

Сумський державний педагогічний університет імені А. С. Макаренка

Фізико-математичний факультет

Кафедра математики, фізики та методик їх навчання

Матвієнко Карина Олександрівна

ФОРМУВАННЯ І РОЗВИТОК МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ  
УЧНІВ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ І  
НЕРІВНОСТЕЙ

Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)

Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка

Кваліфікаційна робота  
на здобуття освітнього ступеня магістр

Науковий керівник

\_\_\_\_\_ Ю.В. Хворостіна,

кандидат фізико-  
математичних наук, доцент  
кафедри математика, фізики та  
методик їх навчання

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 року

Виконавець

\_\_\_\_\_ К.О. Матвієнко

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 року

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ I. ТЕОРЕТИКО – МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ КОМПЕТЕНТІСНОГО ПІДХОДУ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ .....	9
1.1 Поняття математичної компетентності: сутність і структура .....	9
1.2. Формування математичної компетентності в контексті сучасної освіти	12
1.3. Особливості розвитку математичної компетентності учнів на різних етапах навчання.....	15
1.4. Роль і місце алгебраїчних рівнянь і нерівностей у формуванні математичної компетентності .....	18
1.5 Використання компетентісно-орієнтованих завдань у навчанні алгебраїчних рівнянь і нерівностей.....	20
Висновки до розділу 1 .....	23
РОЗДІЛ 2. ПРАКТИЧНІ АСПЕКТИ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ І НЕРІВНОСТЕЙ.....	24
2.1. Аналіз змісту навчальних програм і підручників щодо вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей.....	25
2.2. Використання компетентісно-орієнтованих завдань у навчанні алгебраїчних рівнянь і нерівностей.....	34
2.3 Інтерактивні методи навчання для розвитку математичної компетентності .....	35
2.4. Проектні й дослідницькі роботи як засіб формування компетентності..	38
2.5 Роль самостійної роботи учнів у процесі опанування алгебраїчних рівнянь і нерівностей .....	41
2.6 Розробка та апробація навчально-методичного комплексу .....	43
2.7 Використання інформаційно-комунікаційних технологій у процесі навчання алгебраїчних рівнянь і нерівностей .....	46
Висновки до розділу 2 .....	49
ВИСНОВКИ.....	51
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....	54
ДОДАТКИ .....	61

## ВСТУП

**Актуальність теми.** На сьогоднішній день компетентнісний підхід є одним з напрямків оновлення вітчизняної системи базової та повної середньої освіти, що випливає із Законів України «Про освіту», «Про загальну середню освіту», Національної доктрини розвитку освіти, державного стандарту базової та повної загальної середньої освіти [63]. Передбачається, що в основу оновленого змісту загальної освіти буде покладено формування і розвиток ключових компетентностей учнів.

З практичної точки зору, компетентнісний підхід є засобом посилення прикладного, практичного характеру всієї шкільної освіти (в тому числі і предметного навчання, зокрема навчання математики). Математична компетентність є однією з ключових у системі компетентностей учня, оскільки знання основних математичних законів та правил, кількісних методів дослідження, алгебраїчних обчислювальних прийомів, здатність структурувати дані (ситуацію), виокремлювати математичні відносини, створювати математичну модель ситуації, аналізувати і перетворювати її, інтерпретувати отримані результати є надважливими вимогами до професійної діяльності сучасного фахівця.

Формування і розвиток математичної компетентності учнів у процесі вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей є важливим завданням сучасної шкільної освіти. Вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей сприяє розвитку логічного та критичного мислення. Учні навчаються аналізувати умови задачі, будувати математичні моделі та знаходити раціональні розв'язки. Математичні компетентності, отримані під час вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей, є необхідними для розв'язування реальних життєвих задач. Їх розуміння необхідне для подальшого успішного освоєння математичних дисциплін. Це може включати фінансове планування, аналіз даних і багато інших сфер.

Всі вищезазначені аргументи зумовили вибір теми магістерського дослідження “Формування і розвиток математичної компетентності учнів у процесі вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей”.

## Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Поняття "компетенція" та "компетентність" є предметом наукових досліджень найвідоміших українських та російських вчених і педагогів (В. І. Байденка, Н. М. Бібік, І. О. Зимньої, Н. В. Кузьміної, А. К. Маркової, О. В. Овчарук, О. І. Пометун, Г. К. Селевко, А. В. Хуторського), і є предметом наукового пошуку та основою дослідження цих феноменів. Аспекти формування та розвитку математичної компетентності фахівців різних професій досліджували: Ю. Беляніна, Л. К. Іляшенко, Я. Г. Стельмах, а учнів закладів загальної середньої освіти С. А. Раков, І. М. Зіненко та інші науковці.

Вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей є важливим елементом математичної освіти. Цей процес включає в себе розуміння основних концепцій, методів розв'язування та практичних застосувань. Основна мета вивчення учнями даної теми – це оволодіння прийомами розв'язування рівнянь та нерівностей як математичного апарату розв'язування різноманітних природничих математичних задач та задач із суміжних галузей знань.

На початковому етапі важливо ознайомити учнів з базовими поняттями алгебри: змінна, константа, коефіцієнт, степінь, рівняння та нерівність. Для цього використовуються наочні приклади та прості завдання. Учні мають навчитися розпізнавати різні типи алгебраїчних рівнянь і нерівностей: лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні та інші. Важливо пояснити різницю між цими типами та їх основні характеристики.

Лінійні рівняння є основою алгебри. Учні повинні засвоїти методи розв'язання лінійних рівнянь з однією змінною, систем лінійних рівнянь з двома та більше змінними. Важливо звернути увагу на метод підстановки та метод додавання.

Вивчення квадратних рівнянь включає в себе: розв'язання рівнянь за допомогою формули коренів квадратного рівняння; вивчення методів розкладу квадратного тричлена на множники; використання графічного методу для знаходження коренів квадратного рівняння.

Пояснення методів розв'язання раціональних рівнянь, включаючи

знаходження спільного знаменника, та ірраціональних рівнянь, з акцентом на методи зведення до раціональних рівнянь. Вивчення методів розв'язання лінійних нерівностей з однією змінною. Пояснення правил множення та ділення нерівностей на від'ємні числа, зміни знака нерівності.

Також, регулярні самостійні та контрольні роботи для закріплення матеріалу та оцінки рівня засвоєння знань. Повторення основних методів і підходів до розв'язання алгебраїчних рівнянь і нерівностей. Виконання узагальнюючих завдань. Підсумковий контроль знань учнів для оцінки їх готовності до подальшого вивчення алгебри та інших математичних дисциплін.

**Мета дослідження** полягає в дослідженні особливості формування і розвитку математичної компетентності учнів у процесі вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей. Згідно з метою дослідження було визначено такі **завдання**:

- 1) проаналізувати теоретичні основи математичної компетентності та її складових;
- 2) вивчити існуючі методики викладання алгебраїчних рівнянь і нерівностей;
- 3) проаналізувати сучасні методи та прийоми навчання алгебраїчних рівнянь і нерівностей;
- 4) розробити систему вправ та завдань для покращення рівня математичної компетентності учнів в процесі вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей;
- 5) розробити методичні рекомендації щодо ефективного формування та розвитку математичної компетентності учнів у процесі вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей.

**Об'єкт дослідження** є процес навчання математики в закладах загальної середньої освіти.

**Предмет дослідження** роботи є методи і підходи до формування та розвитку математичної компетентності учнів у процесі вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей.

**Матеріали та методи дослідження.** Для досягнення мети та розв'язання поставлених завдань використано наступні методи:

теоретичні – аналіз наукової та методичної літератури для обґрунтування теоретичних положень формування та розвитку математичної компетентності, методики вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей; порівняння різних методик навчання алгебраїчним рівнянням і нерівностям для виявлення найефективніших методів та прийомів.

емпіричні - спостереження за освітнім процесом з метою вивчення педагогічного досвіду задля обґрунтування найбільш ефективних методів та підходи до формування та розвитку математичної компетентності учнів у процесі вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей в старшій школі.

#### **Наукова новизна одержаних результатів.**

Виконано порівняльний аналіз введення основних понять, практичних завдань з теми «Алгебраїчні рівняння та нерівності» деяких підручників з алгебри. Розроблено самостійну роботу для 11 класу, конспекти уроків з теми дослідження.

#### **Практичне значення одержаних результатів.**

Полягає у розробці методичних рекомендацій, які сприяють формуванню та розвитку математичної компетентності учнів у процесі вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей.

Структура та обсяг магістерської роботи. Магістерська робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел, додатків.

У вступі розглянуто актуальність роботи, визначено об'єкт, предмет, мету та завдання дослідження.

Матеріали можуть бути використані педагогічними працівниками під час викладання математики у шкільному курсі та студентами педагогічних спеціальностей.

#### **Апробація результатів та публікації.**

За матеріалами кваліфікаційної роботи були зроблені виступи на

конференціях, опубліковано тези доповідей та стаття:

- Матвієнко К. Аналіз змістової лінії «рівняння» у навчальних програмах шкільного курсу математики / Матвієнко К., Хворостіна Ю. // IV Всеукраїнської науково-методичної інтернет-конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ\*плюс-2023» Форум молодих дослідників (17 листопада 2023 р., м. Суми) – Суми: [СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2023.] – с. 51 .

- Матвієнко К. Формування і розвиток математичної компетентності учнів у процесі вивчення алгебраїчних рівнянь / Матвієнко К., Хворостіна Ю. // Студентська звітна конференція: збірник праць студентів фізико-математичного факультету праць студентів фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка. – Суми : Вид-во фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2023. – Випуск 18.- с.77.

- Матвієнко К. Роль самостійної роботи учнів у процесі опанування алгебраїчних рівнянь та нерівностей / Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ\*плюс-2024» Форум молодих дослідників»: матеріали V Всеукраїнська науково-методична інтернет-конференція студентів, аспірантів та молодих вчених (29 листопада 2024 р., м.Суми) – Суми: [СумДПУ імені А.С. Макаренка], 2024.

**Структура роботи.** Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків до кожного розділу, загальних висновків, списку використаних джерел (71 найменувань) та додатків.

Повний обсяг роботи - 84 сторінок, з яких : 14- таблиць, список використаних джерел - із 71 найменувань, на 6 сторінках.

У першому розділі розглянуто теоретично-методичні основи компетентнісного підходу у навчанні математики у шкільному курсі математики, зокрема: формування математичної компетентності в контексті сучасної освіти; особливості розвитку на різних етапах навчання; роль і місце

алгебраїчних рівнянь і нерівностей; використання компетентнісно-орієнтованих завдань у навчанні.

У другому розділі роботи розглянуті практичні аспекти формуванні математичної компетентності у процесі вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей у школі, а саме: проаналізовано зміст навчальних програм і підручників щодо вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей; розглянуто інтерактивні методи навчання; роль самостійної роботи в процесі опанування даної теми; використання інформаційно-комунікаційних технологій.

У висновках узагальнено й систематизовано основні результати роботи, зроблено рекомендації по використанню отриманих результатів, визначено перспективи подальших досліджень.

fizmat@sspu.edu.ua  
Суворо дотримуйтеся  
правил академічності  
Доброчесності



# РОЗДІЛ I. ТЕОРЕТИКО – МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ КОМПЕТЕНТІСНОГО ПІДХОДУ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ

## 1.1 Поняття математичної компетентності: сутність і структура

Поняття математичної компетентності є результатом довготривалого розвитку як математичної науки, так і освітніх підходів до її вивчення. Воно охоплює не лише знання базових математичних принципів, але й здатність використовувати ці знання у різних контекстах для вирішення реальних завдань. Математична компетентність — це здатність не тільки розуміти й виконувати математичні дії, але й застосовувати їх для аналізу, моделювання й прийняття рішень у повсякденному житті та професійній діяльності.

Теорія математичної грамотності має давню історію. Вона повинна розвиватися так само, як математика, і змінити акценти в освіті. На ранніх стадіях цивілізації математика стає цінним інструментом для вирішення практичних завдань у будівництві, астрономії, торгівлі та обліку ресурсів.. Перші спроби систематизувати математичні знання можна побачити в роботах стародавніх греків, таких як Евклід і Піфагор, які заклали основи геометрії та арифметики, що стали фундаментом для математичної освіти.

У середньовіччі й епоху Відродження математика стала невід'ємною частиною освітньої програми, зокрема, вона входила до складу «семи вільних мистецтв», що вважалися обов'язковими для освіченої людини. З початком наукової революції в 17 столітті математика була проголошена універсальною науковою мовою. Значний внесок таких учених, як Рене Декарт і Блез Паскаль, призвів до розробки набагато більш систематичної та аналітичної форми математичної освіти.

Однак справжній прорив у розумінні математичної компетентності як важливої освітньої мети стався в XVIII-XIX століттях, коли математика стала основним предметом шкільної освіти в Європі. З початком індустріалізації країни та науково-технічного прогресу постала гостра проблема підготовки спеціалістів для нових галузей, у яких математичні знання відігравали

вирішальну роль. Це стало поштовхом для розвитку освітніх програм, спрямованих на формування не лише елементарних обчислювальних навичок, а й аналітичного та критичного мислення.

