток компетентностей, допомагає вирішити проблему якісного засвоєння математичних знань та їх практичного застосування, що сприяє розвитку математичної грамотності. Математичні знання не є самоцільними, оскільки вчитель навчає та готує не тільки майбутніх математиків, а передусім всебічно розвинених особистостей, здатних мислити математично й ефективно використовувати математику для розв'язання реальних проблем у різноманітних ситуаціях. Учасники навчального процесу повинні усвідомлювати важливість математики у сучасному світі, робити обґрунтовані висновки та приймати виважені рішення, що є необхідними для активних і творчих громадян ХХІ століття. Запровадження компетентнісного підходу та використання завдань, орієнтованих на компетентності, в навчанні математики є важливим кроком до підвищення якості математичної освіти, що стало підставою для вибору теми магістерського дослідження «Компетентнісно орієнтовані завдання в системі розвитку математичної грамотності учнів старшої школи».

Мета дослідження – дослідити особливості використання компетентнісно орієнтованих завдань для розвитку математичної грамотності учнів старшої школи.

Згідно з метою дослідження було визначено такі **завдання**:

1) розкрити сутність поняття «математична грамотність» спираючись на науково-методичні джерела, нормативні документи та результати дослідження PISA;

2) сформулювати рівні оцінювання математичної грамотності учнів;

3) описати характеристику компетентісно орієнтованих завдань;

4) проаналізувати підручники з математики 10-11 класів в контексті дослідження;

5) проаналізувати завдання практичного змісту ЗНО з математики та НМТ (блок математики) в контексті дослідження.

Об'єкт дослідження – процес навчання математики в старшій школі.

Предмет дослідження – особливості використання компетентісно орієнтованих завдань як засобу розвитку математичної грамотності учнів старшої школи.

Методи дослідження. Для реалізації поставлених завдань було використано наступні методи:

- *теоретичні*: вивчення, аналіз і узагальнення педагогічної й методичної літератури з предмету дослідження для визначення поняттєво-категорійного апарату дослідження; опису критеріїв оцінювання математичної грамотності учнів;

- *емпіричні*: цілеспрямоване спостереження за освітнім процесом; вивчення й узагальнення педагогічного досвіду оцінювання математичної грамотності учнів старшої школи.

Практичне значення здобутих результатів полягає у систематизації компетентісно орієнтованих завдань, призначених для уроків математики в старшій школі.

Апробація результатів дослідження. За темою дослідження опубліковано: тези «Компетентісно орієнтовані завдання з математики» у матеріалах IV Всеукраїнської науково-методичної інтернет-конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін

природничо-математичного циклу» (2023 р.) [37]; тези «Компетентісно орієнтовані завдання в системі розвитку математичної грамотності учнів старшої школи» [38] та стаття «Сутність поняття «математична грамотність» учнів» [39] у матеріалах Студентської звітної конференції.

Структура та обсяг магістерської роботи.

Магістерська робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел.

У вступі розглянуто актуальність роботи, визначено об'єкт, предмет, мету та завдання дослідження.

У першому розділі «Теоретичні засади розвитку математичної грамотності учнів старшої школи» розглянуто поняття «математична грамотність», спираючись на науково-методичні статті, нормативні документи та результати дослідження PISA; схарактеризовано рівні математичної грамотності учнів, кожен з яких проілюстровано на прикладі розв'язаного завдання.

У другому розділі «Компетентісно орієнтовані завдання в системі розвитку математичної грамотності учнів старшої школи» дано аналітичний огляд компетентісно орієнтованих завдань, їх означення, характерні ознаки, приклади; проведено порівняльну характеристика підручників з алгебри та геометрії 11 класів в контексті застосування компетентісноорієнтованого підходу; визначено кількісну складову компетентісно орієнтованих завдань до загальної кількості завдань по кожному розділу; проведено аналіз завдань практичного змісту ЗНО з математики та НМТ (блок математики) в контексті застосування компетентісно орієнтованого підходу; проаналізовано якість розв'язання таких завдань.

Загальний обсяг роботи 81 сторінка друкованого тексту. Список використаних джерел включає 50 одиниць. Текст містить 52 рисунки та 5 таблиць.

Робота буде корисною студентам педагогічних спеціальностей та вчителям математики закладів загальної середньої освіти.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ РОЗВИТКУ МАТЕМАТИЧНОЇ ГРАМОТНОСТІ УЧНІВ СТАРШОЇ ШКОЛИ

1.1. Сутність поняття «математична грамотність» учнів

Останнім часом математика як наука зазнала значних змін. Її інструментарій став більш різноманітним і гнучким. Сьогодні без належної математичної підготовки неможливо уявити повноцінну освіту сучасної людини, а також забезпечення її неперервності. Більшість сучасних спеціальностей вимагають високого рівня володіння математичними знаннями. Математика є базовою дисципліною для вивчення фізики, хімії, інформатики, біології, географії, економіки, креслення та інших предметів.

Відомо, що математика завжди вважалася одним із найскладніших навчальних предметів. Тому кожен учитель, аби успішно навчати учнів, має не лише досконало володіти знаннями з математики, а й розуміти, як ефективно їх передавати. Це включає знання сучасних методів формування математичних понять, а також оволодіння сучасними педагогічними технологіями та методиками викладання.

Математика надає широкі можливості для розвитку логічного мислення, формування алгоритмічної культури й уміння моделювати ситуації. Її методи використовуються не лише у вивченні інших навчальних дисциплін, але й у професійній діяльності. Зокрема, математичне моделювання знаходить застосування у вирішенні задач у різних галузях науки, економіки та виробництва. Саме тому під час шкільного навчання математики важливо приділяти особливу увагу розвитку математичної грамотності учнів. Близьким до поняття математичної грамотності є поняття функціональної грамотності. Поняття «функціональна грамотність» (англ. functional literacy) трактується як «здатність індивіда розуміти та використовувати різні типи інформації з метою успішного функціонування в умовах сучасного суспільства у побутовому, професійному та громадському житті» [19].

В той час, як експерти ЮНЕСКО зазначають, «що грамотність в сучасному її розумінні – це більше ніж просто вміння читати й писати. Вона означає наявність навичок комунікації в суспільстві. Грамотність стосується соціальної практики індивіда, соціальних взаємозв'язків, знань, передбачає володіння мовою та культурою. Грамотність має багато форм прояву – письмова, комп'ютерна, мас-медійна, математична, знакова, політична тощо» [20].

Що стосується математичної грамотності, то С. Березин дає таке означення: «це вміння правильно застосовувати математичні терміни, наявність необхідних математичних знань і відомостей для виконання роботи (вирішення проблеми) в конкретній предметній області» [9].

Хоча, на погляд О. С. Чашечникової, дане поняття має також включати в себе не тільки термінологічну грамотність, але й правильну математичну мову (усну та письмову), обчислювальну та графічну культуру [14;15].

Т. С. Вакулєнко, В. П. Горох, С. В. Ломакович, В. М. Терещенко дають більш широке визначення математичної грамотності: «математична грамотність – це здатність людини формулювати, застосовувати й інтерпретувати математику в різноманітних контекстах. Вона включає математичні міркування й застосування математичних понять, процедур, фактів та інструментів для опису, пояснення й прогнозування явищ. Вона допомагає зрозуміти роль математики у світі, робити аргументовані умовиводи й приймати рішення, необхідні людям як творчим, активним і мислячим громадянам» [9].

А у дослідженнях PISA перевірка математичної підготовки учнів заснована на понятті «математична грамотність», яке у їхньому контексті визначається як «здатність людини визначати та розуміти роль математики у світі, в якому вона живе, висловлювати добре обґрунтовані математичні судження та використовувати математику так, щоб задовольняти у цьому і майбутньому потреби, властиві творчому, зацікавленому і мислячому громадянину» [7, 9]. Саме цього тлумачення будемо дотримуватися ми у своєму дослідженні.

Математична грамотність розуміється як здатність учнів:

– розпізнавати проблеми, що виникають у реальному житті, які можна вирішити засобами математики;

– формулювати проблеми мовою математики;

– використовувати математичні знання та методи для їх розв’язання;

– аналізувати обрані методи і їх ефективність;

– інтерпретувати результати, беручи до уваги специфіку задачі;

– оформлювати остаточні висновки у зрозумілій і структурованій формі.

У наш час математична грамотність є ключовою складовою підготовки молодих людей до життя. З кожним днем кількість проблем і ситуацій, які виникають у повсякденному житті та професійній діяльності, зростає. Вони вимагають від особи не лише знання математики, а й здатності застосовувати її для розуміння та вирішення складних завдань.

Математика є універсальним інструментом для розв’язання завдань у різних сферах життя – від особистого до наукового. Тому важливо, щоб випускники шкіл були готові до практичного використання математичних знань у реальних життєвих контекстах.

У рамках міжнародних досліджень, таких як PISA, математична грамотність оцінюється як здатність учнів:

– формулювати, застосовувати та інтерпретувати математичні поняття в різних життєвих контекстах;

– використовувати математичні інструменти для опису, пояснення і прогнозування подій;

– демонструвати математичну обґрунтованість у своїх висновках.

Таке оцінювання дозволяє зрозуміти, наскільки 15-річні підлітки готові до викликів майбутнього, зокрема до ситуацій, які вимагають математичного аналізу та прийняття рішень.

Мотивація до вивчення математики зростає, коли учні бачать зв’язок між теоретичними знаннями та їхнім практичним застосуванням. Уроки, що інтегрують математику з реальним світом і іншими дисциплінами, не лише

роблять процес навчання цікавішим, але й формують у школярів відчуття значущості математичних знань.

Визначення математичної грамотності наголошує на необхідності надавати учням досвід використання математики в життєвих ситуаціях; акцентувати увагу на прикладному аспекті математики; формувати в учнів навички математичного моделювання, логічного мислення та аналізу.

Така методика сприяє не лише глибокому засвоєнню математичних понять, але й підготовці до реального життя, допомагаючи вирішувати проблеми та приймати обґрунтовані рішення в різних сферах діяльності. Мета формування математичної грамотності у школярів:

- навчити учнів цінувати математику як науку і шкільний предмет;
- виховати впевненість у власних математичних здібностях;
- сформувати навички розв'язання прикладних задач та проблем;
- розвинути комунікативні математичні вміння;
- навчити логічно мислити й обґрунтовувати свої висновки.

Завдання, які потрібно виконати для досягнення поставленої мети:

- навчити учнів знаходити застосування математики в повсякденному житті;
- формувати вміння будувати математичні моделі та досліджувати їх;
- виховувати творчу особистість, здатну вирішувати нестандартні задачі;
- забезпечувати міждисциплінарні зв'язки математики з іншими науками;
- використовувати традиційні й інноваційні методи навчання.

Для виконання цих завдань важливо реалізувати наступні підходи.

Створення проблемних ситуацій, які стимулюють інтерес до матеріалу та спонукають до самостійного освоєння знань. Ефективними є методи проблемного викладу, пошуковий, дослідницький та евристичний підходи. Засобами реалізації можуть бути робота з підручником, аналіз графіків і таблиць, математичні диктанти тощо.

Розвиток автоматизму навичок. Для формування стійких навичок, наприклад, додавання дробів із різними знаменниками, використовуються прийоми "опорний сигнал" до повного оволодіння правилами.

Робота із задачами. Оскільки підручники часто не мають достатньо вправ, що розвивають математичне мислення, вчителі звертаються до власних напрацювань або інтернет-ресурсів. Задачі мають бути цікавими, компактними, з можливістю розв'язання за 5–7 хвилин у класі.

Сприяння мотивації до вивчення математики. Для розвитку інтересу пропонуються приклади з реального життя, нестандартні задачі, а також сучасні технології, які полегшують сприйняття складного матеріалу.

Використання сучасних технологій. Інформаційні технології значно підвищують ефективність уроків, забезпечують інтерактивність, покращують діагностику знань і вмінь учнів.

Формування математичної грамотності – це складний, але необхідний процес, який забезпечує конкурентоспроможність випускників школи. Інтеграція прикладної спрямованості, диференціації та індивідуалізації навчання дозволяє створити умови для розвитку самостійності, критичного мислення і стійкого інтересу до математики.

1.2. Рівні розвитку математичної грамотності учнів

Застосування математики передбачає математичні міркування та застосування математичних понять, процедур, фактів й інструментів для отримання математичного розв'язання. Це означає проведення обчислень, перетворення алгебраїчних виразів, використання рівнянь й інших математичних моделей, аналіз інформації з використанням діаграм і графіків, надання математичного опису або пояснення та використання математичних інструментів для розв'язування задач. Математична інтерпретація передбачає розмірковування над математичними розв'язаннями та результатами й співвіднесення їх із контекстом задачі. Це означає оцінювання математичних

розв'язків або їх обґрунтування відносно до контексту задачі та визначення того, чи є результати доречними та чи мають вони сенс у конкретній ситуації [9].

Оскільки людина застосовує математику й математичні інструменти для розв'язування проблем у життєвому контексті, її робота складається із серії етапів [9].

Математична грамотність має важливе значення у контексті реальних життєвих проблем. Такі задачі можна розділити на дві категорії. Контекстні категорії визначають ті сфери життя, в яких виникають проблемні ситуації. Контекст може бути особистим, що охоплює проблеми, з якими стикаються індивіди, їхні родини або інші групи людей. Інші проблеми можуть бути соціальними (зосередженими на певних спільнотах – місцевих, національних або глобальних), професійними (пов'язаними зі світом праці) чи науковими (які включають застосування математики у природі або технологіях). Крім того, задачі характеризуються джерелом математичних явищ, що стоять за проблемою. Широкі категорії явищ, для аналізу яких можна використовувати математичні методи, можна поділити на чотири основні категорії: кількісні дані, невизначеність та інформація, зміни та залежності, простір і форма.

Необхідність визначити перелік загальних математичних умінь із метою доповнення уявлень про роль конкретних математичних знань у процесі навчання математики є загальновизнаною. Показовими прикладами такого переліку є вісім математичних методів у Державній загальноосвітній програмі в Сполучених Штатах Америки (2010 р.), чотири ключові процеси (представлення, аналіз, інтерпретація й оцінка, а також комунікація й рефлексія) у Національній навчальній програмі з математики в Англії (Агенція з кваліфікацій та навчальних програм, 2007 р.), а також стандарти процесів у Принципах і стандартах для математики в школі Національної ради учителів математики [9].

Загальні математичні вміння – це такий набір когнітивних здатностей, який мають учні або яких вони можуть набути з метою розуміння світу з математичної позиції, бути задіяними в ньому й розв'язувати проблеми. З підвищенням рівня математичної грамотності особа здатна застосовувати більший обсяг своїх

загальних математичних умінь. Тому більш активне застосування загальних математичних умінь передбачає підвищення складності завдань із математики. Таке спостереження було використано як підґрунтя для визначення різних рівнів математичної грамотності (відповідно до дослідження PISA) [9].

Зрозуміти те, наскільки складні завдання, можна шляхом з'ясування, які загальні математичні вміння необхідні для пошуку алгоритму розв'язування та його реалізації. Найпростіші завдання потребують відносно простого застосування невеликої кількості знань і вмінь. Складніші завдання потребують застосування більшого обсягу знань і вмінь. Для прогнозування складності необхідно враховувати як обсяг умінь, так і складність їхньої активації, яка необхідна для того чи іншого завдання [9].

Встановимо зв'язок між математичними процесами й загальними математичними (таблиця 1.1) [9].

Таблиця 1.1

Зв'язок між математичними процесами й загальними математичними вміннями

	Формулювання ситуацій математичною мовою	Застосування математичних понять, фактів, процедур і міркування	Інтерпретація, використання й оцінювання математичних результатів
Комунікація	Читання й розуміння висловлювань, питань, завдань, об'єктів або зображень, надання їм сенсу з метою формування ментальної моделі ситуації	Формулювання розв'язання, відображення ходу роботи, виконаної для знаходження розв'язання і/або надання анотації й представлення проміжних математичних результатів	Вибудовування й надання пояснень та аргументації в контексті проблеми

Математизація	Визначення основних математичних змінних і структур у реальній життєвій проблемі; установлення таких припущень, які можуть бути використані у відповідній ситуації	Розуміння контексту для управління процесом математичного розв'язування або його спрощення, наприклад, робота на тому рівні точності, який відповідає контексту	Розуміння обсягу та меж математичного розв'язання, що є результатом застосування математичної моделі
Представлення	Представлення реальної життєвої ситуації в математичній формі	Осмислення різних форм представлення інформації, інтеграція й використання їх при розв'язуванні проблеми	Інтерпретація математичних розв'язань у різних форматах відповідно до ситуації або способу їх використання; порівняння або оцінювання двох або більше форм представлення відповідно до ситуації
Аргументація й міркування	Пояснення, відстоювання або обґрунтування визначеного або побудованого представлення реальної життєвої ситуації	Пояснення, відстоювання або обґрунтування процесів і процедур, використаних для встановлення математичного результату або розв'язку; інтеграція фрагментів інформації для знаходження математичного розв'язання, узагальнень або багатокрокової аргументації	Осмислення математичних розв'язань і надання пояснень й аргументів, які підтримують, спростовують або уточнюють математичне розв'язання контекстоцентричної проблеми

Вибудовування стратегій для розв'язання задач	Вибір або вибудовування плану або стратегії розгляду контекстоцентрованої проблеми з математичної позиції	Активація ефективних і стійких механізмів управління багатокроковою процедурою, яка веде до математичного розв'язання, висновку або узагальнення	Вибудовування й реалізація стратегії з метою інтерпретації, оцінювання й валідизації математичного розв'язання контекстоцентрованої проблеми
Використання символів, формальної й технічної мов та операцій	Використання відповідних змінних, символів, діаграм і стандартних моделей із метою представлення реальної життєвої ситуації за допомогою символів/формальної мови	Розуміння й використання формальних конструкцій на основі визначень, правил і формальних систем, а також застосування алгоритмів	Розуміння зв'язку між контекстом проблеми й представленням математичного розв'язання; використання цього розуміння для полегшення інтерпретації розв'язання в контексті, оцінки здійсненності й можливих обмежень такого розв'язання

Опишемо рівні математичної грамотності учнів (таблиця 1.2) [9].

