

Сумський державний педагогічний університет імені А. С. Макаренка

Фізико-математичний факультет

Кафедра математики, фізики та методик їх навчання

Осипов Олександр Олександрович

**ФОРМУВАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКОЇ КУЛЬТУРИ УЧНІВ СТАРШОЇ ШКОЛИ
ПРИ НАВЧАННІ ТЕМИ «ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ»**

Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)

Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка

Кваліфікаційна робота
на здобуття освітнього ступеня магістра

Науковий керівник:

О.В. Мартиненко,

кандидат фізико-математичних наук, доцент

« ____ » _____ 2024 року

Виконавець:

О.О. Осипов,

студент 461 групи

« ____ » _____ 2024 року

Суми 2024

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ	7
1.1. Дослідницька діяльність як засіб реалізації компетентнісного навчання алгебри і початків аналізу у старшій школі.....	7
1.2. Дослідницька культура: сутність, структура, зміст та функції.....	12
1.3. Особливості формування дослідницької культури учнів старшої школи засобами проектної діяльності та інформаційних технологій в умовах змішаного навчання.....	16
1.4. Психолого-педагогічні особливості сучасних учнів старшої школи в контексті дослідження.....	22
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКОЇ КУЛЬТУРИ УЧНІВ ПРИ НАВЧАННІ ТЕМИ «ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ»	26
2.1. Аналіз програм та змісту навчального матеріалу з теми.....	26
2.2. Місце та роль дослідницької діяльності учнів при вивченні похідної та її застосувань.....	34
2.3. Методика формування дослідницьких умінь учнів при навчанні теми «Похідна та її застосування».....	38
2.4. Розробка завдань, направлених на формування дослідницької культури учнів при навчанні теми «Похідна та її застосування».....	51
ВИСНОВКИ	67
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	69

ВСТУП

Актуальність. Сучасний освітній процес визначається швидким розвитком технологій та змінами у суспільстві, що вимагають від суб'єктів навчання набуття необхідних життєвих якостей: пошукової активності, здатності самостійно отримувати нові знання, застосовувати їх в практичних ситуаціях, вмінні працювати з інформацією, аналізувати явища та процеси, використовувати емпіричні методи дослідження та робити висновки на основі експериментальних даних, володіти методами дослідження практичних та прикладних задач. Все ці якості є складовими дослідницької культури.

Математика, як навчальний предмет, має високий потенціал для формування дослідницької культури, особливо це стосується тем, які вивчаються у старшій школі, коли рівень розвитку когнітивних процесів учнів достатньо високий. Вивчення теми «Похідна та її застосування» сприяє розвитку критичного мислення, аналітичних навичок учнів, глибокого розуміння математичних концепцій, уміння застосовувати математичні знання у реальних життєвих ситуаціях. Застосування похідної при вивченні різних фізичних явищ та їх властивостей, моделюванні та аналізі економічних процесів, проектуванні й оптимізації різноманітних систем у механіці, теплотехніці, електриці стимулює учнів до проведення власних досліджень.

Актуальність даної проблеми корелює із державними документами, зокрема в законі «Про освіту» зазначається, що: «Освіта повинна базувати, серед іншого, на дослідно-орієнтованому навчанні, бути спрямованою на поглиблене вивчення профільних предметів та набуття компетентностей, необхідних для подальшої дослідно-експериментальної, конструкторської, винахідницької діяльності учнів» [1], а Стратегія реформування освіти в Україні до 2030 року визначає потребу у формуванні учнівської дослідницької культури як важливого компонента сучасного навчального процесу [2].

Проблема формування дослідницької культури учнів старшої школи наразі перебуває на етапі розв'язання. Різні її аспекти викладено в працях українських

та зарубіжних учених, зокрема М. Ю. Степановича, С. М. Скарбич, М. В. Золочевської, В. В. Вербицького тощо [3].

Попри посутній внесок дослідників у вирішення проблеми формування дослідницької культури учнів закладів загальної середньої освіти, сучасний стан дослідження даної проблеми засвідчує, що й донині існує низка нерозв'язаних методичних проблем стосовно формування дослідницької культури саме в навчанні математики в курсі старшої школи.

Актуальність проблеми, її недостатня прикладна розробленість та відповідність стратегічним напрямкам освітніх реформ зумовили вибір теми магістерського дослідження «Формування дослідницької культури учнів старшої школи при навчанні теми «Похідна та її застосування».

Мета дослідження: дослідити особливості формування дослідницької культури учнів старшої школи при навчанні теми «Похідна та її застосування».

Згідно з метою дослідження було визначено такі завдання:

1. проаналізувати й узагальнити науково-теоретичні дослідження про особливості формування дослідницької культури учнів старшої школи при навчанні теми «Похідна та її застосування», зокрема, в психолого-педагогічній літературі;
2. проаналізувати актуальний стан програмово-методичного забезпечення (програм, підручників) з теми дослідження;
3. дослідити вплив використання інтерактивних засобів навчання на рівень засвоєння матеріалу та мотивацію старшокласників до вивчення теми;
4. з'ясувати методику формування дослідницьких умінь учнів;
5. розробити завдання, спрямовані на формування дослідницької культури учнів при навчанні теми «Похідна та її застосування».

Об'єкт дослідження – процес навчання математики учнів старшої школи.

Предмет дослідження – особливості формування дослідницької культури учнів старшої школи при навчанні теми «Похідна та її застосування».

Методи дослідження. Для досягнення мети та розв'язання поставлених завдань використано наступні методи:

– *теоретичні*: аналіз методичних рекомендацій щодо викладання теми «Похідна та її застосування»; огляд і аналіз літератури, присвяченої педагогічним підходам до викладання математики; визначення ролі і місця формування дослідницької культури учнів у загальній системі навчання; конкретизація загальних принципів на прикладі теми «Похідна та її застосування». Використання цих методів дозволить детально вивчити процес формування дослідницької культури учнів старшої школи під час навчання математики, зокрема теми «Похідна та її застосування», і розробити ефективні підходи до його реалізації.

– *емпіричні*: порівняння ефективності умов змішаного та традиційного навчанням під час проходження педагогічної практики, власного досвіду роботи з учнями, аналіз рівня навчальних досягнень учнів старшої школи при навчанні теми «Похідна та її застосування» за результатами написання робіт та тестування; цілеспрямоване спостереження за процесом формування дослідницької культури учнів старшої школи при навчанні теми «Похідна та її застосування» для оцінки ефективності навчальних методик, розуміння ставлення учнів до навчання, покращення навчального процесу та підвищення якості освіти в цілому.

Практичне значення одержаних результатів. Полягає у розробці методичних рекомендації щодо організації дослідницької діяльності учнів при навчанні теми в умовах змішаного навчання, розробці завдань, спрямованих на формування дослідницької культури учнів при навчанні теми «Похідна та її застосування».

Апробація результатів та публікації. Основні положення і висновки дослідження висвітлено у тезах “ Формування дослідницької культури учнів старшої школи при навчанні теми «Похідна та її застосування» на IV Всеукраїнській науково-методичній інтернет-конференції студентів, аспірантів та молодих вчених. Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ плюс-2023 Форум молодих дослідників».

У статті «Розробка завдань, направлених на формування дослідницької культури учнів при навчанні теми «похідна та її застосування»» [4], та тезах «Формування дослідницької культури учнів старшої школи засобами інформаційних технологій» [5] на студентській звітній конференції 3 травня 2024 року фізико – математичного факультету СумДПУ ім. А. С. Макаренка.

Структура та обсяг роботи. Магістерська робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел.

У вступі розглянуто актуальність роботи, визначено об'єкт, предмет, мету та завдання дослідження.

У першому розділі «Теоретичні основи дослідження» розглянуто дослідницьку діяльність як ефективний засіб реалізації компетентнісного навчання алгебри та початків аналізу. Визначено сутність дослідницької культури, її структуру та функції. Проаналізовано роль проектної діяльності та інформаційних технологій у формуванні дослідницької культури, особливо в умовах змішаного навчання. Розкрито психолого-педагогічні особливості старшокласників, які впливають на їхню здатність до досліджень. Наголошено на необхідності індивідуалізації навчання з урахуванням цих характеристик.

У другому розділі «Методичні особливості формування дослідницької культури учнів при навчанні теми «Похідна та її застосування»» проведено аналіз змісту навчального матеріалу з даної теми, визначено місце та роль дослідницької діяльності під час її вивчення. Запропоновано методика формування дослідницьких умінь учнів, яка базується на використанні проблемного навчання, проектних завдань і інтеграції інформаційних технологій. Представлено авторські завдання, спрямовані на формування дослідницької культури учнів, що враховують різні рівні підготовки та передбачають використання інтерактивних методів навчання.

Загальний обсяг магістерської роботи – 74 сторінки. Список використаних джерел включає 81 найменувань. У тексті містяться 2 таблиці, 13 рисунків.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Дослідницька діяльність як засіб реалізації компетентнісного навчання алгебри і початків аналізу у старшій школі

У Законі України «Про освіту» [6] зазначається, що метою освіти є всебічний розвиток особистості, що визнається найвищою цінністю суспільства. Це передбачає розвиток талантів, інтелектуальних та фізичних здібностей, виховання високих моральних якостей, а також формування громадян, здатних до свідомого суспільного вибору. Такий підхід сприяє збагаченню інтелектуального, творчого та культурного потенціалу народу, підвищенню рівня освіти та забезпеченню економіки кваліфікованими фахівцями.

Основні напрями розвитку сучасної системи шкільної освіти визначені в Національній стратегії розвитку освіти в Україні на період до 2024 року. Реалізація цієї стратегії сприятиме створенню нової освітньої системи, яка забезпечить випереджальний загальноцивілізаційний розвиток людини та її інтелекту, що є актуальною вимогою сучасності [7].

Функціонування суспільства в умовах ринкових відносин, міжнародної інтеграції, інформатизації та інтелектуалізації праці потребує від молодого покоління не лише великого обсягу знань і навичок, але й високого рівня інтелектуального розвитку, сучасного підходу до пізнавальної діяльності та критичного стилю мислення.

Окремі аспекти інтелектуального та творчого розвитку осіб різних вікових груп були предметом багатьох дисертаційних досліджень. Так Г. І. Шолом досліджувала розвиток критичного мислення у старшокласників під час вивчення інформатики. У своїй роботі вона встановила, що ключовими ознаками критичного мислення є здатність аналізувати реальні виробничі та життєві ситуації, пропонувати різні варіанти завдань, проводити їх порівняння, оцінку, а також виявляти переваги та недоліки кожного варіанта [8].

Критичне мислення є однією з ключових компетенцій, яка формується в процесі навчання та впливає на важливу роль у сучасній освіті. Особливо

актуальною є проблема формування критичного мислення у старшокласників, після чого саме в цей період відбувається активний розвиток аналітичних та когнітивних здібностей. Одним із ефективних засобів розвитку критичного мислення є залучення учнів до дослідницької діяльності.

Дослідницька діяльність у старшій школі включає в себе процес пошуку, аналізу та інтерпретації інформації, що розвиває не тільки академічні знання, але й сприяє формуванню навичок критичного мислення. Учні, виконуючи дослідницькі завдання, починають визначати проблему, формулювати гіпотези, знаходити науково обґрунтовані відповіді та робити власні висновки. Це дозволяє їм не тільки отримувати нові знання, але й розвивати здатність до критичного аналізу та рефлексії.

Критичне мислення в контексті дослідницької діяльності включає такі компоненти:

- аналіз – вміння розділяти інформацію на складових частинах для її глибшого розуміння;
- оцінка – здатність об'єктивно оцінювати інформацію, зокрема її достовірність і релевантність;
- інтерпретація – вміння робити висновки на основі аналізу даних;
- рефлексія – критичний огляд і оцінка власних думок та дій;

Розвитку цих складових сприяє участь учнів у дослідницьких проектах, коли вони вчаться використовувати елементи дослідницької діяльності на практиці, що є важливою складовою сучасної освіти. Дослідницька діяльність є не лише потужним інструментом розвитку критичного мислення в учнів старшої школи, вона сприяє глибокому засвоєнню знань, формує достатньо навичок для аналізу, оцінки та інтерпретації інформації.

Однією з головних переваг інтеграції дослідницької діяльності в навчальний процес є її здатність активізувати когнітивні процеси учнів. мислення. Водночас, це вимагає від вчителів особливої уваги до організації та підтримки цієї діяльності, забезпечення учнів необхідними ресурсами та розвитку у них мотивації до самостійного навчання.

Розвиток математичних здібностей у процесі розв'язання дослідницьких задач в рамках Малої академії наук був предметом дослідження М. П. Пихтара [9]. Він зазначав, що успішність у науково-дослідницькій математичній діяльності забезпечується креативною спрямованістю особистості, нестандартним мисленням, високим рівнем інтелекту та наявністю мотиваційно-вольової готовності.

У контексті дослідження науково-дослідницької діяльності учнів в умовах впровадження компетентнісного підходу до навчання математики особливого значення набувають три соціальні фактори, що визначають інтелектуальний розвиток особистості. Перший фактор стосується мотиваційно-потребнісної сфери особистості. Він включає мотиви інтелектуальної діяльності, наявність стійкої мотиваційної потреби, систему цінностей і стимули діяльності. Другий фактор охоплює попередній життєвий та практичний ментальний досвід особистості. Третій фактор пов'язаний з компенсаторними можливостями суб'єкта, такими як сила волі, посидючість, наполегливість, терплячість і цілеспрямованість [10].

Науково-дослідницька діяльність учнів є особливим типом навчальної активності, коли учні вирішують теоретичні або прикладні наукові завдання різної складності, спираючись на наявні теоретичні та практичні знання, уміння й навички. Види науково-дослідницької діяльності можна класифікувати наступним чином:

- як невід'ємна частина навчального процесу (передбачає виконання повідомлень, доповідей, рефератів, учнівських проєктів, а також проведення практичних і лабораторних робіт);
- як діяльність, що доповнює навчальний процес (включає факультативи, спецкурси, творчі конкурси);
- як діяльність, що здійснюється паралельно навчальному процесу (включає участь в олімпіадах, турнірах, конкурсах науково-дослідницьких робіт різного рівня) [11].

Залучення учнів до наукової, експериментальної та конструкторської діяльності сприяє розвитку їхніх природних здібностей, а також створює умови

для саморозвитку та творчого вдосконалення. Зв'язок між науковою, експериментальною, конструкторською діяльністю та дослідницькою діяльністю є глибоким і багатограним. Ці види діяльності інтегруються в процес навчання та розвитку учнів, сприяючи формуванню дослідницьких навичок, які є основними для розуміння наукових принципів і розвитку інноваційного мислення.

Експериментальна діяльність є ключовою складовою дослідницького процесу, оскільки вона дозволяє перевіряти гіпотези, встановлювати причинно-наслідкові зв'язки та отримувати емпіричні дані.

Основні аспекти експериментальної діяльності цього зв'язку включають:

- практичне застосування знань;
- розвиток навичок експериментування;
- оцінка та аналіз даних.

Еріксон К. А. також досліджував, як досвід і навмисна практика сприяють розвитку експертних навичок, включаючи наукові й дослідницькі здібності. Його роботи акцентують на важливості системного підходу до розвитку навичок у процесі активного навчання [12].

Конструкторська діяльність є важливим інноваційним компонентом дослідницької діяльності, що забезпечує практичну реалізацію теоретичних досліджень, ідей та гіпотез, сприяє розвитку нових технологій. Вона має величезний потенціал для впровадження нових ідей та технологій. Ця діяльність потребує творчого підходу, відповідних знань та здатності до вирішення комплексних завдань

Вона може включати такі етапи:

- генерація ідей і концепцій;
- розробка проектів;
- тестування та вдосконалення рішень;
- оцінка і впровадження готових продуктів.

Конструкторська діяльність є важливим інноваційним компонентом дослідницької роботи, що забезпечує практичну реалізацію теоретичних досліджень, ідей та гіпотез, сприяючи розвитку нових технологій. Вона має

величезний потенціал для впровадження нових ідей і вимагає творчого підходу та комплексних знань. Саме на цих етапах, генерація ідей, розробка проєктів та тестування рішень, творчість відіграє ключову роль.

Поняття творчості в контексті науково-дослідної та навчальної діяльності також висвітлює О. С. Чашечникова, яка трактує її як найвищий рівень інтелектуальної активності та ініціативи, підкреслюючи, що «творча діяльність у процесі навчання математики неможлива без засвоєння та запам'ятовування основних положень; орієнтація на розвиток творчого мислення не виключає розвитку пам'яті учнів. Прогнозування, формулювання гіпотез, розробка планів та програм розв'язання задач, що є основою творчої пізнавальної діяльності, тісно пов'язані з розвитком функціональних можливостей людини, зокрема з потенціалом пам'яті, яка забезпечує зберігання та накопичення інформації, що стає все більш об'ємною та складною. Евристичні процеси залежать від рівня розвитку мнемонічної функції: високий потенціал пам'яті створює умови для одночасного утримання складних систем гіпотез, які беруть участь у пошуковій діяльності» [13].

Отже, дослідницька діяльність у процесі навчання алгебри і початків аналізу у старшій школі є не тільки ефективним засобом реалізації компетентнісного підходу, вона стимулює розвиток аналітичного мислення, формує навички роботи з інформацією, допомагає учням застосовувати отримані знання на практиці, робить навчання більш інтерактивним. Учні мають можливість працювати над реальними задачами, що підвищує їхню мотивацію до навчання. Цей вид діяльності дозволяє учням інтегрувати знання з різних розділів алгебри та початків аналізу, що сприяє кращому розумінню та застосуванню математичних концепцій, допомагає виявити і заповнити прогалини у знаннях, готує учнів до подальшого навчання та професійної діяльності.

1.2. Дослідницька культура: сутність, структура, зміст та функції

Дослідницька культура є важливим аспектом наукової діяльності, який визначає рівень організації та якості досліджень. Вона охоплює набір знань, навичок, принципів та норм, що регулюють процес наукового пошуку.

Розглянемо сутність дослідницької культури.