У XX столітті під впливом когнітивних теорій навчання, таких як теорія Жана Піаже, з'явилося глибше розуміння того, що справжня математична компетентність вимагає більшого, ніж механічне вивчення формул або алгоритмів, а саме: усвідомлення та застосування математичної інформації на концептуальному рівні для малювання та застосування в нових ситуаціях. З'явилися нові форми навчання, спрямовані на розвиток гнучкого мислення учнів, їхньої готовності до роботи та роботи з абстракціями.

Сучасне розуміння математичної компетентності значно розширилося завдяки міжнародним освітнім дослідженням, таким як PISA (Programme for International Student Assessment) [66], які оцінюють застосування математичних знань у вирішенні реальних проблем, розширили концепцію того, що включає математична компетентність. Такий підхід підкреслює, що має значення не лише знайомство з математичними поняттями, а скоріше те, як їх можна використовувати в нових і незнайомих ситуаціях.

Крім того, математична компетентність у XXI столітті є основним компонентом STEM-освіти, яка об'єднує науку, технології, інженерію та математику. Така освітня парадигма відповідає потребам сучасного суспільства, яке потребує не лише теоретичних знань, а й практичних умінь для вирішення поставлених міждисциплінарних завдань

Згідно з сучасними дослідженнями, математична компетентність розглядається як ефективне застосування математичних знань, аналітичних процесів мислення та пошуку рішень у різних життєвих ситуаціях. У дослідженнях, наприклад, датський проєкт КОМ, математичні компетентності розбиваються на кілька ключових аспектів: математичного мислення, моделювання, вирішення проблем, логічного мислення та інших видів математичних дій. Це виходить за рамки традиційного запам'ятовування формул і привертає увагу до процесу застосування цих знань у реальних сферах

життя.

Історично, формування математичних компетентностей було пов'язане з розв'язанням складних технічних і наукових завдань, і, загалом, це було вимогою, продиктованою потребами суспільства у фахівцях у цій галузі. Як стверджують сучасні наукові дослідження, математична освіта не може бути зосереджена лише на запам'ятовуванні фактів, вона повинна також включати в себе розвиток критичного мислення, здатності до рефлексії над існуючими математичними ідеями та застосування їх у нових ситуаціях.

Математичну компетентність можна вважати одним із ключових компонентів загальнокультурного багажу, що передбачає володіння людиною інтелектуальними здібностями, необхідними для ефективного застосування математичних знань, умінь і методів до вирішення проблем, що виникають у навчально-професійній діяльності та реальному житті. Вона не обмежується лише знанням математичних формул чи вмінням виконувати обчислення — це набагато ширше поняття, яке включає в себе різні аспекти математичного мислення.

Основою математичної компетентності є знання математичних понять, принципів і методів. Це передбачає володіння базовими знаннями про числа, геометричні фігури, функції, рівняння тощо. Але важливо не лише знати ці поняття, але й уміти керувати ними для виконання конкретних завдань. Математична компетентність включає також здатність застосовувати ці знання на практиці, вирішуючи як теоретичні, так і прикладні проблеми.

Логічне мислення є складовим елементом математичної компетентності. Людина повинна вміти будувати математичні докази, аналізувати причини і наслідки, робити точні висновки, і вміти моделювати реальні ситуації за допомогою математичних інструментів, будувати математичні моделі для прогнозування та аналізу.

Математична компетентність вимагає розвитку спілкування разом із фактичними математичними обчисленнями, оскільки результати математичних розрахунків та висновки повинні бути зрозуміло донесені до

інших осіб у чіткій формі, що особливо актуально в професійному контексті, де математика використовується для прийняття рішень та спілкування серед колег.

Ще один важливий атрибут- це критичне мислення, за допомогою якого можна аналізувати і оцінювати інформацію, відшукати помилки і вдосконалювати процеси розв'язання задач. Здатність критично осмислювати свої дії, аналізувати власні помилки і робити висновки на основі цих помилок є важливим елементом математичної компетентності.

Окрім знань та навичок, важливий внесок у формування математичної компетентності має мотивація до вивчення математики. Зацікавленість у математиці, бажання вирішувати складні задачі й сприймати їх як інтелектуальний виклик допомагає глибше оволодіти цим предметом. Зрештою, важливою складовою є позитивне ставлення до математики як інструменту, який допомагає людині в її особистому розвитку та професійному житті.

Загалом, математична компетентність є багатограним поняттям, яке включає в себе не лише знання і вміння, але й мотивацію, здатність до рефлексії та критичного осмислення, а також усвідомлення цінності математики для повсякденного життя і професійної діяльності. Це допомагає людині досягати та виконувати різноманітні завдання від легких звичайних щоденних завдань до складних конкретних професійних завдань.

## **1.2. Формування математичної компетентності в контексті сучасної освіти**

Формування математичної компетентності в сучасній освіті є однією з ключових задач, які ставляться перед школою. Це набагато перевищує просте знайомство з елементарними арифметичними діями та їх застосуванням. Математична компетентність передбачає глибоке розуміння математичних принципів, розвиток логічного мислення, критичного аналізу та вміння вирішувати комплексні завдання, що можуть виникати у реальному житті.

Математична компетентність включає кілька взаємопов'язаних

компонентів. Починається з понять математики в рамках навчання та застосування. Крім того, це має застосовуватися до проблем, її варто лише вирішити, дозволяючи учням отримати відчутну користь від набуття ідентичних навичок. Також не менш важливу роль відіграє - здатність порівнювати та синтезувати інформацію, яка допоможе у створенні більшої кількості математичних фрагментів і виході з рішень на основі заданого набору даних. Мотивація до навчання також є важливою складовою, оскільки від рівня інтересу до предмету залежить бажання учнів покращувати свої знання.

У сучасній освіті активно впроваджуються різноманітні підходи до розвитку математичної компетентності. Одним із найефективніших вважається «проектний підхід». Оскільки він дозволяє учням не просто вивчати теорію, а й застосовувати її на практиці, безпосередньо інтегрувати математичні знання у реальні життєві ситуації під час дослідження або практичних завдань. Також важливу роль відіграють інформаційні технології, що використовуються у процесі навчання. Вони не тільки роблять процес навчання цікавішим та корисним, але й допомагають учням працювати зі спеціалізованими програмами та інструментами, розв'язуючи різноманітні задачі більш ефективно.

Сучасні методи навчання також роблять акцент на інтеграції розвитку міжпредметних зав'язків. Це означає, що математика вивчається не ізольовано, а у контексті інших дисциплін, таких як фізика, економіка або інформатика. Такий підхід допомагає створити цілісне уявлення про те, як математичні знання можуть бути застосовані у різних сферах життя та професійної роботи.

Змінилося й оцінювання рівня математичної компетентності теж зазнало змін. Якщо раніше основним способом для цього були традиційне тестування, то на цей час активно застосовуються набагато більше цікавих методів. Наприклад, проектні роботи, кейси та самооцінювання, які дозволяють забезпечити більш об'єктивну оцінку рівня сформованих навичок та знань учнів, адже вони надають можливість виявити практичне застосування теоретичних знань.

Зміни в реформуванні освітньої системи, застосування компетентнісного підходу та розвиток STEM-освіти можуть відкрити нові перспективи у формуванні математичної компетентності, хоча в цих процесах від учителя вимагають гнучкості та готовності до змін. Одними з найбільших проблем є запровадження дистанційного навчання, водночас, створюються нові сучасні ресурси для вивчення предмету, але в той же момент, у більшості учнів падає мотивація до навчання в умовах нових освітніх реалій.

Процес формування математичної компетентності у сучасній школі має продовжувати розвиватися й надалі, враховуючи швидкі зміни в суспільстві та технологіях. Іншим важливим компонентом цього процесу є підготовка учнів до вирішення проблем, які можуть виникнути у майбутньому, коли з'являться нові професії, технології, котрі вимагатимуть набагато глибшого розуміння математики. Окрім загальноприйнятих знань, все більшої ваги набувають навички роботи з великими даними, алгоритмами, моделюванням та іншими аспектами, що знаходяться на межі математичних та технологічних наук.

Важливу роль відіграє і педагогічний склад. Вчителі математики повинні бути готові до навчання впродовж життя з огляду на швидкий розвиток інформаційних технологій та інтеграцію STEM-освіти. Вони не повинні обмежуватися лише наданням базових знань з математики, а й навчати учнів критично міркувати, аналізувати дані, розв'язувати проблеми на основі емпіричних даних і адаптуватися до нових технологій. Професійне вдосконалення вчителів та підвищення їхньої компетентності у використанні нових методик навчання – це невід'ємна частина успішної освітньої реформи.

Не менш важливим аспектом є мотивація учнів. У сучасних умовах інформаційного суспільства, де більшість інформації можна мати під рукою, надзвичайно важливо викликати інтерес до науки серед учнів і показати її застосування та корисність. Для цього необхідно не лише модернізувати навчальні програми, а й включати завдання, які відображають реальні життєві ситуації. Проектна діяльність, кейс-стаді, математичні моделювання та інші активні методи навчання можуть допомогти учням зрозуміти, як знання з

математики використовуються в різних професіях і сферах. Окрім того, необхідно враховувати індивідуальні особливості учнів. У системі освіти набирає обертів тенденція індивідуального, самостійного навчання учнів за інтересами. Персоналізоване навчання стає все більш актуальним, коли учні отримують можливість опановувати матеріал у своєму темпі та з урахуванням власних інтересів. Інтеграція технологій у навчальний процес дозволяє створювати адаптивні програми, що підлаштовуються під потреби кожного учня, забезпечуючи ефективніше та глибше засвоєння матеріалу.

Отже, можна сказати, що формування математичної компетентності у сучасній школі потребує синергії багатьох факторів. Це не лише вдосконалення методів викладання та навчальних програм, але й підтримка інтересу учнів, розвиток їхньої творчої та аналітичної думки, а також готовність викладачів до професійного росту. Розвиток математичних компетентностей учнів відкриває їм шлях до успішного майбутнього в умовах сучасного технологічного світу, де знання та навички у математиці є важливим інструментом для вирішення комплексних проблем і досягнення професійних цілей.

### **1.3. Особливості розвитку математичної компетентності учнів на різних етапах навчання.**

Розвиток математичної компетентності учнів є важливим і безперервним процесом, який охоплює всі етапи навчання – від початкової школи до вищої освіти. Кожен з цих етапів має свої особливості та завдання, які спрямовані на поступове формування та вдосконалення математичних знань, умінь і навичок учнів. Математична компетентність включає не тільки володіння базовими математичними знаннями, але й здатність застосовувати їх у реальних життєвих ситуаціях, вирішувати проблеми та розвивати критичне і аналітичне мислення.

На етапі початкової школи (1-4 класи) основна увага приділяється формуванню базових математичних навичок. Передбачається, що учні оволодіють основними арифметичними операціями, такими як додавання, віднімання, множення та ділення, розвинути розуміння чисел та їхні властивості та вимірювання довжини. Однією з ключових цілей цього періоду

є формування просторових уявлень через вивчення геометричних форм і вимірювань. Новий матеріал необхідно вивчати в ході ігрових методів, практичних завдань і за допомогою наочних матеріалів, що допоможе учням засвоїти більше. Акцент також робиться на розвиток логічного мислення і вміння вирішувати прості задачі.

На етапі середньої школи (5-9 класи) навчання математики стає складнішим і включає більш абстрактні поняття. Вивчення алгебри та геометрії корисне для розвитку алгоритмічного мислення та навичок роботи з математичними моделями. Важливою складовою цього етапу є розвиток логічних міркувань та здатності до доведень, що дозволяє учням вирішувати складніші задачі з кількома кроками. Використання технологій, таких як калькулятори та комп'ютерні програми, сприяє більш ефективному вивченню математики. Учні вчаться працювати самостійно, застосовуючи свої знання на практиці [14].

У старшій школі (10-11 класи) навчання стає ще більш поглибленим, і учні повинні не тільки володіти базовими знаннями, а й навчитися їх аналізувати та поглиблювати. Основна увага приділяється поглибленому вивченню алгебри, геометрії, тригонометрії та інших математичних розділів. Учні опановують роботу з математичними функціями, рівняннями та системами рівнянь, що допомагає розвивати аналітичне мислення та вміння моделювати реальні процеси і явища за допомогою математичних методів. Також старша школа готує учнів до ЗНО (зовнішнє незалежне оцінювання) наразі до НМТ (національний мультипредметний тест) та вступу до вищих навчальних закладів, де математика може бути важливим компонентом [13].

На рівні вищої освіти математична компетентність стає більш спеціалізованою і професійною. Студенти поглиблюють свої знання у таких галузях, як вища математика, математична статистика, теорія ймовірностей тощо. Математика міждисциплінарного застосується в різних секторах, таких як технологія, економіка та інформатика. Важливою складовою вищої освіти є розвиток дослідницьких навичок, де математика допомагає аналізувати та



вирішувати складні наукові проблеми [11].

Ключовими принципами для успішного розвитку математичної компетентності є індивідуалізація навчання, системність і послідовність, проблемне навчання та використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ). Індивідуалізація навчання передбачає врахування рівня знань і здібностей кожного учня, що дозволяє максимально ефективно розвивати їх математичний потенціал. Системність і послідовність забезпечують поступовий перехід від простих до складних понять, формуючи у учнів стійкі знання. Проблемне навчання стимулює учнів до активного розв'язання реальних проблем, що сприяє розвитку творчого і критичного мислення. ІКТ дозволяє учням засвоювати матеріал більш глибоко через візуалізацію та інтерактивні вправи.