Таблиця 1.2

Загальна шкала рівнів оволодіння математичною грамотністю [9]

Рівень	Уміння учня
6	Учні можуть осмислювати, узагальнювати та використовувати інформацію, отриману ними на основі дослідження й моделювання складних проблемних ситуацій, і застосовувати свої знання в нетипових контекстах. Вони можуть інтегрувати інформацію з різних джерел і представлену в різних формах, а також вільно перетворювати й переходити від однієї форми до іншої. На цьому рівні учні здатні демонструвати високий рівень математичного мислення й міркувань. Разом з оперуванням математичними символами та формальними

	<p>математичними операціями й залежностями ці учні здатні свідомо застосовувати своє розуміння або вдаватися до інтуїції та передбачень із метою розробки підходів і стратегій розв'язування нових проблемних ситуацій. На цьому рівні учні здатні формулювати й точно коментувати свої дії та міркування стосовно отриманих результатів, інтерпретацій та аргументів, а також пояснювати доречність їх використання в певній ситуації</p>
5	<p>Учні можуть розробляти моделі складних проблемних ситуацій і працювати з ними, виявляти їхні обмеження й установлювати припущення. Вони можуть обирати, порівнювати й оцінювати відповідні стратегії розв'язування складних задач, які відповідають цим моделям. На цьому рівні учні можуть цілеспрямовано працювати із задачею та використовувати добре розвинені вміння мислити й міркувати, застосовувати належні форми представлення інформації, використовувати власну інтуїцію та описувати розглядувану ситуацію формально або за допомогою символів. Вони здатні осмислювати свою роботу та можуть формулювати й повідомляти свої інтерпретації й міркування</p>
4	<p>Учні можуть ефективно працювати з детальними моделями складних конкретних ситуацій, які можуть мати певні обмеження або потребують установлення певних припущень. Учні/ студенти можуть відбирати та інтегрувати інформацію, представлену в різних формах, зокрема й у символійній, безпосередньо пов'язуючи її з різними аспектами реального світу. На цьому рівні учні можуть використовувати обмежений діапазон розвинених умінь і можуть міркувати, виявляючи певну інтуїцію в нескладних ситуаціях. Базуючись на власних інтерпретаціях, аргументах і діях, вони можуть вибудовувати й наводити свої пояснення та доведення.</p>

3	Учні можуть виконувати чітко описані процедури, зокрема й ті, що потребують послідовного прийняття рішень. Вони здатні вибирати та застосовувати прості стратегії для розв'язання задач. На цьому рівні учні можуть інтерпретувати й використовувати різні форми представлення інформації з різних джерел і міркувати, безпосередньо спираючись на неї. Вони зазвичай демонструють певну здатність оперувати процентами, звичайними й десятковими дробами та працювати з пропорційними залежностями. Наведені ними відповіді свідчать про здатність надавати елементарну інтерпретацію отриманих результатів і проводити міркування
2	Учні можуть інтерпретувати й упізнавати ситуації в контекстах, які (ситуації) не потребують більшого, ніж прямих умовиводів. Вони можуть видобувати відповідну інформацію лише з одного джерела й використовувати інформацію, представлену лише в одній формі. На цьому рівні учні можуть застосовувати базові алгоритми, формули, процедури або правила для розв'язування задач, у яких доводиться мати справу з натуральними числами. Вони здатні буквально інтерпретувати результати
1	Учні можуть виконувати завдання стосовно відомих їм контекстів, у яких усю необхідну інформацію наведено, а самі завдання чітко сформульовано. Вони здатні знаходити інформацію та виконувати прості процедури відповідно до прямих указівок у явно описаних ситуаціях. Вони можуть виконувати дії, які є очевидними й безпосередньо впливають із умови

Загальні математичні вміння відіграють головну роль у визначенні того, що означає бути на тому чи іншому рівні оволодіння математичною грамотністю загалом і кожним із процесів, що оцінюються: загальні математичні вміння визначають підвищення спроможності стосовно всіх аспектів математичної грамотності. Наприклад, для рівня 4 зазначено «Учні/ студенти можуть

відбирати та інтегрувати інформацію, представлену в різних формах, зокрема й у символній, безпосередньо пов'язуючи її з різними аспектами реального світу», що висвітлює аспекти математизації й представлення, які притаманні цьому рівню [19].

Також вказано, що «Базуючись на власних інтерпретаціях, аргументах і діях, вони можуть вибудовувати й наводити свої пояснення та доведення», що підкреслює характерні для цього рівня способи комунікації, аргументації й обґрунтування, які протиставлені коротким повідомленням і недостатній аргументації розв'язання на третьому рівні й більш змістовному відображенню відповіді на п'ятому рівні.

Проілюструємо на прикладі розв'язання компетентісно орієнтованої задачі з геометрії для 10 класу, які знання та вміння продемонструють учні з різними рівнями розвитку математичної грамотності.

Задача. У великій сім'ї після тижня активного використання шматок мила зменшився вдвічі по довжині, ширині і висоті. На скільки днів його ще вистачить?

Учні, що мають перший та другий рівень розвитку математичної грамотності розв'язали задачу таким чином: використавши звичайне арифметичне додавання встановили такий же термін використання мила, тобто ще 7 днів. Що є невірним розв'язанням даної задачі. Різниця між цими рівнями полягає тільки в записі відповіді. Тобто поєднання умови задачі з ознакою та формулою об'єму прямокутного паралелепіпеда не встановлено.

Учні, що мають третій рівень розвитку математичної грамотності уже зв'язали розв'язання задачі з об'ємом прямокутного паралелепіпеда та зобразили це наступним чином: $V/2 = 7$. Що теж є не вірним. Однак, відбулося поєднання умови задачі з геометричною складовою.

Учні четвертого та п'ятого рівня розвитку математичної грамотності розв'язали завдання наступним чином. Будемо вважати, що шматок мила являє собою прямокутний паралелепіпед з довжиною, шириною і висотою відповідно a, b, c . Тоді його об'єм $V = a \cdot b \cdot c$. Після тижня використання, а це 7 днів, розміри

паралелепіпеда зменшилися вдвічі, тобто стали $a/2$, $b/2$, $c/2$. А значить, об'єм шматка став рівним $a/2 \cdot b/2 \cdot c/2 = a \cdot b \cdot c/8$. Що є вірним, але не повним розв'язанням задачі. При чому, перший абзац вказали учні п'ятого рівня.

І тільки учні шостого рівня до кінця записали правильну відповідь з вірним записом. Тобто виходить, що після 7 днів лишилась $1/8$ частини мила, $7/8$ використали за 7 днів. Отже, за один день використовували $1/8$ мила, тобто мила залишилось на 1 день.

Відповідь: 1 день.

Нижче описано фактори, які певним чином ускладнюють активацію кожного окремого вміння.

Комунікація (сприйняття й повідомлення). Різні фактори визначають рівень і ступінь володіння особою вмінням комунікації, яке необхідне для виконання завдання, здатність же відповідати цій вимозі показує, якою мірою особа володіє цим умінням. Із погляду особливостей сприйняття цими факторами є: довжина та складність уривка тексту або нетекстового фрагмента, які необхідно прочитати й інтерпретувати; ознайомленість з ідеями чи інформацією, поданими в тексті так, щоб їх можна було відрізнити від іншої інформації; упорядкованість інформації та її відповідність логіці процесів мислення, необхідних для інтерпретації та використання цієї інформації; наявність різних елементів (наприклад, текстової інформації, схем, графіків, таблиць, діаграм), які мають бути витлумачені з урахуванням зв'язків між ними. Із погляду володіння вмінням повідомляти найнижчий рівень спостерігається в завданнях, які передбачають надання числової відповіді. Вимоги до вміння повідомляти зростають за необхідності розгорнутого представлення розв'язання, наприклад, коли необхідно надати усне чи письмове пояснення або обґрунтування результату [9].

Математизація. Деякі завдання не потребують математизації з огляду на те, що проблема вже сформульована в математичній формі або встановлення зв'язку між моделлю та ситуацією, яку вона представляє, не потрібне для розв'язання цієї проблеми. Вимога математизації є меншою під час розв'язання

задачі, яка вимагає вміння тлумачити задану модель і робити безпосередні умовиводи або прямо представляти життєву ситуацію в математичній формі (наприклад, структурувати та концептуалізувати ситуацію відповідним чином, визначати й обирати відповідні змінні, відбирати необхідні вимірювання, будувати діаграми). Необхідність у математизації зростає з додаванням вимог щодо вмінь модифікувати й використовувати запропоновані моделі в змінених умовах або інтерпретувати виявлені зв'язки, вибирати відомі моделі в межах конкретних чітко сформульованих обмежень, створювати моделі, де необхідні змінні, зв'язки й обмеження є явними та зрозумілими. На більш високому рівні потреба в математизації пов'язана з необхідністю створювати або інтерпретувати моделі в ситуації, коли потрібно врахувати кілька припущень, змінних, зв'язків та обмежень, а також перевірити, чи відповідає модель вимогам завдання, або оцінити чи порівняти моделі [9].

Представлення. Необхідність використання цього математичного вміння на його найнижчому рівні виникає, коли потрібно оперувати наданою раніше відомою формою представлення, наприклад, переходити безпосередньо від тексту до чисел або зчитувати значення безпосередньо з графіка або таблиці. Завдання, які потребують більших когнітивних зусиль, передбачають вибір та інтерпретацію однієї стандартної або відомої форми представлення запропонованої ситуації. Завдання ще більш високого когнітивного рівня потребують перетворення форми представлення ситуації з однієї в іншу або використання двох чи більше різних форм представлення одночасно, зокрема й модифікування представлення, а також безпосереднього створення форми представлення певної ситуації. Вищий рівень когнітивних умінь позначений необхідністю розуміти й використовувати нестандартні форми представлення ситуації, які потребують чіткого її тлумачення й інтерпретації, а також створювати представлення, яке фіксує основні аспекти складної ситуації, або порівнювати й оцінювати різні представлення ситуацій [9].

Аргументація й міркування. У завданнях із дуже низькою вимогою активації цього вміння необхідне міркування може полягати в простому

дотриманні наведеної інструкції; якщо потрібен дещо вищий рівень активації цього вміння, завдання мають спонукати до певного відображення зв'язків між різними частинами інформації, завдяки чому можна зробити конкретні умовиводи (наприклад, установити зв'язок між окремими елементами, наявними в задачі, або скористатися прямим обґрунтуванням стосовно одного з аспектів задачі). На більш високому рівні завдання потребують аналізу інформації для дотримання чи створення багатокрокової аргументації, установлення зв'язку між декількома змінними або виведення аргументації із пов'язаних джерел інформації. На найвищому рівні вимоги активації виникає потреба синтезувати й оцінювати інформацію, використовувати або створювати ланцюги міркувань для обґрунтування умовиводів, робити узагальнення з опорою на велику кількість елементів інформації й поєднувати їх належним чином [9].

Вибудовування стратегій для розв'язування задач. У завданнях, які меншою мірою передбачають використання цього вміння, часто достатньо виконати дії згідно з указаною або очевидною стратегією. На трохи вищому рівні, можливо, знадобиться приймати рішення щодо вибору прийнятної стратегії, використовуючи відповідну наведену інформацію для формулювання висновку. Когнітивна вимога посилюється разом зі збільшенням необхідності в побудові стратегії перетворення наданої інформації з метою отримання результату. Найвищий рівень вимоги щодо використання цього вміння містять завдання, які потребують ретельного вибудовування стратегії для пошуку обґрунтованого рішення або узагальненого висновку й для оцінювання або порівняння різних стратегій [9].

Використання символів формальної та технічної мов й операцій. Необхідність активувати це вміння суттєво різниться в різних завданнях. Найпростіші завдання не передбачають активації жодних математичних правил або символічного вираження, окрім базових арифметичних обчислень із використанням невеликих або зручних для оперування чисел. Робота з більш складними завданнями може включати послідовні арифметичні обчислення, безпосереднє застосування простих функціональних залежностей (наприклад,

лінійних залежностей), використання формальних математичних операцій (наприклад, прямої підстановки, стандартних арифметичних обчислень із використанням звичайних і десяткових дробів), активацію та пряме використання формальних математичних означень, правил або формул. Подальше зростання когнітивної вимоги пов'язане з необхідністю безпосереднього використання символів й оперування ними (наприклад, алгебраїчного перетворення формул) або активації й використання математичних правил, означень, процедур і формул. Вищий рівень вимоги характеризується необхідністю багатокрокового застосування формальних математичних процедур, майстерною роботою з функціональними алгебраїчними залежностями, одночасним використанням як математичних прийомів, так і знань для отримання результатів [9].

Використання математичних інструментів. Завдання та дії, пов'язані з відносно низьким рівнем вимоги щодо цього вміння, можуть потребувати прямого використання відомих інструментів, наприклад вимірювальних засобів, у ситуаціях, коли використання цих інструментів є звичним. Більш висока вимога до використання цього вміння виникає в тому випадку, коли застосування інструментів передбачає низку процесів і потребує установлення зв'язків у запропонованій інформації з використанням таких інструментів або коли ознайомленість із самими інструментами є меншою, а ситуація, у якій потрібно застосувати інструмент, є недостатньо відомою. Вимога зростає, якщо інструмент має бути використаний для обробки й установлення зв'язку між кількома елементами даних або якщо інструмент необхідно застосувати в такій ситуації, яка значно відрізняється від ситуації, для якої способи застосування цього інструмента відомі, якщо сам інструмент є складним із різноманітними функціональними можливостями та якщо є необхідність у міркуваннях для розуміння й оцінки можливостей та обмежень інструмента [9].

Для прикладу розглянемо завдання та змодельємо відповіді до нього згідно рівнів розвитку математичної грамотності.

Тестове завдання має назву «Музичний хіт-парад». Воно складається зі стимулу, що містить текстову інформацію та діаграму, яка відображає продажі компакт-дисків чотирьох музичних гуртів упродовж шести місяців (рис.1.1), і трьох завдань із множинним вибором (рис.1.2).

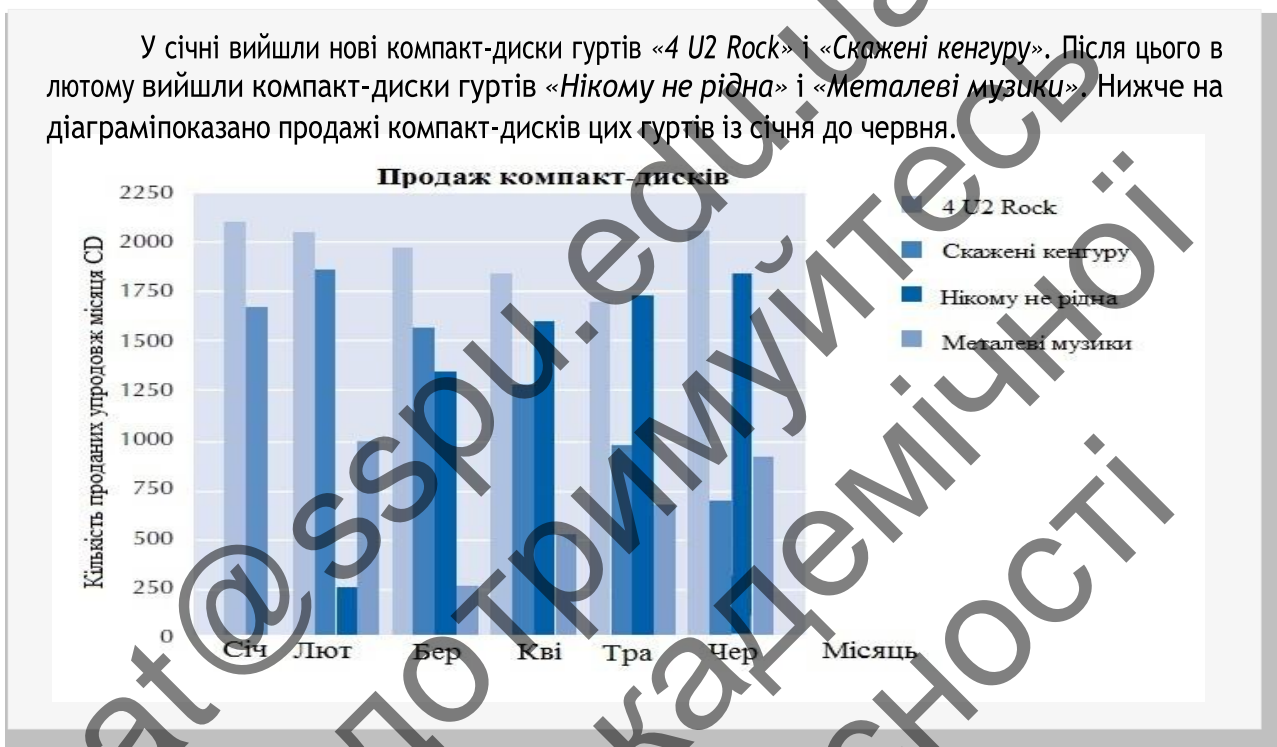


Рис. 1.1. Стимул до завдання «Музичний хіт-парад» [9]

Завдання 1: МУЗИЧНИЙ ХІТ-ПАРАД

Скільки компакт-дисків продав у квітні гурт «Металеві музики»?

- A 250
- B 500
- C 1000
- D 1270

Завдання 2: МУЗИЧНИЙ ХІТ-ПАРАД

У якому місяці гурт «Нікому не рідна» вперше продав більше компакт-дисків, ніж гурт «Скажені кенгуру»?

- A такого місяця не було
- B у березні
- C у квітні
- D у травні

Завдання 3: МУЗИЧНИЙ ХІТ-ПАРАД

Менеджер гурту «Скажені кенгуру» схвилюваний через те, що кількість проданих компакт-дисків зменшилася з лютого до червня.

Продаж якої кількості компакт-дисків цього гурту варто очікувати в липні, якщо та сама негативна тенденція зберігатиметься й надалі?

- A 70 компакт-дисків
- B 370 компакт-дисків
- C 670 компакт-дисків
- D 1340 компакт-дисків

Рис. 1.2. Запитання до завдання «Музичний хіт-парад» [9]

Для рівня 1 достатньо формальне виконання Завдання 1, що наведене на рис.1.2. Воно спонукає безпосередньо прочитати дані з діаграми, щоб відповісти на питання, пов'язане з контекстом. Учні мають зорієнтуватися щодо наведеної інформації, визначити, яка група даних указує на продажі компакт-дисків певного гурту, яка частина діаграми представляє дані продажів за конкретний місяць для цієї групи, і прочитати значення «500 компакт-дисків» на вертикальній осі. Текст є простим і чітким із дуже низькою комунікативною вимогою. Необхідна стратегія є прямою: лише знайти визначену інформацію на діаграмі. Вимога математизації полягає в тому, щоб було зроблено умовивід стосовно ситуації з продажами безпосередньо з графічної моделі [9].

Для рівня 2 уміння «представляти» необхідно застосувати на низькому рівні: потрібно лише прочитати значення з діаграми. Форма діаграми має бути добре відомою, тож зусилля потрібні тільки для того, щоб прочитати дані на діаграмі. Одна вісь діаграми показує місяці як категорії, а висота відповідного стовпчика підписана (500), тому ніяке розуміння масштабу не потрібне. Із технічних знань потрібна лише ознайомленість із формою діаграми, умовивід, який потрібно зробити, є прямим, отже, вимога аргументації й міркування також є дуже низькою [9].