Дослідницька культура є комплексною системою, яка відображає сукупність наукових та етичних принципів, методів і прийомів, що визначають характер наукової діяльності дослідника. Вона виявляється через здатність працювати в межах сучасних наукових парадигм, підтримувати високі стандарти об'єктивності та критичного мислення, а також дотримуватися етичних норм у своїй діяльності. Дослідницька культура формується під впливом як індивідуальних, так і колективних факторів, що сприяють або перешкоджають розвитку науки. Вона охоплює не тільки технічні аспекти дослідження, а й етичні, інтелектуальні та соціальні компоненти, що забезпечують інтеграцію наукових знань у ширший контекст людського розвитку [14].

Дослідницька культура включає в себе кілька ключових аспектів, зокрема:

1. Наукові парадигми та принципи:

- наукові парадигми: основи теорій і моделей, що формують сучасні уявлення про світ. Наприклад, в різних науках це можуть бути парадигми еволюційної біології, квантової механіки або соціальних теорій [15];
- принципи доказовості: наукові теорії повинні бути підкріплені експериментальними даними та повторюваними результатами. Це забезпечує надійність і валідність наукових висновків.

2. Етичні норми:

- моральна відповідальність: дослідники повинні не лише дотримуватися загальноприйнятих стандартів, але й активно працювати над підтриманням моральних і етичних принципів у своїй діяльності;
- етичні комітети та ревізії: у багатьох наукових установах існують комітети з етики, які перевіряють відповідність досліджень етичним стандартам, особливо при роботі з людьми і тваринами [16].

3. Методологічні підходи:

- наукові методи: включають експериментальний метод, теоретичний аналіз, статистичні методи та моделювання. Вибір методу залежить від типу дослідження та природи проблеми;
- реплікація і перевірка: наукові результати повинні бути підтвержені незалежними дослідженнями, щоб забезпечити їх достовірність.

4. Критичне мислення та інновації:

- аналіз і критика: дослідники повинні вміти критично оцінювати існуючі теорії, дані та методи, виявляти їх слабкі місця та розробляти нові підходи;
- інноваційність: наукові відкриття часто виходять за межі традиційних парадигм, тому важливо заохочувати креативність і новаторські ідеї.

5. Соціальні та культурні контексти:

- вплив суспільства: наука не існує у вакуумі. Соціальні, культурні та економічні фактори можуть впливати на вибір дослідницьких тем та методів;
- інтеграція знань: дослідницька культура передбачає інтеграцію наукових знань у соціальний контекст, що може включати адаптацію результатів досліджень до потреб суспільства.

6. Процес навчання і розвитку:

- освіта і підготовка: формування дослідницької культури починається з освіти, де майбутні науковці освоюють основи наукового методу, етики та професійних стандартів;
- безперервне навчання: дослідницька діяльність вимагає постійного оновлення знань та навичок, що забезпечує актуальність та якість досліджень.

Етичні принципи дослідницької культури включають стандарти поведінки, які визначають морально-етичні рамки наукової діяльності. Вони забезпечують дотримання принципів чесності, неупередженості та відповідальності за результати досліджень. Зокрема, це включає зобов'язання щодо поваги до прав інтелектуальної власності, уникнення конфлікту інтересів, забезпечення конфіденційності та дотримання прав людини під час проведення досліджень.

Етичні принципи також охоплюють питання авторства, коректного використання джерел і зобов'язання щодо прозорості у публікації результатів [17].

Зміст дослідницької культури відображає глибокі цінності та ідеали науки, що спрямовують наукову діяльність. Це включає вірність об'єктивності, прагнення до істини, відкритість до нових ідей і критичний підхід до власних результатів. Крім того, дослідницька культура передбачає високий рівень наукових знань, що є основою для проведення якісних досліджень. Наукові знання включають розуміння основних теорій, концепцій і моделей, що дозволяють адекватно інтерпретувати дані та робити обґрунтовані висновки. Технології та методи, що використовуються у дослідницькій діяльності, є інструментами, які допомагають дослідникам здійснювати свій пошук знань, тоді як наукова етика забезпечує дотримання високих моральних стандартів.

Методологічна складова дослідницької культури охоплює розуміння та застосування наукових методів і процедур, що необхідні для планування, проведення та інтерпретації досліджень. Це включає вибір відповідних методик, враховуючи специфіку об'єкта дослідження, використання інструментів збору та аналізу даних, а також оцінку валідності та надійності отриманих результатів. Методологічна компетентність є ключовою для забезпечення наукової обґрунтованості та повторюваності досліджень, що сприяє зростанню довіри до наукових висновків.

Інтелектуальна складова дослідницької культури включає розвиток критичного мислення, здатність формулювати гіпотези, аналізувати та синтезувати інформацію, а також проводити інтердисциплінарні дослідження. Важливим аспектом є також вміння розпізнавати наукові проблеми, визначати методи їх вирішення та здійснювати оцінку наукових результатів у контексті сучасних знань. Інтелектуальні навички дозволяють досліднику не тільки створювати нові знання, а й адекватно інтерпретувати їх у контексті існуючих наукових теорій [18].

Комунікативна складова дослідницької культури стосується здатності дослідника ефективно передавати результати своєї роботи науковому співтовариству та ширшій аудиторії. Це включає підготовку наукових статей,

презентацій, доповідей на конференціях, а також участь у наукових дискусіях. Комунікативні вміння важливі для забезпечення відкритості та прозорості наукового процесу, сприяють поширенню наукових знань і зміцненню зв'язків між науковими спільнотами. Ефективна комунікація дозволяє дослідникам обмінюватися ідеями, отримувати зворотній зв'язок і вдосконалювати свої дослідження.

Організаційний аспект дослідницької культури охоплює навички планування та управління науковою діяльністю, зокрема організацію робочого часу, координацію дій у рамках дослідницьких проєктів, забезпечення ресурсів та матеріалів, необхідних для проведення досліджень. Це також включає дотримання строків виконання завдань, роботу з командою, а також уміння адаптуватися до змін у науковому середовищі. Організаційна складова сприяє підвищенню ефективності дослідницького процесу та забезпечує досягнення запланованих результатів.

Розглянемо основні функції дослідницької культури.

- 1) Інтеграційна функція дослідницької культури полягає в об'єднанні знань, навичок і методів, які використовуються в науковій діяльності. Вона сприяє створенню єдиної наукової парадигми, що дозволяє об'єднувати дослідження різних напрямків у рамках однієї наукової дисципліни. Це забезпечує цілісність наукового знання та його узгодженість з іншими сферами знання.
- 2) Регулятивна функція визначає правила та норми, що регулюють поведінку дослідників у процесі наукової діяльності. Вона забезпечує дотримання стандартів якості, етичних принципів та методологічних вимог. Регулятивна функція також сприяє підтримці порядку в організації наукових досліджень та забезпечує дотримання прав і обов'язків учасників наукового процесу.
- 3) Мотиваційна функція дослідницької культури полягає у стимулюванні інтересу дослідників до наукової діяльності, розвитку їхнього творчого потенціалу та підтримці інноваційної активності. Вона включає формування професійних цілей, надання стимулів для досягнення високих

результатів, а також підтримку особистої та колективної мотивації в науковому колективі [19].

- 4) Освітня функція дослідницької культури забезпечує передачу знань і навичок новим поколінням дослідників. Це включає формування наукового світогляду, навчання методології дослідження, розвиток критичного мислення та етичних принципів. Освітня функція сприяє підтримці спадкоємності в науковій діяльності та збереженню наукових традицій.
- 5) Комунікативна функція дослідницької культури сприяє ефективному обміну інформацією між дослідниками, науковими організаціями та суспільством в цілому. Вона включає публікацію наукових робіт, проведення конференцій, семінарів, а також участь у наукових дискусіях. Комунікативна функція забезпечує прозорість наукового процесу та сприяє поширенню нових знань у суспільстві [20].

Отже, дослідницька культура відіграє ключову роль у розвитку науки, забезпечуючи високий рівень професіоналізму, етичності та методологічної обґрунтованості наукових досліджень.

1.3. Особливості формування дослідницької культури учнів старшої школи засобами проектної діяльності та інформаційних технологій в умовах змішаного навчання

В умовах глобалізації та швидких змін у сфері інформаційних технологій традиційні методи навчання стають недостатніми для підготовки учнів до сучасних викликів. Формування дослідницької культури є критично важливим для розвитку навичок самостійного мислення та критичного аналізу. Інформаційні технології та проектна діяльність надають учням можливість активно взаємодіяти з навчальним матеріалом, що особливо важливо при вивченні складних тем, зокрема, похідна та її застосувань. Оптимальне середовище для розвитку таких навичок дозволяє створити змішане навчання, яке поєднує традиційні та інноваційні методи.

Розглянемо теоретичні основи формування дослідницької культури учнів.

Дослідницька культура охоплює систему знань, навичок і цінностей, що дозволяють учням проводити незалежні дослідження і аналізувати результати. Вона включає формування навичок, таких як постановка запитань, формулювання гіпотез, збір і аналіз даних, а також оцінка результатів. Дослідження показують, що розвиток цих навичок може суттєво вплинути на самостійне мислення учнів і їхню дослідницьку активність.

Більш детально про це можна дізнатися з роботи, яка обговорює теоретичні основи та розвиток дослідницької культури: *Theoretical Foundations and a Research Agenda to Validate Measures of Intercultural Effort* [21].

Вона включає в себе:

- уміння ставити питання: розвиток навичок формулювання чітких, дослідницьких питань, які можуть бути перевірені або досліджені;
- формулювання гіпотез: здатність висувати припущення або прогнози на основі наявних знань, які можуть бути перевірені в процесі дослідження;
- збір і аналіз даних: навички збору, обробки та аналізу інформації для перевірки гіпотез або досягнення дослідницьких цілей;
- оцінка результатів: вміння критично оцінювати результати дослідження, виявляти сильні та слабкі сторони проведеної роботи.

Ці компоненти є підґрунтям для формування навичок самостійного мислення та розвитку дослідницької активності учнів.

Одним із засобів формування дослідницької культури учнів є проектна діяльність, яка передбачає створення учнями навчальних проектів, що дозволяють їм досліджувати реальні проблеми або задачі. Дослідження підтверджують, що коли проектна діяльність реалізується ефективно, вона може покращити запам'ятовування матеріалу та ставлення учнів до навчання. Наприклад, дослідження показали, що учні, які беруть участь у проектній діяльності, зазвичай демонструють кращі результати на тестах та покращують свої навички проблемного вирішення і співпраці [22].

Основними аспектами проектної діяльності є :

- реальний контекст: проекти часто мають реальну або практичну значущість, що допомагає учням побачити застосування своїх знань;

- самостійна робота: учні самостійно або в групах планують, реалізують і оцінюють свої проекти.

До переваг проектної діяльності ми відносимо:

- активне навчання: учні активно взаємодіють з матеріалом, що сприяє глибшому розумінню теми і розвитку критичного мислення;
- розвиток навичок співпраці: робота в групах дозволяє учням розвивати навички комунікації та командної роботи;
- застосування знань на практиці: проекти дозволяють учням застосовувати теоретичні знання для вирішення реальних проблем, що підвищує їх мотивацію до навчання.

Виділимо етапи процесу реалізації проектної діяльності:

- вибір теми: визначення проблеми або теми, яка є цікавою і актуальною для учнів;
- планування: розробка плану проекту, включаючи визначення цілей, завдань, ресурсів і термінів;
- виконання: реалізація проекту, що може включати дослідження, експерименти, аналіз даних;
- презентація результатів: підготовка і представлення результатів проекту, що включає створення звітів, презентацій або моделей.

Формування дослідницької культури учнів старшої школи при навчанні алгебри та початків аналізу неможливе без використання інформаційних технологій, бо саме ІТ-інструменти забезпечують підтримку навчання і досліджень, дозволяючи учням ефективно взаємодіяти з матеріалом і один з одним. Зокрема, вони виконують такі функції:

- доступ до інформації: інтернет і цифрові бібліотеки забезпечують доступ до широкого спектра наукових джерел і ресурсів;
- інструменти для аналізу: програмне забезпечення для статистичного аналізу, візуалізації даних і моделювання допомагає учням обробляти і аналізувати інформацію;

- інтерактивне навчання: платформи для онлайн-курсів і інтерактивних вправ дозволяють учням вчитися в зручному для них темпі і зворотному зв'язку [23].

Серед засобів використання ІТ- технологій для формування дослідницької культури найбільш поширеними є такі:

- графічні калькулятори і математичні пакети: інструменти для візуалізації функцій і їх похідних, що допомагає краще розуміти складні концепції;
- онлайн-ресурси і платформи: ресурси як GeoGebra і Wolfram Alpha для інтерактивного навчання і виконання математичних розрахунків;
- платформи для співпраці: інструменти для спільної роботи над проектами, такі як Google Docs або Microsoft Teams, що дозволяють учням обмінюватися ідеями і працювати разом.

У сучасних умовах значний вплив на формування дослідницької культури має змішане навчання.

Змішане навчання – це метод навчання, який поєднує традиційні (офлайн) методи навчання з онлайн-ресурсами і платформами. Це гібридний підхід, що забезпечує інтеграцію обох форм навчання для створення більш ефективного та гнучкого навчального середовища [24].

Традиційні методи змішаного навчання очної форми: очні заняття, лекції, практичні заняття в класі, лабораторні роботи.

Онлайн-компоненти: вебінари, онлайн-курси, інтерактивні вправи, відеоуроки, форуми для обговорення [25].

До переваг змішаного навчання слід віднести:

- гнучкість: учні можуть вивчати матеріал в зручний для них час, що дозволяє краще управляти власним навчальним процесом;
- доступ до ресурсів: інтернет забезпечує доступ до великої кількості навчальних матеріалів, що розширює можливості для дослідження теми;
- інтерактивність: онлайн-інструменти і платформи дозволяють інтерактивно взаємодіяти з навчальним матеріалом і один з одним;
- персоналізація навчання: можливість адаптувати навчальний процес відповідно до індивідуальних потреб і темпу учнів.

- Виклики та проблеми змішаного навчання:
- технічні проблеми: необхідність забезпечення технічної підтримки та доступу до необхідного обладнання і програмного забезпечення;
- самодисципліна: учням потрібно бути самодисциплінованими, щоб ефективно управляти власним часом і зобов'язаннями в онлайн-середовищі;
- інтеграція методів: забезпечення гармонійного поєднання офлайн і онлайн компонентів для досягнення навчальних цілей.

Вплив змішаного навчання на формування дослідницької культури особливо помітний у контексті використання онлайн-ресурсів, які відіграють ключову роль у розвитку навичок учнів. Для дослідження впливу змішаного навчання на формування дослідницької культури учнів є кілька наукових джерел, які підтверджують важливість використання онлайн-ресурсів та платформ:

- доступ до наукових баз даних і матеріалів: учні мають доступ до онлайн-бібліотек, наукових статей, електронних книг, що розширює їхні можливості для самостійного дослідження [26];
- інтерактивні платформи: інструменти для створення і візуалізації математичних моделей, проведення статистичних аналізів (GeoGebra, Desmos, Wolfram Alpha);
- віртуальні лабораторії: можливість проведення віртуальних експериментів, що допомагає учням зрозуміти складні концепції без фізичної лабораторії [27].

Офлайн-сесії і їх роль є важливими для забезпечення балансу між теоретичними знаннями та практичними навичками. Вони виступають як міст між онлайн-навчанням і реальним застосуванням отриманих знань, наприклад:

- практичні заняття: лабораторні роботи та практичні завдання в класі дозволяють учням закріпити отримані онлайн-знання, застосовуючи їх на практиці;
- обговорення результатів: очні заняття створюють можливості для обговорення досліджень, аналізу помилок, отримання зворотного зв'язку від вчителя і однокласників;

- консультування і підтримка: учні можуть отримати безпосередню допомогу від викладачів у вирішенні складних питань і проблем, що виникають в процесі дослідження.

Інтеграція офлайн і онлайн компонентів:

- комбіноване використання ресурсів: поєднання онлайн-матеріалів з традиційними заняттями для створення комплексного навчального досвіду;
- формування гібридних проектів: проекти, що включають як онлайн-дослідження, так і офлайн-експерименти, для досягнення глибшого розуміння теми;
- змішане оцінювання: оцінювання проектів і досліджень з використанням як онлайн, так і офлайн критеріїв для забезпечення всебічного аналізу результатів.

Підтримка дослідницької діяльності через змішане навчання є важливим елементом освітнього процесу, оскільки воно надає учням можливості для розвитку як самостійної роботи, так і співпраці. Graham, Charles R. провів детальні дослідження змішаного навчання, особливо у контексті самостійного навчання та розвитку навичок дослідницької діяльності учнів. Його робота «Blended learning systems: Definition, current trends, and future directions» (2004) є одним з ключових джерел [28].

Розглянемо основні аспекти змішаного навчання:

- розвиток навичок самостійного навчання: змішане навчання сприяє розвитку самостійності учнів, що є ключовим для дослідницької діяльності;
- можливість отримання зворотного зв'язку: онлайн-інструменти для взаємодії з вчителями і однокласниками забезпечують регулярний зворотний зв'язок, що допомагає покращувати навички;
- глобальні ресурси і співпраця: міжнародні платформи для співпраці з іншими школами або дослідницькими установами розширюють горизонти учнів і відкривають нові можливості для досліджень.

Отже, змішане навчання є ефективним підходом для формування дослідницької культури у старшокласників. Воно створює умови для активного

навчання та самостійності, забезпечує необхідні ресурси та підтримку для успішного проведення досліджень. Однак, для досягнення максимальних результатів необхідно належним чином інтегрувати онлайн і офлайн компоненти навчання і вирішувати супутні виклики.

1.4. Психолого-педагогічні особливості сучасних учнів старшої школи в контексті дослідження

В даному підрозділі, я пропоную розглянути наступні основні аспекти: Психологічні особливості учнів старших класів, а саме:

- вивчення вікових та когнітивних особливостей старшокласників;
- аналіз мотивації до вивчення математики та, зокрема, теми «Похідна та її застосування»;
- вплив зовнішніх факторів, таких як сім'я, друзі та цифрове середовище, на навчальний процес.