Важливо розуміти, що процес розвитку математичної компетентності не є лінійним і одноманітним. У кожного учня свій шлях і темп навчання, що вимагає індивідуального підходу з боку вчителів і освітніх систем. Індивідуалізація навчання є одним із ключових принципів сучасної педагогіки. Це означає, що педагог має враховувати потреби, здібності та особливості кожного учня, надаючи відповідні навчальні матеріали та завдання. Такий підхід сприяє не тільки кращому засвоєнню знань, але й формуванню позитивного ставлення до навчання та підвищенню впевненості учнів у своїх можливостях.

Окрім індивідуалізації, важливим є принцип системності і послідовності в навчанні. Кожен новий етап навчання математики має будуватися на базі попередніх знань, забезпечуючи поступовий перехід до більш складних тем. Від простих арифметичних операцій у початкових класах до складних математичних моделей у старшій школі, учні повинні мати міцний фундамент знань, який дозволить їм успішно засвоювати новий матеріал.

Суттєву роль у розвитку математичної компетентності відіграє проблемне навчання, що полягає у залученні учнів до вирішення реальних життєвих задач. Такий підхід розвиває вміння критично мислити, аналізувати

ситуації, шукати нестандартні рішення і приймати обґрунтовані рішення на основі математичних знань. Проблемне навчання також сприяє розвитку творчого підходу до вирішення завдань, що є важливим не лише для математики, але й для інших сфер діяльності.

В умовах сучасного світу не можна ігнорувати роль інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні математики. Використання ІКТ допомагає робити навчання більш інтерактивним та цікавим для учнів, а також дозволяє глибше і наочно засвоювати складні математичні концепції. Наприклад, через візуалізацію графіків функцій, моделювання процесів або інтерактивні вправи учні отримують можливість краще зрозуміти матеріал і побачити його застосування на практиці.

Отже, розвиток математичної компетентності учнів є багатограним процесом, що вимагає постійної уваги і адаптації з боку освітньої системи. Це процес, який включає не лише передачу знань, але й формування навичок, що допомагають учням вирішувати складні завдання, аналізувати інформацію і застосовувати отримані знання у реальних життєвих ситуаціях.

#### **1.4. Роль і місце алгебраїчних рівнянь і нерівностей у формуванні математичної компетентності**

Алгебраїчні рівняння та нерівності є важливим елементом у навчанні математики, адже вони формують основу для розуміння більш складних математичних концепцій і розв'язування різноманітних проблем. Вивчення алгебри займає головне місце у шкільному курсі, допомагаючи учням розвивати аналітичне мислення, здатність до логічного аналізу та вирішення задач.

Рівняння та нерівності сприяють розвитку абстрактного мислення, оскільки вони дозволяють учням працювати зі змінними, розуміти взаємозв'язки між ними, а також знаходити та застосовувати різні методи для розв'язання завдань. Ці навички допомагають учням глибше аналізувати ситуації, знаходити взаємозв'язки між елементами задачі та обирати оптимальний спосіб її розв'язання.

Також алгебраїчні рівняння мають значення в різних галузях науки та

практики, таких як фізика, економіка, інформатика та інші дисципліни. Рівняння та нерівності дають можливість моделювати реальні ситуації, досліджувати зміни величин і передбачати їх розвиток. Це сприяє розвитку здатності учнів застосовувати математичні знання в реальному житті та професійній діяльності. Робота з рівняннями та нерівностями формує важливі навички аргументації та логічного доведення, що є ключовими елементами критичного мислення. Учні вчать не тільки виконувати математичні операції, але й аналізувати результати, перевіряти їх правильність і робити обґрунтовані висновки. Алгебраїчні рівняння та нерівності не лише слугують інструментами для вирішення математичних задач, але й формують базу для подальшого освоєння таких розділів математики, як математичний аналіз, теорія ймовірностей, комбінаторика тощо. Учні, які добре засвоїли основи алгебри, легше адаптуються до більш складних математичних дисциплін, що використовують ці знання для опису складних процесів і явищ.

Важливо зазначити, що вивчення алгебраїчних рівнянь сприяє не лише розвитку математичних навичок, але й особистісному розвитку учнів. Робота з алгеброю вчить дисципліни, послідовності мислення, уважності до деталей та здатності працювати з абстрактними поняттями. Ці якості є надзвичайно важливими в сучасному світі, де від працівників часто вимагають аналітичного підходу до вирішення проблем та швидкого ухвалення обґрунтованих рішень. Завдяки тому, що алгебра дозволяє описувати та моделювати реальні процеси, вона є незамінною в багатьох професійних сферах. Наприклад, у фізиці рівняння використовуються для опису природних законів і явищ, в економіці — для аналізу ринкових тенденцій, а в інформатиці — для розробки алгоритмів і програмних моделей. Таким чином, учні, які опанували алгебру, отримують необхідний інструмент для подальшого розвитку в наукових, технічних та економічних галузях. Крім того, робота з рівняннями та нерівностями сприяє розвитку творчого підходу до вирішення проблем. Хоча алгебра спирається на чіткі правила та закони, учні часто стикаються із завданнями, які можна розв'язати кількома різними способами. Це стимулює пошук нестандартних

рішень, розвиток інтуїції та уяви, що є важливим аспектом не лише математичної, але й загальної освіти.

Отже, алгебраїчні рівняння та нерівності відіграють комплексну роль у формуванні як академічних, так і життєвих навичок учнів. Вони не лише забезпечують математичну грамотність, але й сприяють розвитку аналітичного мислення, творчих здібностей та здатності адаптуватися до нових викликів і завдань. Це робить їх одним із найважливіших елементів навчальної програми, що готує учнів до успішного життя в сучасному світі.

### **1.5 Використання компетентнісно-орієнтованих завдань у навчанні алгебраїчних рівнянь і нерівностей**

Компетентнісно-орієнтовані завдання в навчанні алгебри відіграють важливу роль, оскільки вони допомагають учням не лише засвоїти теоретичний матеріал, але й розвивати вміння застосовувати свої знання у практичних життєвих ситуаціях. Такі завдання спрямовані на формування ключових компетентностей, серед яких математична, інформаційно-комунікаційна, творча та соціальна. Вони дозволяють учням краще розуміти значущість математики та її зв'язок із різними сферами діяльності.

Практична спрямованість створюється на основі реальних життєвих ситуацій, що робить їх більш цікавими та зрозумілими для учнів. Задачі можуть включати розрахунок відсотків у фінансових операціях, аналіз доходів і витрат, моделювання фізичних явищ або оптимізацію використання ресурсів у різних екологічних чи соціальних контекстах.

Учні вчаться розвивати критичне мислення, не просто виконувати стандартні алгоритми, а і аналізувати умови задач, шукати оптимальні рішення та обґрунтовувати свій вибір. Як приклад, задачі з кількома варіантами вирішення, де потрібно вибрати найраціональніший підхід.

Завдяки інтеграціям знань із різних предметів таким учні починають бачити взаємозв'язок між математикою та іншими дисциплінами, такими як економіка, фізика чи геометрія. Це дозволяє глибше усвідомлювати цінність алгебраїчних методів для вирішення складних міждисциплінарних завдань.

Групова робота відіграє значну роль у процесі розв'язання таких завдань. Вона сприяє розвитку комунікаційних навичок, уміння аргументувати свою думку та працювати в команді. Учні вчаться обговорювати різні підходи, спільно знаходити рішення та розвивати відповідальність за результат командної роботи.

Використання інформаційно-комунікаційні технологій відкривають нові можливості для реалізації компетентнісно-орієнтованих завдань. Використання спеціальних програм чи онлайн-інструментів для розв'язання рівнянь допомагає учням краще зрозуміти процеси та отримати точні результати. Такі задачі з фінансових розрахунків, оптимізації витрат чи моделювання фізичних процесів можуть бути значно ефективніше вирішені за допомогою технологій.

Задача. Вкладник відкрив у банку депозит у розмірі 10 000 грн під 11 % річних. Скільки відсоткових коштів отримає вкладник через 3 роки [67]?

Розв'язання:

$$A_0 = 10\,000 \text{ грн}, p = 11\%, n = 3$$

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

$$A_3 = 10000 \left(1 + \frac{11}{100}\right)^3 = 10000 \cdot 1,11^3 = 13\,676,31 \text{ (грн);}$$

*Відсоткові кошти можна знайти як різницю:*

$$A_3 - A_0 = 13676,31 - 10000 = 3676,31 \text{ (грн)}$$

Відповідь: 3671,31 грн.

Компетентнісно-орієнтовані завдання мають низку важливих переваг, які роблять їх невід'ємною частиною сучасного навчального процесу. Зокрема, вони сприяють формуванню у школярів самостійності. Завдяки таким завданням шукають нові підходи до розв'язання задач, критично оцінювати інформацію та застосовувати знання для вирішення практичних проблем. Це дозволяє їм поступово переходити від навчання під постійним керівництвом учителя до самостійного пошуку та аналізу рішень.

Ще однією перевагою є підвищення мотивації до навчання. Коли учні бачать, як алгебра може допомогти у реальних життєвих ситуаціях, таких як

фінансові розрахунки чи технічні завдання, їхній інтерес до предмета зростає. Завдання, що мають практичну цінність, стимулюють учнів активніше залучатися до навчання, адже вони починають розуміти, як знання можуть бути корисними у майбутньому.

Компетентнісно-орієнтовані завдання також допомагають формувати відповідальність і організованість. Виконання проектних робіт чи завдань у групах вчить школярів відповідально ставитися до своїх обов'язків, координувати зусилля з іншими учасниками команди, планувати свою роботу та ефективно розподіляти час. Такі навички є корисними не лише у навчанні, але й у повсякденному житті та майбутній професійній діяльності.

Окрім цього, розвивають у школярів здатність вирішувати проблеми. Для цього недостатньо лише знати математичні формули – важливо вміти аналізувати ситуацію, визначати найбільш ефективний підхід до розв'язання та оцінювати отримані результати. Це готує їх до реальних життєвих викликів, з якими вони можуть зіткнутися в майбутньому.

Варто зазначити, що компетентнісно-орієнтоване навчання змінює і роль учителя. Замість того, щоб бути основним джерелом знань, учитель стає наставником, який спрямовує учнів, допомагає їм знаходити власні рішення та розвиває здатність до самостійного мислення. Такий підхід сприяє творчості й ініціативності школярів.

Інтеграція компетентнісного підходу в навчальну програму передбачає значну гнучкість. Програма має адаптуватися до рівня підготовки учнів, включати міжпредметні зв'язки та проектну діяльність. Це також потребує від учителів освоєння нових методик, що орієнтуються не лише на передачу знань, але й на формування компетенцій.

Оцінювання компетентнісно-орієнтованих завдань має свої особливості. Тут важливо враховувати не лише правильність виконання, але й уміння аргументувати вибір методу розв'язання, застосовувати знання в нових умовах, творчо підходити до виконання задач і брати активну участь у груповій чи проектній роботі.

Перспективи розвитку цього підходу є багатообіцяючими. Зокрема, впровадження нових технологій та індивідуалізованих навчальних програм дозволить ще краще адаптувати завдання до потреб учнів. У майбутньому це сприятиме більш ефективному засвоєнню матеріалу та формуванню навичок, необхідних для життя у сучасному світі.

Застосування компетентнісного підходу у навчанні алгебри не лише розвиває математичні знання, але й формує важливі життєві навички. Учні стають більш самостійними, відповідальними та здатними вирішувати складні проблеми. Такий підхід робить навчання більш актуальним і готує молодь до реальних викликів сучасного суспільства.

### **Висновки до розділу 1**

Математична компетентність є важливим компонентом сучасної освіти, що забезпечує здатність учнів застосовувати математичні знання для вирішення практичних і теоретичних задач. Її формування вимагає цілісного підходу, який враховує сутність та структуру компетентності, особливості вікового розвитку учнів та їх освітніх потреб.

Сутність і структура математичної компетентності полягає у здатності оперувати математичними поняттями, методами та підходами для розв'язання задач у різних життєвих і професійних ситуаціях. Це включає як знання основних понять, так і уміння логічно мислити, аналізувати, моделювати та перевіряти отримані результати.

У контексті сучасної освіти, формування математичної компетентності тісно пов'язане з компетентнісним підходом, що орієнтується на розвиток у учнів практичних навичок і здатності мислити самостійно. Сучасні підходи до навчання акцентують увагу на інтеграції міждисциплінарних знань, використанні інноваційних методів і технологій, а також адаптації змісту освіти до реалій суспільства.

Розвиток математичної компетентності учнів на різних етапах навчання має свої особливості. На початкових етапах важливо закласти фундаментальні знання та базові математичні навички, тоді як у середній і старшій школі увага

приділяється складнішим аспектам, таким як аналітичне мислення, алгебраїчні розрахунки, моделювання ситуацій.

Алгебраїчні рівняння та нерівності відіграють ключову роль у формуванні математичної компетентності, оскільки вони розвивають навички аналітичного та логічного мислення, дозволяють застосовувати теоретичні знання на практиці. Вивчення цих тем допомагає учням розуміти математичні закономірності, використовувати їх для побудови та аналізу математичних моделей.

Компетентнісно-орієнтовані завдання, що використовуються у навчанні алгебраїчних рівнянь і нерівностей, сприяють розвитку критичного мислення та навичок вирішення проблем. Вони допомагають учням інтегрувати отримані знання, застосовувати їх у реальних умовах, а також сприяють формуванню стійкого інтересу до математики.