Для рівня 3 та 4 повинно бути виконане Завдання 2, яке іє складнішим, ніж Завдання 1. Щоб відповісти на запитання відповідно до рівня 3, учні повинні відстежити зв'язок між двома групами даних, зображеними на діаграмі, звертаючи увагу на те, яким чином ці зв'язки змінюються впродовж указанного періоду, із метою усвідомити, що вказана в завданні ситуація вперше виникла у квітні. Виконання завдання передбачає володіння вмінням повідомляти на тому ж рівні, що й виконання завдання 1. Стратегія розв'язання потребує трохи більшого, оскільки декілька елементів двох груп даних необхідно порівняти [9].

Для рівня 4 вимога «математизації» спонукає зробити умовивід стосовно ситуації з продажами, скориставшись діаграмою. Вимога «представлення» трохи вища порівняно із завданням 1, де необхідно лише зчитати з діаграми одне значення: тепер треба порівняти дві групи даних і змінну, яка позначає час. Вимога «використання символів, формальної й технічної мов та операцій» залишається на низькому рівні, оскільки необхідним є лише якісне порівняння, а вимога аргументації й міркування дещо вища, тому що необхідно здійснити невелику кількість послідовних міркувань [9].

Для рівня 5 та 6 потрібно виконати Завдання 3. Завдання 3 певним чином відрізняється від перших двох тим, що основну увагу в ньому приділено розумінню математичних зв'язків, відображених на діаграмі, і використанню цих зв'язків для прогнозування продажів у наступному місяці. Завдання рівня 5 зберігає зв'язок із контекстом, але передусім воно потребує роботи з наведеною математичною інформацією. Один зі способів зробити це – зчитати з діаграми

значення даних за місяцями, визначити прийнятне середнє значення щомісячного зниження показників і застосувати те саме зниження до останнього місяця. Вимога повідомлення залишається низькою. Основною проблемою є те, що учасника можуть відволікати групи даних, що стосуються інших гуртів. Проте неправильна відповідь, яку найчастіше обирали учасники, надавалася, імовірно, через помилкове розуміння фрази «та сама негативна тенденція». Необхідна стратегія розв'язання, безумовно, є більш складною, ніж у перших двох [9].

Для рівня 6 потрібно вирішити, наприклад, чи варто використовувати всі п'ять точок даних із лютого до червня для цього гурту, а натомість використати середнє значення з лютого до червня, а також чи варто точно розрахувати, намалювати або візуалізувати лінію тренду, чи достатньо лише працювати із загальною оцінкою середніх показників, відзначаючи при цьому, що кожен місяць падіння обсягу продажів зростає дещо більше, ніж на одну поділку вертикальної шкали. Вимога «математизації» передбачає певне оперування наданою моделлю в контексті. Крім того, потрібно зробити деякі обчислення (декілька разів відняти багатоцифрові числа, прочитати значення на шкалі), що підвищує вимогу до вміння використовувати символи, формальну й технічну мови та операції. Вимога «представлення» передбачає визначення тенденції, відображеної на діаграмі. Також для розв'язування задачі потрібно зробити невелику кількість послідовних міркувань [9].

Таким чином, кожному рівню розвитку математичної грамотності має відповідати певний рівень міжпредметного, алгоритмічного, логічного та операційного пропрацювання задачі. І чим більше знань, інструментів та здібностей застосовано для розв'язування задачі, тим вищий рівень розвитку математичної грамотності матиме учень.

РОЗДІЛ 2. КОМПЕТЕНТІСНО ОРІЄНТОВАНІ ЗАВДАННЯ В СИСТЕМІ РОЗВИТКУ МАТЕМАТИЧНОЇ ГРАМОТНОСТІ УЧНІВ СТАРШОЇ ШКОЛИ

2.1. Компетентісно орієнтовані завдання: означення, характерні ознаки, приклади

Принциповою для компетентісного підходу є ідея про нерозривну єдність, цілісність знань, умінь і особистісних якостей людини. У зазначеному контексті навчання математики має включати такі аспекти, які є загальними для багатьох, якщо не всіх, шкільних навчальних предметів. Серед них, у першу чергу, слід назвати аксіологічний, мотиваційний, когнітивний, інформаційний, інтелектуальний, загальнокультурний, комунікативний, світоглядний компоненти навчання математики. Всі названі компоненти безпосередньо чи опосередковано формуються при вивченні шкільного курсу математики.

Проявом сформованості ціннісно-мотиваційного (аксіологічного) компоненту в контексті навчання математики є наступні характеристики:

- 1) уміння визначити мету діяльності (здатність ставити цілі, спрямованість на досягнення мети);
- 2) прояв здатності приймати самостійні рішення;
- 3) схильність перевіряти й оцінювати результати своєї діяльності, співвідносити їх з поставленими цілями й особистим життєвим досвідом;
- 4) прояв допитливості, пізнавального інтересу;
- 5) виявлення потреби до самостійного пошуку й засвоєння нових знань;
- 6) спроможність до емоційного сприйняття математичних об'єктів, завдань, розв'язань, міркувань, інтерес до математичної творчості;
- 7) поважне ставлення до однокласників, учителів, дотримання інтелектуальної чесності, об'єктивності, етичних і юридичних норм використання інформації [19].

Опишемо основні компоненти формування математичної компетентності.

Загальнокультурний компонент. Формування математичної грамотності спрямоване на розуміння математики як складової загальнолюдської культури.

Учень:

- 1) «усвідомлює значення математики» як наукової дисципліни, її історичний розвиток і внесок у цивілізацію;
- 2) знає «імена видатних математиків» минулого та сучасності, а також авторів підручників;
- 3) «володіє математичною мовою», правильно застосовує математичні терміни й символи, розуміє їхню роль у формалізації властивостей об'єктів і явищ;
- 4) має уявлення про «відмінності вимог до доведень» у математиці та інших науках;
- 5) володіє інтелектуальними методами, характерними для математики, які є основою пізнавальної культури.

Навчально-пізнавальний компонент. Цей компонент забезпечує опанування базових знань, умінь і навичок, необхідних як для вивчення інших предметів, так і для подальшої освіти. Учень:

- 1) «виконує обчислення» (усні, письмові, з використанням інструментів) та застосовує прийоми швидкого рахунку;
- 2) «використовує формули» і самостійно виводить залежності між величинами;
- 3) здійснює «алгоритмічну та евристичну діяльність», перевіряє та оцінює результати;
- 4) розв'язує «математичні задачі», що виникають у реальних і прикладних ситуаціях, із використанням необхідних інструментів.

Інформаційний компонент. Учень опановує вміння працювати з інформацією:

- 1) «розуміє потребу» в отриманні необхідної інформації;
- 2) «шукає та критично оцінює» інформацію, аналізує, систематизує й інтегрує її у власний досвід;

- 3) інтерпретує дані, представлені у вигляді «таблиць, графіків і діаграм»;
- 4) проводить обробку експериментальних результатів і оцінює їхню точність.

Інтелектуальний компонент. Цей компонент формує здатність до логічного мислення, аналізу та вирішення задач. Учень:

- 1) «логічно міркує», робить обґрунтовані висновки, розпізнає помилки та відрізняє факти від гіпотез;
- 2) використовує «дедуктивні й індуктивні методи» під час доведення теорем і розв'язання задач;
- 3) узагальнює, висуває та перевіряє «гіпотези», встановлює межі застосування результатів;
- 4) приймає рішення в умовах «неповної чи надлишкової інформації», долаючи стереотипи;
- 5) виконує «дослідницьку й проектну діяльність», що включає аналіз, узагальнення, класифікацію, встановлення причинно-наслідкових зв'язків і структурування матеріалу.

Розвиток математичної грамотності учнів передбачає всебічний підхід, який охоплює як базові знання та навички, так і здатність до критичного мислення, аналізу інформації та творчого підходу до вирішення задач [11].

Зазначені складові компоненти суттєво впливають на сутнісні характеристики поняття компетентісно орієнтоване завдання.

Компетентісний підхід не заперечує значення знань, але їх сутність (на відміну від традиційного, знаннево орієнтованого навчання) полягає в тому, що вони розглядаються не як самоціль, а як засіб розвитку та виховання особистості учня. Виховують лише ті знання, які мають для учня суб'єктивну цінність. Тому акцент у цілепокладанні при компетентісному навчанні зміщується з того, чого хоче досягти вчитель, на те, що потрібно учневі. Крім того, вчитель має пам'ятати, що він готує (навіть із дуже обдарованих учнів), не математиків-професіоналів, а насамперед, всебічно розвинену особистість, і цю роботу він виконує не один, а в тісному єднанні із учителями усіх шкільних предметів. Саме

це, на нашу думку, є суттєвим кроком на шляху досягнення нової якості математичної освіти [19].

Сучасна шкільна математична освіта потребує не лише досягнення цілей, пов'язаних із засвоєнням учнями змісту предмета «математика», що передбачає вміння використовувати математичні знання для розв'язання різноманітних задач. Вона також включає більш загальні цілі, які об'єднують зазначені вміння та мають на меті розвиток навички застосування математичних знань у ситуаціях, що виникають в інших навчальних предметах або в повсякденному житті.

Навчання математики, на відміну від інших предметів, має бути більш сконцентрованим на формуванні необхідних навичок. Математика не лише надає певний обсяг знань (таких як визначення понять, факти, властивості, ознаки понять та методи розв'язання типовських задач), а пропонує методіку дослідження об'єктів і встановлення зв'язків між знаннями, які характеризують всі ці об'єкти. Отже, оволодіння цим методом фактично є процесом розвитку вказаних навичок [6].

Основним аспектом навчальної діяльності в процесі навчання учнів математики є вирішення задач. Відповідно, доцільно розвивати ключові компетенції за допомогою спеціально розроблених завдань, що орієнтовані на компетентнісний підхід, схожих на завдання, які використовуються для оцінки математичної грамотності в дослідженнях PISA.

Компетентнісно орієнтовані завдання в математиці можна визначити як такі, що спрямовані на вирішення як стандартних, так і нестандартних ситуацій (предметних, міжпредметних або практичних, виходячи з описаного змісту). Вони вимагають від учнів знаходження відповідних методів розв'язання з необхідним використанням математичних знань. Головною характеристикою таких завдань є здобуття пізнавального результату для учнів [2].

Коли учні працюють над компетентнісно орієнтованим завданням, важливо по-іншому структурувати процес розв'язування: необхідно ретельно аналізувати текст задачі, визначати надлишок та нестачу даних, виявляти

взаємозв'язки між різними розділами математики, а також з іншими предметами і сферами діяльності. Важливими етапами є також складання математичної моделі та інтерпретація отриманих результатів. Проте при вирішенні звичайних математичних задач ці етапи часто ігноруються. Робота з компетентнісно орієнтованими завданнями вимагатиме від учнів формулювання підходу до розв'язання конкретної ситуації, використовуючи різноманітні математичні знання (геометричні, алгебраїчні, елементи математичного аналізу). При цьому потрібно зіставляти отримані математичні результати з практичними діями, які виконуються в реальному житті. Окрім того, учні отримують нові пізнавальні результати, які можуть бути корисними при вирішенні схожих задач.

Щоб вирішити компетентнісно орієнтоване завдання, потрібно «перекласти» проблему, описану в умові, на математичну мову. Це означає, що потрібно інтерпретувати її як задачу, яку можна вирішити з використанням математичних методів, та розробити відповідну математичну модель. Після цього необхідно вирішити цю задачу, застосовуючи математичні міркування та узагальнення, а також інтерпретувати отриманий розв'язок, враховуючи особливості конкретної ситуації. Важливо зазначити, що в процесі вирішення такого завдання учні також працюватимуть з чисто математичними задачами або задачею.

Часто компетентнісно орієнтовані завдання сприймають лише як прикладні або міжпредметні, в яких для вирішення певної практичної ситуації потрібно використовувати знання з одного або кількох предметів одночасно. Проте важливим аспектом є також застосування предметних компетентнісно орієнтованих завдань. В таких випадках учні вчаться підбирати необхідні знання для розв'язування задачі з різних розділів однієї предметної області (математики), причому тексти задач не містять явних вказівок на використання цих знань. Варто зазначити, що задачі, спосіб розв'язання яких учням не відомий, також можуть вважатися компетентнісними [3].

Для розвитку у учнів математичної грамотності важливо мати достатню кількість компетентнісно орієнтованих завдань, які цьому сприятимуть. Ці

завдання повинні мати різний рівень складності, щоб вчитель міг враховувати індивідуальні можливості кожного учня. Аналіз багатьох підручників з математики для старшої школи показує, що більшість представлених у них задач є навчальними завданнями та текстовими задачами. Практичні та проблемні задачі зустрічаються рідко, а компетентнісно орієнтованих завдань фактично немає. Отже, існує нагальна потреба у створенні такої системи задач [7].

Використання компетентнісно орієнтованих завдань дає змогу ефективно вирішувати проблему якісного засвоєння математичних знань та їх практичного застосування. В цьому контексті математичні знання не сприймаються як самоціль, адже вчитель готує своїх учнів (навіть найбільш обдарованих) не лише до професійного математичного шляху, а, перш за все, до формування всебічно розвиненої особистості. Цю роботу він виконує спільно з учителями всіх інших шкільних предметів. І це є важливим кроком на шляху до підвищення якості математичної освіти [5].

Грамотність можна визначити як, по-перше, мобільні знання, що постійно оновлюються; по-друге, гнучкі (ефективні) методи, які дають змогу застосовувати ці знання у конкретних ситуаціях; і по-третє, критичне мислення, що дозволяє оцінювати окремі ідеї, знання та їх можливість використання в різних обставинах.

Математична грамотність – це здатність виявляти та використовувати математичні принципи у повсякденному житті, розуміти суть і методи математичного моделювання, а також вміння створювати математичні моделі, досліджувати їх за допомогою математичних методів, інтерпретувати отримані результати та оцінювати похибки обчислень.

Розглянемо різні рівні компетентнісно орієнтованих завдань.

Завдання першого рівня (рівень відтворення) полягає у безпосередньому застосуванні відомих фактів та стандартних прийомів у знайомих ситуаціях, розпізнаванні математичних об'єктів і їх властивостей, а також використанні відомих алгоритмів і технічних навичок для виконання обчислень.

Завдання другого рівня (рівень встановлення зв'язків) базується на репродуктивному процесі розв'язання задач, які мають певну схожість з типами задач. Зміст цих завдань підказує, який матеріал з конкретного розділу математики слід використовувати та які відомі методи потрібно застосувати. Зазвичай вони передбачають встановлення зв'язків між різними аспектами ситуації, описаної в задачі, або взаємозв'язками між даними, наведеними в умові завдань.

Завдання третього рівня (рівень міркувань) вимагають певної інтуїції, поглибленого аналізу та творчого підходу під час вибору математичних інструментів. Для їхнього розв'язання необхідно інтегрувати знання з різних розділів математики та самостійно розробити алгоритм дій. Часто такі завдання передбачають пошук закономірностей, узагальнення та пояснення або обґрунтування отриманих результатів.

Для розвитку математичної компетентності важливо забезпечити учням оптимальні умови, які дозволять їм поступово переходити від виконання завдань під наглядом вчителя до самостійної роботи. Це дасть змогу учням самостійно шукати способи розв'язання як пізнавальних, так і практичних завдань.

Виділяють наступні типи компетентісно-орієнтованих задач.

1. Завдання, орієнтовані на предметні компетенції. В умові таких завдань описується ситуація, що потребує встановлення та використання різноманітних зв'язків в рамках математичного змісту, що вивчається в різних розділах математики. Під час аналізу завдання необхідно «врахувати» інформацію, представлену в різних формах, і розробити спосіб розв'язання, поєднуючи вже відомі методи. Отриманий результат має пізнавальну цінність і може бути застосований при вирішенні інших задач.

2. Міжпредметні компетентні завдання. В умові таких завдань представлена ситуація, що описується мовою однієї предметної області, при цьому явно або приховано використовується термінологія іншої. Для їхнього розв'язання необхідно застосовувати знання з відповідних навчальних дисциплін, досліджувати умову з перспективи виділених предметних областей,

а також шукати відсутні дані. При цьому рішення та відповідь можуть залежати від вихідних даних, які учні обирають або знаходять самостійно.

3. Практичні компетентні завдання. В умові цих завдань описується практична ситуація, для розв'язання якої необхідно використовувати знання з різних предметних областей (обов'язково включаючи математику), а також знання, отримані з повсякденного досвіду учнів. Інформація в завданні має бути реалістичною (відповідати дійсності, наприклад, цінами, розмірами будинків тощо). Отриманий результат повинен бути значущим для учнів, зокрема вказувати на його практичну сферу застосування.

Часто компетентнісно-орієнтовані завдання сприймаються лише як прикладні або міжпредметні, в яких для розв'язання певної практичної ситуації потрібно використовувати знання з одного чи кількох предметів одночасно. Однак важливо враховувати також предметні компетентнісно-орієнтовані завдання, де учні навчаються обирати необхідні знання з різних розділів однієї предметної області (математики), причому в тексті завдання не повинно бути явних вказівок на те, які знання потрібно використати. Варто відзначити, що предметні задачі, для розв'язання яких учням не відомі методи, є компетентнісними для них.

Впровадження компетентнісно орієнтованих завдань є доцільним під час проведення інтегрованих уроків. Такі уроки сприяють встановленню логічних зв'язків між різними предметами та запобігають формалізму у знаннях. Наприклад, уроки математики можна поєднати з уроками трудового навчання через теми «Формули. Побудова креслень одягу» або «Одиниці маси. Робота з харчовими продуктами. Приготування страв»; з географією – «Масштаб. Побудова плану шкільної території»; з природознавством – «Симетрія. Симетрія в природі»; з фізикою – «Швидкість. Одиниці вимірювання швидкості»; з історією – «Подорож у минуле геометрії», «Сім чудес світу» тощо. Інтегровані уроки мають яскраво виражену практичну спрямованість, яку доцільно розкривати через впровадження компетентнісно орієнтованих завдань.

Компетентнісно орієнтоване завдання повинно демонструвати практичне застосування математичних ідей та методів, а також ілюструвати матеріал, що вивчається на відповідному уроці. Воно має містити знайомі або інтуїтивно зрозумілі учням поняття і терміни, а також реальні числові дані, що не призводять до надмірних обчислень. У таких умовах використання подібних завдань, які основані на матеріалах суміжних предметів, може мати потрібний педагогічний ефект.

Якщо сучасний вчитель математики під час викладання шкільного курсу акцентує увагу учнів на зв'язку математики з реальним життям, він спонукає дітей до навчання і сприяє формуванню важливих рис характеру, таких як послідовність у роботі, наполегливість, акуратність, увага, критичне ставлення як до власної роботи, так і до роботи товаришів, кмітливність, чесність, колективізм, а також любов до праці і культура письма та усного спілкування.