Розглянемо різні аспекти психології старшокласників, які безпосередньо впливають на їхній освітній процес та успішність. Безумовно, що при організації навчання обов'язково потрібно враховувати різні соціальні фактори, вікові та когнітивні особливості.

Розвиток абстрактного мислення є важливим етапом у когнітивному зростанні підлітків. Він відкриває нові можливості для осмислення складних ідей та концепцій, особливо в галузі математики та логіки. У старшому шкільному віці (15-18 років) учні досягають стадії розвитку абстрактного мислення, як це описує теоретично швейцарський психолог Жан Піаже [29], основною працею якого є «The Psychology of Intelligence». Він вивчав когнітивний розвиток дітей і підлітків. Його теорія стадій когнітивного розвитку включає стадію формальних операцій, яка настає в підлітковому віці і характеризується здатністю до абстрактного мислення та логічного аналізу. Учні здатні оперувати абстрактними поняттями, проводити логічні міркування та аналізувати складні структури.

Емоційна зрілість у старшому шкільному віці є важливим фактором, що впливає на ставлення учнів до навчання та взаємини з оточуючими.

Старшокласники перебувають у стадії формування особистісної ідентичності, що супроводжується емоційними коливаннями, пошуком власного «Я» і прагненням до автономії. Це може виявлятися як у позитивній мотивації до навчання (бажання самореалізуватися через академічні досягнення), так і в негативних реакціях, таких як опір авторитету вчителя чи навчальній програмі.

Розвиток саморегуляції та самоконтролю є критичним аспектом для досягнення високих результатів у навчанні, особливо в умовах підвищених до вимог самостійності.

Здатність до саморегуляції відіграє ключову роль у навчанні. Учні старших класів повинні вміти самостійно планувати свій час, ставити цілі, мотивувати себе та долати труднощі. Ці навички дуже важливі для успішного освоєння складних математичних тем, таких як похідна, де потрібна постійна практика та концентрація.

Когнітивне навантаження та вміння керувати увагою є важливими чинниками успішного засвоєння навчального матеріалу, особливо при вивченні складних тем.

Уміння зосереджуватися над одним завданням протягом тривалого часу важливо щодо складних тем. Тим не менш, сучасні старшокласники часто стикаються з проблемою навантаження інформацією, що знижує їхню здатність концентруватися. Цим питанням займався Джером Брунер — американський психолог, відомий своїми дослідженнями в галузі когнітивної психології та теорії навчання. Брунер розробив концепцію навчання на основі активного відкриття, яка підтримує розвиток абстрактного мислення шляхом стимулювання учнів до самостійного знаходження рішень. Основна праця: «Towards a Theory of Instruction» [30].

Розглянемо основні фактори, які впливають на мотивацію до вивчення математики. Внутрішня та зовнішня мотивація відіграють вирішальну роль у навчальному процесі, впливаючи на рівень зацікавленості та досягнень учнів.

Внутрішня мотивація пов'язана з інтересом і задоволенням від процесу навчання, тоді як зовнішня — із зовнішніми стимулами, такими як оцінки, похвала вчителів, схвалення батьків. Важливо дослідити, які з цих типів

мотивації переважають у сучасних старшокласників щодо математики, і як це впливає їх успішність і залученість. Мотивацію старшокласників у контексті навчання математики вивчає Тетяна Єфімова — український педагог та науковець. Її дослідження часто зосереджуються на аналізі того, як різні типи мотивації впливають на успішність учнів у точних науках [31]. Це питання вивчала Ірина Павленко, яка досліджувала вплив педагогічних методів на мотивацію учнів. Павленко вивчає, як внутрішня мотивація може бути стимульована через активне залучення учнів до процесу навчання та використання інноваційних методик викладання [32].

Мотиваційні бар'єри можуть суттєво впливати на здатність учнів до ефективного навчання, знижуючи їхню залученість та результативність.

Старшокласники можуть відчувати різні бар'єри у мотивації, такі як страх перед складними завданнями, невпевненість у власних силах, негативний досвід минулого навчання. Ці аспекти важливо враховувати під час розробки методик викладання, щоб допомагати учням долати такі перешкоди.

Роль соціального оточення є важливим чинником, який може як підтримувати, так і гальмувати мотивацію учнів у процесі навчання. Підтримка та вплив однокласників, батьків та вчителів відіграють значну роль у формуванні мотивації до навчання. Наприклад, якщо в класі існує культура успіху в математиці, це може стимулювати учнів до більшого зусилля та бажання вчитися.

На психологічні особливості учнів великий вплив мають цифрові технології, вони змінюють їхнє сприйняття, мислення та поведінку.

Гейміфікація та інтерактивні методи навчання стають все більш популярними в освітньому процесі, пропонуючи нові способи підвищення зацікавленості учнів у навчанні. Цифровізація навчання стає невід'ємною частиною сучасної освітньої системи, пропонуючи нові підходи та інструменти для покращення навчального процесу. Сучасні учні активно користуються цифровими технологіями у навчанні, що відкриває нові можливості для взаємодії з матеріалом. Однак це також може призвести до залежності від гаджетів та відволікання від навчання

Застосування ігрових елементів та інтерактивних методів у викладанні математики може значно підвищити мотивацію та залученість учнів. Важливо вивчити, наскільки ці підходи ефективні саме у старших класах і як вони можуть бути інтегровані у процес навчання математики. Ігрові методи навчання вивчали й українські вчені, зокрема, Сергій Кульчицький — фахівець у сфері інтерактивних технологій у освіті в контексті математичного навчання. Його праці присвячені ефективності ігрових методів у старших класах [33]. Олена Трофименко досліджує використання інтерактивних методів у викладанні математики та їх вплив на мотивацію учнів. Її роботи зосереджені на інтеграції цифрових технологій та ігрових елементів у навчальний процес [34].

Когнітивне навантаження від мультимедіа може суттєво впливати на здатність учнів сприймати нову інформацію, особливо під час вивчення складних тем.

Достаток візуальної та звукової інформації може як допомогти, так і перевантажити когнітивну систему учня. Важливо збалансувати використання мультимедійних ресурсів, щоб вони сприяли, а чи не заважали вивченню складних тем.

Вивчення психологічних особливостей учнів старших класів — це важливий аспект, який дозволяє краще зрозуміти, як вони сприймають навчальний процес, які фактори впливають на їхню мотивацію та успішність, і як можна адаптувати освітні методики для досягнення найкращих результатів. Це розуміння буде особливо корисним у контексті навчання математичним тем, які потребують високого рівня абстрактного мислення та саморегуляції.

РОЗДІЛ 2

МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКОЇ КУЛЬТУРИ УЧНІВ ПРИ НАВЧАННІ ТЕМИ «ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ»

2.1. Аналіз програм та змісту навчального матеріалу з теми

Тема «Похідна та її застосування» є однією з найважливіших у шкільному курсі алгебри і початків аналізу старшої школи. Її вивчення не лише розширює та поглиблює математичні знання учнів, але й сприяє формуванню їхньої дослідницької культури. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів (початок вивчення на поглибленому рівні з 8 класу) загальноосвітніх навчальних закладів [35] чітко структурує тему «Похідна та її застосування», виділяючи на неї суттєву кількість навчального часу. Відповідно до програми поглибленого рівня для 10 класу на вивчення цієї теми передбачено приблизно 50 навчальних годин. Такий обсяг часу включає як теоретичне ознайомлення з поняттям похідної, так і практичне застосування математичного апарату похідної для дослідження функцій.

Вивчення похідної відповідно до цієї програми «Математика (Поглиблений рівень)» [36] структурується у кілька етапів:

- задачі, які приводять до поняття похідної;
- похідна функції, її геометричний та фізичний зміст. рівняння дотичної до графіка функції. правила обчислення похідних. складена функція. похідна складеної функції та оберненої функції;
- похідна степеневі, тригонометричних та обернених тригонометричних функцій;
- основні теореми диференціального числення;
- ознака сталості функції. достатні умови зростання й спадання функції. екстремуми функції. найбільше і найменше значення функції на проміжку;

- застосування похідної для доведення тотожностей та нерівностей, а також для розв’язування рівнянь і нерівностей;
- похідні вищих порядків. поняття опуклості функції та точки перегину. знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегину;
- застосування першої та другої похідних до дослідження функцій та побудови їх графіків. [нерівність Йєнсена та її застосування];
- застосування похідної до розв’язування задач, зокрема прикладного змісту.

Крім того, програма акцентує увагу на розвиток в учнів навичок самостійного дослідження математичних закономірностей, що є важливою передумовою для формування дослідницької культури. Пропонується проводити уроки у формі семінарів або практичних занять, під час яких учні можуть самостійно вивчати функції та за допомогою похідної виявляти й аналізувати їхні властивості.

Програма для поглибленого вивчення математики передбачає використання інноваційних підходів при навчанні теми «Похідна та її застосування», включаючи:

- дослідницький підхід — учням пропонується самостійно досліджувати функції та їх поведінку за допомогою похідних. Такий підхід формує критичне мислення та навички аналізу;
- проектну діяльність — програма рекомендує використовувати метод проектів, де учні працюють над реальними задачами, що передбачають застосування похідних у різних сферах;
- залучення інформаційних технологій — використання математичних програм для візуалізації графіків функцій та їх похідних полегшує розуміння теми та сприяє розвитку дослідницьких умінь.

Аналіз програми показує, що належний акцент на дослідницьку діяльність учнів при вивченні теми «Похідна та її застосування» сприяє розвитку їхньої дослідницької культури. Самостійне розв’язування практичних завдань на дослідження функцій, задач прикладного змісту, проектна діяльність і міждисциплінарний підхід зумовлюють формування в учнів критичного мислення, умінь прийняття рішень на основі аналізу математичних моделей.

Проте є кілька аспектів, які на наш погляд потребують удосконалення.

Зокрема, було б доцільно збільшити кількість годин, відведених на дослідницькі завдання, що дозволить учням краще зрозуміти прикладне застосування похідної; посилити акцент на використання історичних матеріалів, які демонструють значення похідної у розвитку науки, що мотивуватиме учнів до глибшого розуміння значення математичних відкриттів.

Аналіз сучасних українських підручників з алгебри дозволяє виявити як позитивні аспекти, так і недоліки щодо подання цього матеріалу. Розглянемо декілька підручників та проаналізуємо їх зміст при навчанні теми «Похідна та її застосування».

Підручник 1: Алгебра профільний рівень 10 клас (автор Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С.) [37].

У підручнику авторів Мерзляка А. Г., Полонського В. Б. та Якіра М. С. тема «Похідна та її застосування» подана у доступній для учнів формі з акцентом на практичні задачі. Позитивною стороною цього підручника є наявність численних прикладів і завдань, що дозволяють учням застосовувати знання про похідні в реальних життєвих ситуаціях, наприклад, при розв'язуванні задач на оптимізацію та дослідження функцій. Також підручник містить графічні ілюстрації, що полегшують розуміння геометричного змісту похідної.

З методичної точки зору цей підручник сприяє розвитку дослідницької культури учнів, оскільки мотивує їх до аналізу різних функцій та виявленню їх властивостей. Проте можна відзначити й певні недоліки — недостатня увага приділяється історичному аспекту розвитку поняття похідної та ролі цього поняття в науці. Також недоліком є відсутність задач, які б стимулювали учнів до самостійного дослідження нових математичних проблем,

Підручник 2: Алгебра і початки аналізу. 10 клас (автор Істер О. С.) [38].

Підручник автора Істера О. С. вирізняється більшою систематизацією теоретичного матеріалу. Тема «Похідна» викладена чітко, з глибоким теоретичним обґрунтуванням. Значну увагу приділено визначенню похідної, правилам диференціювання та їхнім застосуванням. Однак практична складова у

підручнику менш розвинута, що може знижувати мотивацію учнів до самостійного дослідження.

З точки зору формування дослідницької культури, цей підручник має певні обмеження, оскільки акцент на теоретичні аспекти теми не завжди дозволяє учням розвинути дослідницькі навички через недостатню кількість задач з відкритою частиною? Також мало уваги приділено міждисциплінарним зв'язкам, що могло б стимулювати учнів до ширшого аналізу використання похідних у різних галузях науки.

Підручник 3: Алгебра і початки аналізу. 10 клас (автор Бевз Г. П., Бевз В. Г.) [39].

У підручнику Бевза Г. П. та Бевза В. Г. тема «Похідна» викладена досить структуровано, з поступовим переходом від теорії до практики. Цей підручник містить велику кількість завдань різного рівня складності, що сприяє диференціації навчального процесу та стимулює учнів до індивідуальної дослідницької діяльності. Також до позитивних моментів слід віднести наявність задач підвищеної складності, розв'язування яких дозволить учням займатися поглибленим аналізом математичних функцій. Однак, як і в попередніх підручниках, у ньому недостатньо акцентовано увагу на історичному розвитку похідної та міждисциплінарних зв'язках, що могло б підвищити мотивацію учнів до вивчення теми.

Розглянемо та проаналізуємо більш детально зміст теми «Похідна та її застосування» на прикладі підручника: «Алгебра профільний рівень 10 клас» (автор Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С.) ст. 280 – 350 [40].

- Поняття похідної: введення поняття похідної як границі відношення приросту функції до приросту аргументу, коли цей приріст прямує до нуля. Це поняття пов'язується з фізичними прикладами, такими як миттєва швидкість та кутовий коефіцієнт дотичної;
- визначення похідної: похідна функції у точці x_0 визначається як границя відношення приросту функції до приросту аргументу, якщо ця границя існує. виводяться формули для обчислення похідної, включаючи класичну формулу границі, яка використовується для її визначення;

- приклад обчислення похідної: наводиться приклад знаходження похідної функції $f(x) = \frac{1}{x}$ у точці $x = 1$, де використовуються основні етапи обчислення похідної за схемою;
- геометричний і механічний зміст похідної: пояснюється, що похідна в точці є кутовим коефіцієнтом дотичної до графіка функції в цій точці. згадується, що це значення можна інтерпретувати як швидкість зміни значення функції по відношенню до зміни аргументу;
- диференційованість функції: якщо функція має похідну в точці, то вона називається диференційовною в цій точці. пояснюється, що якщо графік функції має розрив або вертикальну дотичну в точці, то функція не є диференційовною;
- графічні приклади: наведено ілюстрації, які показують випадки, коли функція не диференційовна (зокрема, на графіках з розривами або вертикальними дотичними);
- теорема про диференційованість і неперервність функції: якщо функція диференційована в точці x_0 , то вона є неперервною в цій точці. Це підтверджується за допомогою доведення, яке показує, що межа приросту функції при $\Delta x \rightarrow 0$ прямує до нуля;
- наведені приклади диференціювання функцій: Приклад 1: Знаходження похідної функції виду $f(x) = kx + b$, що є лінійною функцією. Похідна визначається як константа $f'(x) = k$. Приклад 2: Диференціювання квадратичної функції $f(x) = x^2$, де похідна знаходиться як $f'(x) = 2x$.
Приклад 3: Розглянуто функцію $f(x) = x^3$, де похідна визначається як $f'(x) = 3x^2$;
- загальна формула для похідної функції степеня: Виведено загальну формулу для похідної функції вигляду $f(x) = x^n$, де $f'(x) = nx^{n-1}$, яка справедлива для натуральних чисел $n \geq 1$;
- диференціювання функцій з дробовими і від'ємними степенями: показано приклад диференціювання функції $f(x) = \frac{1}{x}$ де похідна визначається як

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2};$$

- похідна степеневі функції: виведено загальну формулу похідної функції виду x^r , де $r \in \mathbb{Q}$ (раціональні числа): $(x^r)' = r \cdot x^{(r-1)}$. Це стосується як цілих, так і дробових показників, якщо $r > 0$;
- похідна кореня: для функції $f(x) = \sqrt{x}$ $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. Для загальної функції кореня $f(x) = \sqrt[n]{x}$: $f'(x) = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$;
- тригонометричні функції: наведені формули похідних основних тригонометричних функцій: $(\sin(x))' = \cos(x)$, $(\cos(x))' = -\sin(x)$;
- теорема про похідну суми: якщо $u(x)$ і $v(x)$ — диференційовні функції, то: $(u(x) + v(x))' = u'(x) + v'(x)$;
- наведено та доведено формулу похідної добутку: $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$;
- похідна добутку виводиться через границю приросту функції: $\Delta f \cdot g + f \cdot \Delta g + \Delta f \cdot \Delta g$;
- узагальнення для більш складних випадків: додаються коментарі, як застосовувати це правило для складних виразів;
- наведено формулу похідної частки: $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$;
- наведено формули похідних тангенса та котангенса: $(\operatorname{tg}(x))' = \frac{1}{\cos^2(x)}$, $(\operatorname{ctg}(x))' = -\frac{1}{\sin^2(x)}$;
- розглянуто поняття складеної функції: складена функція: якщо функція $t = g(x)$ диференційовна в точці x_0 , а функція $y = f(t)$ диференційовна в точці t_0 , де $t_0 = g(x_0)$, то складена функція $h(x) = f(g(x))$ є диференційовною в точці x_0 , причому, $h'(x_0) = f'(t_0) \cdot g'(x_0)$;
- розглянуто рівняння дотичної та наведені приклади з розв'язання типових завдань: рівняння дотичної — $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$;
- розглянуті ознаки спадання та зростання функції з конкретними прикладами та їх розв'язками: якщо для всіх x з проміжку I виконується

нерівність $f'(x) > 0$, то функція f зростає на цьому проміжку. Якщо для всіх x з проміжку I виконується нерівність $f'(x) < 0$, то функція f спадає на цьому проміжку;

- розглянуто точки екстремуму функції, критичні точки, точки максимуму та мінімуму та як їх визначати: точка x_0 називається точкою максимуму функції f , якщо існує окіл точки x_0 такий, що для всіх x із цього околу виконується нерівність $f(x_0) > f(x)$. Точку x_0 називають точкою мінімуму функції f , якщо існує окіл точки x_0 такий, що для всіх x із цього околу виконується нерівність $f(x_0) \leq f(x)$;
- розглянуто як знаходити найбільше та найменше значення функції за допомогою похідної (основні принципи та правила знаходження), наведені приклади;
- поняття другої похідної. Поняття опуклості функції, точок перегину з конкретними прикладами та детальним розв'язанням;
- побудова графіків функцій та їх похідних, наведені пояснення, теореми та правила, конкретні приклади та розв'язки типових завдань з теми.