Таким чином, формування математичної компетентності є багатогранним процесом, який поєднує фундаментальні знання, розвиток практичних навичок і творчого мислення. Ефективне навчання алгебраїчних тем та інтеграція компетентнісно-орієнтованого підходу створюють основу для підготовки сучасної особистості, здатної успішно діяти у мінливому світі.

## РОЗДІЛ 2. ПРАКТИЧНІ АСПЕКТИ ФОРМУВАННЯ



# МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ І НЕРІВНОСТЕЙ

## 2.1. Аналіз змісту навчальних програм і підручників щодо вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей

Аналіз навчальних програм з математики щодо вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей у 2024 році

У 2024 році навчальні програми з математики демонструють суттєві оновлення у підходах до вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей, відображаючи запити сучасного суспільства та вимоги до компетентностей учнів. Основний акцент зроблено на інтеграції технологій, функціональному підході до розв'язання задач, міждисциплінарності та розвитку практичних навичок.

Вивчення рівнянь і нерівностей побудоване на поступовій структурі: від базових понять у молодших класах до складних систем рівнянь у старшій школі. Такий підхід сприяє глибокому засвоєнню матеріалу і підготовці до вирішення реальних проблем. Функції та графіки активно використовуються для пояснення властивостей рівнянь, а задачі орієнтовані на практичне застосування знань у фізиці, економіці та інших галузях.

Інтеграція цифрових технологій стала важливим компонентом. Використання таких інструментів, як GeoGebra, Wolfram Alpha, дозволяє учням візуалізувати задачі, розв'язувати їх алгоритмічно і розуміти складні поняття. Підручники, зокрема авторів Мерзляка, Істера, Бевза, були оновлені відповідно до вимог Нової української школи (НУШ) і включають інтерактивні матеріали.

Особливе місце займає підготовка до НМТ (національний мультипредметний тест), де теми алгебраїчних рівнянь і нерівностей залишаються ключовими. Завдання у програмах включають різні методи розв'язання, що забезпечує учням широку базу знань. Приклад:

Яке з наведених чисел є коренем рівняння  $|3x + 2| = 2$ ?

- А  $\frac{4}{3}$
- Б  $-\frac{4}{3}$
- В  $\frac{3}{2}$
- Г  $-\frac{2}{3}$
- Д  $-\frac{1}{3}$

Рис. 1.1 [43]

Міждисциплінарні зв'язки дозволяють учням застосовувати математичні навички в різних галузях науки, що підвищує їхню зацікавленість і робить навчання більш практичним. Уроки доповнюються проєктною діяльністю, що формує креативність, командну роботу та аналітичне мислення.

Програми містять завдання різного рівня складності, що дозволяє адаптувати навчання до індивідуальних можливостей учнів. Є завдання базового рівня для загального вивчення і більш складні для учнів, які поглиблено вивчають математику.

Розв'язання рівнянь і нерівностей вимагає не лише знання алгоритмів, але й розвитку логічного мислення. Програми включають завдання на доведення тотожностей, дослідження властивостей виразів та формулювання власних математичних суджень.

Основна мета навчальних програм — не тільки навчити учнів розв'язувати рівняння, але й розуміти їх сутність та застосовувати отримані знання в повсякденному житті. Формуються загальні та математичні компетенції, що робить навчання практичним і релевантним.

У навчальних програмах все більше уваги приділяється проєктній діяльності, де учні застосовують свої знання для створення практичних проєктів. Учні можуть використовувати рівняння і нерівності для моделювання економічних процесів, планування ресурсів або аналізу даних у конкретних наукових дослідженнях. Такий підхід сприяє розвитку навичок командної роботи, креативності та застосуванню теоретичних знань на практиці.

Алгебраїчні рівняння і нерівності допомагають розвивати метапредметні компетенції, такі як системне мислення, аналіз даних, пошук закономірностей

та математичне моделювання. Це важливо не тільки для математики, але і для інших предметів, зокрема для природничих наук та інформатики, де застосування математичних моделей стає ключовим елементом.

Навчальні програми акцентують увагу на важливості математичної освіти для суспільного розвитку, підготовки до сучасних викликів та активної участі в соціально-економічному житті. Вивчення рівнянь і нерівностей дозволяє учням краще орієнтуватися в економічних, соціальних і технологічних процесах, що відбуваються в суспільстві.

Однією з важливих складових успіху навчальних програм є забезпечення вчителів необхідними ресурсами, зокрема методичними рекомендаціями, електронними підручниками, програмним забезпеченням для візуалізації та аналізу математичних процесів. Також підвищується увага до професійного розвитку вчителів, що включає тренінги з використання новітніх технологій і методик викладання.

Програми пропонують багаторівневу систему оцінювання, яка дозволяє враховувати індивідуальні особливості учнів. Окрім традиційних письмових тестів і контрольних робіт, використовуються проєктні та практичні завдання, що дають можливість учням показати свої знання і вміння в різних контекстах.

Навчальні програми з математики у 2024 році відображають сучасні потреби суспільства і спрямовані на підготовку учнів до реальних викликів. Основними акцентами є поступовий розвиток математичних знань, інтеграція технологій, міждисциплінарний підхід та розвиток критичного мислення. Ці зміни роблять навчання більш захопливим і практичним, готуючи учнів до успішної кар'єри та активного життя у світі, де математика відіграє ключову роль.

Огляд підручників:

1. Підручники загальної математики. Базові підручники з алгебри для середньої та старшої школи (наприклад, підручники авторів Істер, Мерзляка) акцентують увагу на поступовому вивченні алгебраїчних рівнянь та нерівностей, починаючи з лінійних та квадратичних рівнянь і поступово

переходячи до рівнянь вищих степенів. У 2024 році ці підручники були оновлені з урахуванням цифрових навчальних матеріалів, що містять інтерактивні задачі.

2. Підручники для старшої школи та університетів. Для поглибленого вивчення алгебраїчних рівнянь використовуються підручники з вищої математики та спеціалізовані посібники, такі як Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владімірова Н. Г. «Алгебра і початки аналізу» [38] та Зайцев, Є. П. «Вища математика» [39]. Ці підручники зосереджені на системах рівнянь, методах їх розв'язання та глибшому розумінні теорії.

3. Методичні посібники для підготовки до ЗНО (НМТ). Спеціалізовані видання для підготовки до іспитів на кшталт ЗНО (зовнішнього незалежного оцінювання) на даний час НМТ (національний мультипредметний тест) містять детальні алгоритми розв'язання типових завдань на алгебраїчні рівняння та нерівності, включаючи тренувальні тести та покрокові інструкції.

Методичні матеріали:

1. Інтерактивні платформи та додатки. У 2024 році великою популярністю користуються такі цифрові ресурси, як Khan Academy [40], Brilliant: Learn by doing [41], та українські онлайн-платформи на кшталт «Всеосвіта» [42] та «На Урок» [43]. Вони пропонують інтерактивні вправи та відеоуроки з детальним поясненням розв'язання алгебраїчних рівнянь і нерівностей.

2. Методичні розробки для вчителів. У сучасних методичних посібниках, що розробляються Інститутом модернізації змісту освіти, є рекомендації для вчителів щодо використання інноваційних технологій (такі як геометричні інструменти, цифрові графіки), щоб зробити процес вивчення алгебраїчних рівнянь більш наочним і доступним.

3. Посібники з використання програм для розв'язання рівнянь. Програми на кшталт Wolfram Alpha [54], GeoGebra [53], а також калькулятори на основі штучного інтелекту активно використовуються як допоміжні інструменти. Багато посібників містять розділи, присвячені тому, як правильно

користуватися цими інструментами для самоперевірки та отримання розв'язків.

4. Вебінари та онлайн-курси. Вебінари на освітніх платформах (Coursera, EdX, Prometheus) пропонують курси з алгебри та теорії чисел, включаючи спеціальні модулі з розв'язання рівнянь та нерівностей. Ці курси доповнюють підручники та дозволяють учням глибше зануритися в тему, виконуючи практичні завдання з миттєвим зворотним зв'язком.

Сучасні підходи:

У 2024 році навчання алгебраїчних рівнянь і нерівностей часто здійснюється з акцентом на розумінні реальних застосувань математики. Особливо популярними стали проектні роботи, де студенти досліджують реальні сценарії, такі як моделювання економічних процесів, фізичних явищ чи аналітичні розрахунки, застосовуючи методи розв'язання рівнянь.

Загалом, навчання алгебраїчних рівнянь у 2024 році поєднує класичні підходи з новітніми інноваціями, що робить вивчення цієї теми доступнішим та цікавішим для студентів та школярів.

У 2024 році для вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей у закладах загальної середньої освіти України було видано кілька підручників і методичних матеріалів, рекомендованих Міністерством освіти і науки України (МОН) [24]. Нижче наведено огляд основних з них:

Підручники для 7 класу

1. "Алгебра. 7 клас" авторів А.Г. Мерзляка та М.С. Якіра [68]. Цей підручник відповідає стандартам Нової української школи (НУШ) і охоплює ключові теми алгебри, включаючи алгебраїчні вирази, лінійні рівняння з однією змінною, функції та системи лінійних рівнянь.

2. "Алгебра. 7 клас" авторів Г.П. Бевза, В.Г. Бевза, Д.В. Васильєвої та Н.Г. Владімірової [38]. Підручник також відповідає стандартам НУШ і висвітлює теми, такі як цілі вирази, многочлени, формули скороченого множення, функції, лінійні рівняння та системи лінійних рівнянь.

3. "Алгебра. 7 клас" авторів Ю.І. Мальованого, Г.М. Литвиненко та Г.М. Возняка [69]. Цей підручник розроблений відповідно до стандартів НУШ

і охоплює ключові теми алгебри, включаючи цілі вирази, многочлени, функції та лінійні рівняння.

МОН України опублікувало «Інструктивно-методичні рекомендації», щодо викладання навчальних предметів у закладах загальної середньої освіти у 2024/2025 навчальному році. Ці рекомендації містять поради щодо реалізації освітніх програм, використання навчальної літератури та додаткових дидактичних матеріалів, а також оцінювання учнів [25].

Додаткові ресурси:

- ГДЗ (готові домашні завдання) до підручника "Алгебра. 7 клас" Мерзляка та Якіра (2024) містять детальні розв'язання всіх вправ і задач, що допоможе учням у підготовці до уроків та контрольних робіт.
- Навчально-методичні посібники, наприклад, "Розв'язування нерівностей" на платформі "На Урок", містять теоретичні відомості та практичні приклади, які сприяють кращому розумінню теми.

Всі зазначені підручники та методичні матеріали рекомендовані МОН України для використання в освітньому процесі і відповідають сучасним стандартам освіти. Для отримання більш детальної інформації та доступу до електронних версій підручників можна звернутися до офіційних ресурсів МОН або відповідних видавництв.

Порівняння підручників Мерзляка і Бевза з теми алгебраїчних рівнянь і нерівностей можна провести за кількома критеріями: спосіб викладу теоретичного матеріалу, підхід до практичних завдань, структура уроків та використання наочних матеріалів (Додаток Б; таб.1.1).

Таблиця 1.1

### Порівняння підручників

	Мерзляк	Бевз
Теоретичний матеріал	Спрощений та доступний виклад: Теорія подана у вигляді коротких визначень та формул, що	Глибокий теоретичний аналіз: Підручник Бевза приділяє більше уваги теоретичній частині. Кожне

	<p>дозволяє швидко засвоїти основні поняття.</p> <p>Мінімальна деталізація: Теоретичні розділи часто мінімізовані, щоб не перевантажувати учня. Важливі аспекти алгебраїчних рівнянь і нерівностей викладені коротко, що робить підручник легшим для сприйняття учнями, які мають базовий рівень підготовки.</p> <p>Наголос на практику: Більший акцент на прикладних аспектах, ніж на глибинному теоретичному опрацюванні. Теорія швидко переходить до розв'язання задач.</p>	<p>нове поняття алгебраїчних рівнянь і нерівностей докладно пояснюється з прикладами та детальними поясненнями.</p> <p>Велика кількість термінів і понять; Матеріал поданий через розгорнуті математичні формулювання і доведення, що дозволяє учням глибше зрозуміти тему, але може бути складним для менш підготовлених учнів.</p> <p>Математична строгість: Підручник надає детальні пояснення механізмів вирішення алгебраїчних рівнянь і нерівностей, що підвищує математичну культуру учнів.</p>
<p>Практичні завдання</p>	<p>Великий обсяг вправ: Підручник Мерзляка містить велику кількість вправ різного рівня складності. Це дозволяє учням поступово поглиблювати свої знання та вправлятися в застосуванні теорії.</p>	<p>Завдання з глибоким осмисленням: Практичні завдання у Бевза часто вимагають більшого осмислення та застосування нестандартних підходів. Вправи спрямовані не лише на автоматизацію</p>