Для підготовки учнів до життя та суспільно корисної праці, на думку О. Я. Савченко, школа повинна особливо акцентувати увагу на тих питаннях програми, з якими її вихованці можуть зіткнутися у реальному житті. У цьому вбачаються також практичні цілі навчання математики. Наприклад, вивчаючи тему «Площі фігур», доцільно запропонувати такі завдання.

Задача 1. Для газифікації дачного кооперативу «Трудове літо» потрібно провести газову трубу, яка розділяє ділянку у формі трапеції на дві рівновеликі частини. Як це зробити?

Задача 2. Знайти площу клумби, яка складається з трьох однакових кіл, якщо довжина паркану, що її огороджує, 48 дм.

Задача 3. Квадратна кімната по діагоналі бм. Скільки квадратних метрів коврового покриття необхідно для того, щоб застелити підлогу?

Звернення до прикладів із життя і навколишньої дійсності полегшує вчителю організацію цілеспрямованої навчальної діяльності учнів.

Кожне компетентнісно-орієнтоване завдання виконує різні функції, які можуть проявлятися явно або приховано за певних умов. Деякі завдання ілюструють запозичений з природи принцип оптимізації трудової діяльності, тобто досягнення найбільшого ефекту з мінімальними витратами, в той час як інші сприяють розвитку учнівських здібностей до технічної творчості (наприклад, геометричні завдання на побудову). Використання компетентнісно-орієнтованих завдань допомагає успішно створювати проблемні ситуації на уроці (наприклад, чому вигідніше будувати одноповерхові будинки з квадратною основою замість таких із прямокутною основою з тим же периметром). Такі завдання стимулюють учнів до здобуття нових знань і збагачують їх теоретичними знаннями з технічних та інших дисциплін.

Розглянемо, як можна забезпечити мотивацію навчальної діяльності під час вивчення теми «Найбільше і найменше значення функції на відрізку».

Учніам пропонується компетентнісно орієнтоване завдання:

«Відомо, що вартість експлуатації мікроавтобуса «Газель», який працює на певному маршруті і рухається зі швидкістю v км/год, складає $(144 + 0,04v^2)$ грн/год. З якою швидкістю повинен рухатися мікроавтобус, щоб вартість 1 км шляху була найменшою?»

Такий підхід на уроці сприяє підвищенню мотивації до навчання математики, спонукає учнів до здобуття нових знань, розвитку нових навичок і збагачує їх знаннями з інших предметів. Додатково ми надамо приклади компетентнісно-орієнтованих завдань з екологічною спрямованістю.

1. Обчислити, скільки кубічних метрів повітря очистить від автомобільних викидних газів 25 каштанів, посаджених вздовж дороги, якщо одне дерево очищує зону довжиною 100м, шириною 20 м, висотою 10 м без шкоди для себе.

2. Загальні запаси води на планеті 1800 млн. км³. На світовий океан припадає 98%. Прісна вода становить 2%, з них тільки 1% перебуває в рідкому стані

3. Щоб зібрати 1кг меду, бджола робить 50 тисяч вильотів і відвідує 10 млн. квітів.

4. Із 264 г листя сухої кропиви можна виготовити 8 порцій ліків для зупинки кровотечі. Скільком хворим може допомогти хлопчик, що заготовив 1485г листя?

5. Мурашина сім'я протягом дня знищує близько 1кг комах, завдяки чому захищає ліс площею 2500 м², тому за руйнування мурашника накладається штраф 230 грн.

6. Уявіть, що вам деяка фірма пропонує свої послуги. Щодня ви можете брати у фірмі по одній гривні. Але за перший день ви зобов'язані заплатити фірмі 1 коп, за другий – 2 коп, за третій – 4 коп і т.д. Чи укладете ви з цією фірмою договір не менш, ніж на 20 днів за таких умов? (Учні досліджують дану ситуацію, аналізують її. Роблять висновок, що від фірми вони отримають тільки 20 грн за 20 днів, а змушені заплатити за це суму, що дорівнює S_{20} для геометричної прогресії, де $b_1 = 1$ і $q = 2$. Тобто: $S_{20} = 1048575$ коп. = 10485 грн. 75 коп).

Для розвитку математичної грамотності учнів необхідно мати достатню кількість завдань, орієнтованих на формування компетенцій, що сприятимуть цьому процесу. Ці завдання повинні мати різні рівні складності, щоб вчитель міг враховувати індивідуальні можливості кожного учня. Тому зараз є гостра потреба у створенні такої системи завдань.

Аналіз багатьох діючих підручників з математики для старшої школи засвідчує, що переважна більшість розміщених у них задач не мають характеристичних ознак компетентнісно орієнтованих завдань. Задачі практичного та проблемного характеру представлено мало, а компетентнісно орієнтовані завдання практично відсутні. В той час, як застосування компетентностно-орієнтованих завдань дозволяє вирішити проблему більш якісного засвоєння знань з математики і їх застосування на практиці.

2.2. Аналіз підручників з математики 10-11 класів в контексті дослідження

Зважаючи на особливості навчальної діяльності сучасних учнів, зміст підручника має включати такі характеристики, як прикладна орієнтація, укрупнення, систематизація та класифікація навчального матеріалу, а також візуалізація та інтеграція змісту. Розглянемо ці особливості детальніше.

Прикладна орієнтація навчання передбачає, що учні оволодівають математичними інструментами для розв'язання реальних проблем, а також розвивають мисленнєві якості, необхідні для ефективного функціонування в суспільстві. Така орієнтація зазвичай реалізується через розв'язування задач практичного змісту. У навчальних програмах виокремлені різні типи таких задач, які сприяють розвитку ключових компетентностей. Однак у підручниках, особливо для 10-11 класів, часто бракує завдань, що відображають актуальні суспільно-економічні питання, допомагають учням формувати правильні ціннісні орієнтації та поведінку щодо енергоресурсів, здоров'я, фінансів, навколишнього середовища, а також міжособистісних стосунків.

Для прикладу розглянемо спочатку підручники більш давніх років видання:

(1) Алгебра 11 клас (2011р.) (автор Є.П. Нелін).

(2) Геометрія 11 клас (2011р.) (автор Г.В. Апостолова).

Зосередимося на підручнику Алгебра (автор Є.П. Нелін). Проаналізуємо наявність компетентісно орієнтованих завдань з основних тем.

Розділ 1. Показникова та логарифмічна функція має 68 завдань, з них лише 3 є компетентісно орієнтованими (рис. 2.1).

1.7. Вкладник поклав на депозит в банку 3000 грн під 10 % річних. Яка сума буде на його рахунку через 3 роки, якщо в кінці кожного року гроші, нараховані за відсотками, не знімаються, а додаються до депозитного внеску?

2.12*. Унаслідок радіоактивного розпаду за x днів маса M_0 речовини зменшується до маси M . Цей процес можна описати формулою

$$M = M_0 \left(\frac{1}{2}\right)^x. \text{ Звідси } \frac{M}{M_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^x. \text{ Покажіть графічно, як зі зміною } x \text{ змінюється відношення } \frac{M}{M_0}.$$

Використовуючи за необхідності побудований графік, дайте відповіді (точні або наближені) на запитання.

1) У скільки разів зменшиться маса радіоактивної речовини через 1,5 доби, 2,5 доби, 3 доби, 4 доби?

2) Скільки часу має минути, щоб початкова маса радіоактивної речовини зменшилася у 2,5 рази, у 3 рази, у 4 рази?

7.31. В ідеальних умовах процес розмноження кроликів можна описати рядом Фібоначчі, а зростання їх кількості відбувається за законом $N = e^{0,5t}$ (t вимірюється у місяцях). Знайдіть швидкість приросту кроликів у момент $t = 10$ місяців.

Рис. 2.1. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Показникова та логарифмічна функція»

В Розділі 2. Інтеграл та його застосування наявно 63 завдання. З них лише 7 компетентісно орієнтовані (рис.2.2-2.6).

9.23. Швидкість матеріальної точки, що рухається прямолінійно, задана формулою $v(t) = t^2 + 2t - 1$. Запишіть формулу залежності її координати x від часу t , якщо відомо, що в початковий момент часу ($t = 0$ с) точка перебувала в початку координат (v вимірюється в м/с).

9.24. Швидкість матеріальної точки, що рухається прямолінійно, задана формулою $v(t) = 2\cos\frac{t}{2}$. Запишіть формулу залежності координати точки від часу, якщо відомо, що в момент $t = \frac{\pi}{3}$ с точка перебувала на відстані 4 м від початку координат (v вимірюється в м/с).

9.25*. Матеріальна точка рухається прямолінійно з прискоренням $a(t) = 12t^2 + 4$. Знайдіть закон руху точки, якщо в момент часу $t = 1$ с її швидкість дорівнювала 10 м/с, а координата 12 м (a вимірюється у м/с²).

Рис. 2.2. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Інтеграл та його застосування»

9.26*. Матеріальна точка масою m рухається по осі Ox під дією сили $F(t)$, напрямленої вздовж цієї осі. Запишіть формулу залежності $x(t)$, якщо відомо, що при $t = t_0$ швидкість точки дорівнює v_0 , а координата — x_0 ($F(t)$ вимірюють у ньютонках, t — у секундах, v — у метрах за секунду, m — у кілограмах):

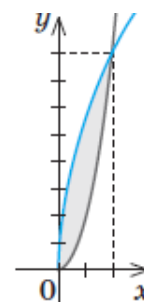
- 1) $F(t) = 6 - 9t$, $t_0 = 1$, $v_0 = 4$, $x_0 = -5$, $m = 3$;
- 2) $F(t) = 14 \sin t$, $t_0 = \pi$, $v_0 = 2$, $x_0 = 3$, $m = 7$;
- 3) $F(t) = 25 \cos t$, $t_0 = \frac{\pi}{2}$, $v_0 = 2$, $x_0 = 4$, $m = 5$;
- 4) $F(t) = 8t + 8$, $t_0 = 2$, $v_0 = 9$, $x_0 = 7$, $m = 4$.

Рис. 2.3. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Інтеграл та його застосування»

10.1.9. Під дією сили $F = 10$ Н пружина розтягується на 2 см. Яку роботу при цьому виконує сила F , якщо за законом Гука $F = kx$, де x — деформація пружини, k — коефіцієнт.

Рис. 2.4. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Інтеграл та його застосування»

10.2.23. Потрібно пофарбувати з однієї сторони 30 однакових плоских металевих деталей. Ескіз деталі зображено на рис. 10.2.9 (верхня межа деталі задається графіком функції $y = 8\sqrt{x}$, а нижня — графіком функції $y = x^2$, одиничний відрізок на ескізі дорівнює 20 см). Скільки банок, що містять по 0,9 кг фарби, потрібно придбати, якщо для фарбування 1 м^2 поверхні витрачається 130 г фарби?



◆ Рис. 10.2.9

Рис. 2.5. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Інтеграл та його застосування»

10.3.5. Яку роботу потрібно виконати для занурення кулі у воду (врахуйте, що на кулю діє виштовхувальна сила)? Запишіть формулу.

Рис. 2.6. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Інтеграл та його застосування»

В Розділі 3. Елементи комбінаторики, теорії ймовірності наявно 129 завдання. З них лише 5 компетентісно орієнтовані (рис.2.7-2.10).

13.2.8. За даними Українського центра оцінювання якості освіти учасники ЗНО з математики у 2018 р. отримали такі результати (дані згруповані за класами): з 106484 учасників 19806 не подолали поріг, 26301 учасник отримав від 100 до 120 балів, 17783 — від 120 до 140 балів, 18102 — від 140 до 160 балів, 14695 — від 160 до 180 балів, 9797 — від 180 до 200 балів. Подайте результати тестування за класами у вигляді частотної таблиці, побудуйте полігон частот. Визначте міри центральної тенденції вибірки.

13.2.9. Дослідіть споживання вашою родиною протягом року: 1) свіжих овочів, фруктів та зелені; 2) круп; 3) м'яса та м'ясних продуктів. Побудуйте діаграми, що ілюструють залежність споживання зазначених продуктів від пори року. Зробіть висновки. Скільки ваша родина споживає цих продуктів у середньому на місяць (у розрахунку на одну особу)?

Рис. 2.7. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Елементи комбінаторики, теорії ймовірності»

13.2.10. Користуючись таблицею розбудови Київського метрополітену, побудуйте полігон частот кількості станцій за період 1960–2013 рр.

Рік	Кількість станцій	Рік	Кількість станцій	Рік	Кількість станцій
1960	5	1987	28	2010	49
1965	10	1992	35	2011	50
1971	14	2000	40	2012	51
1976	17	2004	43	2013	52
1981	23	2008	46		

Рис. 2.8. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Елементи комбінаторики, теорії ймовірності»

13.2.11. Користуючись таблицею статистичних даних щодо кількості медалей, які здобули українські спортсмени на літніх Олімпійських іграх, побудуйте: 1) полігон частот кількості золотих медалей; 2) полігон частот загальної кількості медалей; 3) кругову діаграму розподілу медалей за видами (золоті, срібні та бронзові) на іграх 2008 р.

Рік проведення олімпіади	Кількість здобутих медалей			
	Золоті	Срібні	Бронзові	Усього
1996	9	2	12	23
2000	3	10	10	23
2004	9	5	9	23
2008	7	5	15	27
2012	6	5	8	19
2016	2	5	4	11

Рис. 2.9. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Елементи комбінаторики, теорії ймовірності»

13.2.12. У таблиці подано статистичні дані щодо кількості медалей, які здобули українські школярі на Міжнародних математичних олімпіадах у 2013–2018 рр.

Рік проведення олімпіади	Кількість здобутих медалей			
	Золоті	Срібні	Бронзові	Усього
2013	1	3	1	5
2014	2	3	1	6
2015	2	3	1	6
2016	0	2	4	6
2017	1	2	2	5
2018	4	2	0	6

Побудуйте: 1) полігон частот загальної кількості медалей; 2) стовпчасту діаграму розподілу загальної кількості здобутих медалей за роками; 3) полігон частот кількості золотих медалей; 4) кругову діаграму розподілу медалей за видами (золоті, срібні та бронзові) на олімпіаді 2015 р.

Рис. 2.10. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Елементи комбінаторики, теорії ймовірності»

В Розділі 4. Рівняння, нерівності та їх системи наявно 93 завдання та жодного компетентісно орієнтованого.

Далі розглянемо підручник Геометрія 11 клас (2011р.) (автор Г.В. Апостолова). Проаналізуємо наявність компетентісно орієнтованих завдань з основних тем.

Розділ 1. Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі має 183 завдання, з них лише 2 є компетентісно- орієнтованими (рис.2.11).

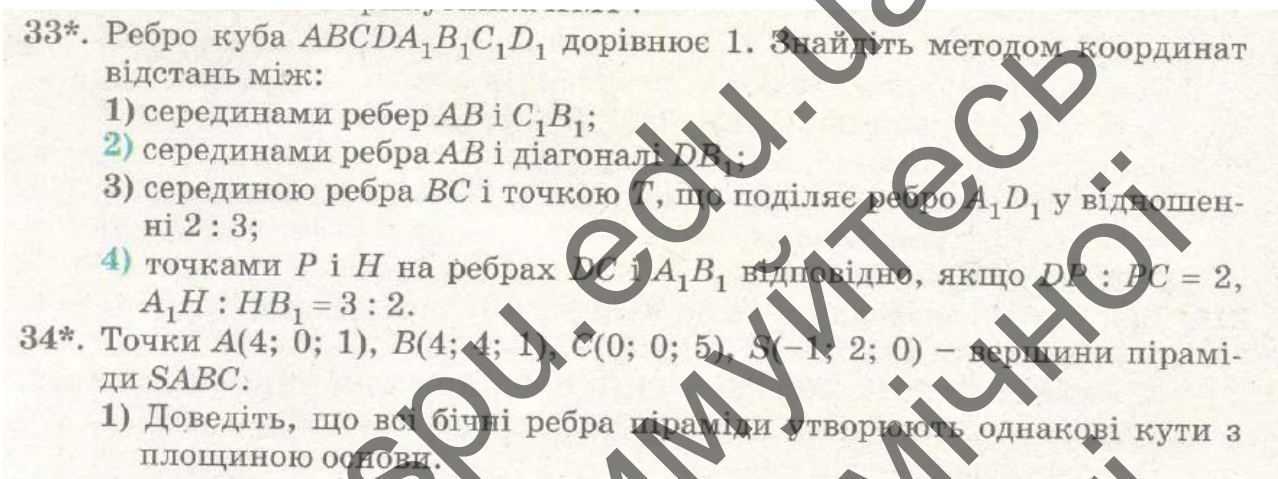


Рис. 2.11. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі»

Розділ 2. Багатогранні кути має 50 завдань, з них лише 2 є компетентісно орієнтованими (рис.2.12).

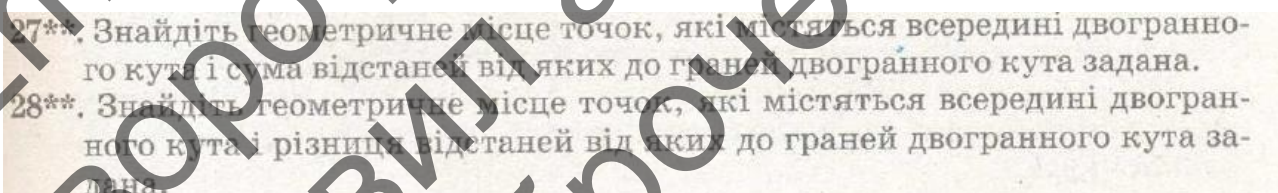


Рис. 2.12. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Багатогранні кути»

Розділ 3. Тіла. Багатогранники. Тіла обертання має 299 завдань, з них лише 4 є компетентісно-орієнтованими (рис.2.13-2.14).

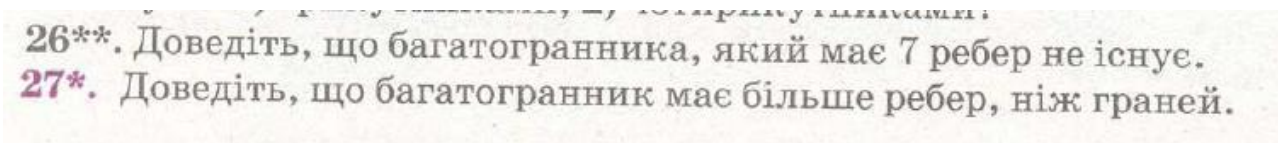


Рис. 2.13. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Тіла. Багатогранники. Тіла обертання»

- 17**. Доведіть, що тетраедр є ортоцентричним тоді й тільки тоді, коли його середні лінії рівні.
- 18**. Доведіть, що тетраедр є ортоцентричним тоді й тільки тоді, коли суми квадратів його мимобіжних ребер рівні.