Проаналізувавши зміст теми «Похідна та її застосування» на прикладі підручника: «Алгебра профільний рівень 10 клас» (автор Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С.) можна виділити основні позитивні якості підручника та його недоліки.

Розглянемо основні позитивні моменти змісту підручника з теми «Похідна та її застосування»:

- системний виклад матеріалу: логічна послідовність у викладі понять, теорем і методів забезпечує глибоке засвоєння матеріалу;
- зв'язок з практикою: використання фізичних прикладів і практичних задач робить матеріал більш зрозумілим і цікавим;
- розвиток аналітичного мислення: розгляд доказів і формулювань теорем сприяє розвитку дослідницьких навичок, зокрема критичного мислення і здатності до логічного аналізу.

До недоліків змісту теми можна віднести наступні аспекти:

- обмежена кількість інтерактивних завдань: підручник орієнтований на традиційні задачі з розрахунками, проте варто було б додати більше завдань, які б стимулювали дослідницьку активність учнів, наприклад, пошук альтернативних шляхів розв'язку задач або застосування похідних для створення математичних моделей;
- недостатньо прикладів з природничих наук: для більшої мотивації учнів корисним було б включити більше задач, що демонструють застосування похідної в біології, економіці чи інших сферах, щоб розширити уявлення про використання математичного апарату у різних науках;
- обмежене розмаїття графічних ілюстрацій: візуалізація матеріалу може бути вдосконалена, зокрема, за рахунок використання динамічних моделей або інтерактивних графіків, що дозволило б учням наочно досліджувати властивості похідної та поведінку функцій.

Для вдосконалення змісту цієї теми в даному підручнику було б доцільно врахувати наступні доповнення:

- включення експериментальних задач: запропонувати завдання, які вимагають дослідницького підходу та нестандартних розв'язань, що сприятиме розвитку креативності та самостійності мислення учнів;
- інтеграція міжпредметних зв'язків: розширити контекст задач на застосування похідної (завдання з фізики, економіки, біології), що дозволить учням усвідомити ширші можливості застосування математичних знань;
- додаткові візуальні та інтерактивні елементи: використання цифрових ресурсів, інтерактивних симуляцій та програмних інструментів для побудови графіків функцій сприяло б більш свідомому сприйняттю матеріалу.

Вивчення теми «Похідна та її застосування» за підручником «Алгебра профільний рівень 10 клас» (автор Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С.) формує підґрунтя для розвитку дослідницької культури учнів, адже охоплює як теоретичні, так і практичні аспекти похідної. Запропоновані рекомендації

спрямовані на вдосконалення змісту теми та мають на меті стимулювання інтересу учнів до досліджень і розвитку їхньої наукової компетентності.

Тема «Похідна та її застосування» у шкільному курсі алгебри та початків аналізу є ключовою для формування в учнів базових математичних знань і дослідницької культури. Упровадження інтерактивних методів, як-от використання інформаційних технологій для моделювання, сприятиме кращому розумінню учнями змісту теми, розвитку навичок дослідницької діяльності та підвищенню їхньої мотивації до використання математичних знань у повсякденному житті.

2.2. Місце та роль дослідницької діяльності учнів при навчанні похідної та її застосувань.

Дослідницька діяльність відіграє важливу роль у навчанні математики, особливо в старшій школі, де учні стикаються зі складними абстрактними поняттями, зокрема, похідною. Вивчення цієї теми відкриває широкі можливості для формування дослідницьких умінь, розвиває навички самостійного мислення, критичного аналізу та застосувань знань у різних контекстах.

Проблема залучення учнів до дослідницької діяльності є однією з ключових у сучасній педагогіці. Відповідно до теорії навчання Жана Піаже, за якою учні повинні самостійно засвоювати знання через активне дослідження, при вивченні похідної вони можуть будувати та аналізувати графіки функцій, досліджувати поведінку функцій за допомогою математичного апарату похідної.

Український педагог В. О. Сухомлинський також акцентував увагу на необхідності розвитку в учнів дослідницьких здібностей як частини освітнього процесу. Він стверджував, що навчання повинно бути спрямоване на розвиток творчого мислення та дослідницьких умінь, а не лише на механічне запам'ятовування [41]. Дослідницький підхід до вивчення похідної допомагає учням вивчати її в контексті прикладних задач, що сприяє розвитку глибокого розуміння цього поняття.

Джон Дьюї у концепції дослідницького навчання наголошував, що навчання через дослідження дозволяє учням краще засвоювати матеріал, оскільки вони вчаться на власному досвіді [42]. Такий підхід є актуальним при вивченні похідної, де учні досліджують різні процеси через поведінку функцій, що їх описують, застосовують отримані математичні знання для розв'язування прикладних задач.

Дослідницька діяльність учнів при вивченні похідної є важливим інструментом для глибшого розуміння практичних застосувань теми. Зокрема, учні можуть досліджувати задачі на екстремуми, оптимізацію, аналіз руху та зміни об'єктів у фізиці, біології, тощо. Це допомагає усвідомити, як теоретичні знання можна застосовувати до описання реальних життєвих ситуацій.

Відомий математик Г. Пойа [43] підкреслював важливість розвитку уяви та інтуїції під час розв'язування математичних задач, що є ключовими компонентами дослідницької діяльності. Прикладом реалізації такого підходу є задачі на максимізацію прибутку або мінімізацію витрат в економіці. Робота з такими задачами дає можливість учням відчувати і зрозуміти значення математики у повсякденному житті.

Дослідницькому підходу до навчання сприяє використання інформаційних технологій. Дослідження Л. Т. Білецького свідчать, що інтеграція цифрових технологій у процес навчання математики дозволяє учням візуалізувати складні математичні процеси та самостійно проводити дослідження [44]. Серед таких засобів ми виділяємо математичні програми для побудови графіків функцій (GeoGebra, Desmos), їх використання допомагає учням зрозуміти, як змінюється функція залежно від параметрів, як за допомогою похідної знаходити екстремуми функцій.

Дослідження відомого американського психолога Джерома Брунера показують, що учні засвоюють нові знання значно ефективніше, якщо вони активно залучені до процесу пізнання [45]. Він підкреслює важливість формування в учнів навичок самостійного мислення та дослідження. Такий підхід до навчання є особливо актуальним при навчанні теми «Похідна та її застосування», де учні можуть застосовувати отримані знання для аналізу

реальних процесів і моделей, зокрема, руху, оптимізації різних показників у різних галузях природознавства.

Польський математик та педагог М. Зелінський зазначав, що дослідницька діяльність формує в учнів глибоке розуміння теоретичних аспектів математики та розвиває вміння застосовувати математичні знання в різних галузях [46]. Вивчення похідної через дослідження різних функцій дозволяє учням вийти за межі шкільної програми та знайти застосування для математичних знань у природничих науках, економіці та інженерії.

Дослідницький підхід також стимулює розвиток критичного мислення, що підкреслював Тягло О. В.. Він вважав, що активна участь учнів у дослідницьких проектах сприяє кращому засвоєнню матеріалу та формуванню навичок аналізу [47]. Це знаходить своє відображення і при навчанні похідної, де учні аналізують зміни функцій через їх похідні при розв'язуванні задач на екстремуми та оптимізацію.

Дослідницька діяльність є важливим фактором значення для розуміння міжпредметних зв'язків. Відомий дослідник М. Хедівег підкреслював, що міждисциплінарний підхід у навчанні дозволяє учням бачити зв'язки між різними науками і застосовувати знання в реальних життєвих ситуаціях [48]. Прикладами такого підходу, що стимулює учнів до досліджень та відкриттів, є застосування математичного інструменту похідної у фізиці для визначення швидкості та прискорення, економіці для оптимізації прибутку чи витрат, інженерії та природничих науках для моделювання різних процесів.

Отже, дослідницька діяльність при вивченні похідної дозволяє учням інтегрувати свої знання та застосовувати їх при дослідженні процесів у різних галузях природознавства. Вона є важливим аспектом освітнього процесу, що стимулює розвиток критичного мислення. Учні, залучені до дослідницької роботи, отримують можливість активно аналізувати, синтезувати та оцінювати отриману інформацію, що підвищує їхню здатність до самостійного мислення.

Досліджуючи функції та їх похідні, учні мають можливість зрозуміти, як математичні концепції можуть бути використані для вирішення реальних проблем. Це, в свою чергу, підвищує їхню зацікавленість у навчанні та сприяє

усвідомленню міжпредметних зв'язків, що є особливо актуальним у сучасному світі, де знання з різних галузей науки часто взаємопов'язані.

Дослідницька діяльність при навчанні теми «Похідна та її застосування» має багатогранний і комплексний вплив на учнів, сприяючи формуванню дослідницької культури. Такий підхід передбачає не лише розвиток умінь учнів працювати з інформацією, шукати й оцінювати її джерела, але й здатність структурувати знання, ставити запитання, формулювати гіпотези, проводити експерименти, що є важливим для їхньої загальної академічної підготовки та подальшого навчання.

Особливо цінним є те, що навчання через дослідження дозволяє учням формулювати власні запитання та пропонувати гіпотези, що розвиває їхнє креативне й критичне мислення. Виконуючи експерименти, вони перевіряють ідеї на практиці, поглиблюючи розуміння матеріалу та здобуваючи досвід його застосування в реальних умовах. Отже, дослідницький підхід у навчанні похідної допомагає учням адаптувати набуті знання та шукати нові підходи, що є необхідним у сучасному світі.

Крім того, дослідницька діяльність позитивно впливає на розвиток емоційних та соціальних навичок учнів. Робота в команді над дослідницькими завданнями сприяє розвитку вміння узгоджувати ідеї, знаходити компроміси, що є важливим для командної роботи. Обговорення результатів і захист своїх думок у груповій взаємодії формує навички ефективної комунікації та здатність аргументувати власні ідеї. Таким чином, дослідницька діяльність у навчанні теми «Похідна та її застосування» розвиває в учнів не лише академічні, але й життєві навички, необхідні для їхньої успішної соціальної та професійної реалізації.

Отже, дослідницька діяльність при навчанні теми «Похідна та її застосування» є невід'ємною складовою навчання математики, яка має значний вплив на формування особистості учнів та їх професійну підготовку. Завдяки практичним завданням на застосування похідна учні отримують можливість бачити зв'язок між теоретичними знаннями і практичним життям, що, в свою чергу, підвищує їхню мотивацію до навчання. Окрім цього, дослідницька діяльність розвиває важливі соціальні навички.

Дослідницький підхід у навчанні похідної допомагає створити багатогранну, міждисциплінарну та інтегровану модель навчання, яка сприяє всебічному розвитку учнів та їх готовності до розв'язання складних завдань у сучасному світі.

2.3. Методика формування дослідницьких умінь учнів при навчанні теми «Похідна та її застосування».

Формування дослідницьких умінь учнів є важливою складовою при навчанні теми «Похідна та її застосування», при цьому особливу увагу потрібно приділяти вибору відповідної методики навчання.

Розглянемо основні принципи методики формування дослідницьких умінь.

Важливою складовою процесу формування дослідницьких умінь учнів у старшій школі є залучення їх до активної самостійної пізнавальної діяльності. Як зазначає Ф. Касаткіна, активні методи навчання сприяють формуванню у учнів глибокого розуміння матеріалу через практичну діяльність і самостійну роботу над поставленими проблемами [49]. В її дослідженні підкреслюється важливість включення учнів у проектну діяльність, лабораторні дослідження та розв'язування прикладних задач, що активізує мислення та мотивує до творчого підходу до навчання. У контексті теми «Похідна та її застосування» це може включати вирішення практичних задач на пошук екстремумів або аналіз поведінки функцій.

А. Колб, у свою чергу, пропонує модель навчання через досвід, де активність учнів відіграє ключову роль. За його теорією, навчання відбувається циклічно через чотири стадії: конкретний досвід, спостереження, роздуми та експериментування [50]. Такий підхід сприяє глибшому розумінню математичних понять через безпосереднє залучення до процесу дослідження та експерименту.

Програмування навчального процесу передбачає ретельне планування навчальної діяльності, визначення цілей, завдань і результатів навчання. За словами українського дослідника В. Зоріна, чітке програмування навчального

процесу дозволяє зробити його системним та послідовним, що особливо важливо при вивченні таких складних тем, як похідна та її застосування [51]. Це включає розробку структурованих планів уроків, де кожен етап навчання має логічну послідовність і будується на основі попередніх знань учнів.

М. Соловей у своїй праці зазначає, що програмування навчального процесу дозволяє організувати навчання так, щоб учні крок за кроком формували нові знання, переходячи від простих до складніших завдань. Наприклад, початок вивчення теми «Похідна» може включати базові теоретичні поняття, після чого учні поступово переходять до розв'язування складніших задач із застосуванням похідної в реальному житті. Така поетапна методика підвищує ефективність навчання, допомагаючи учням засвоїти матеріал глибше та більш усвідомлено.

Інтеграція знань є важливим принципом, оскільки дозволяє учням побачити зв'язок між різними навчальними предметами та зрозуміти, як математичні поняття можуть бути застосовані в різних контекстах. Л. Виготський у своїй теорії про зону найближчого розвитку підкреслював, що розвиток мислення учнів найкраще відбувається, коли нові знання базуються на їхньому попередньому досвіді і знаннях з інших сфер [52]. У навчанні теми «Похідна» важливо інтегрувати математику з фізикою, економікою чи інформатикою. Наприклад, учні можуть використовувати похідну для дослідження швидкості руху об'єктів у фізиці або для аналізу зміни функцій у бізнесі.

Роберт Стернберг вказує, що інтеграція знань сприяє розвитку творчого мислення, оскільки учні вчаться застосовувати свої знання у нових, незвичних для них ситуаціях [53]. Зокрема, у вивченні похідної учні можуть досліджувати, як математичні моделі використовуються для оптимізації ресурсів у виробництві або при аналізі тенденцій у соціальних процесах.

Розвиток критичного мислення – одна з ключових цілей формування дослідницької культури учнів. Критичне мислення – це здатність учня аналізувати інформацію, робити виважені висновки і аргументувати свою точку зору [54]. При вивченні похідної важливо навчити учнів не лише розв'язувати стандартні задачі, але й аналізувати отримані результати, обирати оптимальні методи для досягнення мети та ставити нові запитання.

Критичне мислення тісно пов'язане з розвитком дослідницької культури учнів, оскільки саме здатність аналізувати та інтерпретувати інформацію дозволяє учням переходити від простого засвоєння знань до їхнього свідомого використання у практичних і творчих завданнях. При навчанні теми «Похідна та її застосування» критичне мислення сприяє формуванню таких дослідницьких умінь, як постановка проблемного запитання, розробка гіпотез, вибір раціональних методів розв'язання задач і оцінка отриманих результатів у різних контекстах.

Дж. Дьюї вважає, що критичне мислення формується через практику і рефлексію. Він стверджує, що учні повинні постійно оцінювати свої дії та результати навчання, щоб вміти знаходити помилки та вдосконалювати свої навички [55]. Цей принцип особливо важливий у навчанні теми «Похідна», де застосування дослідницьких методів вимагає від учнів постійного аналізу альтернативних способів розв'язання задач, порівняння підходів та усвідомлення логіки власних помилок.

Методика формування дослідницьких умінь учнів при навчанні теми «Похідна та її застосування» включає, зокрема, використання завдань відкритого типу, що вимагають критичного осмислення. Наприклад, завдання, які потребують не лише розрахунків, але й інтерпретації отриманих результатів у реальному контексті, дозволяють учням оцінити прикладне значення похідної у фізиці, економіці чи інженерії.

Для прикладу можна розглянути наступну задачу:

Задача: компанія з виробництва сонячних батарей планує оптимізувати виробничі витрати, щоб мінімізувати втрати енергії під час роботи обладнання. Відомо, що: функція залежності втрат енергії $E(x)$ (у кіловатах (кВт)) від потужності обладнання x (у кВт) описується рівнянням:

$$E(x) = 0,05x^3 - 1,2x^2 + 10x + 200, \text{ де } x \in [0;20].$$

Розрахунок:

- знайдіть критичні точки функції $E(x)$, розв'язавши рівняння $E'(x) = 0$;
- визначте, при якому значенні x втрати енергії є мінімальними.

Інтерпретація:

- проаналізуйте, як зміна потужності впливає на втрати енергії, враховуючи знаки похідної;
- яке практичне значення цієї оптимізації для компанії ?

Дослідження:

- на основі результатів запропонуйте, яку потужність обладнання слід вибрати, якщо компанія хоче працювати найбільш ефективно;
- поясніть, чому ця оптимізація важлива з точки зору економії енергії та захисту довкілля.

При виконанні даної задачі учні не лише обчислюють похідну та знайдуть мінімум функції, але й оцінять реальну значущість математичного підходу до розв'язання проблем в енергетиці.

Виділимо етапи розв'язування таких завдань.

Підготовчий етап полягає в тому, що учні отримують основні базові знання та навички з теми, необхідні для проведення дослідження. На цьому етапі учні визначають мету та завдання дослідницької роботи, вчитель допомагає їм усвідомити, що саме вони повинні вивчити та як ці знання будуть використані в подальших етапах [56]. Особливу увагу слід приділити актуалізації знань учнів, пов'язаних з поняттям похідної, її властивостями та застосуваннями. Важливо повторити основи диференціювання та ознайомитись з прикладними аспектами використання похідної в різних науках, оскільки якісна підготовка до дослідницької діяльності є її важливою складовою [57].