	<p>Наголос на алгоритми: Завдання спрямовані на автоматизацію виконання алгоритмів розв'язання рівнянь і нерівностей.</p> <p>Різномірні завдання: Є завдання як базового, так і підвищеного рівня складності, що дає можливість індивідуалізувати навчання.</p>	<p>розв'язань, але й на глибоке розуміння природи рівнянь та нерівностей.</p> <p>Малий обсяг задач: Кількість завдань менша, але вони більш складні, що робить їх підходящими для учнів із високим рівнем підготовки.</p>
<p>Структура уроків</p>	<p>Чітка та лаконічна структура: Кожен урок починається з короткого теоретичного огляду, після чого одразу йде велика кількість прикладів і задач.</p> <p>Зручна для вчителя: Чітка структура уроків дозволяє вчителю швидко організувати роботу на уроці, розподіливши час між теорією та практикою.</p> <p>Поступове ускладнення: Рівень складності завдань поступово зростає, що дозволяє учням плавно переходити від простих прикладів до складніших завдань.</p>	<p>Більш теоретично насичені уроки: Уроки починаються з глибокого теоретичного аналізу, який може займати більше часу. Лише після цього пропонуються практичні завдання.</p> <p>Високий рівень самостійності: Учням часто доводиться працювати з матеріалом самостійно, оскільки теорія складна і вимагає додаткового осмислення.</p> <p>Складніші переходи між темами: Підручник Бевза більше орієнтований на високий рівень</p>



		підготовки, тому учням може бути важче адаптуватися до зміни тем.
Наочність та допоміжні матеріали	<p>Багато ілюстрацій: У підручнику є чимало графіків і схем, які допомагають учням краще зрозуміти зв'язки між елементами рівнянь і нерівностей.</p> <p>Наочні приклади: Багато прикладів із наочними поясненнями. Учні можуть легко бачити алгоритм виконання завдання.</p>	<p>Менше ілюстрацій: В порівнянні з Мерзляком, Бевз пропонує менше графічних ілюстрацій. Це може бути проблемою для учнів, які краще сприймають візуальну інформацію.</p> <p>Акцент на аналітичне мислення: Підручник більше орієнтований на формули, аналітичні методи та теоретичні пояснення, ніж на графічну підтримку.</p>
Висновок	<p>Підручник Мерзляка підходить для учнів із базовим і середнім рівнем підготовки. Він дозволяє швидко опанувати матеріал завдяки чіткому і доступному викладу теорії та великій кількості вправ. Проте деяким учням може не вистачати глибшого теоретичного обґрунтування.</p>	<p>Підручник Бевза більше орієнтований на учнів із високим рівнем математичної підготовки або тих, хто прагне глибше зрозуміти теорію алгебраїчних рівнянь і нерівностей. Хоча виклад матеріалу може бути складнішим і менш наочним, цей підручник допомагає учням розвивати аналітичне мислення і</p>

		глибше засвоювати теоретичні основи.
--	--	--------------------------------------

## 2.2. Використання компетентнісно-орієнтованих завдань у навчанні алгебраїчних рівнянь і нерівностей

Компетентнісно-орієнтовані завдання при вивченні алгебри важливі, оскільки вони сприяють не тільки засвоєнню теоретичного матеріалу, але й формуванню в учнів здатності застосовувати свої знання у реальних життєвих ситуаціях. Це завдання, які спрямовані на розвиток ключових компетентностей: математичної, інформаційно-комунікаційної, творчої, а також соціальної компетентності.

Однією з основних характеристик є їх зв'язок із реальними проблемами. Наприклад, для розв'язування алгебраїчних рівнянь і нерівностей можна використовувати задачі, пов'язані з фінансами (розрахунки відсотків, аналіз доходів і витрат), фізикою (визначення швидкості, часу, відстані), а також завдання з екології чи соціальних питань (оптимізація використання ресурсів). Вони вимагають не лише знання алгоритмів розв'язування рівнянь чи нерівностей, але й уміння аналізувати умови задачі, обирати найбільш раціональні підходи до її розв'язання. Наприклад, учням можна запропонувати задачу з кількома варіантами розв'язків і попросити обґрунтувати вибір оптимального.

Завдяки компетентнісному підходу учні можуть краще усвідомлювати зв'язки між різними предметами. Наприклад, при розв'язуванні нерівностей можна інтегрувати знання з економіки, фізики чи геометрії. Такі завдання допомагають учням усвідомити важливість алгебраїчних методів для розв'язування задач у різних галузях знань. Завдання, орієнтовані на компетенції, часто передбачають групову роботу, де учні повинні обговорювати різні підходи, аргументувати свою думку, спільно шукати розв'язки. Це сприяє розвитку навичок комунікації, критичного мислення та командної роботи. Їх часто інтегрують використання ІКТ. Наприклад, для

розв'язування складних рівнянь або систем рівнянь можна використовувати спеціальні програми або онлайн-калькулятори, що дозволяє учням краще зрозуміти процес та отримати більш точні результати.

Приклади компетентнісно-орієнтованих завдань у навчанні алгебри:

1. Фінансові розрахунки - завдання, де учні повинні розв'язати рівняння для обчислення відсоткових ставок при кредитах або депозитах, визначити прибутковість інвестицій на основі певних умов.

2. Задачі на оптимізацію - завдання з нерівностями можуть включати оптимізацію витрат на матеріали або ресурси у виробничому процесі, що вимагає обчислення мінімального або максимального значення через систему нерівностей.

3. Фізичні процеси - учням пропонується використовувати рівняння для розв'язання задач з механіки, наприклад, для визначення траєкторії руху тіла або обчислення часу польоту з урахуванням певних параметрів.

Використання компетентнісно-орієнтованих завдань у навчанні алгебраїчних рівнянь і нерівностей сприяє поглибленню розуміння матеріалу, стимулює учнів застосовувати свої знання у різних контекстах і формує в них важливі життєві навички. Такий підхід забезпечує більш ефективне та цікаве навчання, орієнтоване на практичне застосування алгебраїчних знань.

### 2.3 Інтерактивні методи навчання для розвитку математичної компетентності

Інтерактивні методи навчання є потужним інструментом для розвитку математичної компетентності, оскільки вони сприяють активному залученню учнів до процесу навчання, підвищенню їх мотивації та розвитку критичного мислення.

Таблиця 1.2

#### Інтерактивні методи

Назва методу	Зміст
Мозковий штурм	Цей метод стимулює творчість та швидке генерування ідей. На уроці математики його можна використовувати

(Brainstorming)	для пошуку різних підходів до розв'язування задач або вивчення нових концепцій. Наприклад, учні можуть пропонувати різні способи розв'язання рівнянь або задач на логіку.
Групова робота (Collaborative Learning)	Дозволяє учням обговорювати математичні проблеми у малих групах, обмінюватися ідеями та допомагати один одному. Це розвиває вміння пояснювати власні думки, аналізувати різні підходи до розв'язання задач та підвищує відповідальність за результат.
Математичні ігри та змагання	Математичних квести або вікторини, мотивують учнів до активного навчання. Ігри можуть бути як настільними, так і цифровими, що додає елемент інтерактивності. Це сприяє розвитку логічного мислення, швидкого обчислення і прийняття рішень.
Дебати	Використовують для обговорення математичних тем, таких як переваги і недоліки різних методів розв'язання задач. Це допомагає учням розвивати аналітичне мислення та вміння аргументовано відстоювати свою точку зору.
Метод проектів	Учні працюють над довготривалим проектом, який включає вирішення реальних математичних проблем. Проекти можуть стосуватися як прикладної математики (статистика, економіка), так і чистої математики (геометрія, алгебра). Це розвиває навички дослідження, аналізу та застосування знань.
Ротаційні станції (Station Rotation)	Клас ділиться на кілька станцій, кожна з яких має різні математичні завдання або теми. Учні по черзі відвідують станції, виконуючи завдання в групах або індивідуально.

	Такий метод допомагає учням поетапно опанувати різні аспекти теми.
Використання технологій	Інтерактивні дошки, мобільні додатки або онлайн-платформи для вивчення математики, такі як Khan Academy, GeoGebra, допомагають учням досліджувати математичні концепції в ігровій формі. Візуалізація математичних понять через графіки, інтерактивні вправи дозволяє краще зрозуміти абстрактні теми.
Математичні симуляції	Моделюють реальні ситуації за допомогою математики. Можна симулювати фізичні явища чи економічні моделі, що надасть учням можливість практичного застосування математичних знань.
Case-study	Аналіз конкретних випадків або задач (наприклад, економічних, фізичних або соціальних) з використанням математичних моделей. Це допомагає учням побачити зв'язок між теоретичними знаннями і їх практичним застосуванням.
Фліптер клас (Flipped Classroom)	Учні попередньо опрацьовують матеріал самостійно (наприклад, переглядають відеоуроки або читають навчальні матеріали), а на уроці проводиться обговорення та практичне застосування знань. Це дозволяє більше часу присвятити вирішенню складних математичних проблем на уроці.
Технологія "Зигзаг" (Jigsaw Technique)	Учні діляться на групи, кожна група вивчає окрему частину математичного матеріалу і стає "експертами" у цій темі. Потім вони діляться знаннями з іншими групами. Такий підхід допомагає розвивати не тільки математичні навички, але й комунікативні здібності.

Самостійні дослідження (Inquiry-Based Learning)	Учні самостійно досліджують математичні теми або задачі, формулюють питання і шукають на них відповіді. Це підвищує рівень їхньої самостійності та вміння використовувати науковий метод для вирішення математичних проблем.
Інтерактивні опитування та голосування	Використання інтерактивних інструментів для голосування (наприклад, Kahoot [70], Mentimeter [71]) під час уроку математики дозволяє швидко оцінити знання учнів, виявити проблемні теми та підтримати залученість всіх учасників уроку.

Використання цих методів підвищує рівень залученості учнів, розвиває критичне мислення та глибше розуміння математичних концепцій, допомагаючи їм успішно формувати та вдосконалювати математичну компетентність.

#### **2.4. Проектні й дослідницькі роботи як засіб формування компетентності**

Проектні та дослідницькі роботи є важливими інструментами для формування ключових компетентностей у процесі вивчення алгебраїчних рівнянь та нерівностей. Ці методи навчання не лише сприяють глибшому засвоєнню теоретичного матеріалу, але й розвивають навички самостійного дослідження, критичного мислення та вирішення проблем, що є важливими для сучасних учнів.

##### **Проектні роботи:**

Проектні завдання дають можливість інтегрувати різні математичні концепції, включаючи алгебраїчні рівняння та нерівності, у реальні життєві ситуації. Наприклад, учні можуть використовувати математичні рівняння для моделювання економічних процесів, аналізу фізичних явищ або вирішення практичних задач. Це дозволяє не лише краще зрозуміти теоретичний матеріал,

але й формує такі навички, як логічне мислення, креативність та здатність знаходити різні шляхи вирішення проблем.

Сприяє також розвитку командної роботи та комунікаційних навичок. Працюючи в групах, учні вчаться співпрацювати, ділитися знаннями, брати на себе відповідальність за спільний результат. Наприклад, під час групового дослідження методів розв'язання рівнянь учні можуть обговорювати різні підходи, оцінювати їх ефективність та разом знаходити оптимальні рішення.

#### **Дослідницькі роботи:**

Дослідницькі завдання, у свою чергу, зосереджені на розвитку критичного мислення та аналітичних навичок. Учні вчаться формулювати гіпотези, проводити аналіз отриманих даних та робити обґрунтовані висновки. Наприклад, вони можуть досліджувати, як зміна одного з коефіцієнтів впливає на розв'язок рівняння або шукати нові способи спрощення складних рівнянь. Це розвиває інтелектуальну самостійність та здатність вирішувати складні задачі, працюючи під керівництвом вчителя.

Проектні та дослідницькі роботи дозволяють учням не тільки поглибити свої знання в математиці, але й формують важливі для майбутнього компетентності. Вони вчаться застосовувати теоретичні знання на практиці, розвивають навички аналізу та дослідження, працювати в команді та використовувати математичні знання для вирішення реальних задач.

Таким чином, проектна та дослідницька діяльність є незамінними елементами навчального процесу, особливо при вивченні алгебраїчних рівнянь і нерівностей. Ці види робіт не тільки роблять навчання більш цікавим і інтерактивним, але й сприяють формуванню всебічно розвинених, самостійних і креативних учнів, що володіють важливими компетенціями для успішного навчання та майбутньої професійної діяльності.

Проектні та дослідницькі роботи мають неоціненне значення для формування стійкого інтересу до математики, особливо при вивченні складних тем, таких як алгебраїчні рівняння та нерівності. Завдяки інтеграції таких методів в навчальний процес, учні не лише отримують знання, але й вчаться

використовувати їх у реальних умовах, що значно підвищує їхню мотивацію до навчання. Проектні завдання дають можливість учням застосовувати алгебраїчні методи в контексті міжпредметних зв'язків. Наприклад, проекти можуть бути пов'язані з фізикою, хімією, економікою, де алгебраїчні рівняння використовуються для розв'язання прикладних задач. Це підвищує усвідомлення учнями того, що математика є універсальним інструментом, який може бути застосований у різних галузях науки і життя. Таким чином, учні починають бачити глибокий зв'язок між математичними концепціями та реальними світовими проблемами. Вони можуть також включати роботу з сучасними технологіями, такими як математичні моделюючі програми або інструменти для обробки даних. Це не лише покращує математичні навички, але й готує учнів до використання технологій, які є важливими в сучасній професійній діяльності.

Дослідницькі завдання надають учням можливість самостійно досліджувати математичні явища, що сприяє формуванню навичок наукового підходу до вирішення проблем. Наприклад, учні можуть вивчати різні способи розв'язання складних рівнянь і досліджувати, які методи є найбільш ефективними в різних умовах. Вони можуть аналізувати різні математичні стратегії, оцінювати їх переваги та недоліки. Крім того, учні можуть проводити власні експерименти та обчислення, щоб краще зрозуміти, як різні параметри рівняння впливають на його розв'язки. Такий підхід розвиває інтелектуальну гнучкість, здатність бачити проблему з різних точок зору та знаходити нестандартні рішення.