Рис. 2.14. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Тіла. Багатогранники. Тіла обертання»

Розділ 4. Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл має 166 завдань, з них лише 3 є компетентісно орієнтованими (рис.2.15).

- 5*. Скільки кубометрів землі треба завезти до садової ділянки, щоб зробити клумбу, яка має форму кульового сегмента з радіусом основи 3 м і висотою 50 см? (Обчисліть з точністю до одиниць, прийнявши $\pi \approx 3$.)
6. Діаметр Місяця складає (приблизно) четверту частину діаметра Землі. Порівняйте об'єми Місяця та Землі, вважаючи їх за кулі.
7. Діаметр Марса становить половину земного. У скільки разів поверхня Марса менша від поверхні Землі?

Рис. 2.15. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл»

Застосування компетентісного підходу до вивчення математики ставить перед підручниками ряд фахових вимог. Опишемо деякі з них та проаналізуємо відповідність зазначених підручників вказаним вимогам.

Задачі практичного змісту є складними для учнів, оскільки їх розв'язання вимагає насамперед умінь вирішувати відповідні математичні задачі, які потім можуть слугувати моделями реальних ситуацій. Тому процес розв'язування математичних і практичних задач має бути узгодженим, оскільки предметні та ключові компетентності тісно взаємопов'язані.

Успішна реалізація прикладної орієнтації шкільної математичної освіти полягає не лише в розв'язуванні практичних задач. Потрібна всебічна переорієнтація змісту навчання, що має враховувати етапи практичного застосування математики (формалізацію, розв'язання задачі в межах побудованої моделі, інтерпретацію), тобто включати три основні складові.

1. *Аналіз емпіричних даних* (моделей, графіків, прикладів з довкілля, сфери майбутньої професійної діяльності, фактів з інших навчальних предметів, конкретних ситуацій та явищ, для опису яких застосовується математика), спрямований на «відкриття» учнями математичних фактів, виявлення їх суттєвих ознак і властивостей, що дає можливість самостійно сформулювати відповідне твердження. Якщо логічна структура навчального матеріалу підручника базується на емпіричному досвіді учня, це дозволяє через абстрагування створювати мисленнєві образи, які адекватно відображають практичний досвід. При відборі змісту навчання важливо вірно абстрагуватися від властивостей реальних предметів, щоб забезпечити логічні переходи між предметами та їх наочними образами, і навпаки.

Наприклад, геометрія вивчає геометричні фігури та їхні властивості, які виникають внаслідок абстрагування від реальних предметів, коли враховуються лише їх форма і розміри або тільки форма (поверхня, площина, лінія, точка). Проблема полягає в тому, що результати абстрагування не завжди мають чітке тлумачення. Так, кут визначається як фігура, що складається з двох променів з спільним початком. Однак на практиці та в складніших геометричних фігурах таких кутів немає. Є кути, утворені двома відрізками, які мають спільний кінець. Тобто, мисленнєвий образ кута, закладений у його визначенні, не має прямого відображення в реальності і не має матеріального змісту.

Потрібно уточнити систему вправ підручника, де вони здебільшого є «правильними». Необхідно більше вправ, які враховують їх варіативність: за характером умови та вимоги (з неповною, надлишковою, ймовірнісною чи суперечливою інформацією), за взаємозв'язками між компонентами умови та вимоги (прямі, обернені, протилежні тощо), а також вправи з не сформульованими умовами або вимогами для складання задач. У підручнику мають бути також прості вправи на прийняття оптимальних рішень, оскільки розв'язування задач з оптимізації різного рівня складності (від побутових до проблем управління, транспорту, ефективного використання природних ресурсів) є необхідним для кожного члена суспільства.

2. *Застосування математичних фактів на практиці.* Школярі повинні усвідомити, що використання математики для розв'язання прикладних задач включає такі етапи: перехід від опису ситуації в задачі до математичної моделі цієї ситуації, а потім – до сформульованої математичної задачі; розв'язання задачі в межах побудованої моделі; застосування отриманого розв'язку до початкової ситуації. Зміст підручника має забезпечити учнів таким рівнем математичної культури, коли вони здобувають навички, необхідні для проходження всіх етапів використання математики для вирішення задач, що виникають у реальному житті. Важливо виокремлювати ті практичні ситуації, для розв'язання яких найчастіше застосовуються ці математичні моделі. Так, вивчаючи показникову функцію, учні знайомляться з реальними процесами, які можна описати за допомогою цієї функції: радіоактивний розпад, розмноження бактерій, зміни температури та атмосферного тиску, зростання кількості деревини під час росту дерева, збільшення чисельності населення, діагностика захворювань.

Застосування математичних знань для розв'язання задач, зокрема практичного змісту, стає ефективнішим, якщо укрупнювати навчальний матеріал: не затримувати вивчення схожих понять, взаємно обернених тверджень та операцій, що допомагає забезпечити цілісність знань (наприклад, похідна — інтеграл, паралельність — перпендикулярність, призма — циліндр, піраміда — конус тощо); виокремлювати типові конфігурації малюнків, які використовуються при розв'язанні задач у міру вивчення матеріалу; систематизувати та класифікувати поняття, властивості, методи розв'язання задач (інфографіка, таблиці, графіки, діаграми, схеми); групувати задачі за спільними методами розв'язання (ідеями, планами). Наприклад, розв'язування задач практичного змісту часто вимагає умінь знаходити інформацію, яка безпосередньо не наведена в умові (статистичні або довідникові дані). Розвиток таких умінь передбачає розв'язання чисто математичних задач, де необхідно використовувати допоміжні елементи, що не вказані в умові задачі.

3 Інтеграція змісту є важливою вимогою до шкільних підручників.

Потрібно зміцнити зв'язки між алгеброю та геометрією, планіметрією та стереометрією.

Це стосується взаємопроникнення геометричних методів і образів в алгебру та навпаки, а також геометричної інтерпретації алгебраїчних залежностей і аналітичного тлумачення геометричних фактів. Такий підхід сприятиме цілісності знань і формуванню вмінь застосовувати їх для розв'язання задач практичного змісту. Важливими інтеграційними чинниками є знання математичних методів, зокрема методу координат. Використання цього методу дозволяє розглядати фігури і числа як взаємопов'язані моделі знань, встановлюючи відповідність між основними поняттями геометрії (точка, вектор, лінія, перетин ліній, поверхня тощо) і алгебри (число, набір чисел (координат), рівняння, система рівнянь тощо). Числова характеристика фігур, поряд з евклідовим підходом до їх вивчення, повинна використовуватися з перших етапів вивчення геометрії. Розв'язання окремих завдань передбачає вміння застосовувати ознаки та властивості просторових фігур на практиці, що вимагає введення елементів стереометрії в курс планіметрії на інтуїтивно наочній основі. Це також сприятиме розвитку просторової уяви і мислення учнів. Наразі актуальним є створення та експериментальна апробація інтегрованого курсу математики (без поділу на алгебру і геометрію) шляхом введення узагальнюючих понять сучасної математики, які дозволяють з єдиних наукових позицій трактувати основні алгебраїчні та геометричні концепти.

Розв'язання задач практичного змісту вимагає знань з інших предметів і різних сфер діяльності (медицина, техніка, технології, наука тощо), де застосовуються відповідні математичні моделі. Тому це може бути як синхронне використання математичних фактів на уроках природничих дисциплін, так і інтегровані уроки за участю вчителів інших предметів.

Для розв'язання задач практичного змісту необхідні знання з інших предметів і різних сфер діяльності (медицина, техніка, технології, наука тощо), де використовуються відповідні математичні моделі. Тому можливе як

паралельне застосування математичних фактів на уроках природничих дисциплін, так і проведення інтегрованих уроків за участю вчителів інших предметів.

У змісті навчання повинні враховуватись особливості навчальної діяльності сучасних учнів, які краще засвоюють укрупнений та структурований матеріал, а не об'ємні тексти підручників; вони краще сприймають візуальну інформацію, орієнтуючись на практичне застосування знань, зосереджені на конкретних, а не занадто віддалених цілях навчання; активно комунікують у соціальних мережах, тому потребують зворотного зв'язку, роботи в групах, обміну досвідом тощо. З огляду на ці особливості навчальної діяльності учнів, зміст підручника повинен мати такі характеристики, як прикладна спрямованість, укрупнення, систематизація та класифікація матеріалу, візуалізація та інтеграція змісту, а також використання допоміжних елементів. Дотримання цих вимог при відборі змісту та розробці конкретних методів їх реалізації в підручниках сприятиме підвищенню математичної грамотності учнів.

Проаналізовані підручники відповідають таким вимогам менше ніж на 20%. До прикладу, ключові теми курсу алгебри 10 класу «Показникові рівняння», «Логарифмічні рівняння», «Тригонометричні рівняння» містять мінімум компетентісних завдань. Такий підхід до укладання підручників є застарілим та потребує новітньої інтерпретації.

Частково такий підхід вже реалізовано в більш нових виданнях.

В підручнику Алгебра 10 клас за 2018р. (автор О.С. Істер) пропонується освоєння курсу «Алгебра і початки аналізу», у якому об'єднано матеріал кількох галузей математичної науки. Цей курс дасть змогу оволодіти такою системою знань з алгебри і початків аналізу та набути таких компетентностей, які будуть потрібні не тільки в повсякденному житті, а й у майбутній трудовій діяльності і яких буде достатньо для продовження навчання у вищих навчальних закладах.

Для практичної ілюстрації переваг вказаних підручників проведемо порівняння завдань підручнику (2) та (4).

Далі розглянемо підручник Алгебра 11 клас (2019р.) (автор Г.П. Бевз).
Проаналізуємо наявність компетентісно орієнтованих завдань з основних тем.

Розділ 1. Показникова та логарифмічна функція має 186 завдань, з них 11 є компетентісно орієнтованими (рис.2.16-2.18).



38.  Ентомолог, вивчаючи нашествия саранчі, дослідив, що площа (у м²), заражена саранчею, змінюється за формулою $S_n = 1000 \cdot 2^{0,2n}$, де n — кількість тижнів після зараження. Знайдіть:
- початкову площу зараження;
 - яку площу заражено через 5 тижнів;
 - яку площу заражено через 10 тижнів.
39.  Коли CD-програвач вимикають, то сила струму в ньому зменшується за формулою $I(t) = 24 \cdot (0,25)^t$ (А), де I — сила струму в амперах, t — час у секундах. Знайдіть:
- силу струму в момент вимкнення CD-програвача;
 - $I(t)$, якщо t дорівнює: 1 с, 2 с, 3 с, 4 с;
 - протягом якого часу сила струму у вимкненому CD-програвачі перевищує 4 А. Скористайтеся графіком залежності $I(t) = 24 \cdot (0,25)^t$.
40. Під час вирощування бактерій маса культури змінюється за формулою $m(t) = 2 \cdot e^{\frac{t}{2}}$ (г), де t — час у годинах, пройдений після початку розмноження. Знайдіть масу культури через:
- 30 хв; б) 40 хв; в) 1 год; г) 3 год; ґ) 4 год; д) 6 год.
- Побудуйте відповідний графік.

Рис. 2.16. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Показникова та логарифмічна функція»


94.  Власниця еко-магазину для швидшої реалізації свіжої капусти брокколі спочатку знизила її ціну на 10 %, а потім ще на 5 %. Якою була початкова ціна капусти, якщо в результаті обох знижок вона стала коштувати 85 грн 50 к.?

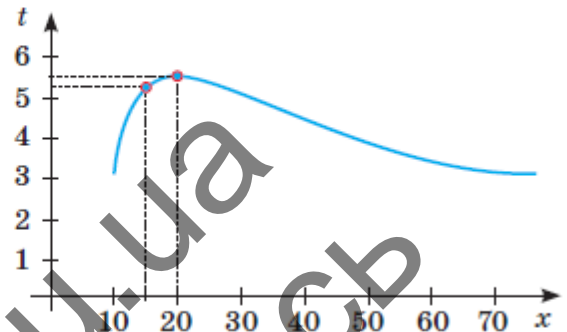
Рис. 2.17. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Показникова та логарифмічна функція»

186. Ємність легенів людини виражається функцією $t(x) = \frac{110(\ln x - 2)}{x}$, де x — вік людини в роках ($x \geq 10$); $t(x)$ — ємність легенів у літрах.



За допомогою графіка функції $t(x)$, зображеного на малюнку 21, установіть:

- у якому віці ємність легенів людини максимальна і чому вона дорівнює;
- протягом якого часу ємність легенів більша, ніж у 15 років.



Мал. 21

Рис. 2.18. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Показникова та логарифмічна функція»

В Розділі 2. Інтеграл та його застосування наявно 93 завдання. З них лише 3 компетентісно орієнтовані (рис.2.19).

10.11.* Швидкість матеріальної точки, яка рухається по координатній прямій, змінюється за законом $v(t) = t^2 + 2t - 3$. Запишіть формулу залежності її координати від часу, якщо в початковий момент часу $t = 0$ точка знаходилася в початку координат.

10.12.* Тіло рухається по координатній прямій зі швидкістю, яка в будь-який момент часу t визначається за формулою $v(t) = 6t^2 + 1$. Знайдіть формулу, яка виражає залежність координати точки від часу, якщо в момент часу $t = 3$ с тіло знаходилося на відстані 10 м від початку координат (швидкість руху вимірюють у метрах за секунду).

Рис. 2.19. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Інтеграл та його застосування»

В Розділі 3. Елементи комбінаторики, теорії ймовірності наявно 164 завдання. З них 5 компетентісно орієнтовані (рис.2.20-2.22).

16.12.* Электричний блок (рис. 16.3) працює безвідмовно протягом року з ймовірністю p . Для підвищення надійності системи електричний блок дублюють ще одним таким самим блоком так, що отримана система працює тоді, коли працює щонайменше один із блоків (рис. 16.4). Яка ймовірність безвідмовної роботи системи протягом року, якщо несправність кожного електричного блока відбувається незалежно від роботи інших блоків?

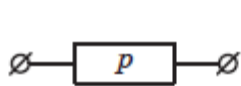


Рис. 16.3

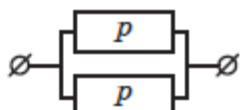


Рис. 16.4

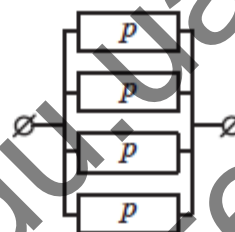


Рис. 16.5

16.13.* Электричний блок (рис. 16.3) працює безвідмовно протягом року з ймовірністю p . Для підвищення надійності системи електричний блок дублюють ще трьома такими самими блоками так, що отримана система працює тоді, коли працює щонайменше один із блоків (рис. 16.5). Яка ймовірність безвідмовної роботи системи протягом року, якщо несправність кожного електричного блока відбувається незалежно від роботи інших блоків?

Рис. 2.20. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Елементи комбінаторики, теорії ймовірності»

16.14.* Схема складається з трьох електричних блоків (рис. 16.6), кожний з яких працює безвідмовно протягом року з ймовірністю

p . Якщо виходить з ладу хоча б один блок, то система припиняє працювати. Для підвищення надійності системи схему доповнюють ще трьома блоками (рис. 16.7). Яка ймовірність безвідмовної роботи системи протягом року? Чи підвищиться надійність системи, якщо використати схему, зображену на рисунку 16.8?

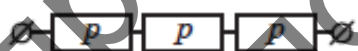


Рис. 16.6



Рис. 16.7

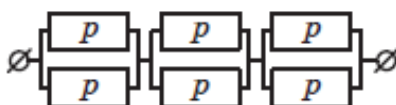


Рис. 16.8

Рис. 2.21. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Елементи комбінаторики, теорії ймовірності»

16.15." Деякі (найменш надійні) блоки електричної схеми дублюють (рис. 16.9). Ймовірності безвідмовної роботи кожного блока протягом року зображено на цьому рисунку. Яка ймовірність безвідмовної роботи всієї системи протягом року?

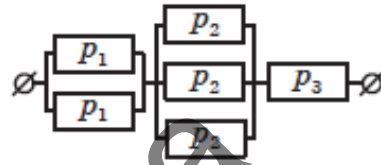


Рис. 16.9

16.16." Під час одного оберту локатора радіолокаційна станція виявляє об'єкт із ймовірністю 70 %. Виявлення об'єкта на кожному оберті не залежить від результатів попередніх обертів. Скільки обертів має зробити радіолокаційна станція, щоб виявили об'єкт із ймовірністю, що перевищує 99,9 %?

Рис. 2.22. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Елементи комбінаторики, теорії ймовірності»

В Розділі 4. Рівняння, нерівності та їх системи наявно 43 завдання та жодного компетентісно-орієнтованого.

Далі розглянемо підручник Геометрія 11 клас (2019р.) (автор Г.П. Бевз).

Розділ 2. Багатогранні кути має 129 завдань, з них 6 є компетентісно орієнтованими (рис.2.23-2.25).

1.117. Друзі Сергій і Світлана ведуть здоровий спосіб життя, тому кілька разів на тиждень тренуються, бігаючи по колу, радіус якого 50 м. Сергій пробігає 8 кіл, а Світлана – 6 кіл. Швидкість бігу Сергія – 16 км/год, а Світлани – 14 км/год. Хто з друзів витрачає більше часу на тренування і на скільки (дати відповідь з точністю до секунди)?

1.118. Потрібно пофарбувати стелю у двох класах, один з яких квадратної форми зі стороною 4 м, а другий – прямокутної розміром 5 × 4 м. На 1 м² стелі витрачається 240 г фарби. Яку найменшу кількість банок фарби треба придбати, якщо фарбу продають у банках місткістю 2,5 кг.

Рис. 2.23. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Багатогранні кути»

2.103. Відомо, що 1 га лісу очищує за рік 18 млн м³ повітря. Скільки м³ повітря очистить за рік ліс площею:
1) 4 га; 2) 3 км²?

Рис. 2.24. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Багатогранні кути»

2.104. У магазині є три види керамічної плитки:

Вид плитки	Ціна плитки, грн/од.
Квадратна плитка зі стороною 2 дм	24 грн
Плитка, що має довжину 2 дм і ширину 1 дм	13 грн
Квадратна плитка зі стороною 3 дм	50 грн

У приміщенні треба обкласти плиткою стіну, довжина якої – 6 м, а висота – 3 м. Яку плитку з наявних треба придбати, щоб обкладання цієї стіни плиткою було найдешевшим? Обчисліть ці витрати.