Важливим аспектом цього етапу є формулювання проблемного запитання або завдання, яке стане основою для дослідження. Як зазначає С. Лісовський, дослідницькі завдання повинні стимулювати учнів до самостійного пошуку рішень, аналізу даних та творчого підходу [58]. Наприклад, це завдання на дослідження властивостей функцій за їх графіками або побудова графіків за відомими властивостями, прикладні задачі на знаходження екстремумів. Їх виконання безпосередньо розвиває дослідницьку культуру учнів через інтеграцію теоретичних і практичних знань.

Етап безпосереднього проведення дослідження є основним у структурі дослідницького процесу, оскільки саме на цьому етапі учні виконують

дослідницьке завдання. При цьому особливу увагу слід звернути на розвиток навичок самостійної роботи учнів з інформацією, необхідною для виконання завдання [59]. Також важливо застосовувати методи активного навчання, такі як групові проекти, робота в парах та індивідуальні дослідження, направлені на активну співпрацю учнів [60]. На цьому етапі учитель відіграє роль фасилітатора, надаючи учням свободу для самостійних дій, що сприяє розвитку їх критичного мислення.

На етапі дослідження при навчання теми «Похідна та її застосування» адже учні не лише виконують математичні розрахунки, а й аналізують результати, шукають оптимальні підходи до вирішення завдань і знаходять їхнє практичне застосування. Це дозволяє інтегрувати математичні знання для вирішення реальних проблем, що підсилює інтерес учнів до навчання що сприяє розвитку дослідницької культури.

Заключний етап структури навчального процесу має завершальне значення у формуванні дослідницької культури, оскільки передбачає аналіз досягнутих результатів, оцінювання процесу дослідження та рефлексію. Це допомагає учням усвідомити свої помилки, вдосконалити стратегії дослідження та підготуватися до майбутньої роботи з подібними завданнями. При навчанні «Похідна та її застосування» заключний етап може включати презентацію результатів досліджень, що сприяє комунікаційним навичкам і підсилює здатність аргументувати свої висновки.

Таким чином, структура навчального процесу, розглянута через декілька етапів, які є основою для формування дослідницької культури учнів. Кожен етап необхідний для повноцінного засвоєння теми «Похідна та її застосування».

Дослідження також може включати використання цифрових інструментів для візуалізації результатів. Наприклад, програми для побудови графіків допомагають учням швидше й ефективніше аналізувати поведінку функцій. Сучасні технології сприяють підвищенню мотивації учнів до дослідницької діяльності, що підкреслюють у своїх роботах Г. Маклейн та Д. Хіт [61].

Етап аналізу та рефлексії є завершальною частиною навчального процесу, на якому учні аналізують результати свого дослідження, роблять висновки та

оцінюють власну роботу. Цей етап є необхідним для закріплення отриманих знань і розвитку навичок самоконтролю та саморефлексії [62].

Під час аналізу учні мають можливість перевірити, чи досягли вони поставлених цілей і як впоралися з дослідницькими завданнями. Важливо звертати увагу на помилки, які були зроблені в процесі роботи, і обговорювати можливі шляхи їх виправлення. В. Картер зазначає, що рефлексія сприяє глибшому розумінню матеріалу, допомагає учням формулювати свої висновки і робити узагальнення на основі проведеного дослідження [63].

Окрім того, на цьому етапі важливо організувати обговорення результатів досліджень у класі, що сприяє розвитку навичок комунікації та аргументації. Учні можуть представляти свої дослідження, обмінюватися думками та отримувати зворотний зв'язок від вчителя та однокласників. Це дозволяє їм критично оцінювати свої результати і робити коригування на основі аналізу [64].

Розглянемо основні методи та прийоми навчання.

Проектна діяльність є одним з найефективніших методів формування дослідницьких умінь у процесі навчання теми «Похідна та її застосування». Цей метод сприяє розвитку критичного мислення, навичок аналізу та синтезу інформації, а також умінню застосовувати теоретичні знання на практиці. Згідно з дослідженнями С. Сухомлинської, проектна діяльність дає учням можливість самостійно вирішувати дослідницькі завдання, обираючи шляхи їх вирішення та форму подання результатів [65].

Під час роботи над проектом учні мають змогу вибирати реальні проблеми, пов'язані з похідною, і досліджувати їх у контексті практичного застосування. Наприклад, проект може стосуватися аналізу економічних моделей з використанням похідної, дослідження процесів зміни швидкості в фізичних явищах або знаходження оптимальних рішень у задачах про мінімізацію/максимізацію. Як зазначає В. Савченко, проектна діяльність дозволяє учням занурюватися у глибокі дослідження, об'єднуючи різні предмети і допомагаючи їм зрозуміти, як математичні знання можуть бути корисними у реальних життєвих ситуаціях [66].

Крім того, проектна діяльність розвиває в учнів навички самостійного планування та організації своєї роботи. Учні мають змогу працювати в групах, що стимулює їх до взаємодії, обміну ідеями та розвиває навички співпраці. За словами К. Джонсона, вміння організовувати роботу в групі, делегувати завдання і співпрацювати з іншими є важливими компонентами дослідницької культури, яку розвиває проектна діяльність [67].

Кейс-метод (або метод навчання на основі конкретних ситуацій) є одним із найпотужніших інструментів для формування дослідницьких умінь у навчанні математики, зокрема теми «Похідна та її застосування». Цей метод передбачає розгляд реальних або змодельованих ситуацій, які вимагають від учнів аналізу, синтезу та застосування набутих знань для вирішення проблеми. Як підкреслює М. Гузман, кейс-метод дозволяє учням зіткнутися з практичними проблемами, які вони можуть зустріти в житті або професійній діяльності, і використовувати математичні інструменти для їх вирішення [68].

Застосування кейс-методу у вивченні похідної може включати аналіз конкретних економічних, фізичних чи інженерних ситуацій, де потрібно використовувати похідні для знаходження екстремумів, розрахунку швидкості змін, оцінки ризиків тощо. Наприклад:

- економічний кейс: максимізація прибутку та мінімізація витрат. Учні отримують дані про прибуток та витрати компанії, виражені як функції від обсягу виробництва. Завдання полягає в тому, щоб знайти точку максимального прибутку та мінімальних витрат, застосовуючи знання про похідну для пошуку екстремумів функції;
- фізичний кейс: аналіз руху тіла. У завданні учням надається рівняння залежності координати тіла від часу. Використовуючи похідну, учні повинні знайти швидкість і прискорення тіла в певний момент часу, проаналізувати характер його руху (прискорення чи сповільнення) та пояснити фізичні результати;
- інженерний кейс: оптимізація форми резервуару. Учні пропонується завдання знайти форму резервуару, яка забезпечує максимальний об'єм при фіксованій площі поверхні. Для цього вони повинні сформулювати модель

задачі, записати її у вигляді рівнянь, знайти похідну функції та провести оптимізацію.

Л. Хармон зазначає, що кейс-метод допомагає учням розвивати навички аналізу ситуацій та робити висновки на основі практичних даних, що є ключовими компонентами дослідницької діяльності [69].

У контексті формування дослідницької культури кейс-метод дозволяє інтегрувати теоретичні знання з реальними ситуаціями, сприяючи глибшому розумінню теми «Похідна та її застосування». Учні вчаться будувати математичні моделі, працювати з даними та обирати оптимальні способи розв'язання задач, що розвиває їхню самостійність та дослідницькі вміння.

Окрім того, кейс-метод стимулює учнів до критичного мислення та обговорення різних підходів до вирішення проблеми. Під час дискусій учні можуть обмінюватися своїми думками, висловлювати аргументовані позиції та робити висновки на основі дослідження кейсу. Наприклад, учні можуть порівнювати два способи оптимізації: аналітичний (за допомогою похідної) та графічний (аналіз поведінки функції на графіку). Це підсилює їхнє розуміння теоретичного матеріалу та формує вміння застосовувати його на практиці.

Таким чином, кейс-метод є важливим інструментом у методиці формування дослідницьких умінь учнів при навчанні теми «Похідна та її застосування», оскільки поєднує теоретичне навчання з практичною діяльністю, сприяючи розвитку дослідницької культури та підготовці учнів до вирішення реальних життєвих завдань.

Інтерактивні технології є важливим інструментом у навчанні теми «Похідна та її застосування», оскільки вони допомагають залучати учнів до активної взаємодії з матеріалом та між собою, розвиваючи дослідницькі навички через інтерактивні форми роботи. Як зазначає Д. Блекберн, інтерактивні технології стимулюють учнів до активної участі у навчальному процесі, роблячи його більш цікавим та мотиваційним [70].

Зокрема, до інтерактивних технологій можна віднести використання інтерактивних дошок, комп'ютерних програм для моделювання та аналізу математичних задач, онлайн-платформи для спільної роботи учнів тощо.

Наприклад, використання програм для побудови графіків дозволяє учням швидко та візуально бачити результати диференціювання та проводити аналіз поведінки функцій у різних точках. Цифрові симуляції також допомагають краще зрозуміти, як змінюється швидкість або нахил функції при зміні значень змінної. За дослідженнями П. Саймона, використання інтерактивних технологій сприяє покращенню результатів навчання, оскільки учні краще запам'ятовують матеріал через його візуалізацію та практичне застосування [71].

У контексті методики формування дослідницьких умінь учнів при навчанні теми «Похідна та її застосування», інтерактивні технології сприяють розвитку дослідницької культури через наступні методичні прийоми:

1. Дослідження поведінки функцій за допомогою динамічних геометричних систем (наприклад, Geogebra). Учні отримують завдання побудувати графік функції та її похідної, досліджуючи взаємозв'язок між критичними точками функції (екстремумами) та нулями похідної. Це дозволяє їм самостійно зробити висновки про властивості функцій та принципи їх аналізу.
2. Онлайн-платформи для моделювання ситуацій. Наприклад, у платформі Desmos учні можуть створювати математичні моделі реальних процесів (залежність попиту від ціни чи швидкості від часу) та використовувати похідну для оптимізації. Це завдання розвиває не лише технічні навички роботи з інструментами, а й дослідницьке мислення, необхідне для інтерпретації отриманих результатів.
3. Спільна робота через інтерактивні онлайн-дошки (Google Jamboard, Miro). Учні об'єднуються у групи для дослідження задач, пов'язаних із застосуванням похідної, наприклад, оптимізації витрат або аналізу економічних моделей. Вони спільно будують графіки, створюють пояснення та обговорюють результати, формуючи навички командної роботи та дослідницької взаємодії.
4. Використання інтерактивних тестових платформ (Kahoot, Quizizz). Учитель створює динамічні вправи, що включають як теоретичні запитання, так і практичні задачі, наприклад, визначення екстремумів функції на заданому інтервалі чи аналіз графіків. Платформи дозволяють

миттєво отримувати зворотний зв'язок, що сприяє самоконтролю та розвитку дослідницьких умінь.

Інтерактивні технології також підтримують спільну роботу учнів через можливості комунікації в реальному часі та доступ до спільних матеріалів. Онлайн-дискусії, відеоконференції, а також інші форми співпраці сприяють розвитку навичок дослідницької взаємодії та обміну інформацією. Наприклад, у форматі вебінару учні можуть представити результати власних досліджень, виконаних за допомогою інтерактивних інструментів, та обговорити їх із однокласниками. Як відзначає М. Тейлор, інтерактивні технології можуть бути ефективним інструментом для розвитку дослідницької культури учнів, оскільки вони стимулюють до активної участі у процесі навчання та взаємодії з матеріалом у реальному часі [72].

Таким чином, інтерактивні технології безпосередньо пов'язані з розвитком дослідницької культури, оскільки вони забезпечують глибше розуміння теоретичного матеріалу через практичне застосування, стимулюють учнів до аналізу, моделювання та самостійного пошуку рішень, що є ключовими компонентами дослідницьких умінь.

Оцінювання результатів є ключовим етапом навчального процесу, зокрема при формуванні дослідницьких умінь учнів під час вивчення теми «Похідна та її застосування». Ефективна система оцінювання дозволяє не лише вимірювати успішність засвоєння матеріалу, але й стимулює розвиток дослідницьких компетентностей, сприяє саморефлексії та корекції навчальної діяльності учнів.

Для забезпечення комплексного підходу до оцінювання результатів навчання, важливо використовувати як формувальне (поточне), так і підсумкове оцінювання. При формуванні дослідницьких умінь учнів під час навчання теми «Похідна та її застосування» це може бути реалізовано через низку конкретних заходів.

Розглянемо формувальне оцінювання.

Формувальне оцінювання спрямоване на моніторинг прогресу учнів на різних етапах навчального процесу, зокрема під час виконання проєктів або дослідницьких завдань. Наприклад:

- Дослідницькі завдання з побудови графіків похідної: учні отримують завдання побудувати графік функції та її похідної, аналізуючи критичні точки, проміжки зростання та спадання, а також екстремуми. На основі їхніх проміжних рішень вчитель надає зворотний зв'язок, вказуючи на помилки у розрахунках чи аналізі поведінки функції.
- Онлайн-тести з візуалізацією відповідей: учні проходять інтерактивні завдання, наприклад, у Google Forms або LearningApps, де отримують миттєвий зворотний зв'язок з поясненням правильних відповідей. Це дозволяє учням оперативно коригувати своє розуміння матеріалу.

За дослідженнями А. Брауна, формувальне оцінювання є важливим інструментом для розвитку дослідницьких навичок, оскільки учні отримують зворотний зв'язок та можуть вдосконалювати свої методи роботи [73].

Розглянемо основні етапи підсумкового оцінювання.

Підсумкове оцінювання спрямоване на оцінку кінцевих результатів навчання, включаючи рівень сформованості дослідницьких умінь учнів, розуміння теоретичного матеріалу та його практичного застосування. Розглянемо конкретні приклади:

- Проектне завдання. Дослідження руху об'єкта за допомогою похідної: учні створюють дослідницьку роботу, в якій аналізують залежність швидкості та прискорення об'єкта від часу, використовуючи похідну. Проект передбачає розрахунки, графічну інтерпретацію результатів і висновки щодо поведінки об'єкта.
- Задачі з реального життя: наприклад, розрахунок оптимальної швидкості для мінімізації витрат пального автомобіля (на основі функції витрат). Учні мають не лише розв'язати задачу, а й обґрунтувати свої результати, представивши їх у вигляді презентації або постера.

Як зазначає П. Рамсі, підсумкове оцінювання має бути комплексним, охоплюючи як математичну точність, так і аналітичні та дослідницькі вміння [74].

Розглянемо основні критерії оцінювання проектів і дослідницьких завдань.

Одним з найбільш ефективних інструментів оцінювання результатів дослідницької діяльності є оцінювання проектів і дослідницьких робіт. При цьому використовуються такі критерії:

- глибина розуміння та правильність застосування математичних понять з теми (похідна, екстремуми, поведінка функцій);
- логічність і послідовність викладення матеріалу;
- оригінальність у формулюванні висновків, наприклад, знаходження оптимальних значень параметрів для конкретної функції;
- здатність до аналізу й інтерпретації результатів.

Окрім цього, важливо залучати учнів до процесу самооцінки та взаємооцінки. Наприклад, після виконання дослідницького проекту учні можуть оцінювати не лише свої досягнення, але й роботу однокласників за допомогою заздалегідь визначених критеріїв, таких як креативність, точність розрахунків, якість презентації результатів тощо. Це сприяє розвитку критичного мислення, відповідальності за свою роботу та розуміння критеріїв оцінювання.

Диференційоване оцінювання також дозволяє враховувати різні рівні підготовки учнів. Наприклад, учням з високим рівнем знань пропонуються складніші завдання, такі як дослідження функцій вищих порядків похідної або практичне застосування похідної в економічних моделях. Учням із середнім рівнем — завдання на знаходження екстремумів чи проміжків зростання та спадання.

Таким чином, використання оцінювання результатів у навчанні теми «Похідна та її застосування» в контексті формування дослідницьких умінь учнів дозволяє забезпечити розвиток аналітичного мислення, вміння працювати з реальними даними, застосовувати знання у практичних завданнях і критично оцінювати власні досягнення.

Методика формування дослідницьких умінь учнів при вивченні теми «Похідна та її застосування» базується на інтеграції сучасних освітніх підходів, активізації пізнавальної діяльності та залученні учнів до самостійної дослідницької роботи. Основними принципами цієї методики є активність учнів, програмування навчального процесу, інтеграція знань із різних галузей та

розвиток критичного мислення, що створюють основу для формування глибокого розуміння теоретичних положень і практичних навичок.

Структура навчального процесу вивчення похідної включає кілька важливих етапів: підготовчий, дослідницький та етап аналізу і рефлексії. Кожен з них має своє значення для розвитку в учнів дослідницьких умінь, навичок аналізу та критичного мислення. Під час підготовчого етапу важливо налаштувати учнів на дослідницьку діяльність, розвивати мотивацію та зацікавленість темою. Дослідницький етап спрямований на самостійну роботу учнів над проєктами та завданнями, пов'язаними з темою, а завершальний етап рефлексії дозволяє осмислити результати і вдосконалити свої знання.

Методи і прийоми навчання, такі як проєктна діяльність, кейс-метод та інтерактивні технології, забезпечують практичну реалізацію методики, сприяють підвищенню зацікавленості учнів і надають їм можливість застосовувати набуті знання на практиці. Використання таких методів стимулює розвиток критичного мислення та творчого підходу до вирішення завдань.

Оцінювання результатів навчальної діяльності учнів є невід'ємною частиною методики, що дозволяє контролювати не лише успішність засвоєння матеріалу, але й рівень сформованості дослідницьких компетентностей. Використання формуального, підсумкового та диференційованого оцінювання сприяє комплексному підходу до оцінювання дослідницьких умінь, а зворотний зв'язок та самооцінка забезпечують учням можливість розвивати навички саморефлексії та вдосконалення.

Загалом, методика формування дослідницьких умінь при вивченні похідної та її застосувань спрямована на активне залучення учнів до процесу навчання, формування у них здатності до самостійного пошуку рішень, розвитку аналітичних та творчих здібностей. Це сприяє не лише кращому розумінню математичних концепцій, але й формуванню дослідницької культури, яка є важливою для успішного навчання в умовах сучасної школи.