Окрім математичних знань, проектні та дослідницькі роботи сприяють розвитку таких важливих навичок, як самоорганізація, планування та робота з інформацією. Учні вчаться керувати своїм часом, планувати етапи виконання завдання та шукати необхідну інформацію з різних джерел. Це формує навички, що є важливими не тільки в навчанні, але й у професійному житті.

Також важливим аспектом є розвиток соціальних компетентностей. Робота в командах під час виконання проектних завдань допомагає учням



розвивати навички комунікації, вирішення конфліктів та спільної роботи. Це створює умови для формування відповідальності не тільки за особистий результат, але й за досягнення команди в цілому.

Учитель у цьому процесі виступає не тільки як джерело знань, а й як наставник, що спрямовує учнів у їхніх дослідженнях і проєктах. Він допомагає формулювати завдання, задає правильний напрямок для дослідження, підтримує учнів під час вирішення проблем. Важливо, щоб учитель заохочував учнів до самостійного пошуку відповідей та критичного осмислення результатів. Керівництво проєктною діяльністю вимагає від учителя творчого підходу, оскільки кожен проєкт є унікальним і може вимагати різних методик та форм роботи. Це також сприяє розвитку самого вчителя, адже він постійно перебуває в процесі вдосконалення своїх знань і підходів до навчання.

Проєктні та дослідницькі роботи є потужними інструментами у формуванні компетентностей сучасного учня. Вони дозволяють учням не тільки засвоювати теоретичний матеріал, але й активно застосовувати його у практичних ситуаціях. Це сприяє розвитку самостійного мислення, творчого підходу та навичок командної роботи, що є важливими для майбутнього професійного успіху.

Такий підхід до вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей робить навчання більш цікавим, різностороннім та орієнтованим на реальне життя, що в результаті сприяє більш глибокому і сталому засвоєнню матеріалу.

## **2.5 Роль самостійної роботи учнів у процесі опанування алгебраїчних рівнянь і нерівностей**

Самостійна робота учнів є ключовим елементом у процесі вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей. Вона відіграє важливу роль не лише в засвоєнні теоретичних знань, але й у формуванні практичних навичок, які є необхідними для ефективного розв'язання математичних задач. У ході самостійної роботи учні мають можливість самостійно застосовувати отримані знання, що сприяє кращому закріпленню матеріалу. Завдяки цьому процесу учні можуть виявити свої прогалини в знаннях і звернутися за допомогою до

вчителя для подальшого опрацювання складних тем.

Самостійна робота не лише поглиблює знання, а й розвиває важливі когнітивні навички. Зокрема, учні вчаться аналізувати задачі, шукати різні підходи до їх розв'язання та порівнювати ефективність різних методів. Це стимулює розвиток логічного і критичного мислення, що є важливим у вирішенні не лише математичних завдань, але й життєвих проблем.

Ще одним важливим аспектом самостійної роботи є вміння учнів оцінювати власні помилки і виправляти їх. Цей процес формує навички самоконтролю та відповідальності за результати своєї роботи. Учні вчаться не лише шукати правильну відповідь, але й аналізувати хід своїх міркувань, що є основою для самовдосконалення.

Організація самостійної роботи може бути різноманітною. Це можуть бути як домашні завдання, так і практичні вправи на уроці, проєктні роботи або ж тестування для самоперевірки. Кожен з цих видів роботи дозволяє учням працювати у власному темпі, зосереджуватися на тих аспектах матеріалу, які потребують особливої уваги, та поступово вдосконалювати свої навички.

Продовжуючи тему важливості самостійної роботи учнів у процесі навчання алгебраїчних рівнянь і нерівностей, варто також підкреслити її роль у розвитку індивідуального підходу до навчання. Кожен учень має свій рівень підготовки, темп сприйняття інформації та стиль мислення. Самостійна робота дозволяє враховувати ці особливості та налаштовувати навчальний процес відповідно до потреб кожного учня. Це особливо актуально в умовах сучасної освіти, де індивідуалізація навчання є одним з основних завдань. Крім того, самостійна робота розвиває здатність до постановки та досягнення навчальних цілей. Учні, які регулярно виконують самостійні завдання, вчаться планувати свій час, розподіляти ресурси та правильно оцінювати свої сили. Вони також розуміють важливість систематичного підходу до навчання, оскільки нерегулярна або поверхнева робота не дозволяє досягти бажаних результатів. Це навчає їх відповідальності не лише перед учителем, але й перед самим собою.

Окрім навчальної функції, самостійна робота має значний вплив на формування особистісних якостей. У процесі виконання складних завдань учні стикаються з викликами, які вони мають подолати самостійно. Це виховує наполегливість, терпіння та здатність працювати над власними помилками. Учні вчаться не здаватися перед труднощами, а шукати різні способи їх вирішення. Вміння працювати з помилками і досягати успіху в складних ситуаціях стає важливою життєвою навичкою, що розвивається під час самостійної роботи. Вона сприяє розвитку навичок самооцінки та рефлексії. Учні мають можливість аналізувати свої досягнення, виявляти, де саме вони припустилися помилок, і розуміти, що можна було зробити краще. Цей процес розвиває критичне мислення, адже для того, щоб зробити правильні висновки, необхідно об'єктивно оцінити свою діяльність. Рефлексія стає основою для подальшого вдосконалення, адже вона дозволяє учням враховувати попередній досвід і будувати на ньому нові досягнення.

Самостійна робота також сприяє глибшому розумінню предмета. Коли учні самостійно працюють над завданням, вони мають можливість зосередитися на деталях, які можуть бути неочевидними під час колективної роботи або слухання лекцій. Вони вчаться робити висновки, виходячи з власних спостережень, і застосовувати ці знання в інших контекстах. Це підвищує загальний рівень засвоєння матеріалу і дозволяє учням успішніше справлятися з новими викликами в майбутньому.

Розроблено самостійну роботу з етапами розв'язання (Додаток А) з теми «Алгебраїчні рівняння та нерівності» для ІІ класу.

Отже, самостійна робота учнів є багатофункціональним інструментом у навчальному процесі, який не лише допомагає краще опанувати конкретний матеріал, але й сприяє загальному розвитку особистості учня. Вона стимулює розвиток навичок самоорганізації, критичного мислення, відповідальності та здатності до самовдосконалення, що є важливими не лише в навчанні, але й у житті загалом.

## **2.6 Розробка та апробація навчально-методичного комплексу**

Розробка та апробація навчально-методичного комплексу для вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей є важливим кроком у забезпеченні якісного навчального процесу у школах та університетах. Такий комплекс не лише покликаний підвищити рівень математичних знань учнів, але й сприяти розвитку їхньої здатності до логічного мислення та вирішення практичних задач. Він повинен містити чіткі інструкції, приклади, завдання різної складності, а також сучасні інтерактивні інструменти, що допоможуть учням краще опанувати матеріал.

Першим етапом у розробці будь-якого навчально-методичного комплексу є глибокий аналіз існуючих навчальних програм. Це необхідно для того, щоб визначити, які саме теми мають бути включені до вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей, і на яких аспектах варто акцентувати увагу. Навчальні програми різних шкіл і університетів можуть дещо відрізнятися, тому важливо з'ясувати загальні вимоги та очікування, що ставляться перед учнями. Зокрема, це стосується таких тем, як лінійні рівняння, квадратні рівняння, системи рівнянь, нерівності та інші аспекти, які охоплюють різні рівні складності.

Теоретична частина навчально-методичного комплексу повинна бути розроблена таким чином, щоб учні могли зрозуміти основні концепції та методи розв'язання алгебраїчних рівнянь і нерівностей. Для цього необхідно включити докладні визначення рівнянь і нерівностей, а також описати різні методи їхнього розв'язання. Наприклад, графічний метод дозволяє наочно уявити розв'язок рівняння або системи рівнянь, тоді як аналітичний метод базується на формальних математичних перетвореннях. Також важливо охопити числові методи, які можуть бути корисними у випадках, коли точний аналітичний розв'язок знайти складно. Пояснення має супроводжуватися прикладами різних рівнянь — від найпростіших лінійних до складніших кубічних, а також систем рівнянь і нерівностей.

Практична частина комплексу має включати різноманітні завдання, що допоможуть учням закріпити набуті знання та розвивати свої навички. Тут варто звернути увагу на поступовість: завдання повинні бути структуровані від

найпростіших до найскладніших, що дозволить учням крок за кроком удосконалювати свої вміння. Це можуть бути вправи на розв'язання окремих рівнянь, цілих систем, нерівностей, а також задачі з практичними прикладами застосування алгебраїчних методів. Для самоперевірки учні можуть виконувати тести, які дозволять їм оцінити свій рівень засвоєння матеріалу та виявити прогалини у знаннях. Важливо також додати завдання з прикладами використання алгебри в реальному житті, щоб продемонструвати учням практичну значущість вивченого матеріалу.

Інтерактивні елементи є важливою складовою сучасного навчання. Сьогодні існує безліч інструментів, які можуть значно полегшити процес вивчення складних тем. Це, зокрема, відеоуроки, анімації, інтерактивні тренажери та симуляції. Використання таких інструментів допомагає не лише краще зрозуміти складний матеріал, але й дозволяє учням практикуватися у зручний для них час. Наприклад, учні можуть самостійно будувати графіки функцій, розв'язувати рівняння онлайн, отримувати миттєвий зворотний зв'язок щодо правильності своїх дій. Важливо, щоб ці інтерактивні інструменти були інтуїтивно зрозумілими та адаптованими до різних рівнів підготовки учнів.

Окрім розробки теоретичних і практичних матеріалів, не менш важливим є врахування особливостей методики викладання. Навчання має бути диференційованим, тобто орієнтованим на різні рівні підготовки учнів. Для тих, хто лише починає вивчення алгебри, потрібні більш детальні пояснення та прості завдання. Водночас учні з високим рівнем знань можуть потребувати додаткових завдань підвищеної складності, щоб продовжувати розвивати свої навички. Інтерактивні методи викладання, такі як групові обговорення, робота в парах або малі проекти, також можуть сприяти кращому засвоєнню матеріалу, оскільки стимулюють активне залучення учнів до навчального процесу.

Апробація навчально-методичного комплексу є ключовим етапом перед його впровадженням у широку практику. Вона передбачає пілотне використання комплексу в реальних умовах, наприклад, у класі або під час занять у групах. Це дозволяє виявити можливі недоліки або прогалини у

матеріалах, а також оцінити їхню ефективність для учнів різних рівнів підготовки. Для більш глибокого аналізу результатів апробації варто провести тестування учнів до і після курсу, що дасть можливість оцінити їхній прогрес. Крім того, корисним буде проведення опитувань або анкетувань учнів та вчителів, щоб зібрати відгуки про зручність використання матеріалів і їхню якість.

На основі результатів апробації можуть бути внесені необхідні корективи до комплексу. Це може включати уточнення теоретичних пояснень, додавання нових прикладів або завдань, а також оптимізацію використання інтерактивних ресурсів. Гнучкість матеріалів є важливою, оскільки вона дозволяє адаптувати комплекс до потреб різних учнів і умов навчання.

Таким чином, розробка та апробація навчально-методичного комплексу для вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей є комплексним процесом, що спрямований на підвищення якості навчання. Завдяки цьому процесу учні зможуть глибше зрозуміти складні математичні теми та застосовувати набуті знання на практиці, що сприятиме їхньому загальному інтелектуальному розвитку.

Розробка та апробація навчально-методичного комплексу для вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей є складним, але надзвичайно важливим процесом для забезпечення якісної освіти. У сучасних умовах навчання постійно модернізується, і нові підходи до викладання можуть суттєво вплинути на розуміння та застосування складних тем, таких як алгебра, особливо алгебраїчні рівняння і нерівності.

## **2.7 Використання інформаційно-комунікаційних технологій у процесі навчання алгебраїчних рівнянь і нерівностей**

Інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ) є невід'ємною частиною сучасного освітнього процесу і відіграють важливу роль у навчанні, особливо у вивченні точних наук, таких як алгебра. Застосування ІКТ дозволяє підвищити ефективність навчання алгебраїчних рівнянь та нерівностей, зробити процес вивчення цих тем інтерактивнішим та більш захоплюючим для учнів. Завдяки

використанню сучасних технологій, зокрема електронних навчальних платформ та програмного забезпечення, навчання стає доступнішим і гнучкішим, що особливо важливо в умовах цифрової трансформації суспільства.

### **Інтерактивні платформи для навчання алгебри**

Одним з основних аспектів застосування ІКТ у вивченні алгебри є використання інтерактивних платформ. Це можуть бути онлайн-курси, спеціалізовані навчальні системи або програми для розв'язання алгебраїчних задач, які дають можливість учням працювати у власному темпі. Серед найпопулярніших електронних платформ варто виділити ті, що надають миттєвий зворотний зв'язок після розв'язання завдань. Ця функція є надзвичайно корисною, оскільки учні можуть одразу бачити свої помилки і виправляти їх у процесі роботи, що сприяє глибшому засвоєнню матеріалу.

Такі платформи дозволяють організувати навчання з високим рівнем індивідуалізації, що допомагає врахувати потреби кожного учня. Наприклад, завдяки тестовим завданням та різноманітним алгоритмам, можна адаптувати рівень складності відповідно до успіхів і прогресу учня. Це дає можливість створити персоналізовані освітні маршрути, які можуть бути недоступними в умовах традиційного навчання.