3.139. Пришкільний газон має форму прямокутника, розмір якого – 10×15 (у метрах). Посеред нього учні зробили квітник так, що навколо квітника утворилася доріжка однакової ширини. Знайдіть ширину доріжки, якщо площа квітника – 126 м^2 .

3.140. Щоб обклеїти шпалерами смугу від підлоги до стелі завширшки 1,6 м, вистачає одного рулону. Скільки рулонів шпалер треба придбати, щоб обклеїти прямокутну кімнату розміром $3,7 \times 4,6 \text{ м}$?

Рис. 2.25. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Багатогранні кути»

Розділ 2. Тіла. Багатогранники. Тіла обертання має 239 завдань, з них 8 є компетентісно орієнтованими (рис.2.26-2.29).

5.67. Щоб визначити діаметр стовбура дерева, лісник виміряв обхват стовбура за допомогою мотузки і отримав 3,8 м. Який діаметр має стовбур цього дерева (результат округліть до сотих метра)?

5.68. Щоб засіяти 1 м^2 газону, треба 40 г насіння газонної трави. Кілограм такого насіння коштує 80 грн. Скільки коштів треба витратити, щоб засіяти газонною травою клумбу, що має форму круга, діаметр якого – 30 м?



Рис. 2.26. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Тіла. Багатогранники. Тіла обертання»

- 6.74. Над площею 1 км^2 зелених насаджень у повітрі міститься на 50 т менше пилу, ніж над такою самою площею поля. На скільки менше пилу міститься над 4 га лісосмуги, ніж над такою самою площею поля?
- 6.75. Кімната у формі прямокутника має розмір $3,5 \times 4,8 \text{ м}$. У кімнаті є двері завширшки 80 см.
- 1) Скільки метрів плінтуса треба придбати для цієї кімнати?
 - 2) Скільки коштуватиме ця покупка, якщо ціна одного погонного метра плінтуса – 40 грн?

Рис. 2.27. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Тіла. Багатогранники. Тіла обертання»

- 7.92. Згідно із санітарними нормами відношення площі вікон до площі підлоги в класній кімнаті має бути не менше ніж 0,2. Чи дотримується ця норма у класній кімнаті, довжина якої – 12 м, а ширина становить 45 % від довжини, якщо в кімнаті три вікна розміром $2 \times 1,75 \text{ м}$?
- 7.93. На дачі родини Нечипоруків потрібно пофарбувати бак для води з кришкою із зовнішнього й внутрішнього боків. Бак має форму прямої призми висотою 1,5 м. Основою призми є прямокутний трикутник із катетами 0,6 м і 0,8 м. У магазині є фарба в банках по 1 кг і 2,5 кг.
- 1) Скільки м^2 треба пофарбувати?
 - 2) Скільки і яких банок фарби потрібно купити, якщо на 1 м^2 витрачається 0,2 кг фарби?

Рис. 2.28. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Тіла. Багатогранники. Тіла обертання»

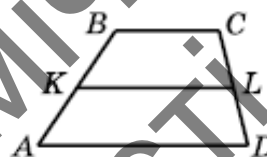
- 8.115. Діаметр вала колодязя дорівнює 35 см, глибина колодязя до поверхні води – 8,7 м. Скільки разів треба повернути рукоятку вала, щоб витягти відро з водою?
- 8.116. Поле стадіону має форму прямокутника, до якого з двох протилежних сторін прилягають півкола. Довжина бігової доріжки навколо поля дорівнює 400 м. Довжина кожної з двох прямолінійних ділянок доріжки – 100 м. Знайдіть ширину поля стадіону.

Рис. 2.29. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Тіла. Багатогранники. Тіла обертання»

Розділ 3. Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл має 136 завдань, з них 10 є компетентісно орієнтованими (рис.2.30-2.34).

9.134. Шкільний психолог Ірина Іванівна веде здоровий спосіб життя та їздить на роботу велосипедом. Шлях, який щодня долає велосипедистка, зображено на малюнку, на якому точкою A позначено будинок, точкою C – роботу. $ABCD$ – трапеція, у якої $AD = 4$ км, $AB = 2,5$ км, $CD = 1,7$ км, висота трапеції дорівнює $1,5$ км, точка K – середина AB , точка L – середина CD (мал. 9.10). Усі ділянки шляху, крім BC , заасфальтовано, ділянка BC – ґрунтова дорога. По асфальтованій дорозі Ірина Іванівна рухається зі швидкістю 20 км/год, а по ґрунтовій – удвічі повільніше. Коли Ірина Іванівна поспішає, то дістається роботи найкоротшим шляхом, а іноді обирає найдовший маршрут – для більших фізичних навантажень. Заповніть таблицю та допоможіть Ірині Іванівні визначитися з веломаршрутами.

Маршрут	Час у дорозі
AB, BC	
AD, DC	
AK, KL, LC	



Мал. 9.10

9.135. На городі грядка з огірками має форму прямокутника завдовжки 25 м і завширшки 10 м. Скільки відер води знадобиться для поливу огірків, якщо вони потребують 4 л на один m^2 , а ємність відра – $12,5$ л?

Рис. 2.30. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл»

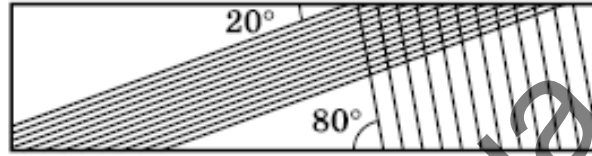
10.124. Ретрансляційна вишка спирається на основу у формі кільця. Діаметр зовнішнього кола дорівнює 28 м, а внутрішнього кола – 12 м. Обчисліть площу фундаменту вишки з точністю до десятих m^2 .



10.125. Учителька біології Марина Олегівна замовила акваріум, який має форму правильної шестикутної призми. Скільки m^2 скла потрібно для виготовлення акваріума, якщо довжина сторони основи акваріума – $0,5$ м, а його висота – $1,2$ м? Відповідь округліть до сотих.

Рис. 2.31. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл»

11.48. Знайдіть кут, що утворюють між собою лінії насічок у напилка, який зображено на малюнку.



11.49. Зіниця ока, що має форму круга, може змінювати свій діаметр залежно від освітлення від 1,5 до 7,5 мм. У скільки разів при цьому збільшується площа отвору зіниці?

Рис. 2.32. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл»

12.63. Скільки спиць у колесі, якщо кути між сусідніми спицями дорівнюють по 15° ?

12.64. Старшокласники взяли участь у військово-патріотичній грі «Джура». За умовами гри перша команда пройшла від табору до пункту призначення 600 м у напрямку на захід, потім – 300 м на північ. Після цього – іще 200 м на схід. Друга команда до пункту призначення рухалася іншим шляхом (на малюнку його показано червоним кольором). Яку відстань подолала кожна з команд?

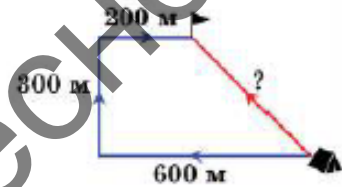


Рис. 2.33. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл»

14.121. Щоб витягти з колодязя відро води, треба зробити 15 обертів вала. Знайдіть глибину колодязя, якщо діаметр вала дорівнює 26 см. Для спрощення обчислень вважайте, що $\pi \approx 3$.

14.122. Родинне фермерське господарство має поле завдовжки 1500 м і завширшки 600 м. Під вирощування помідорів відведено $\frac{2}{9}$ від площі поля.

1) Скільки тонн помідорів зберуть у цьому господарстві, якщо врожайність помідорів становить 40 т з гектара?

2) Якою буде виручка фермерського господарства від продажу всього врожаю мережі супермаркетів за гуртовою ціною, що складає 4 грн за 1 кг?

Рис. 2.34. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Об’єми та площі поверхонь геометричних тіл»

Отже, підручники (2) та (4) більшою мірою відповідають вимогам компетентно орієнтованості. Це видно не лише по зростанню кількості компетентісно орієнтованих завдань (4,3% проти 21,8%), а й по розділенню вправ на рівні складності, а також наявність розділів повторень набутих компетенцій.

2.3. Аналіз завдань практичного змісту ЗНО з математики та НМТ (блок математики) в контексті дослідження

Було проведено системний аналіз завдань практичного змісту ЗНО з математики за 2017-2019 роки з метою оцінки важливості систематичного включення таких завдань для розвитку здатності учнів застосовувати знання в навчальних та реальних життєвих ситуаціях, а також для покращення результатів зовнішнього незалежного оцінювання та інших форм тестування. Для цього ми проаналізували сертифікаційні роботи основних та додаткових сесій ЗНО з математики за 2017 [26], 2018 [28] та 2019 [29] роки, зокрема наявність завдань практичного змісту; вивчили динаміку змін їх кількості та якості в останні роки з урахуванням зміни освітніх орієнтирів; дослідили завдання практичного змісту та психометричні таблиці результатів ЗНО; класифікували завдання за формою,

обсягом, складністю, темами та класами, в яких вони вивчаються, і узагальнили отримані результати. Наше дослідження базувалося на аналізі даних Українського центру оцінювання якості освіти (офіційні звіти про проведення ЗНО у 2017, 2018, 2019 роках) та досвіду Харківського регіонального центру оцінювання якості освіти (Завдання ЗНО практичного змісту (текстові задачі), 2017) [27].

Підраховано відсотковий вміст завдань ЗНО компетентісного змісту на основних та додаткових сесіях 2017-2019 року: кожна сесія ЗНО включала 33 завдання, з них 5-7 практичного змісту, що у відсотках складає 15% від загальної кількості завдань у 2017 році, 18% – у 2018 та 2019 роках. З 2021 року ЗНО з математики стає обов'язковим для випускників ЗСО і для студентів 2-го курсу коледжів. На сайті osvita.ua представлено орієнтовний варіант тестування 2021 року [30]. В ньому міститься 8 завдань практичного змісту при загальній кількості завдань – 35, тобто відсотковий вміст завдань практичного змісту складає 22%, що свідчить про тенденцію до збільшення кількості таких завдань [48].

Ми пропонуємо аналізувати завдання практичного змісту ЗНО за формою:

- тестові завдання з однією правильною відповіддю,
- завдання на встановлення відповідностей,
- структуровані завдання з короткою відповіддю,
- неструктуровані завдання з короткою відповіддю,
- завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю [48].

Зроблений аналіз виявив, що в сесіях 2017-2019 років завдань практичного змісту на встановлення відповідностей та завдань відкритої форми з розгорнутою відповіддю не містилося, інші завдання розподілилися наступним чином (таблиця 2.1) [48]:

Таблиця 2.1

Кількість завдань ЗНО практичного змісту за формою [48]

Форма завдання	2017, основна	2017, додаткова	2018, основна	2018, додаткова	2019, основна	2019, додаткова

Тестові, з однією правильною відповіддю	2	2	3	4	3	3
Структуровані, з короткою відповіддю	1	1	1	1	1	1
Неструктуровані, з короткою відповіддю	2	2	2	2	2	2

Знання та вміння, що перевіряються в завданнях практичного змісту ЗНО зведено в таблицю 2.2 [48], використавши при цьому розподіл задач за формою.

Таблиця 2.2

**Знання та вміння, що перевіряються
завданнями практичного змісту в ЗНО [48]**

№	Форма завдання	Знання та вміння, що перевіряються
1.	Алгебраїчні тестові завдання з вибором однієї правильної відповіді	Розуміння та аналіз інформації, що подана у вигляді діаграм, графіків, таблиць, малюнків, креслень та текстовій формі. Вміння використовувати ознаки подільності, знання про відношення та пропорції, середнє значення величини та елементи статистики
2.	Геометричні тестові завдання з вибором однієї правильної відповіді	Аналіз малюнків та креслень. Знання властивостей кутів, кола та круга, трикутників, чотирикутників. Вміння використовувати формули для знаходження лінійних розмірів та площ планіметричних фігур, площ поверхні та об'ємів стереометричних фігур
3.	Завдання на встановлення відповідностей	Вміння аналізувати текстову інформацію та розв'язувати задачі алгебраїчним способом
4.	Структуровані завдання з короткою	Вміння складати відношення та пропорції, та розв'язувати задачі на відсоткові розрахунки

	Відповіддю	
5.	Неструктуровані завдання з короткою відповіддю	Вміння складати лінійні та квадратні рівняння, нерівності та їх системи, як математичну модель текстових задач, та розв'язувати їх, аналізувати отриману відповідь, знаходити наближене значення величини. Вміння знаходження ймовірності випадкової події, використання комбінаторних правил та формул

За типом подачі інформації завдання практичного змісту ЗНО можуть бути сформульовані у текстовому вигляді, у графічному, у табличному, за допомогою діаграм, рисунків, креслень, або мати комбінований вид.

Проаналізувавши завдання практичного змісту за класами та темами, ми звели отримані результати у таблицю 2.3 [48].

Таблиця 2.3

Завдання ЗНО практичного змісту сесій 2017-2019 рр. за темами [48]

Предмет	Клас	Тема
Математика	5	Середнє арифметичне Середнє значення величини Площа і периметр прямокутника і квадрата
Математика	6	Ознаки подільності на 2, 3, 5, 9, 10. Відношення Пропорції Відсоткове відношення двох чисел Відсоткові розрахунки Стовпчасті та кругові діаграми
Алгебра	7	Вирази зі змінними Тотожні перетворення виразу Лінійні рівняння та їх системи як математичні моделі текстових задач
Геометрія	7	Кути та їх властивості Коло. Круг
Алгебра	8	Квадратні рівняння Квадратне рівняння та рівняння, які зводяться до квадратних, як математичні моделі прикладних задач
Геометрія	8	Трикутники та чотирикутники. Їх властивості Теорема Піфагора

Алгебра	9	Основи комбінаторики, теорії ймовірностей та статистики
Алгебра та початки аналізу	11	Початки теорії ймовірностей та елементи статистики. Ймовірність випадкової події Елементи комбінаторики. Перестановки. Комбінації. Комбінаторні правила суми та добутку

Для деталізованого та повного аналізу приведемо формулювання описаних завдань. Зауважимо, що складність завдання визначається за відсотком учасників, що правильно зробили завдання, тобто відношенням кількості балів, які набрали усі учасники ЗНО за правильне розв'язання цього завдання, до максимальної кількості балів, що можливо було отримати за його виконання. Завдання поділяються на: дуже легкі ($> 80\%$), легкі ($60-79\%$), оптимальні ($40-59\%$), складні ($21-39\%$) та дуже складні ($\leq 20\%$) [48].

Тема: Відношення і пропорції.

Завдання. Для приготування дезінфікувального розчину концентрат розводять водою в масовому відношенні 2:7 відповідно, після чого на 10 г води добавляють 1 г ароматичної рідини. Скільки грамів концентрату потрібно для приготування 485 г розчину? (№ 26, 2021 рік).

Таке завдання відноситься до дуже легких, однак тільки 71% учнів дали вірну відповідь. Припускаємо, що учнів «збиває з пантелику» поєднання хімічних формулювань в тексті задачі.

Тема: Відсотки.

Завдання. У банку відкрили рахунок на 1000 грн. під 20 % річних. Наприкінці кожного з перших двох років зберігання грошей у банку після нарахування відсотків, вкладник додатково вносив ще a грн. На кінець третього року виявилось, що розмір вкладу збільшився у порівнянні з початковим вкладом на 300 %. Яке з рівнянь відповідає умові задачі? (№ 8, 2005 рік)

Завдання відноситься до легких. 73% учнів вказали правильну відповідь. Такий відсоток виконання спричинено прикладним характером задачі.

Тема: Відсотки.

Завдання. Олена купила через веб-сайт посадочний документ (див. фрагмент документа) на потяг, що коштує 240 грн. У його вартість входять вартості: квитка – 34,50 грн, плацкарти – 147 грн й інших витрат – 58,50 грн. За 10 годин до відправлення потяга Олена вирішила повернути цей посадочний документ. Відповідно до правил за таких умов їй повертають лише вартість квитка й половину вартості плацкарти. Крім того, за повернення посадочного документа з Олени додатково стягують збір 18 грн.

1. Яку суму грошей P (у грн) отримає Олена, повернувши цей документ?
2. Скільки відсотків від вартості документа становить сума грошей P ?

№ 21, 2021 рік

МПС	ЦЕЙ ПОСАДОЧНИЙ ДОКУМЕНТ Є ПІДСТАВОЮ ДЛЯ ПРОЇЗДУ		
Прізвище, Ім'я	Абґдейко Олена		Поїзд
Відправлення	2200001	КИЇВ-ПАСАЖИРСЬКИЙ	Вагон
Призначення	2200200	ВІННИЦЯ	Місце
Дата/час відпр.	12.12.2020	06:50	Сервіс
Дата/час приб.	12.12.2020	09:09	
ВАРТ = 240,00 грн			

Рис. 2.35. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Відсотки»

Дана задача (рис.2.35) є оптимальною. Однак, лише 49% учнів вказали правильну відповідь. Причиною цього є недосконале графічне представлення задачі.

Наступна задача з теми «Відсотки» (рис.2.36) має доволі складний фізичний характер.

Для визначення ширини автомагістралі $h_{\text{маг}}$ (у м), що має по 4 однакових смуги руху транспорту в обох напрямках (див. рисунок), використовують формулу $h_{\text{маг}} = 8b + r + 2\Delta$, де

b – ширина однієї смуги руху транспорту;

r – ширина розділювальної смуги між напрямками руху транспорту;

Δ – ширина запобіжної смуги між крайньою смугою руху й бордюром.

1. Визначте ширину b (у м) однієї смуги, якщо $h_{\text{маг}} = 40,2\text{ м}$, $r = 10\text{ м}$, $\Delta = 1,5\text{ м}$.
2. Заплановано збільшити ширину b кожної смуги руху транспорту на 10% за рахунок зменшення *лише* зменшення ширини r розділювальної смуги. На скільки метрів потрібно зменшити ширину r розділювальної смуги?

№ 25, 2018

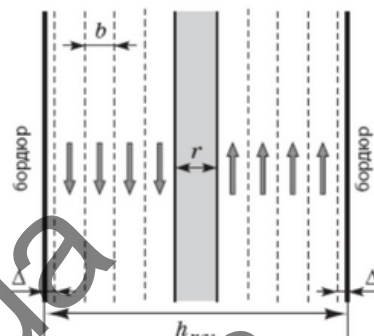
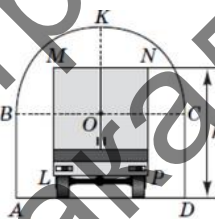


Рис. 2.36. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Відсотки»

Дану задачу правильно розв'язали лише 42% учнів.

Із завданням теми «Коло і круг» (рис.2.37) впоралося лише 46% учнів через його складність у графічному представленні.