2.4. Завдання на формування дослідницьких умінь учнів при навчанні теми «Похідна та її застосування».

Формування дослідницької культури учнів є одним із пріоритетних напрямів сучасної освіти. При навчанні теми «Похідна та її застосування» важливо не лише забезпечити учнів теоретичними знаннями, але й створити умови для розвитку їхніх дослідницьких умінь через активну роботу над завданнями, які сприяють розвитку критичного мислення, творчого підходу та самостійного пошуку рішень. До таких завдань можна віднести лабораторні роботи з математики, зокрема, з алгебри та початків аналізу. Ці лабораторні роботи не тільки забезпечують учнів практичними навичками, але й формують вміння критично мислити, аналізувати та інтерпретувати результати, що є ключовими компонентами наукового підходу до навчання математики. Такі лабораторні роботи дозволяють учням не лише виконувати стандартні обчислення, але й аналізувати результати, виявляти закономірності, перевіряти гіпотези, здійснювати практичне дослідження математичних концепцій.

Виконання лабораторних робіт може значно підвищити мотивацію учнів до навчання математики, оскільки їх залучення до дослідницької діяльності робить навчання більш захоплюючим і наочним. Практичне застосування теоретичних знань демонструє реальні застосування математики, що допомагає краще усвідомити її значущість у повсякденному житті.

Лабораторні роботи зазвичай включають постановку і перевірку гіпотез, збір даних, їх обробку та інтерпретацію результатів. Ці етапи є основними складовими наукового дослідження. Виконання таких лабораторних робіт з алгебри і початків аналізу дає можливість учням зрозуміти, як проводяться наукові дослідження. При цьому важливо, щоб завдання лабораторних робіт були чітко сформульовані, відповідали рівню підготовки учнів і спонукали їх до формулювання та перевірки власних гіпотез. Це допомагає розвивати у учнів навички самостійного мислення і дослідницької діяльності.

Суттєво підвищити ефективність лабораторних робіт можуть сучасні інформаційні технології, зокрема, комп'ютерні «Algebra Systems» (CAS) та

графічні калькулятори. Використання таких інструментів дозволяє учням швидше і точніше обробляти дані, а також зосередитися на дослідницькому процесі.

Оцінювання результатів лабораторних робіт має бути комплексним і включати як оцінку точності обчислень, так і здатність учнів їх інтерпретувати.

Питаннями організації лабораторних робіт займалися українські науковці, зокрема: Ковальчук О. О. (інноваційні методи навчання в математиці, включаючи лабораторні роботи та їхній вплив на розвиток дослідницької культури [75]), Тимошенко І. Ю. (сучасні підходи до лабораторних робіт у школі, включаючи методики і технології, що сприяють дослідницькій діяльності учнів [76]), Шевченко М. В. (розвиток дослідницької діяльності учнів через проєктні роботи, що включають лабораторні дослідження [77]), Сидоренко О. В. (педагогічні технології, зокрема лабораторні роботи [78]).

Розглянемо приклади лабораторних робіт на формування дослідницьких умінь учнів при навчанні теми «Похідна та її застосування».

Лабораторна робота 1.

Тема: Дослідження швидкості охолодження рідини.

Мета роботи:

- навчити учнів використовувати похідну для моделювання процесів, що відбуваються в реальному житті;
- ознайомити учнів з практичним застосуванням похідної для дослідження швидкості зміни фізичних параметрів (температури) у часі;
- виробити навички вимірювання, обробки даних та графічного аналізу як складових компонентів дослідницької діяльності.

Обладнання: чайник з гарячою водою, термометр, годинник або таймер, комп'ютер із програмним забезпеченням для побудови графіків (Excel, GeoGebra), калькулятори, зошити.

Теоретична частина.

1. Процес охолодження рідини: відомо, що температура гарячої рідини з часом знижується, наближаючись до температури навколишнього середовища.

Для опису швидкості охолодження застосовуємо похідну, яка показує швидкість зміни температури рідини в кожен момент часу.

2. Закон Ньютона про охолодження: наближено швидкість охолодження рідини пропорційна різниці температур між об'єктом (рідиною) і навколишнім середовищем: $\frac{dT}{dt} = -k (T - T_0)$, де T – температура рідини, T_0 – температура навколишнього середовища, k — коефіцієнт пропорційності, що залежить від властивостей рідини.

Практична частина.

Завдання:

1. Підготовка експерименту.

- Виміряйте початкову температуру рідини (візьміть гарячу воду, чай, тощо).
- Виміряйте температуру навколишнього середовища.

2. Процес охолодження.

- Запишіть початковий час $t = 0$, коли починаєте вимірювання.
- Кожні 2 хвилини вимірюйте температуру рідини та записуйте її в таблицю.

3. Аналіз даних.

- Побудуйте таблицю із замірами: час t (хвилини) та температура $T(^{\circ}\text{C})$.
- Побудуйте графік залежності температури T від часу t .
- За графіком спробуйте визначити функцію $T(t)$, яка описує процес охолодження рідини.

4. Застосування похідної.

- Знайдіть похідну $T'(t)$ функції $T(t)$ — це покаже швидкість зміни температури в кожен момент часу.
- Використовуючи отримані дані, дослідіть швидкість охолодження рідини упродовж експерименту, порівняйте швидкість охолодження на початку та в кінці.
- Опишіть, як швидкість зміни температури зменшується з часом.

5. Обчислення коефіцієнта охолодження k .

- Використовуючи формулу закону Ньютона, на основі даних з таблиці обчисліть коефіцієнт k .

- Знайдіть значення k у різних точках часу та визначте його середнє значення.

Запитання для самостійного аналізу.

1. Як зміна температури в різні моменти часу пов'язана з похідною функції $T(t)$?
2. Що показує коефіцієнт k і чому його значення є важливим для розуміння процесу охолодження?
3. Як змінюється швидкість охолодження при зменшенні температурної різниці між рідиною та навколишнім середовищем?

Висновок.

1. Опишіть, як похідна функції температури допомогла дослідити швидкість охолодження рідини.
2. Поясніть значення коефіцієнта охолодження та вплив температури навколишнього середовища на процес.
3. Наведіть можливі застосування цієї моделі в реальному житті (наприклад, для прогнозування охолодження різних рідин або об'єктів).

Оцінювання роботи.

- Правильність та точність вимірювань: 25%.
- Якість графічного представлення даних: 25%.
- Виконання розрахунків та обчислення коефіцієнта k : 25%.
- Відповіді на запитання для самостійного аналізу: 25%.

Лабораторна робота 2: дослідження швидкості зростання рослин за допомогою похідної. При виконанні цього дослідження важливою складовою є встановлення міжпредметних зв'язків, зокрема, з біологією.

Тема: застосування похідної для аналізу швидкості зростання рослин.

Мета роботи:

- навчитися вимірювати фізичні показники рослини в процесі її зростання;
- застосувати похідну для оцінювання швидкості зростання рослини на основі отриманих у процесі експерименту вимірів висоти;
- ознайомитися з методами обробки та аналізу даних для моделювання біологічних процесів.

Обладнання: контейнер з ґрунтом, насіння швидкорослої рослини (квасоля, редиска), лінійка (для вимірювання висоти рослини), таймер або календар, калькулятор, комп'ютер із програмним забезпеченням для побудови графіків (Excel або Geogebra).

Теоретична частина.

Похідна функції висоти $h(t)$ від часу t показує швидкість зміни висоти рослини з часом, тобто швидкість її зростання. Якщо є значення висоти рослини в різні моменти часу, то можна наближено обчислити похідну, щоб оцінити, як швидко змінювалася висота на кожному етапі експерименту.

Хід роботи.

Крок 1: посадка насіння та початкові вимірювання.

1. Посадіть насіння в контейнер з ґрунтом і забезпечте освітлення та полив.
2. Зафіксуйте початковий момент часу (наприклад, день 0) і виміряйте висоту рослини h_0 (наприклад, у см).

Крок 2: проведення вимірювань.

Щодня (протягом 10 днів) вимірюйте висоту рослини та записуйте дані в таблицю.

Таблиця 2.1

Результати вимірювання $h(t)$

День (t), дні	Висота $h(t)$, см
0	0
1	0,8
2	1,5
3	3
4	4,5
5	7
6	9,5
7	11
8	12
9	12,5
10	12,5

Крок 3: побудова графіка залежності висоти від часу.

Побудуйте графік залежності висоти $h(t)$ від часу t . За формою графіка можна побачити, як змінювалася швидкість зростання рослини з часом.

Крок 4: обчислення швидкості зростання рослини за допомогою похідної.

Для наближеного обчислення швидкості зростання рослини на кожному етапі експерименту можна застосувати формулу: $h'(t) \approx (h(t + \Delta t) - h(t)) / \Delta t$, де $\Delta t = 1$ день.

Приклад розрахунків наведено нижче у вигляді заповненої таблиці.

Таблиця 3.2

Результатів розрахунків $h'(t)$

День t	Висота $h(t)$, см	Швидкість зростання $h'(t)$, см/день
0	0	0,8
1	0,8	0,7
2	1,5	1,5
3	3	1,5
4	4,5	2,5
5	7	2,5
6	9,5	1,5
7	11	1
8	12	0,5
9	12,5	0
10	12,5	0

Крок 5: аналіз отриманих результатів.

1. За даними таблиці та графіком залежності висоти $h(t)$ від часу t з'ясуйте, коли швидкість зростання була максимальною. У нашому випадку максимальна швидкість зростання становить 2,5 см/день між 4 і 6 днями.

2. Як змінюється швидкість зростання з часом? Швидкість зростання рослини зменшується до нуля після 9-го дня, тобто зростання рослини майже припиняється.

Затитання для самотійного аналізу.

1. Чому швидкість зростання змінюється? Що відбувається, коли рослина досягає певної висоти?

2. Як похідна функції $h(t)$ допомогла оцінити процес зростання рослини?

Висновок.

1. Процес зростання рослини: спочатку рослина зростала швидше, а згодом швидкість її зростання зменшилася. Це може свідчити про природне уповільнення зростання в процесі розвитку рослини.

2. Застосування похідної: використання похідної допомогло оцінити швидкість зростання рослини на різних етапах її розвитку і зрозуміти динаміку цього процесу.

3. Можливі покращення: для отримання більш точних результатів можна провести експеримент довше або вимірювати висоту рослини кожні кілька годин.

Отже, формування дослідницької культури старшокласників є ключовим аспектом сучасної освіти, спрямованим на розвиток дослідницької культури учнів. Цей процес вимагає застосування різних педагогічних технологій.

Розглянемо проектно-дослідницький метод навчання при формуванні дослідницьких умінь учнів.

Проектне навчання передбачає активне залучення учнів до створення навчального проекту, при виконанні якого вони самотійно вивчають тему, проводять необхідні дослідження, розробляють і представляють свої результати. Це сприяє розвитку навичок самотійної роботи, критичного мислення та креативності.

При навчанні теми "Похідна та її застосування" доцільно запропонувати учням розробити проект, пов'язаний із практичним застосуванням похідної, наприклад, у фізиці, економіці чи біології, де учні можуть досліджувати реальні процеси.

Дослідницький метод навчання має на увазі систематичне проведення учнями наукових досліджень. Учні навчаються формулювати гіпотези, збирати та аналізувати дані, робити висновки на основі отриманих результатів. Вчитель може запропонувати учням досліджувати математичні моделі, які описують реальні явища. Наприклад, дослідити як похідна використовується для опису швидкості зміни фізичних величин. Це дозволяє учням не тільки освоїти теоретичний матеріал, а й побачити його практичну значимість.

Наведемо основні пункти щодо проблемного навчання. Проблемне навчання полягає в пред'явленні учням проблемних ситуацій, які потребують аналізу та пошуку рішень. Учні ставляться перед необхідністю вирішити завдання, для чого їм необхідно активно застосовувати знання, критично мислити та працювати у команді. Вчитель може запропонувати завдання, пов'язане з оптимізацією ресурсів (наприклад, мінімізація витрат або максимізація прибутку), де необхідно застосувати похідну для знаходження найкращого рішення. Це стимулює учнів до самостійного пошуку рішень та активного використання математичного апарату похідної.

Розглянемо метод відкритих питань: замість того, щоб одразу давати учням готові відповіді, вчитель ставить відкриті питання, на які немає однозначних рішень. Це спонукає учнів до самостійного дослідження та розвитку власної точки зору. Наприклад, можна запитати: «Як зміна функції впливає на її похідну і що це означає для реальних процесів?» Учні можуть проводити дослідження, моделювати ситуації та обговорювати свої знахідки у групі.

Розглянемо основні інтерактивні методи навчання, зокрема:

- інтерактивні програми та симуляції: у сучасних освітніх технологіях широко застосовуються програми, що дозволяють учням візуалізувати математичні поняття, такі як похідна. наприклад, інтерактивні графіки та симуляції допомагають краще зрозуміти, як змінюються функції та їх похідні у реальному часі;
- платформи для спільного навчання: інструменти, такі як google docs, moodle або інші платформи для спільної роботи дозволяють учням

обговорювати завдання та проекти в режимі реального часу, ділитися знахідками та результатами своїх досліджень.

Групові проекти: учні об'єднуються у групи до виконання дослідницьких проектів. Це допомагає розвивати командні навички, вчить розподіляти обов'язки та працювати спільно над спільним завданням. Ролі в команді: важливо розподілити ролі в команді таким чином, щоб кожен учень міг виявити свої сильні сторони. Наприклад, один учень може займатися збором даних, інший їх аналізом, а третій — презентацією результатів.

Розглянемо індивідуальні дослідницькі завдання, наприклад «Самостійна робота»: учень виконує дослідження самостійно, що сприяє розвитку навичок саморегуляції та відповідальності. Такі завдання можуть включати аналіз конкретних математичних завдань, розробку моделей або написання реферату на тему. Незважаючи на самостійність виконання завдання, підтримка з боку вчителя є важливим етапом при самостійному дослідженні учня: вчитель повинен виступати в ролі наставника, допомагаючи направити учня в потрібному напрямку та надаючи необхідну консультацію.

Ефективне формування дослідницької культури у старшокласників потребує комплексного підходу, що поєднує різні методи та технології. Важливо, щоб учні не просто отримували знання, а й вчилися застосовувати їх на практиці, розвиваючи критичне мислення, самостійність і вміння працювати у команді. Такі навички будуть корисні не лише у шкільному навчанні, а й у подальшому академічному та професійному житті.

Для формування дослідницької культури учнів при навчанні теми «Похідна та її застосування» пропонуємо скористатися математичним середовищем GeoGebra. Даний математичний інструмент дозволяє зрозуміти властивості функції в залежності від певних значень її аргументу, проілюструвати це графічно, знайти її похідну, точки екстремуму, точки перегину тощо.

Пропонуємо учням дослідити, як змінюється графік дотичної, проведеної до графіка функції в залежності від значень аргументу. Дане завдання можна розглянути на прикладі квадратичної функції з використанням математичного онлайн сервісу GeoGebra (авторська розробка [79]).

Запускаємо сервіс GeoGebra [80], даний сервіс представляє собою хмарне середовище яке можна запусити через пошукову строку в будь-якому браузері, чи комп'ютерний додаток, який можна встановити на персональний комп'ютер чи ноутбук, також є мобільний додаток (так само можна встановити на смартфони). Використовуємо хмарне середовище GeoGebra.

Перейшовши на сайт «GeoGebra», натискаємо кнопку «Старт Калькулятор» як показано на рисунку 2.1.

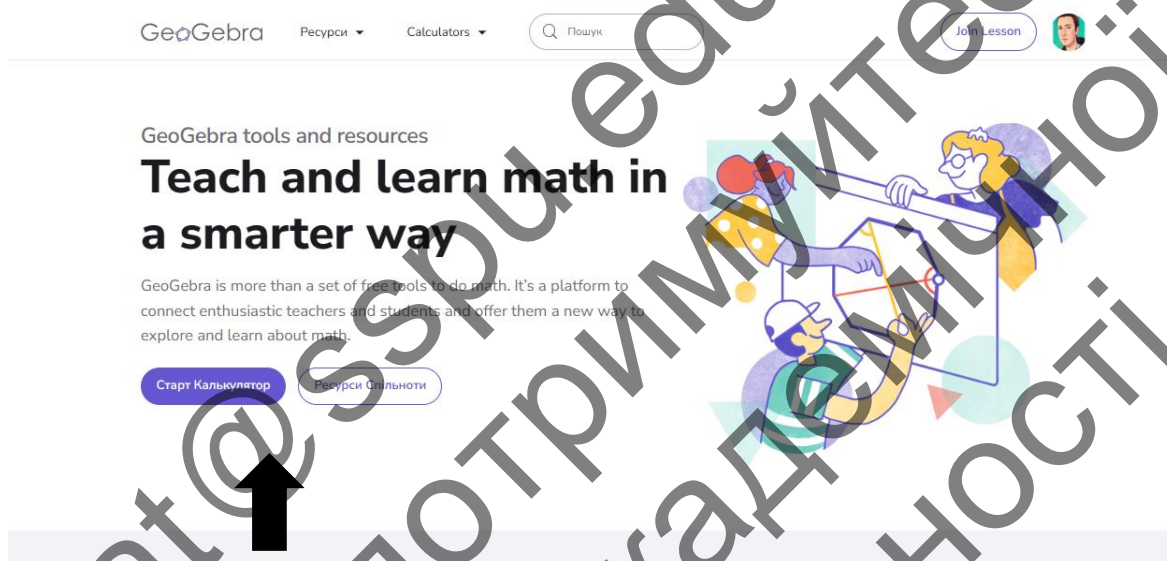


Рис. 2.1. Онлайн сервіс «GeoGebra»

Далі в нас відкривається вікно, де ми можемо починати працювати (поле «Ввод») на рисунку 2.2.