А	Б	В	Г	Д
4,4 м	4 м	3,7 м	3,5 м	3,2 м

Кола з центрами в точках O_1 та O_2 дотикаються зовні (див. рисунок). Радіус більшого кола в 3 рази перевищує радіус меншого кола. Обчисліть довжину відрізка O_1O_2 , якщо довжина меншого кола дорівнює 10π см. Уважайте, що кола лежать в одній площині.

№ 15, 2015_II

Рис. 2.37. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Коло і круг»

Ми використали дані Українського центру оцінювання якості освіти (Офіційний звіт про проведення ЗНО, 2017, 2018, 2019) і зробили розподіл завдань практичного змісту основних сесій ЗНО з математики 2017, 2018 і 2019 років за рівнем складності. Отримані результати представлено на рис. 2.38.

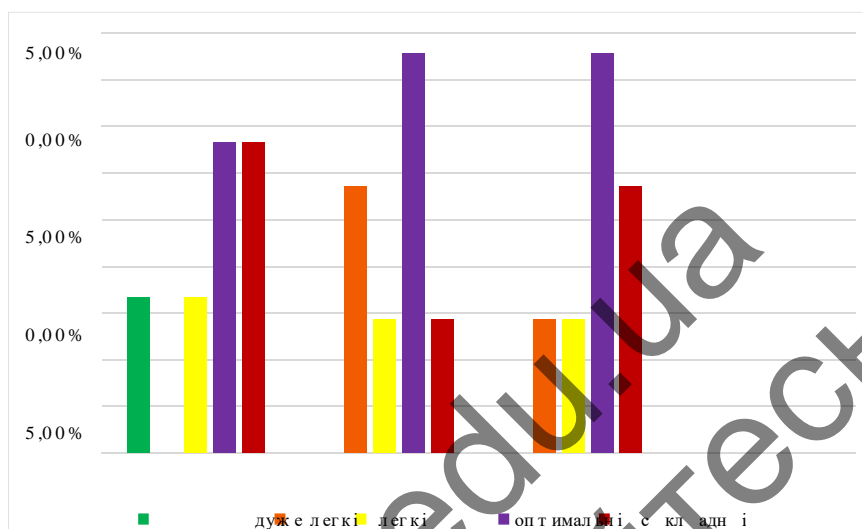


Рис. 2.38. Розподіл завдань практичного змісту основних сесій ЗНО 2017-2023 р.р. за складністю [48]

Як показує зроблений аналіз результатів ЗНО з математики 2017, 2018 і 2019 років, за темами найлегшими завданнями практичного змісту виявилися тестові завдання з вибором відповіді за темою «Стовпчасті та кругові діаграми» (Математика, 6 клас), найскладнішими – неструктуровані завдання з короткою відповіддю за темою «Початки теорії ймовірностей та елементи статистики. Елементи комбінаторики» (Алгебра та початки аналізу, 11 клас) [48].

За складністю у 2017 році для учасників не було легких завдань, були тільки дуже легкі, оптимальні, складні та дуже складні, причому складні та дуже складні переважають в процентному відношенні [48]. Завдання за темою «Відношення та пропорції» (рис.2.39).

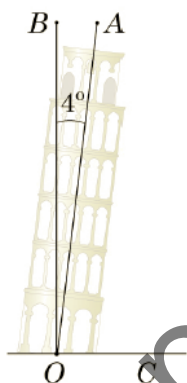
З міст A і B , відстань між якими по шосе становить 340 км, одночасно назустріч один одному виїхали автобус і маршрутне таксі зі сталими швидкостями 65 км/год і 80 км/год відповідно. Автобус і маршрутне таксі рухаються без зупинок і ще не зустрілися. За якою формулою можна обчислити відстань S (у км) між автобусом і маршрутним таксі по шосе через t годин після початку руху?

A	Б	В	Г	Д
$S = 340 - 15t$	$S = 340 + 145t$	$S = 15t - 340$	$S = 145t - 340$	$S = 340 - 145t$

Рис. 2.39. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Відношення та пропорції»

Також в категорію складних потрапила планіметрична задача за темою «Найпростіші геометричні фігури та їх властивості» (рис.2.40) і дуже складних – задача на рух за темою «Лінійні рівняння як математична модель текстових задач» (рис.2.41).

Відомо, що вісь AO Пізанської вежі натеper відхилена від вертикалі BO на кут 4° (див. рисунок). Визначте градусну міру кута AOC , який утворює вісь вежі з горизонтальною поверхнею OC .



- А 176°
- Б 94°
- В 104°
- Г 86°
- Д 96°

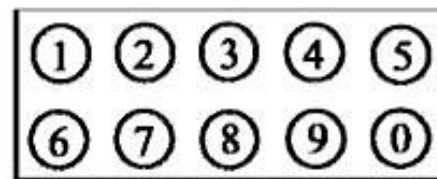
Рис. 2.40. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Найпростіші геометричні фігури та їх властивості»

Маршрутний автобус, рухаючись зі сталою швидкістю, подолав відстань від міста A до міста B за 5 год, а на зворотний шлях витратив на 30 хв менше. Визначте швидкість (y км/год) автобуса на маршруті від A до B , якщо вона на 8 км/год менша за швидкість на маршруті від B до A . Уважайте, що довжини маршрутів від A до B та від B до A , якими рухався маршрутний автобус, рівні.

Рис. 2.41. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Лінійні рівняння як математична модель текстових задач»

Найскладнішою в 2017 році серед завдань практичного змісту стала задача за темою «Початки теорії ймовірностей та елементи статистики» (рис.2.42).

Кодовий замок на дверях має десять кнопок, на яких нанесено десять різних цифр (див. рисунок). Щоб відчинити двері, потрібно одночасно натиснути дві кнопки, цифри на яких складають код замка. Скільки всього існує різних варіантів коду замка? Уважайте, що коди, утворені перестановкою цифр (наприклад, 1-2 і 2-1), є однаковими.



А	Б	В	Г	Д
100	90	45	20	10

Рис. 2.42. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Початки теорії ймовірностей та елементи статистики»

У 2018 році, як показують результати тестування, для учасників були присутні легкі, оптимальні, складні та дуже складні завдання практичного змісту, з яких складних та дуже складних було більше половини. Легке завдання за темою «Ознаки подільності» було представлено

Завдання. Хлопчиків Івану задали на літо прочитати деяку літературу. Він читає однакову кількість сторінок тричі на день – вранці, в обід та увечері і має у себе наступні книги: Білик І. Цар, якого вигодувала собака (71 стор.), Білоус Д. Чари барвінкові (53 стор.), Близнець В. Звук павутинки (42 стор.), Бордуляк Т. Дід Макар (37 стор.). Яку книжку із запропонованих йому треба прочитати, щоб розпочати вранці одного дня, а закінчити увечері через декілька днів?

Складними для учасників стали структуроване завдання за темою «Відношення і пропорції. Відсотки» та задача на спільну роботу за темою «Квадратні рівняння як математична модель текстових задач»

Завдання. Скільки потрібно взяти цементу, піску і щебню для виготовлення 70 м^3 бетону, якщо за об'ємом вони знаходяться у відношенні 1:2:4? Для встановлення модульного будинку необхідно підготувати бетонну площадку розміром 6 м на 6 м та мінімальною товщиною 0,2 м. Який обсяг бетону необхідно, щоб встановити 10 таких будинків? Чи вистачить

виготовленого бетону?

У 2019 році теж зустрічаємо легкі, оптимальні, складні та дуже складні завдання, причому складних та дуже складних переважна більшість. Легкою задачею виявилась задача за темою «Числа та вирази», складними – завдання за темами «Відношення та пропорції. Відсотки» (рис.2.43), «Трикутник. Чотирикутник. Їх властивості», «Лінійні рівняння та їх системи як математична модель текстових задач», найскладнішим завданням практичного змісту в 2019 році стала задача за темою «Елементи комбінаторики» (рис.2.44).

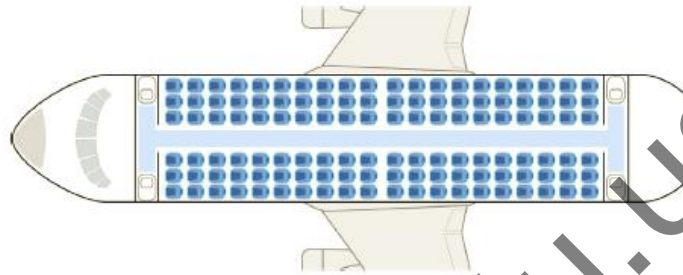
Визначте вартість (у грн) спожитої за місяць користувачем пільгової категорії електроенергії (див. фрагмент квитанції).

Пільга (%), ліміт (кВт/год) 25% при нормі 75 кВт • год				
Поточні показання, кВт • год	Попередні показання, кВт • год	Спожито, кВт • год	Тариф, грн	Сума до сплати, грн
6275	6160	115	0,28	?

Урахуйте те, що тариф (вартість однієї кВт • год) становить 0,28 грн. Надана цьому користувачеві пільга полягає в тому, що за 75 кВт • год зі спожитих за місяць користувач сплачує на 25% менше від їхньої вартості за тарифом.

Рис. 2.43. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Відношення та пропорції. Відсотки»

У салоні пасажирського літака 20 рядів, у кожному з яких розташовано по 3 крісла обабіч проходу (див. рисунок). Реєструючи пасажирів, електронна система навігання вибирає для нього посадкове місце. Яка ймовірність того, що першому зареєстрованому пасажирові дістанеться місце біля проходу?



- А $\frac{1}{2}$
- Б $\frac{1}{6}$
- В $\frac{1}{3}$
- Г $\frac{2}{3}$
- А $\frac{1}{120}$

Рис. 2.44. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Елементи комбінаторики»

Бачимо, що за результатами тестування завдання практичного змісту одних й тих самих тем з року в рік потрапляють в категорію складних та дуже складних [48].

Треба зауважити, що деякі задачі, що містяться у першій тестовій частині і оцінюються тільки 1 балом, на наш погляд, достатньо складні. Це переважно геометричні задачі, в яких є рисунок та велика текстова частина. Маються на увазі задачі під номерами 19 чи 20 в усіх сесіях 2017-2019 років. Наприклад, розглянемо задачу № 20 (основна сесія) ЗНО 2018 року і її розв'язання, яке пропонується сайтом osvita.ua (рис.2.45) [48].

20. На рисунку зображено фрагмент поперечного перерізу стіни (прямокутник $KLMN$) з арковим прорізом $ABFCD$, верхня частина BFC якого є дугою кола радіуса 1 м. Відрізки AB і DC перпендикулярні до AD , $AB = DC = 2$ м. $AD = 1,6$ м, $KL = 2,75$ м. Визначте відстань d від найвищої точки F прорізу до стелі LM .

А	Б	В	Г	Д
0,25 м	0,3 м	0,4 м	0,35 м	0,45 м

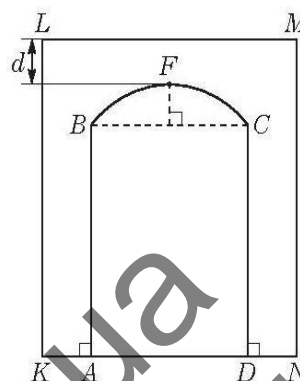


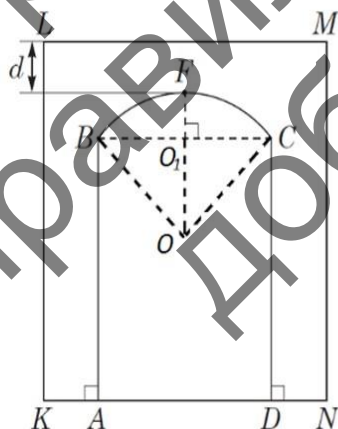
Рис. 2.45. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Трикутник.

Чотирикутник. Їх властивості»

Зазначимо, що такі задачі потребують багато часу для розглядання рисунка та розуміння, які дані приведені на ньому, багаторазового читання умови, навіть, додаткових побудов та довгого запису розв'язання. На наш погляд, ці задачі можна винести в розділ задач з відкритою відповіддю і оцінювати 2 балами. Більшість учасників ЗНО не береться їх розв'язувати взагалі або просто обирають відповідь навмання. Ці задачі потрапили в категорію складних, за статистикою 2017, 2018 і 2019 років вірну відповідь дали лише 24-38% учасників (рис.2.46) [48].

ТЕМА» Планіметрія. Коло та круг. Трикутники. Чотирикутники.

Це завдання перевіряє вміння застосовувати властивості різних видів трикутників та чотирикутників до розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту.



Нехай точка O – центр кола, дуга якого BFC .

Радіус кола – $OB = OF = OC = 1$ м.

$BC \parallel AD$, $AB \parallel CD$ ($AB \perp BC$, $CD \perp AD$ за властивістю паралельних прямих $AB \parallel CD$). Отже, $ABCD$ – прямокутник, $BC = AD = 1,6$ м.

$BC \cap OF = O_1$, $BC \perp OF$.

$\triangle BOC$ – рівнобедрений, OO_1 – висота та медіана,

$$BO_1 = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} AD = 0,8 \text{ м.}$$

$\triangle BOO_1$ ($\angle O_1 = 90^\circ$) за теоремою Піфагора:

$$BO^2 = OO_1^2 + BO_1^2, \quad OO_1 = \sqrt{1^2 - 0,8^2} = \sqrt{0,36} = 0,6 \text{ (м)}$$

$$O_1F = OF - OO_1 = 1 - 0,6 = 0,4 \text{ (м)}$$

$$KL = AB + O_1F + d,$$

$$d = KL - AB - O_1F = 2,75 - 2 - 0,4 = 0,35 \text{ (м)}.$$

Відповідь: Г.

Рис. 2.46. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Планіметрія. Коло та круг. Трикутники. Чотирикутники»

У зв'язку з переорієнтуванням напрямку освіти зі знаннєвого до компетентнісного, вміння розв'язувати математичні задачі практичного змісту є актуальним та необхідним для учнів. Прикладна спрямованість шкільного курсу математики здійснюється з метою підвищення якості природничо-математичної освіти, застосування математичних знань до вирішення завдань повсякденного життя і в подальшій професійній діяльності. Провівши класифікацію та системний аналіз складової завдань практичного змісту в основних та додаткових сесіях ЗНО 2017, 2018, 2019 років, ми виявили, що представлені завдання охоплювали практично всі теми шкільного курсу математики. Проте, біля 65% завдань практичного змісту в ЗНО з математики виявились для учасників складними і дуже складними, хоча зроблений аналіз підручників та навчальних програм з математики показав, що вони містять достатню кількість завдань практичного змісту і робота з ними передбачена у всіх класах. Це свідчить про те, що вчителі на уроках математики не приділяють необхідної уваги завданням практичного змісту, що відображується у результатах ЗНО [48].

Далі проведемо аналіз завдань тесту НМТ з математики. Особливу складність тут представляли задачі з геометрії. Так, до прикладу, задачі з теми «Трикутник» (рис.2.47-2.48) були розв'язані вірно лише у 32 та 45% учнів відповідно.

Прямолнійною дорогою AB рухається тролейбус (див. рисунок). Лінія CD електричного дроту паралельна AB й даху MN тролейбуса. Штанга KN , що на рисунку є відрізком, утворює з MN кут 30° . Відстані між прямими CD й AB , MN й AB дорівнюють 6 м і 3,2 м відповідно. Укажіть проміжок, якому належить довжина (у м) штанги KN . Уважайте, що всі зазначені прямі лежать в одній площині. № 16, 2021

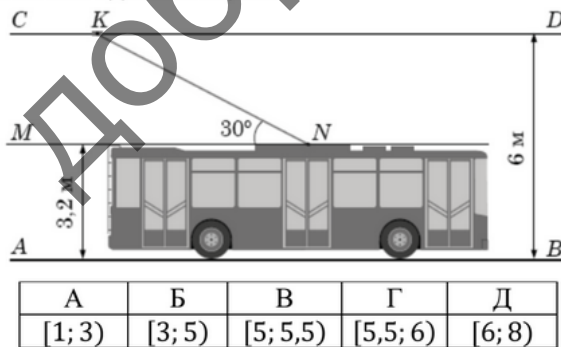


Рис. 2.47. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Планіметрія. Трикутники»

Стріла CD автокрана нахилена до горизонтальної поверхні AB під кутом 60° , $CD = 20\text{ м}$ (див. рисунок). Основа C стріли розташована на відстані $d = 2\text{ м}$ від AB . Відстань h_1 від кінця D стріли до нижньої основи MN вантажу становить 6 м . Укажіть проміжок, якому належить відстань h_2 у м від MN до AB . Уважайте, що $MN \parallel AB$. № 20, 2020д

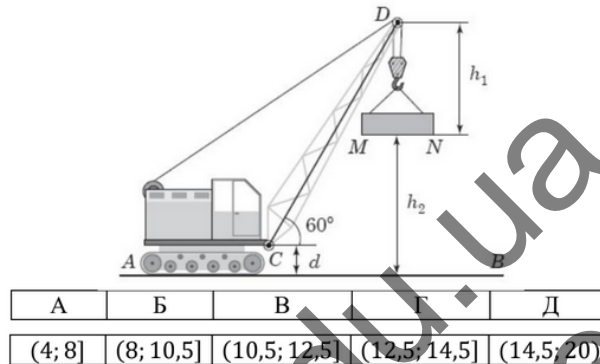


Рис. 2.48. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Планіметрія. Трикутники»

Тема «Трапеція» (рис.2.49-2.50) теж містила складні задачі з відсотком правильних відповідей 41% та 56% відповідно.

Автомобіль, задні дверцята якого відкриваються так, як зображено на рисунку, під'їжджає по горизонтальній поверхні CA перпендикулярно до вертикальної стіни AB . Укажіть серед наведених *найменшу* відстань d від автомобіля до стіни AB , за якої задні дверцята автомобіля зможуть із зачиненого стану KP безперешкодно набувати зображеного на рисунку положення KP' . $KP' = KP = 0,9\text{ м}$, $\cos \beta = 0,3$. Наявністю заднього бампера автомобіля знехтуйте. № 19, 2018д

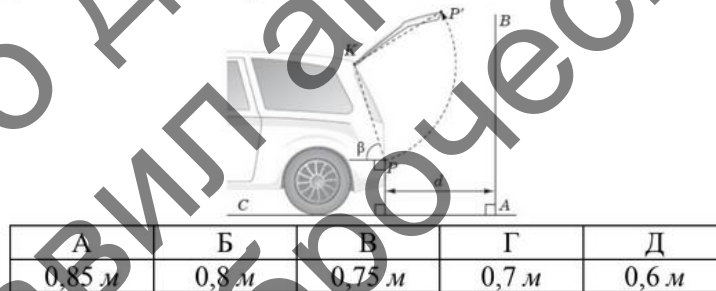


Рис. 2.49. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Планіметрія. Трапеція»

Заїзна кишеня для висадки пасажирів громадського (маршрутного) транспорту й таксі, облаштована перед входом в супермаркет, має форму рівнобічної трапеції $ABCD$. Довжина більшої основи AD становить 38 м, ширина кишені дорівнює 5 м. Уздовж меншої основи BC й бічних сторін AB й CD планують установити запобіжні стовпчики на відстані 1 м один від одного. Частина з них уже встановили (див. рисунок). Скільки всього стовпчиків має бути за планом уздовж сторін AB, BC й CD цієї кишені, якщо уздовж BC уже встановлено 15 стовпчиків?