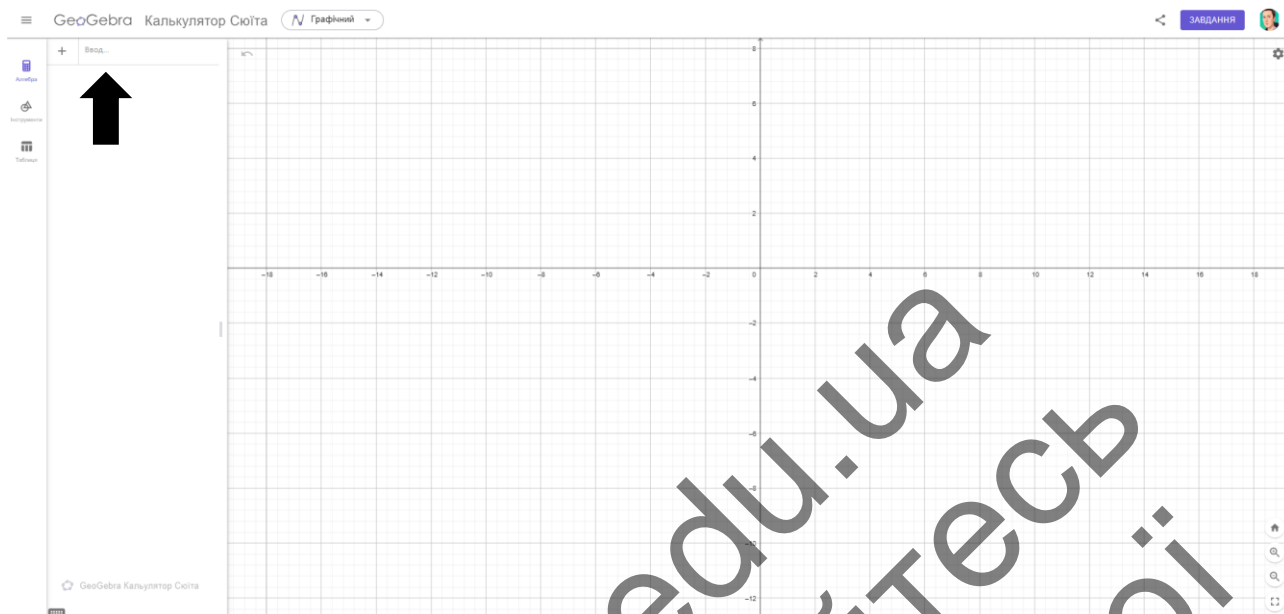


Рис. 2.2. поле «Ввод» в сервісі «GeoGebra»

Завдання: побудувати графік функції $y = 2x^2 - 7x - 4$ та рівняння дотичної до графіка в точці $x_0 = 3$ (точку x_0 ми і будемо змінювати, та дивитися як змінюється графік та рівняння дотичної до даної функції).

У поле «Ввод» через спеціальне меню ми задаємо нашу функцію $y = 2x^2 - 7x - 4$, та отримаємо точне зображення нашого графіка даної квадратичної функції (параболи) на рисунку 2.3.

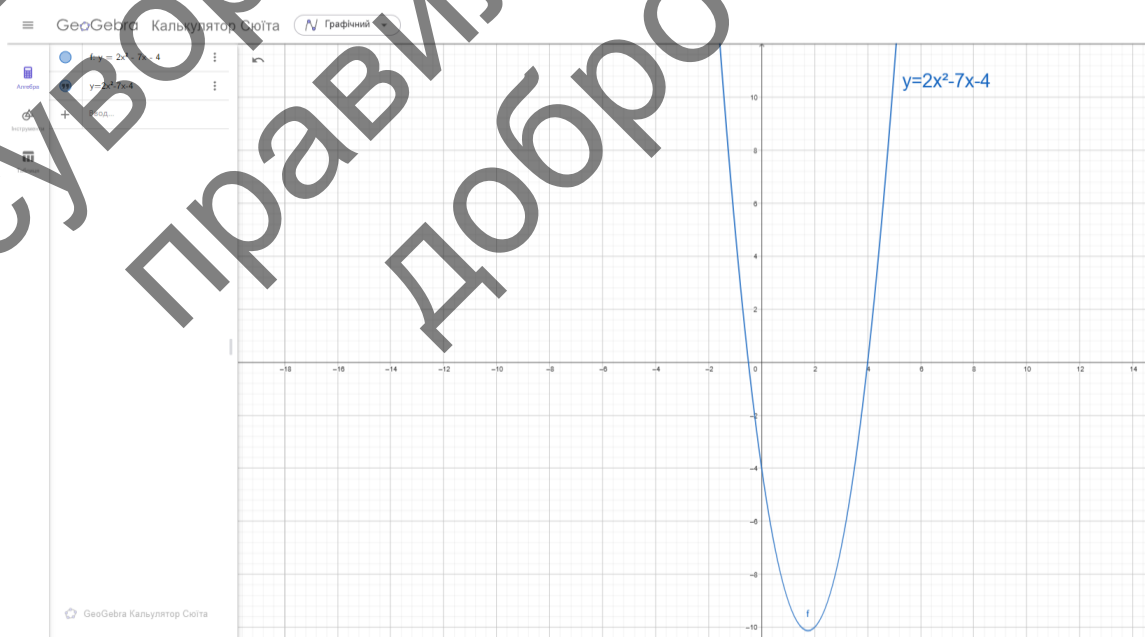


Рис. 2.3. Графік функції $y = 2x^2 - 7x - 4$

Для знаходження рівняння дотичної до графіка функції в заданій точці пропонується використання сервісу «*Mathcracker*» [81], що дозволяє значно пришвидшити обчислення, а також отримати покрокову інструкцію щодо розв'язання задачі.

На рисунках (4 – 5) показано покрокову інструкцію як правильно користуватися сервісом «*Mathcracker*» для знаходження рівняння дотичної до графіка функції в заданій точці.

Калькулятор дотичних ліній

Інструкції: Використовуйте цей калькулятор для обчислення дотичної лінії для заданої функції у заданій точці, показуючи всі кроки. Будь ласка, введіть функцію та відповідну точку в полі форми нижче.

➤ Введіть функцію $f(x)$ для якої ви хочете знайти дотичну (приклад: $f(x) = 2x^3 + 3x - 4/5$ і т. д.)

$$f(x) = 2x^2 - 7x - 4$$

➤ Введіть точку x_0 для лінійного наближення (приклад: 2/3 тощо)

3

РОЗРАХУВАТИ

Рис. 2.4 Сервіс «*Mathcracker*»

Далі ми отримаємо результат у вигляді запису нашого рівняння дотичної до даного графіка функції як показано на рисунку 5.

Висновок : Отже, встановлено, що стосується функції $f(x) = 2x^2 - 7x - 4$ у точці $x_0 = 3$ має вигляд:

$$y = 5x - 22$$

Рис. 2.5. Рівняння дотичної

Дане рівняння дотичної потрібно задати в поле вводу в сервісі GeoGebra та отримаємо графік цього лінійного рівняння, який показано на рисунку 2.6.

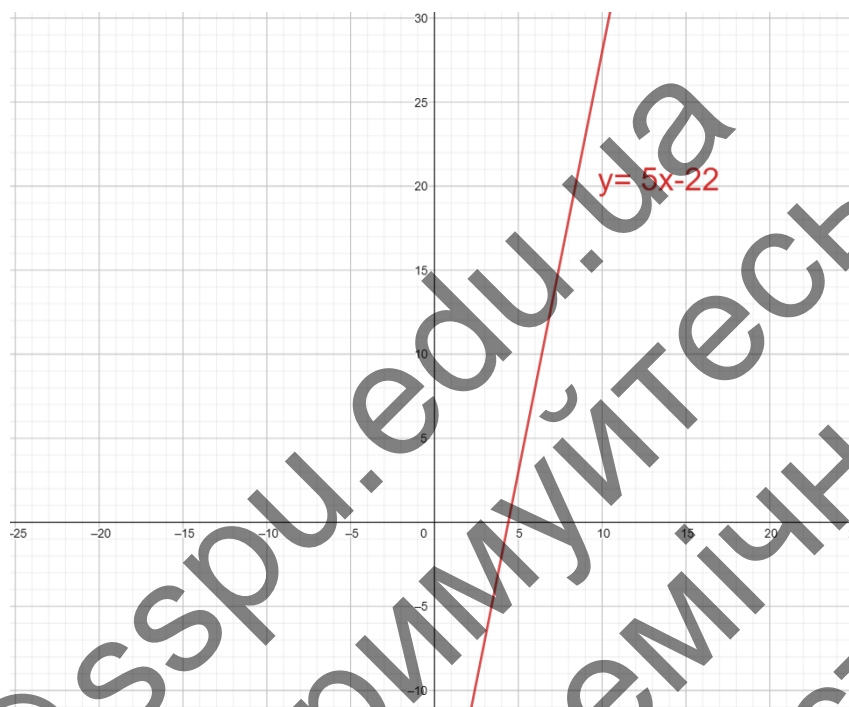


Рис. 2.6. Графік рівняння дотичної $y = 5x - 22$

Отже, можна побачити, що графік рівняння дотичної та графік квадратичної функції перетинаються в точці $x_0 = 3$. Точка $C(3, -7)$ є точкою перетину даних графіків, що проілюстровано на рисунку 2.7.

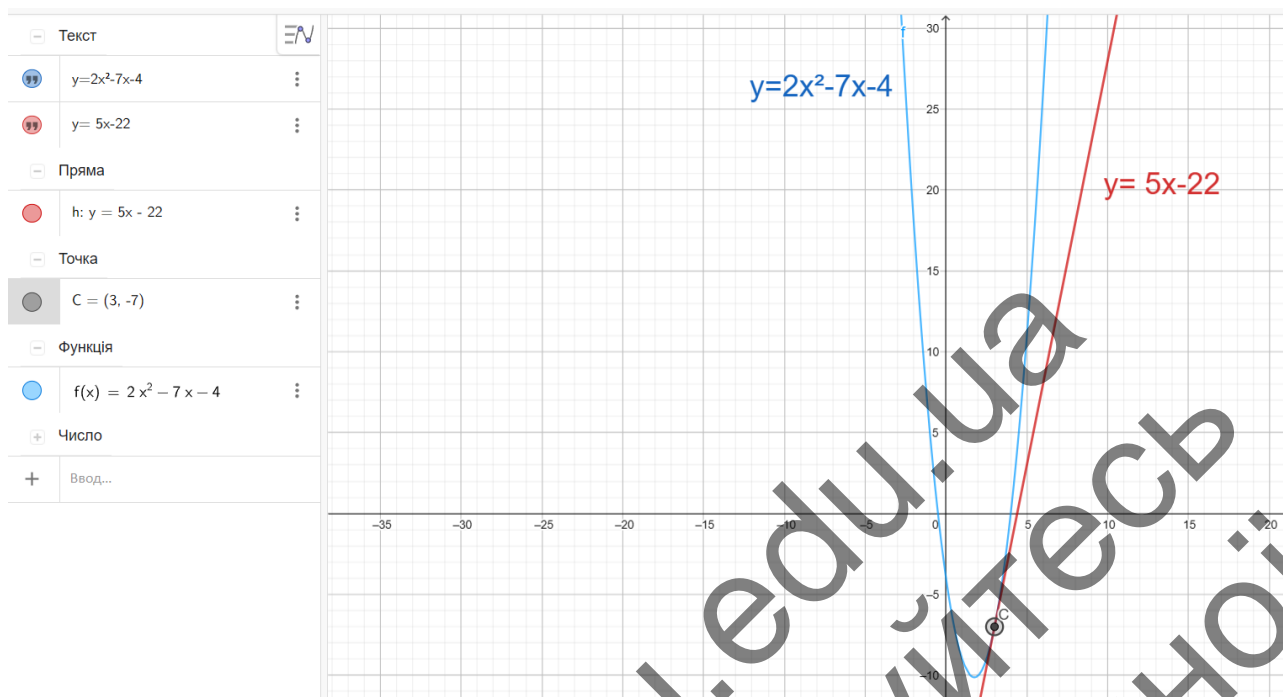


Рис. 2.7. Перетин графіків функцій

За допомогою спеціального меню, виводимо значення абсциси точки перетину рівняння дотичної до графіка нашої функції як показано на рисунку 2.8.

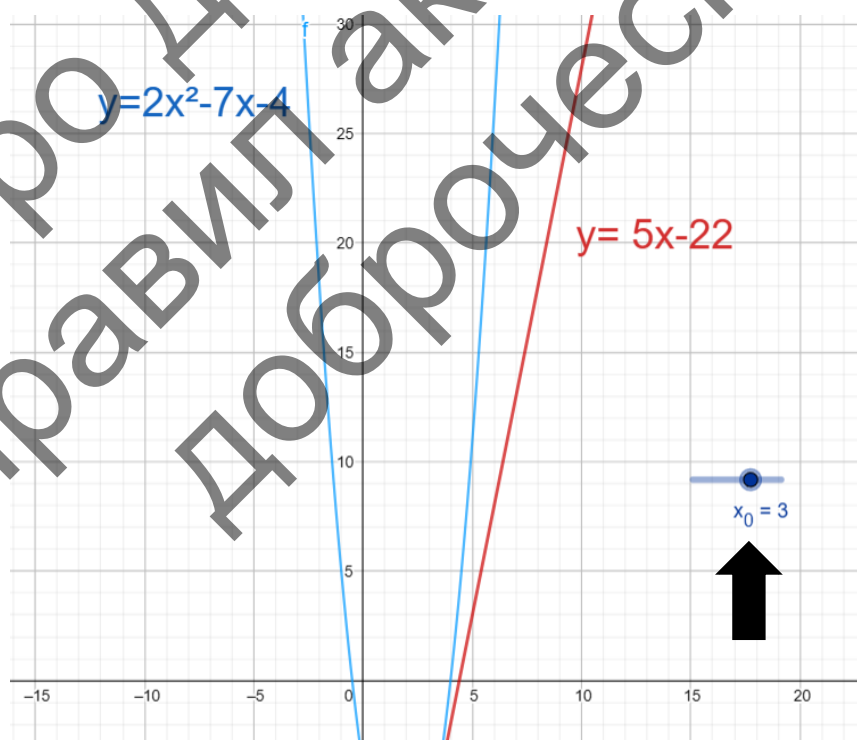


Рис. 2.8. Значення абсциси точки x_0

Змінюючи положення повзунка, що відповідає значенню абсциси точки перетину дотичної з графіком функції, відбувається відповідна зміна графіка дотичної. Це продемонстровано на рисунках 2.9 (а, б, в, г, д).

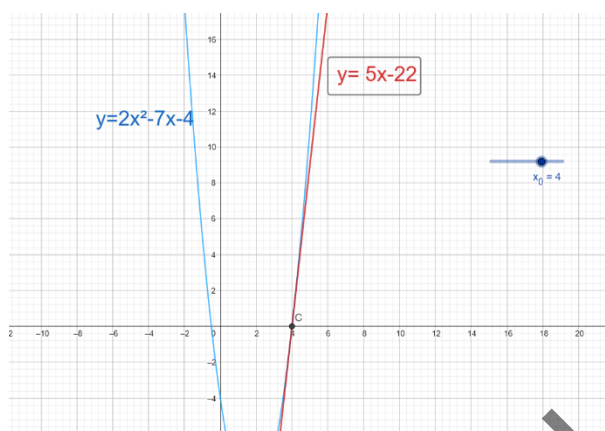


Рис. 2.9. (а)

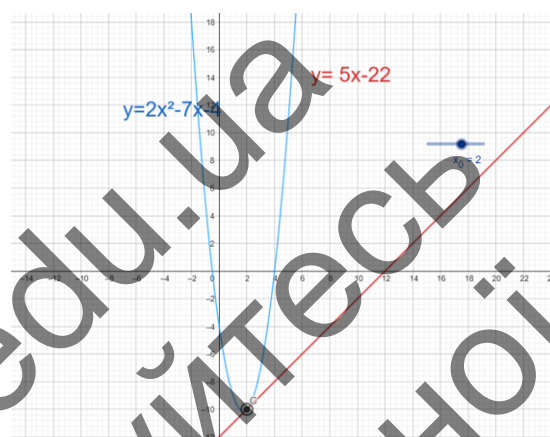


Рис. 2.9. (б)

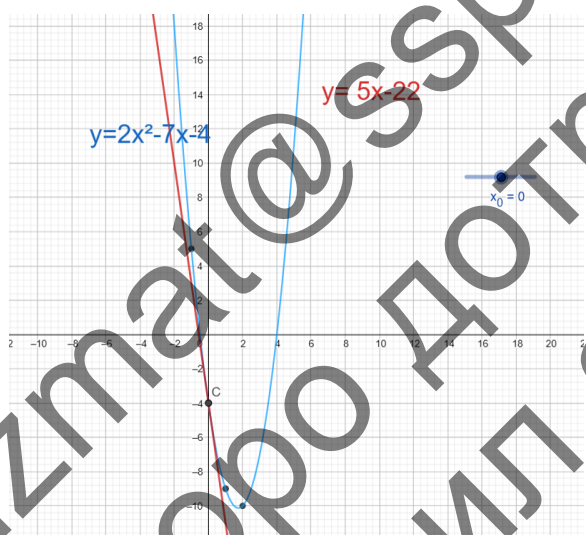


Рис. 2.9. (в)

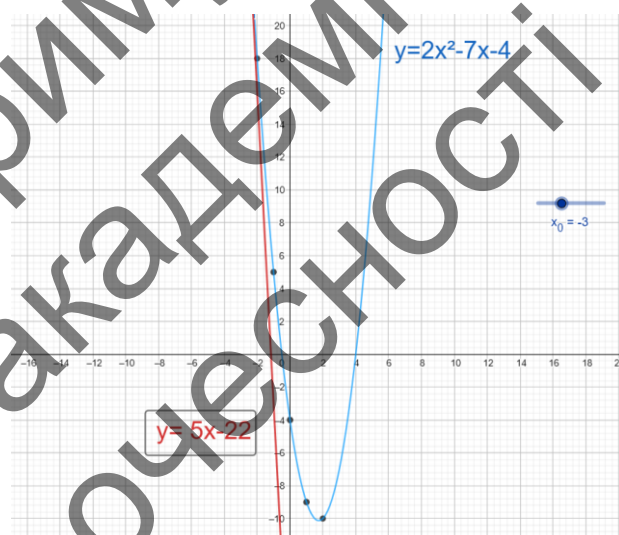


Рис. 2.9. (г)

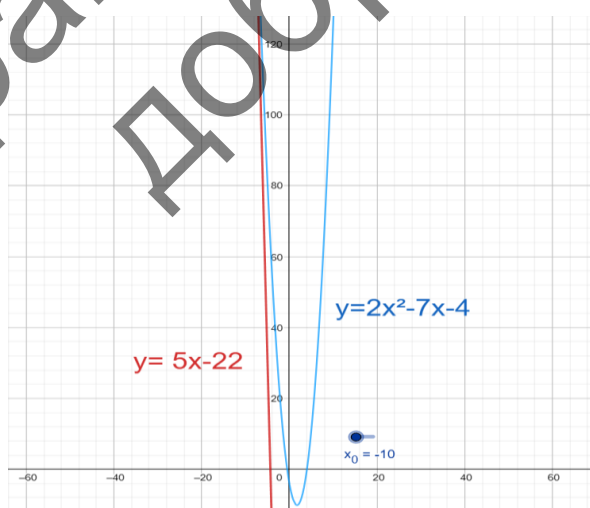


Рис. 2.9. (д)

Як видно, при різних значеннях змінної x_0 , графік рівняння дотичної змінюється, демонструючи різну поведінку: в одних випадках функція дотичної зростає, в інших — спадає. Отже, використовуючи середовище GeoGebra, учні мають можливість досліджувати поведінку дотичної до довільної функції, застосовуючи знання про похідну. Це сприяє розвитку їхніх дослідницьких навичок у процесі вивчення теми «Похідна та її застосування».

Під час вивчення теми «Похідна та її застосування» важливо враховувати особливу роль дослідницької діяльності у формуванні глибокого розуміння математичних концепцій учнями. Аналіз методичної літератури та підручників показує, що дослідницька культура сприяє розвитку критичного мислення, формує вміння самостійно аналізувати інформацію, робити висновки та застосовувати отримані знання на практиці. Залучення учнів до дослідницької діяльності забезпечує не лише кращу засвоєваність матеріалу, але й розширює їхні навички роботи з математичними поняттями, зокрема з похідною.

Важливим аспектом є включення у процес навчання завдань, що стимулюють творче мислення, пошук нестандартних підходів та рішень. Такий підхід не лише підвищує зацікавленість учнів, але й дозволяє сформувати навички, необхідні для майбутньої професійної діяльності у науково-дослідницьких або технічних галузях. Використання інноваційних методик та технологій у навчальному процесі сприяє інтеграції теоретичних знань з реальними життєвими ситуаціями, що, у свою чергу, поглиблює розуміння сутності математичних понять та процесів.

В українській і зарубіжній педагогічній науці значна увага приділяється важливості дослідницької діяльності у навчанні математики. Це підкреслює значення методик, що спрямовані на розвиток учнів як активних дослідників, здатних самостійно ставити перед собою завдання, шукати шляхи їх вирішення та втілювати ці рішення в реальних умовах. Такий підхід не лише сприяє глибшому розумінню теми «Похідна та її застосування», але й формує основи для майбутнього інтелектуального розвитку та успішної академічної чи професійної кар'єри.

ВИСНОВКИ

Кваліфікаційна робота на тему «Формування дослідницької культури учнів старшої школи при навчанні теми «Похідна та її застосування» є комплексним дослідженням, що поєднує теоретичні аспекти й практичні підходи до розвитку ключових компетентностей учнів в умовах сучасної освіти.

У першому розділі було здійснено теоретичний аналіз основних понять і категорій, пов'язаних із формуванням дослідницької культури учнів старшої школи. Дослідницька діяльність розглядалася як один із провідних засобів реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри та початків аналізу. Було розглянуто сутність, структуру, зміст та функції дослідницької культури, а також проаналізовано психолого-педагогічні особливості сучасних старшокласників. Окрема увага була приділена можливостям проектної діяльності та інформаційних технологій у змішаному навчанні, що відповідає актуальним запитам сучасного освітнього середовища.

У другому розділі розглянуто методичні аспекти формування дослідницької культури учнів при навчанні теми «Похідна та її застосування». Зокрема, проведено аналіз змісту навчальних програм і матеріалів, визначено місце та роль дослідницької діяльності у навчанні цієї теми. На основі цього запропоновано методику формування дослідницьких умінь учнів, розроблено завдання, які сприяють розвитку їх дослідницької культури. Створені завдання орієнтовані на інтеграцію аналітичного мислення, проектної діяльності та використання інформаційних технологій.

У ході дослідження було виявлено, що формування дослідницької культури учнів сприяє підвищенню рівня їхньої математичної компетентності, розвитку аналітичного мислення, здатності до самостійного прийняття рішень. Методичні розробки, представлені у роботі, є практично орієнтованими і можуть бути використані у навчальному процесі старшої школи.

Отже, виконане дослідження підтверджує значущість і ефективність системного підходу до формування дослідницької культури учнів, а також

актуальність запропонованих методик у контексті компетентнісного підходу до навчання математики у старшій школі.

fizmat@sspu.edu.ua
Суворо дотримуйтесь
правил академічності
Доброчесності

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Про освіту. Офіційний вебпортал парламенту України. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text>.
2. Стратегія реформування освіти в Україні: Рекомендації з освітньої політики. – К.: «К.І.С.», 2003. 296 с.
3. Мерзликін о. до визначення поняття «дослідницькі компетентності старшокласників з фізики». url: <https://core.ac.uk/download/pdf/228639866.pdf>.
4. Збірник праць студентів фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С.Макаренка. – Суми: Вид-во фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2024. – Випуск 18. – 138 с. <https://drive.google.com/file/d/117vVjXJUCiAlKR6h7omkgTEwPZgUpGkK/view>.
5. Студентська звітна конференція: Матеріали результатів наукових досліджень молодих науковців. – Суми: Вид-во фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2024. – Випуск 18. – 57 с. <https://drive.google.com/file/d/19xJ7iKjLeeP11ddmvPwG0qzh2S0bRdY2/view>.
6. ЗАКОН УКРАЇНИ Про освіту. zakon.rada.gov.ua. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text>.
7. Про Національну стратегію розвитку освіти в Україні. zakon.rada.gov.ua. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/344/2013#Text>.
8. Шолом Г. І. Розвиток критичного мислення старшокласників у процесі навчання інформатики: автореф. дис ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Г.І Шолом. – Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – Київ, 2013. 20 с.
9. Пихтар М. П. Розвиток математичних здібностей школярів у діяльності Малої академії наук: автореф. дис ... канд. пед. наук: 13.00.02 / М. П. Пихтар. – Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – Київ, 2011. 20 с.
10. Мотиваційно-потребнісна сфера особистості. pidru4niki.com. URL: https://pidru4niki.com/13560615/psihologiya/motivatsiynopotrebnisna_sfera_osobistosti.
11. Губарєв В. В., Іванов І. М. Основи наукових досліджень: Навч. посібник. — Київ: Видавничий дім «Кондор», 2018. 256 с. 2.

12. Ericsson, K. A. 2014. "Why expert performance is special and cannot be extrapolated from studies of performance in the general population: A response to criticisms". *Intelligence*, 45, 81–103 p.
13. Чашечникова О. С. Створення творчого середовища в умовах диференційованого навчання математики: монографія / О. С. Чашечникова. – Суми: Вінниченко М.Д.; Литовченко Є.Б., 2011. 411 с.
14. Козлов В. А. Формування дослідницької культури у старшокласників: методичний аспект: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / В. А. Козлов. – Львів: нац. ун-т ім. І. Франка. – Львів, 2010. 25 с.
15. Вернадський В. І. Біосфера і ноосфера / В.І. Вернадський. – Наукова думка. – Київ, 2001. 304 с.
16. Гаврилюк І. Етика досліджень на тваринах: практичні аспекти / І. Гаврилюк. – Харків: Фоліо, 2015. 220 с.
17. Resnik, D. B. *Responsible Conduct of Research* (2nd ed.). New York: Oxford University Press. Retrieved from SpringerLink 2009. 125 p.
18. Яременко С. Методика формування критичного мислення: [науковий підхід] / С. Яременко. – Київ. – 2005. 180 с.
19. Desi E. L., Ryan R. M. *Self-determination and internal motivation in human behavior* / E. L. Desi, R. M. Ryan. - New York: Plenum Press, 1985. 371 p.
20. Богомолець О. В. Наукові дослідження та організація наукової комунікації: праці та доповіді / О. В. Богомолець. – Київ: Вид-во «Медицина», 1987. – 270 с.
21. Dowd, A. C., Sawatzky, M., & Korn, R. 2011. Theoretical Foundations and a Research Agenda to Validate Measures of Intercultural Effort. *Review of Higher Education*, 35(1), 17-44.
22. Edutopia. (n.d.). *Project-Based Learning Research Review*. Retrieved from <https://www.edutopia.org/project-based-learning-research> – 2008.
23. Алексанян Г.А. Про ефективність використання нових інформаційних технологій у навчанні математики // *Нові технології 2014*. - №4. - С.1-3.
24. Биков, В. Ю. Змішане навчання: сучасний стан і перспективи розвитку. *Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 5: Педагогічні науки: реалії та перспективи*. – 2020. – №76. – С. 21–29.

25. Гуржій, А. М. Інформаційні технології в освіті: навчально-методичний посібник. – Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2019. – 216 с.
26. Butcher, N. 2015. A Basic Guide to Open Educational Resources (OER). Commonwealth of Learning and UNESCO Publishing. Retrieved from <https://oerknowledgecloud.org>.
27. Papanastasiou, G., Drigas, A., Skianis, C., Lytras, M., & Papanastasiou, E. (2019). Virtual and augmented reality effects on K-12, higher, and tertiary education students' twenty-first-century skills. *Virtual Reality*, 23(4), 425-436.
28. Graham, C. R. 2004. Blended learning systems: Definition, current trends, and future directions. In C. J. Bonk & C. R. Graham (Eds.), *Handbook of blended learning: Global perspectives, local designs* (pp. 3–21). San Francisco, CA: Pfeiffer.
29. Піаже Ж. Психологія інтелекту / Жан Піаже ; пер. з англ. — Київ : Видавництво, 1950. — 240 с.
30. Bruner J. Learning theory / Jerome Bruner; trans. from English Cambridge: Harvard University, 1966. 176 p.
31. Єфімова, Т. Вплив внутрішньої та зовнішньої мотивації на успішність старшокласників у навчанні математики. Київ, Україна: Видавництво "Освіта". Педагогічні дослідження, 2022. 5(2), 45-57 с.
32. Павленко І. В. Вплив педагогічних методів на мотивацію учнів / І. В. Павленко // Матеріали конференції "Інноваційні підходи в освіті". — Київ, Україна: Національний педагогічний університет ім. М. П. Драгоманова, 2023. — С. 45-50.
33. Кульчицький, С. Гейміфікація та інтерактивні методи в навчанні математики: дослідження ефективності. Київ: Видавництво "Освітній світ". Журнал сучасної освіти, 2023. 15(2), 45-56 с.
34. Трофименко, О. Інтерактивні методи в викладанні математики: вплив на мотивацію учнів. Журнал інноваційних технологій у освіті, Київ, 2023. 45-60 с.
35. Математика (Поглиблений рівень) URL: <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/osvitni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>.
36. Математика (Поглиблений рівень) ст. 14 URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/programy-10-11-klas/2018-2019/matematika-poglibl-rivenfinal.docx>.

37. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра. 10 клас: Підручник. – Харків: Гімназія, 2021.
38. Істер О. С. Алгебра і початки аналізу. 10 клас: Підручник. – Київ: Генеза, 2020.
39. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Алгебра і початки аналізу. 10 клас: Підручник. – Київ: Освіта, 2021.
40. Підручник Алгебра Мерзляк 10 клас 2018 профільний рівень 280 – 350 с. Шкільні підручники онлайн. URL: <https://pidruchnyk.com.ua/430-algebra-proflniy-rven-merzlyak-10-klas.html>.
41. Сухомлинський В. О. Педагогічна поема. – Київ: Радянська школа, 1975. 140 с.
42. Дьюї, Дж. Democracy and Education: An Introduction to the Philosophy of Education. New York: Macmillan 1916. 83 p.
43. Polya G. How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. – Princeton University Press, 1957. 35 p.
44. Білецький, Л. Т. Інтеграція цифрових технологій у процес навчання математики. Інформаційні технології і засоби навчання, 2020. 80(6), 370 – 377 с. DOI: 10.33407/itlt.v80i6.4202.
45. Bruner J. S. The Process of Education. – Harvard University Press, 1961. 24 p.
46. Зелінський М. Д. Організація дослідницької діяльності учнів на уроках математики // Наук. пр. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: naurok.com.ua.
47. Тягло, О. В. Критичне мислення як основа інформаційної компетентності сучасного студента. Наукові записки. Т. 3, № 5, 2017. 31 – 37 с.
48. Хедівет, М. Міждисциплінарний підхід у навчанні: можливості та виклики. Наукові записки. Серія: Педагогічні науки, 2020. 1(18), 101 – 109 с. DOI: 10.24144/2307-4914.1.2020.84423.
49. Касаткіна, Ф. М. Активні методи навчання у школі: практика та теорія. Педагогічні науки: реалії та перспективи, 2017. 5, 98-102 с.
50. Колб, А. Experiential Learning: Experience as the Source of Learning and Development. New Jersey: Prentice Hall 1984.
51. Зорін, В. І. Програмування навчального процесу у шкільній освіті: підходи та інновації. Сучасні тенденції педагогіки, 2020. 3, 45-53 с.
52. Виготський, Л. С. Мислення і мова: Соцекгиз 1934. 120 с.

53. Стернберг, Р. Дж. *Beyond IQ: A Triarchic Theory of Human Intelligence*. Cambridge University Press 1985.
54. Енніс, Л. *Critical Thinking: A Streamlined Conception*. *Teaching Philosophy*, 2011. 1(12), 45-54 p.
55. Дьюї, Дж. *How We Think*. Boston: D. C. Heath 1933.
56. Бондар, В. І. Методика підготовки учнів до дослідницької діяльності. *Педагогічні інновації*, 2021. 5(7), 34-42 с.
57. Сурков, В. М. Підготовчі етапи до розв'язування дослідницьких завдань. *Науково-педагогічний журнал*, 2019. 12, 58-64 с.
58. Лісовський, С. В. Проблемне навчання та його роль у формуванні дослідницької діяльності учнів. *Інноваційні педагогічні технології*, 2017. 3(11), 73-81 с.
59. Махмут, І. Г. Етапи розвитку дослідницької діяльності учнів у шкільному навчанні. *Освіта та наука*, 2020. 9(2), 14-22 с.
60. Колесник, Л. О. Групова робота як метод формування дослідницьких умінь учнів. *Педагогічна майстерність*, 2018. 4, 112-117 с.
61. Маклейн, Г., & Хіт, Д. Використання цифрових технологій у навчанні. *Інноваційні підходи в освіті*, 2019. 2, 54-61 с.
62. Саганюк, Л. І. Значення рефлексії в процесі навчання математики. *Математична освіта*, 2021. 8(1), 99-104 с.
63. Картер, В. Дж. Критичне мислення та рефлексія: методи формування дослідницьких навичок. *Освітні інновації*, 2016. 11, 23-29 с.
64. Сміт, Дж. Викладання через обговорення: методики і стратегії. *Педагогічна наука*, 2020. 5, 77-82 с.
65. Сухомлинська, С. В. Проектна діяльність як засіб формування дослідницьких навичок у старшокласників. *Наукові дослідження у сфері освіти*, 2020.12, 34-42 с.
66. Савченко, В. М. Використання проектних методів у навчанні математики. *Педагогічні інновації*, 2018. 3, 55-62 с.
67. Джонсон, К. Проектна діяльність у контексті дослідницької роботи учнів. *Інноваційні підходи до навчання*, 2019. 5(9), 24-31 с.
68. Гузман, М. Кейс-метод у навчанні математичних дисциплін. *Освіта і наука*, 2017. 10, 91-98 с.

69. Хармон, Л. Кейс-метод як засіб формування критичного мислення учнів. Педагогічні дослідження, 2021. 6, 112-119 с.
70. Блекберн, Д. Інтерактивні технології в сучасній освіті: методи та перспективи. Технології навчання, 2019. 4, 58-64 с.
71. Саймон, П. Використання цифрових інструментів у вивченні математики. Інноваційні технології в освіті, 2020. 7(2), 45-53 с.
72. Тейлор, М. Вплив інтерактивних технологій на розвиток дослідницьких навичок учнів. Освітні інновації, 2018. 3(8), 79-85 с.
73. Браун, А. Формувальне оцінювання як інструмент розвитку дослідницьких навичок учнів. Методи педагогічної діагностики, 2019. 5, 112-121 с.
74. Рамсі, П. Підсумкове оцінювання в контексті розвитку критичного мислення. Педагогічні перспективи, 2020. 3, 88-96 с.
75. Ковальчук О. О. Інноваційні методи навчання в математичній освіті. Київ : Наукова думка, 2015. 123 с.
76. Тимошенко І. ю. Лабораторні роботи з математики в школі: сучасний підхід. Одеса : Астропринт, 2019. 12 с.
77. Шевченко М. В. Розвиток дослідницької діяльності учнів через проектні роботи. Дніпро : Наукові обрії, 2020. 32 с.
78. Сидоренко О. В. Педагогічні технології в математичній освіті: теорія та практика. Харків : Основа, 2017. 76 с.
79. Збірник праць студентів фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С.Макаренка. – Суми: Вид-во фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2024. – Випуск 18. – 138 с.
80. GeoGebra - the world's favorite, free math tools used by over 100 million students and teachers. GeoGebra. URL: <https://www.geogebra.org/>.
81. Калькулятор дотичних ліній - MathCracker.com. MathCracker.com. URL: <https://mathcracker.com/ru/калькулятор-касательных-линий#results>.