№ 16, 2021д

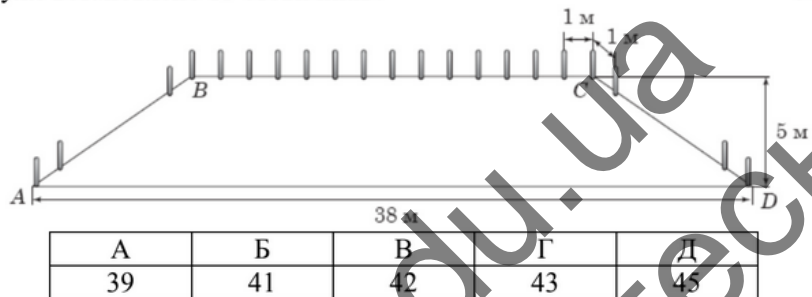


Рис. 2.50. Компетентісно орієнтовані завдання з теми «Планіметрія. Трапеція»

Таким чином, проаналізувавши два види підсумкового контролю знань з математики (ЗНО та НМТ, блок математика) показали, що компетентісно орієнтовані завдання викликають труднощі, а відсотки тих учнів, які з ними впоралися, традиційно низькі.

ВИСНОВКИ

Результати проведеного дослідження дозволяють сформулювати наступні висновки.

Метою дослідження було дослідити особливості використання компетентісно орієнтованих завдань для розвитку математичної грамотності учнів старшої школи.

Спираючись на науково-методичні джерела, нормативні документи та результати дослідження PISA розкрито сутність поняття «математична грамотність». Математична грамотність розуміється як здатність учнів розпізнавати проблеми, що виникають у реальному житті, які можна вирішити засобами математики; формулювати проблеми мовою математики; використовувати математичні знання та методи для їх розв'язання; аналізувати обрані методи і їх ефективність; інтерпретувати результати, беручи до уваги специфіку задачі; оформлювати остаточні висновки у зрозумілій і структурованій формі.

Сформульовано шість рівнів оцінювання математичної грамотності учнів, кожен з яких проілюстровано на прикладі розв'язання компетентісно орієнтованої задачі з геометрії для 10 класу, зазначено які саме знання та вміння продемонструють учні з різними рівнями розвитку математичної грамотності. Встановлено, що кожному рівню розвитку математичної грамотності має відповідати певний рівень міжпредметного, алгоритмічного, логічного та операційного пропрацювання задачі.

З'ясовано, що компетентісно орієнтоване завдання – це завдання, спрямовані на формування чи перевірку сформованості компетентностей, а не просто на засвоєння нових знань. Розглянуто такі типи компетентісно орієнтованих завдань, як завдання, орієнтовані на предметні компетенції, міжпредметні компетентні завдання, практичні компетентні завдання.

Проаналізовано підручники з алгебри та геометрії для 11 класів в контексті наповненості їх компетентісно орієнтованими завданнями. В результаті

проведеного дослідження виявлено, що розглядувані підручники 2011 року видання містять менше ніж 10% компетентісно орієнтованих завдань відносно загального обсягу поданих завдань по кожному розділу. Такої кількості компетентісно орієнтованих завдань абсолютно недостатньо для якісного вивчення алгебри та геометрії. Встановлено, що частково компетентісно орієнтований підхід вже реалізовано в більш нових виданнях. Однак і в них, показник компетентісно орієнтованих завдань не перевищують 20%. Тому, при розробці нових підручників в рамках впровадження НУШ варто зосередитись на наповненні підручників з алгебри та геометрії для старшої школи компетентісно орієнтованими завданнями.

Проаналізовано завдання практичного змісту ЗНО з математики та НМТ (блок математики) в контексті компетентісно-орієнтованого підходу. Проблема недостатності компетентісно орієнтованих завдань в підручниках алгебри та геометрії для 11 класів впливає на низьку ефективність розв'язування компетентісно орієнтованих завдань учнями на ЗНО з математики та НМТ (блок математики). Для вирішення вказаних проблем необхідно розробити наповнення підручників з алгебри та геометрії для старшої школи компетентісно орієнтованими завданнями в рамках впровадження НУШ.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Draft PISA 2012 Mathematics Framework. OECD publishing. OECD. 2010.
2. Literacy Initiative for Empowerment (LIFE) 2005-2015. Vision and Strategies Paper. 2nd Edition. Paris: UNESCO Basic Education Division, 2006.
3. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) 2000.
4. Niss, M. Mathematical Competencies and the learning of mathematics: the Danish KoM Project, in Gagatsis a.and S. Papastavridis (eds.), 3rd Mediterranean Conference on Mathematics Education, the Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society, Athens, 2003. pp. 115-124, Режим доступу до ресурсу: http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa_niss.pdf.
5. OECD. PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do, PISA, OECD Publishing, Paris, 2019. Режим доступу до ресурсу: <https://doi.org/10.1787/5f07c754-en>.
6. PISA – шок для України: Чому освіченість українських школярів нижча за середній рівень у світі [Електронний ресурс]. 2019. Режим доступу до ресурсу: https://texty.org.ua/articles/98445/pisashok_dla_Ukrajiny_Chomu_osvichenist_ukrajinskyh_shkolariv-98445/.
7. PISA 2015 Design [Ref: EDU/PISA/GB(2012)5]. Paper presented at the 33rd meeting of PISA Governing Board, Tallinn, April 2012. OECD. 2012.
8. PISA: аналіз результатів України [Електронний ресурс]. 2020. Режим доступу до ресурсу: <https://uied.org.ua/pisa-analiz-rezultativ-ukra%D1%97ni/>.
9. PISA: математична грамотність / уклад. Т. С. Вакуленко, В. П. Горох, С. В. Ломакович, В. М. Терещенко. К. : УЦОЯО, 2018. 60 с.
10. PISA: моніторинг оценок качества образования в школе [Електронний ресурс]. Режим доступу до ресурсу: <https://www.education-medelle.com/articles/monitoring-otcenki-kachestva-obrazovaniya-v-schkole-isa.html>.
11. PISA-2018 Український центр оцінювання якості освіти. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://testportal.gov.ua/pisa/>.
12. The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills, PISA, OECD Publishing. OECD. 2003.

13. What is PISA? OECD. Programme for International Student Assessment (PISA). [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/>.

14. Апостолова Г. В. Геометрія : 11 : дворівн. підруч. для загальноосвіт. навч. закл. К : Генеза, 2011. 272с.

15. Бахрушин В. Математика у PISA-2018: результати і висновки [Електронний ресурс]. 2019. Режим доступу до ресурсу: <https://nus.org.ua/articles/matematyka-u-pisa-2018-rezultaty-i-vysnovky/>.

16. Бевз Г.П. Алгебра і початки аналізу : підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Х. : Гімназія, 2019. 352с.

17. Бевз Г.П. Геометрія : підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Х. : Гімназія, 2019. 324с.

18. Волошена В. Дидактичні вимоги до компетентісно-орієнтованих задач в процесі навчання математики. Проблеми сучасного підручника. [Електронний ресурс]. 2021. Режим доступу до ресурсу: <https://doi.org/10.32405/2411-1309-2021-27-36-45>.

19. Глобін О.І., Бурда М.І., Васильєва Д.В., Волошена В.В., Вануленко О.П., Мацько Н.Д., Хмара Т.М. Компетентісно орієнтована методика навчання математики в основній школі URL: <https://undip.org.ua/wp-content/uploads/2021/08/POSIBNYK-Kompetentnisno-orientovana-metodyka-navchannia-matematyky-v-osnovniy-shkoli.pdf>.

20. Драч І. І. Компетентісно орієнтовані завдання як важливий чинник формування професійної компетентності майбутніх фахівців. Науковий вісник Кременецької обласної гуманітарно-педагогічної академії ім.Тараса Шевченка. Серія :Педагогіка. 2015. № 5. С. 69–74.

21. Драч І. І. Управління формуванням професійної компетентності магістрантів педагогіки вищої школи: теоретико-методичні засади : монографія. К.: Дорадо-Друк, 2013. 456 с.

22. Луговий В. І. Європейська концепція компетентісного підходу у вищій школі та проблеми її реалізації в Україні. Педагогіка і психологія. 2009. № 2. С. 13–26.

23. Міністерство освіти і науки України: Нова українська школа [Електронний ресурс]. Режим доступу до ресурсу: <https://mon.gov.ua/ua/tag/nova-ukrainska-shkola>.

24. Навесні в Україні відбудеться пілотний етап дослідження PISA 2022 [Електронний ресурс]. Режим доступу до ресурсу: <https://osvitoria.media/news/navesni-v-ukrayini-vidbudetsya-pilotnyj-etap-poslidzhennya-pisa-2022/>.

25. Нелін Є. П., Долгова О.Є. Алгебра. 11 клас : підруч. для загальноосв. навч. закладів. Х. : Гімназія, 2011. 448 с. : іл.

26. Офіційний звіт про проведення в 2017 році зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти.(Том 1). Режим доступу до ресурсу: https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2017/08/ZVIT_ZNO_2017_Tom_1.pdf

27. Офіційний звіт про проведення в 2017 році зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти.(Том 2). Режим доступу до ресурсу: https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2017/08/ZVIT_ZNO_2017_Tom_2.pdf

28. Офіційний звіт про проведення в 2018 році зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти.(Том 1). Режим доступу до ресурсу: https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2018/08/ZVIT-ZNO_2018-Tom_1.pdf

29. Офіційний звіт про проведення в 2019 році зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти.(Том 1). Режим доступу до ресурсу: https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/08/ZVIT-ZNO_2019-Tom_1.pdf

30. Офіційний звіт про проведення в 2021 році зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти.(Том 1). Режим доступу до ресурсу: https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2021/08/ZVIT-ZNO_2021-Tom_1.pdf

31. Офіційний портал НУШ [Електронний ресурс]. Режим доступу до ресурсу: <https://nus.org.ua/about/>.

32. Про PISA. PISA Ukraine. Український центр оцінювання якості освіти. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://pisa.testportal.gov.ua/about-pisa>.

33. Прядко Н. О. Формування математичної грамотності учнів старшої школи. Вісник Чернігівського національного педагогічного університету. Педагогічні науки. 2013. Вип. 109. С. 98-100.

34. Розпорядження Кабінету Міністрів України «Деякі питання участі України у міжнародному дослідженні якості освіти PISA-2018» від 4 лютого 2016 р. № 72-р [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://zakon3.rada.gov.ua/laws/show/72-2016-%D1%80>.

35. Романенко З. М. Компетентісно орієнтовані завдання в системі розвитку математичної грамотності учнів старшої школи. Студентська звітна конференція: Матеріали результатів наукових досліджень молодих науковців. Суми, 2022. Вип. 18. С. 105-108.

36. Романенко З. М. Компетентісно орієнтовані завдання з математики. IV Всеукраїнська науково-методична інтернет-конференція студентів, аспірантів та молодих вчених «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс-2023 Форум молодих дослідників». 17 листопада 2023 року, Суми. С. 64-65.

37. Романенко З. М. Сутність поняття «математична грамотність» учнів. Студентська звітна конференція: Матеріали результатів наукових досліджень молодих науковців. Суми, 2022. Вип. 18. С. 41.

38. Сбруєва А. А. Функціональна грамотність. Енциклопедія освіти. Акад. пед. наук України; головний ред. В.Г. Кремень. К.: Юрінком Інтер, 2008. С. 970-971.

39. Стартує пілотний етап PISA-2018. PISA Ukraine. Український центр оцінювання якості освіти. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://pisa.testportal.gov.ua/стартує-пілотний-етап-pisa-2018.html>.

40. Таксономія Блума. URL: <http://books.br.com.ua/32190>.

41. Тарнавська Т. І. Відповідність ідеології PISA освітнім пріоритетам України [Електронний ресурс]. 2020. Режим доступу до ресурсу:

<https://vseosvita.ua/library/vidpovidnist-ideologii-pisa-osvitnim-prioritetam-ukraini-379008.html>.

42. Хом'юк І. В., Хом'юк В. В. Деякі аспекти використання компетентнісного підходу до викладання фундаментальних дисциплін у ВНЗ. Вісник Луганського національного університету імені Тараса Шевченка. 2012. № 22 (257). С. 215–222.

43. Хом'юк І.В., Хом'юк В.В. Компетентностно-орієнтовані завдання як важливий чинник формування когнітивної складової математичної компетентності майбутніх інженерів. Актуальні питання природничо-математичної освіти. 2017. № 1(9). С. 107–114.

44. Хорошковська Т. Участь України в міжнародному дослідженні якості освіти PISA-2018. Інститут педагогіки НАПН України, м. Київ, Україна.

45. Чашечникова О. С., Москаленко І. М., Калюсенко Л.О. Математична грамотність як одна зі складових інтелектуальної компетентності учнів. Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. 2009.

46. Чашечникова О. С. Розвиток математичних здібностей учнів основної школи. Дисс...кпн, спеціальність 13.00.02. К., 1997. 208 с

47. Чашечникова О.С., Мельникова Л.В., Носаченко Ю.М., Тверезовська Н.О., Шевчен К.О. Деякі аспекти формування математичної грамотності учнів. Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання математики : матеріали всеук. наук.-метод. конф. (3-4 грудня 2009 р., м. Суми). Суми : Вид-во СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2009. С. 103-105.

48. Яковлева О.М., Каплун В.М. Аналіз завдань практичного змісту ЗНО з математики 2017-2019 років. Фізико-математична освіта. 2019. Вип. 4(22). С. 142-149.

ДОДАТКИ

Додаток А

КРИТЕРІЇ

оцінювання навчальних досягнень учнів початкової школи

Рівні навчальних досягнень	Бали	Загальні критерії оцінювання навчальних досягнень учнів
I. Початковий	1	Учні засвоїли знання у формі окремих фактів, елементарних уявлень
	2	Учні відтворюють незначну частину навчального матеріалу, володіють окремими видами умінь на рівні копіювання зразка виконання певної навчальної дії
	3	Учні відтворюють незначну частину навчального матеріалу; з допомогою вчителя виконують елементарні завдання, потребують детального кількарядового їх пояснення
II. Середній	4	Учні відтворюють частину навчального матеріалу у формі понять з допомогою вчителя, можуть повторити за зразком певну операцію, дію
	5	Учні відтворюють основний навчальний матеріал з допомогою вчителя, здатні з помилками й неточностями дати визначення понять
	6	Учні будують відповідь у засвоєній послідовності; виконують дії за зразком у подібній ситуації; самостійно працюють зі значною допомогою вчителя
III. Достатній	7	Учні володіють поняттями, відтворюють їх зміст, уміють наводити окремі власні приклади на підтвердження певних думок, частково контролюють власні навчальні дії
	8	Учні вміють розпізнавати об'єкти, які визначаються засвоєними поняттями; під час відповіді можуть відтворити засвоєний зміст в іншій послідовності, не змінюючи логічних зв'язків; володіють вміннями на рівні застосування способу діяльності за аналогією; самостійні роботи виконують з незначною допомогою вчителя; відповідають логічно з окремими неточностями
	9	Учні добре володіють вивченим матеріалом, застосовують знання в стандартних ситуаціях, володіють вміннями виконувати окремі етапи розв'язання проблеми і застосовують їх у співробітництві з учителем (частково-пошукова діяльність)
IV. Високий	10	Учні володіють системою понять у межах, визначених навчальними програмами, встановлюють як внутрішньопонятійні, так і міжпонятійні зв'язки; вміють розпізнавати об'єкти, які охоплюються засвоєними поняттями різного рівня узагальнення; відповідь аргументують новими прикладами
	11	Учні мають гнучкі знання в межах вимог навчальних програм, вміють застосовувати способи діяльності за аналогією і в нових ситуаціях
	12	Учні мають системні, міцні знання в обсязі та в межах вимог навчальних програм, усвідомлено використовують їх у стандартних та нестандартних ситуаціях; самостійні роботи виконують під опосередкованим керівництвом; виконують творчі завдання

КРИТЕРІЇ

оцінювання навчальних досягнень учнів основної й старшої школи

Рівні навчальних досягнень	Бали	Загальні критерії оцінювання навчальних досягнень учнів
I. Початковий	1	Учні розрізняють об'єкти вивчення
	2	Учні відтворюють незначну частину навчального матеріалу, мають нечіткі уявлення про об'єкт вивчення
	3	Учні відтворюють частину навчального матеріалу, з допомогою вчителя виконують елементарні завдання
II. Середній	4	Учні з допомогою вчителя відтворюють основний навчальний матеріал, можуть повторити за зразком певну операцію, дію
	5	Учні відтворюють основний навчальний матеріал, здатні з помилками й неточностями дати визначення понять, сформулювати правило
	6	Учні виявляють знання й розуміння основних положень навчального матеріалу. Відповіді їх правильні, але недостатньо осмислені. Вміють застосовувати знання при виконанні завдань за зразком
III. Достатній	7	Учні правильно відтворюють навчальний матеріал, знають основоположні теорії і факти, вміють наводити окремі власні приклади на підтвердження певних думок, частково контролюють власні навчальні дії
	8	Знання учнів є достатніми. Учні застосовують вивчений матеріал у стандартних ситуаціях, намагаються аналізувати, встановлювати найсуттєвіші зв'язки і залежність між явищами, фактами, робити висновки, загалом контролюють власну діяльність. Відповіді їх логічні, хоч і мають неточності
	9	Учні добре володіють вивченим матеріалом, застосовують знання в стандартних ситуаціях, уміють аналізувати й систематизувати інформацію, використовують загальновідомі докази із самостійною і правильною аргументацією
IV. Високий	10	Учні мають повні, глибокі знання, здатні використовувати їх у практичній діяльності, робити висновки, узагальнення
	11	Учні мають гнучкі знання в межах вимог навчальних програм, аргументовано використовують їх у різних ситуаціях, уміють знаходити інформацію та аналізувати її, ставити і розв'язувати проблеми
	12	Учні мають системні, міцні знання в обсязі та в межах вимог навчальних програм, усвідомлено використовують їх у стандартних та нестандартних ситуаціях. Уміють самостійно аналізувати, оцінювати, узагальнювати опанований матеріал, самостійно користуватися джерелами інформації, приймати рішення