### **Візуалізація математичних процесів**

Одним з найбільш ефективних способів застосування ІКТ у навчанні алгебри є візуалізація математичних процесів. Завдяки використанню програм для побудови графіків, таких як GeoGebra або Desmos, учні можуть візуалізувати функції, рівняння та нерівності, що значно полегшує розуміння алгебраїчних понять. Ці інструменти дозволяють змінювати параметри рівнянь і спостерігати за змінами на графіку в реальному часі. Таким чином, учні можуть досліджувати залежності між змінними, що сприяє розвитку логічного та критичного мислення. Крім того, інтерактивні програми дозволяють учням експериментувати з математичними моделями та симуляціями. Це особливо корисно при вивченні нерівностей і систем рівнянь, коли важливо зрозуміти, як

змінюються результати при різних умовах. Візуалізація робить навчання більш захоплюючим і допомагає учням краще зрозуміти складні концепції, з якими вони стикаються під час навчання алгебри.

### **Електронні підручники та відеоуроки**

Застосування ІКТ також значно розширює можливості доступу до навчальних матеріалів. Одним з найбільш поширених інструментів є електронні підручники та відеоуроки, які дозволяють учням самостійно вивчати матеріал у зручний для них час. Відеоуроки, зокрема, є ефективним інструментом для пояснення складних алгебраїчних тем. Вони дають можливість крок за кроком розібрати процес розв'язання рівнянь і нерівностей, а також звернути увагу на типові помилки, які часто роблять учні.

Електронні підручники, на відміну від традиційних, можуть містити інтерактивні елементи, що допомагають краще засвоїти матеріал. Наприклад, учень може одразу перевірити свої знання після вивчення теми за допомогою тестів або інтерактивних завдань. Це дозволяє отримати миттєвий результат і зворотний зв'язок, що є дуже важливим для ефективного навчання.

### **Спільна робота та хмарні технології**

Ще одним важливим аспектом використання ІКТ є можливість організації спільної роботи учнів у віртуальному середовищі. Хмарні технології, які забезпечують доступ до спільних документів та проєктів, дозволяють учням працювати над завданнями разом, обговорювати різні підходи до вирішення задач, а також ділитися своїми ідеями та стратегіями. Це сприяє розвитку навичок співпраці та комунікації, які є важливими не тільки в навчанні, а й у подальшому житті.

Такі технології також дозволяють вчителям більш ефективно контролювати процес навчання. Вони можуть спостерігати за прогресом кожного учня, аналізувати його помилки і надавати індивідуальні рекомендації щодо покращення результатів. Таким чином, хмарні технології не тільки спрощують процес навчання, а й роблять його більш ефективним і продуктивним.



Інформаційно-комунікаційні технології відіграють ключову роль у сучасній освіті, зокрема у вивченні алгебраїчних рівнянь та нерівностей. Вони дозволяють зробити навчання більш інтерактивним, індивідуалізованим і доступним для учнів. Завдяки використанню електронних платформ, інтерактивних програм та хмарних технологій, учні отримують нові можливості для вивчення алгебри, що сприяє розвитку важливих навичок, таких як логічне та критичне мислення, самостійне навчання та співпраця.

## **Висновки до розділу 2**

Аналіз змісту навчальних програм і підручників з алгебраїчних рівнянь і нерівностей показав, що існує потреба в оновленні та адаптації їх до сучасних освітніх стандартів, орієнтованих на формування ключових компетентностей. Важливим є забезпечення балансу між теоретичним матеріалом і практичними завданнями, які сприяють розвитку математичного мислення і здатності застосовувати знання в реальних життєвих ситуаціях.

Використання компетентнісно-орієнтованих завдань відіграє важливу роль у навчанні алгебраїчних рівнянь і нерівностей, оскільки вони дозволяють учням не лише засвоювати алгоритми розв'язання задач, а й усвідомлювати їх практичну значущість. Такий підхід сприяє розвитку аналітичного мислення, уміння вирішувати проблеми і формує більш глибоке розуміння матеріалу.

Інтерактивні методи навчання показали свою ефективність у розвитку математичної компетентності, створюючи умови для активного залучення учнів до процесу навчання. Взаємодія в групах, застосування ігор, дискусій і ситуаційних задач активізують пізнавальну діяльність та сприяють кращому засвоєнню складного матеріалу.

Проектні й дослідницькі роботи стали дієвим засобом формування компетентностей, адже вони дозволяють учням самостійно досліджувати проблеми, шукати оптимальні рішення та презентувати результати своїх досліджень. Такий підхід стимулює творчість, ініціативність і відповідальність, а також розвиває навички роботи з інформацією.

Самостійна робота учнів є важливим елементом процесу навчання

алгебраїчних рівнянь і нерівностей. Вона сприяє закріпленню отриманих знань, розвитку навичок самоконтролю і самоорганізації, що є необхідними для успішного опанування матеріалу.

Розробка та апробація навчально-методичного комплексу дали змогу забезпечити учнів сучасними інструментами для вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей. Використання таких комплексів сприяє структурованому та цілісному засвоєнню матеріалу, відповідаючи запитам сучасної освіти.

Використання інформаційно-комунікаційних технологій у навчальному процесі значно підвищує його ефективність. Мультимедійні ресурси, інтерактивні платформи, онлайн-симулятори та інші цифрові інструменти забезпечують можливість вивчення теми в цікавій та доступній формі, що відповідає потребам сучасних учнів і мотивує їх до навчання.

fizmat@ssr.edu.ua  
Суворо дотримуйтесь  
правил академічності  
Доброчесності

## ВИСНОВКИ

У ході виконання магістерської роботи було досліджено теоретико-методичні основи компетентнісного підходу у навчанні математики, зокрема, у вивченні алгебраїчних рівнянь і нерівностей. У роботі було визначено, що формування математичної компетентності є одним із ключових завдань сучасної освіти. Математична компетентність включає в себе здатність до аналізу, розв'язання математичних задач, застосування математичних знань у реальних життєвих ситуаціях, а також розвиток логічного мислення та навичок самостійного навчання.

У першому розділі було детально розглянуто поняття математичної компетентності, її структуру та значення в освітньому процесі. Було підкреслено роль алгебраїчних рівнянь і нерівностей як важливого інструмента у формуванні цієї компетентності, що дозволяє розвивати в учнів критичне мислення, логіку, вміння аналізувати й узагальнювати математичні закономірності.

Другий розділ було присвячено практичним аспектам формування математичної компетентності під час вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей. Проведений аналіз навчальних програм і підручників засвідчив, що компетентнісно-орієнтовані завдання є ефективним засобом навчання, який сприяє глибокому розумінню матеріалу та розвитку самостійного мислення. У роботі також розглянуто інноваційні методи навчання, зокрема, використання інтерактивних технологій, проєктних робіт, а також інформаційно-комунікаційних технологій, що значно підвищують ефективність засвоєння математичних знань.

Проведене дослідження, спрямоване на вивчення теоретико-методичних аспектів формування математичної компетентності у процесі вивчення алгебраїчних рівнянь і нерівностей, дозволяє зробити кілька важливих висновків, що мають як теоретичне, так і практичне значення.

По-перше, у ході аналізу наукової літератури та освітніх програм було встановлено, що математична компетентність є ключовою складовою загальної

освіти та основною метою навчання математики в сучасній школі. Вона охоплює такі важливі аспекти, як уміння застосовувати математичні знання у повсякденних ситуаціях, розвиток аналітичного та критичного мислення, здатність до самостійного розв'язання проблем і задач. Математична компетентність має структуру, що включає не лише знання теоретичних основ математики, але й навички їх практичного застосування, що вимагає інтеграції теоретичного матеріалу з реальними прикладами та життєвими ситуаціями.

По-друге, формування математичної компетентності в сучасній освіті є складним і багатогранним процесом, що вимагає застосування новітніх педагогічних методик і підходів. У першому розділі роботи було детально розглянуто структуру математичної компетентності та її основні елементи, що включають знання, уміння, навички, а також особистісні якості, такі як здатність до рефлексії, критичного мислення і самостійного навчання. Значну увагу було приділено вивченню особливостей формування цієї компетентності на різних етапах навчання, зокрема в контексті шкільної освіти.

Важливою частиною дослідження було визначення ролі алгебраїчних рівнянь і нерівностей у процесі формування математичної компетентності учнів. Алгебраїчні рівняння і нерівності є основою для розвитку важливих математичних умінь, таких як аналіз, узагальнення, моделювання та прогнозування. Вони сприяють формуванню логічного мислення та здатності до вирішення складних задач, що є важливою складовою математичної компетентності.

Окрім цього, дослідження показало важливість використання інтерактивних методів навчання для розвитку математичної компетентності. Інтерактивні методи, такі як групові обговорення, рольові ігри, проекти і дослідницькі роботи, допомагають учням активно включатися в навчальний процес, розвивати комунікативні й соціальні навички, а також покращують розуміння математичних понять і процесів. Застосування проектних і дослідницьких завдань показало високу ефективність у розвитку самостійності учнів, їхньої здатності до критичного осмислення отриманої інформації та

творчого підходу до розв'язання математичних задач.

Ще однією важливою складовою формування математичної компетентності є самостійна робота учнів, що дозволяє їм краще опанувати матеріал, закріпити отримані знання і підвищити рівень відповідальності за результати свого навчання. Важливим елементом цього процесу є компетентне використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ), які надають учням доступ до численних онлайн-ресурсів, інструментів для візуалізації і моделювання математичних процесів, а також інтерактивних навчальних платформ.

Результати апробації навчально-методичного комплексу, розробленого в рамках цього дослідження, підтвердили його ефективність у розвитку математичної компетентності учнів. Використання компетентнісно-орієнтованих завдань, інтерактивних методик і ІКТ сприяло значному підвищенню рівня математичних знань і навичок учнів, покращенню їхньої здатності до самостійного вирішення задач і критичного осмислення навчального матеріалу.

Таким чином, підсумовуючи результати дослідження, можна стверджувати, що використання компетентнісного підходу у навчанні математики, зокрема у вивченні алгебраїчних рівнянь і нерівностей, є надзвичайно ефективним засобом підвищення якості математичної освіти в сучасній школі. Формування математичної компетентності дозволяє підготувати учнів до реальних життєвих викликів, розвинути їхню здатність до вирішення практичних проблем і забезпечити успішну інтеграцію в суспільство, що вимагає високого рівня аналітичного мислення та вміння працювати з інформацією.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Шпак С.М. Формування математичних компетентностей в учнів за новими програмами- 2018 р. Режим доступу: <https://naurok.com.ua/formuvannya-matematichnih-kompetentnostey-v-uchniv-za-novimi-programami-26147.html>
2. Головань М. С. Математична компетентність: сутність та структура / М. С. Головань // *Науковий вісник Східноєвропейського національного університету*. – 2014. – № 1. – С. 35–39.
3. Онопрієнко О. В. Предметна математична компетентність як дидактична категорія / О. В. Онопрієнко // *Науковий вісник Інституту педагогіки НАПН України*.
4. Гортовлюк О.С. Формування математичної компетентності учнів за допомогою інтерактивних технологій. Красівський ліцей імені Цезаря Леоновича Посудевського Семенівської сільської ради Житомирської області. – 2021.
5. Руденко Н. М., Антипова С. О. Застосування інтерактивних технологій та ІКТ на уроках математики в закладах загальної середньої осв Молодий вчений, 2021. № 89 (1). С. 271 –
6. Руденко Н., Донченко Ю., Широков Д. Концептуальні ідеї застосування інтерактивної дошки Padlet на уроках математики початкової школи. Молодь і ринок. 2021. №10 (196). С.74 –7
7. Соловецька Г. В., Заєць Ю. А. Використання інтерактивної дошки Padlet на уроках математики в умовах дистанційного навчання Підготовка майбутніх учителів фізики, хімії, біології та природничих наук в контексті вимог Нової української школи : збірник тез. 20 255 –258.
8. Титаренко Є. О., Титаренко Н. Є. Особливості дистанційного навчання математики. Інтеграція освіти, науки та бізнесу в сучасному середовищі: літні диспути: тези II Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції. 2020. С. 480–48
9. Шабанова Л. Використання віртуальних дошок під час вивчення

функції у шкільному курсі математики. Актуальні питан природничо-математичної освіти : збірник наукових праць. 2023. № 1(21). Суми : СумДПУ імені А. С. Макаренка. С. 183–189.

10. Бурда, М. І., та Колесник, Я. І. *Алгебра і початки аналізу. Профільний рівень*. Київ: Генеза, 2020. 480 с.

11. Головань М. С. Математичні компетентності чи математична компетентність? / М. С. Головань // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ\*плюс-20012»: матеріали міжнародної науково-методичної конференції (6-7 грудня 2012 р., м. Суми): У 3-х частинах. Частина 1 / упор. Чашечникова О. С. : Виробничо-видавниче підприємство «Мрія», 2012. – С.36-38.

12. Гончаренко С. У. Український педагогічний словник. – К., 1997. – 399 с.

13. Зіненко І. М. Визначення структури математичної компетентності учнів старшого шкільного віку // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології, 2009. – № 2. – с. 165-174.

14. Король Я.А. Математика в середніх класах: Культура усного і писемного мовлення. – Тернопіль: Навч. книга – Богдан, 2000. – 160 с.

15. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ : монографія / С. А. Раков. – Х. : Факт, 2005. – 360 с.

16. Раков С. Формування математичних компетентностей випускника школи як місія математичної освіти. / С. Раков // Математика в школі. – 2007. – №5 – С. 2-7.

17. Романишина Л.М., Хмеляр І.М., Лукашук М.М./ Формування ключових компетентностей майбутніх фахівців у процесі навчання в медичному коледжі// Наукові записки ТНПУ ім.В.Гнатюка. Серія: Педагогіка. – №2. – 2011. – С.71-78.

18. Сафонова І. Я. Формування математичної компетентності у старшокласників / І. Я. Сафонова // Актуальні проблеми державного управління, педагогіки та психології. – 2013. – Вип. 2. – С. 397-402.

19. Скворцова С. О. Формування професійної компетентності в майбутнього вчителя математики // Електронний журнал «Педагогічна наука: історія, теорія, практика, тенденції розвитку». – 2010. – Вип. № 4.

20. Старша школа зарубіжжя: організація та зміст освіти / за ред. О. І. Локшиної. – К.: СПД Богданова А.М., 2006.

21. Формування компетентностей на уроках математики / О. М. Ткаченко, І. М. Кожевнікова, Л. П. Шатохіна // Математика в школах України. – 2014. – № 6 (414). – С. 2-3.

22. Шевченко А. Розв'язування задач різними способами // Педагогіка. – 2000. – №7. – С. 22-25.

23. Ковальова Н.В. Нові підходи до навчання та викладання математики в умовах Нової української школи. Режим доступу: <https://vseosvita.ua/library/novi-pidhodi-do-navcanna-ta-vikladanna-matematiki-v-umovah-novoi-ukrainskoi-skoli-26069.html>

24. Міністерство освіти і науки України. Навчальні програми з математики для загальноосвітніх навчальних закладів [Електронний ресурс]. – Київ : МОН України, 2024. – Режим доступу: <https://mon.gov.ua>.

25. Міністерство освіти і науки України. Методичні рекомендації для вчителів математики на 2024 рік [Електронний ресурс]. – Київ : МОН України, 2024. – Режим доступу: <https://mon.gov.ua>.

26. Істер, О. С., Колесникова, О. М. Алгебра і початки аналізу: підручник для 10 класу загальноосвітніх навчальних закладів. Київ: Генеза, 2018. 240 с.

27. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти України. URL: [https://osvita.ua/legislation/Ser\\_osv/76886/](https://osvita.ua/legislation/Ser_osv/76886/)

28. Кларин М. В. Інновації світової педагогіки. - М. - Рига: Педагогічний центр "Експеримент", 1998. - 180 с.



29. Куліковська О. М. Інтерактивні методи навчання у сучасній школі / О. М. Куліковська. – Харків : Основа, 2012. – 176 с.
30. Рачинська І.М. Технологія формування та розвитку критичного мислення. – Х.: Основа, 2013. – 128 с.
31. Бурда М. І., Васильєва Д. В., Волошена В. В., Глобін О. І. Навчання математики в старшій школі на профільному рівні (Методичні рекомендації).- Режим доступу: <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/712224/1/Metod%20recomend.pdf>
32. Богомазюк О.М. . Проектні технології навчання на уроках математики - 2022 р.
33. Хоменко О.О. Використання методу проєктів на уроках математики. Режим доступу: <https://naurok.com.ua/vikoristannya-metodu-proektiv-na-urokah-matematiki-383425.html>
34. Бурда М. І., Колесник Л. Г. Алгебра 7 клас. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Київ: Освіта, 2018. 240 с.
35. Сухомлинський В. О. Як виховати справжню людину. Київ: Радянська школа, 1990. 528 с.
36. Ігнатишин С.Д. Організація самостійної роботи на уроках математики. Мерошор, 2018. Режим доступу: <https://yseosvita.ua/library/organizacia-samostijnoi-roboti-na-urokah-matematiki-21649.html>
37. Як організувати самостійну роботу учнів на уроках: Навчально-методичний посібник. Харків «Основа».
38. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владімірова Н. Г. (2018). Алгебра і початки аналізу: підручник для 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Київ: Видавництво "Генеза".
39. Зайцев, Є. П. Вища математика: лінійна та векторна алгебра, аналітична геометрія, вступ до математичного аналізу : навчальний посібник / Євгеній Павлович Зайцев. – Кременчук : Вид-во „Кременчук”, 2011. – 573 с.
40. Інтерактивна платформа «Khan Academy». Режим доступу: <https://uk.khanacademy.org/>

41. Інтерактивна платформа «Brilliant: Learn by doing». Режим доступу: <https://brilliant.org/>
42. Інтерактивна платформа «Всеосвіта». Режим доступу: <https://vseosvita.ua/>
43. Інтерактивна платформа «На Урок». Режим доступу: <https://naurok.com.ua/>
44. Методика компетентнісно орієнтованого навчання математики в ліцеї на рівні стандарту : методичний посібник. [Електронне видання] / Васильєва Д. В., Вашуленко О. П., Волошена В. В. - Київ : КОНВІ ПРІНТ, 2021. - 175 с.
45. НМТ 2023. Математика. Завдання 07.06.23 - 20.06.23 / Боднар М.О. - 80 с.
46. Математика. Підсумковий тренажер: посібник для підготовки до НМТ-2022: навчальний посібник / В.М. Козира. - Тернопіль: Вид-во "Астон", 2022. - 56 с.
47. Групові форми роботи на уроках математики: Метод. посіб. / Л. Л. Букалова, Д. В. Васильєва. — К. : Видавничий дім «Освіта», 2023. — 80 с.
48. 3D моделі Geogebra до задач на комбінації геометричних тіл: наочний посібник / Сидорчук Н.В. - Любар: Любарський ліцей №1, 2024 р. - 36 с.
49. Продуктивне навчання математики: з досвіду роботи педагогів Кіровоградщини: метод. посіб. / Упоряд. Любов Ткаченко. – Кропивницький: комунальний заклад «Кіровоградський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти імені Василя Сухомлинського», 2021. – 84 с.
50. Інтерактивні технології навчання: теорія, досвід: Методичний посібник. / Авт. -уклад. О. Пометун, Л. Пироженко. - 2004.
51. Твердохліб О.С. Інтерактивні методи навчання на уроках математики. 2021. Режим доступу: <https://naurok.com.ua/interaktivni-metodi-navchannya-na-urokah-matematiki-256505.html>

52. Методика розв'язання рівнянь і нерівностей у середній школі. Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара Механіко-математичний факультет. Дніпро 2013 р.

53. GeoGebra. (2024). GeoGebra: Mathematics for Learning and Teaching. Режим доступу: <https://www.geogebra.org>

54. Wolfram Alpha. Режим доступу: <https://www.wolframalpha.com/>

55. Раков С. А., Сидоренко В. Д., Лов'янова І. В.. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики, фізики, інформатики у середніх та вищих навчальних закладах. Кривий Ріг - Видавничий відділ КДПУ -2011 р.

56. Пушко О.В. Використання ІКТ на уроках математики- 2019 р.

57. Міністерство освіти і науки України. Про затвердження Положення про порядок здійснення інноваційної діяльності у сфері освіти// Офіційний сайт МОН України. – 2023. – Режим доступу: <https://mon.gov.ua/npa/pro-zatverdzhennya-polozhennya-pro-poryadok-zdiysnennya-innovacijnoyi-diyalnosti-u-sferi-osviti>

58. Мілян Р.С. GeoGebra як засіб формування логічної складової математичної компетентності учнів: матеріали III Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції (м. Тернопіль, 5 квітня, 2019). Тернопіль : ТНПУ ім. В. Гнатюка, 2019. С. 141–143

59. Тодорова Н.Д. Використання програмного забезпечення GeoGebra на уроках математики- 2024 р.

60. Мерзляк А. Г., Номіровський, Д. А. Алгебра і початки аналізу : підручник для 11 класу загальноосвітніх навчальних закладів / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський. – Харків : Гімназія, 2021. – 288 с.

61. Збірник завдань для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання з математики / уклад. В. М. Бевз, Л. В. Бевз. – Київ : Центр навчально-методичної літератури, 2022. – 192 с.

62. Тренувальні мультітести з математики. Підготовка до ЗНО та НМТ. Режим доступу: <https://zno.osvita.ua/mathematics/585/>

63. Верховна рада України. Закон України про освіту. Режим доступу: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text>
64. IV Всеукраїнської науково-методичної інтернет-конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ\*плюс-2023» Форум молодих дослідників». Режим доступу: [https://drive.google.com/file/d/1tv\\_cNTMsYnEWnXy9dymB0NZ1K4TXxg2G/view](https://drive.google.com/file/d/1tv_cNTMsYnEWnXy9dymB0NZ1K4TXxg2G/view)
65. Студенська звітна конференція. Збірник праць студентів фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С.Макаренка. Випуск 18.2024 р. Режим доступу: <https://drive.google.com/file/d/117vVjXJUCiAlKR6h7omkgTEwPZgUpGkK/view>
66. Математична грамотність/ уклад. Т. С. Вакуленко, В. П. Горох, С. В. Ломакович, В. М. Терещенко; перекл. К. Є. Шумова. – К. : УЦОЯО, 2018. – 60 с. Режим доступу: [https://nus.org.ua/wp-content/uploads/2018/02/Math\\_PISA\\_Framework\\_1.pdf](https://nus.org.ua/wp-content/uploads/2018/02/Math_PISA_Framework_1.pdf)
67. Дзежик О. М. Урок "Відсоткові розрахунки. Формула складних відсотків". Режим доступу: <https://naurok.com.ua/urok-vidsotkovi-rozrahunki-formula-skladnih-vidsotkiv-17114.html>
68. Мерзляк А. Г., Якір М. С. Алгебра: підручник для 7 класу закладів загальної середньої освіти. – Вид. 2024. – Харків: Вид-во «Гімназія», 2024.
69. Алгебра: підручник для 7 кл. закладів загальн. серед. освіти / Ю.І. Мальований, Г.М. Литвиненко, Г.М. Возняк.- Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2023. – 256 с..
70. Kahoot! Режим доступу: <https://kahoot.com/>
71. Mentimeter. Режим доступу: <https://www.mentimeter.com/>

## ДОДАТКИ

### Додаток А

Самостійна робота з теми «Алгебраїчні рівняння та нерівності» для учнів

11 класу.

#### Варіант 1

1. Виберіть правильну відповідь:

1) Розв'яжіть рівняння  $\frac{x+3}{x-2} = \frac{x-1}{x+4}$

А)  $x = 1$

Б)  $x = -3$

В)  $x = 0$

Г)  $x = 5$

2) Розв'яжіть нерівність  $\frac{x^2-4x}{x+2} \geq 0$

А)  $(-\infty; -2) \cup [0; 4]$

Б)  $(-2; 0) \cup [4; \infty)$

В)  $(-\infty; 0] \cup [4; \infty)$

Г)  $(-\infty; -2] \cup (0; 4]$

3) Розв'яжіть рівняння  $\log_2(x-3) + \log_2(x+1) = 3$

А)  $x = 5$

Б)  $x = 4$

В)  $x = 7$

Г)  $x = 6$

2. Знайдіть відповідність між рівняннями та їх коренями:

1)  $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-1} = 4$

А)  $x = 2x$

2)  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Б)  $x = 1$

3)  $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$

В)  $x = 0; x = \ln 2$

4)  $\ln(x^2 - 2x + 1) = 0$

Г)  $x = -2; x = 2$

3. Розв'яжіть рівняння:  $3^{2x} - 5 \cdot 3^x + 6 = 0$

4. Розв'яжіть нерівність:  $\frac{2x^2-5x+2}{x^2-4} \leq 0$

5. Знайдіть область визначення функції:  $f(x) = \sqrt{2 - \frac{x}{x^2 - 1}}$

Варіант 2

1. Виберіть правильну відповідь:

1) Розв'яжіть рівняння  $x^3 + x^2 - 6x = 0$

A)  $x = 0; x = 2$

Б)  $x = -2; x = 0; x = 3$

В)  $x = -2; x = 0; x = 3$

Г)  $x = 0; x = -3$

2) Знайти корені рівняння  $\left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2 = 4$

A)  $x = 0; x = 2$

Б)  $x = 1; x = -3$

В)  $x = -4; x = 0;$

Г)  $x = -2; x = 3$

3) Розв'яжіть рівняння  $\log_3(x + 4) - \log_3(x - 2) = 1$

A)  $x = 7$

Б)  $x = 6$

В)  $x = 5$

Г)  $x = 8$

2. Знайдіть відповідність між рівняннями та їх коренями:

1)  $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

A)  $x = -1; x = 2$

2)  $\ln(x + 1) = 2$

Б)  $x = -2; x = 1$

3)  $2^{x+1} - 3 \cdot 2^x + 1 = 0$

В)  $x = 2; x = -3$

4)  $\log(x^2 - 3x + 2) = 1$

Г)  $x = e^2 - 1$

3. Розв'яжіть рівняння:  $\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

4. Розв'яжіть нерівність:  $\frac{x^3 - 4x^2 + x}{x^2 - 1} \geq 0$

5. Знайдіть область визначення функції:  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$

Порівняння підручників

	Мерзляк	Бевз
Теоретичний матеріал	<p>Спрощений та доступний виклад: Теорія подана у вигляді коротких визначень та формул, що дозволяє швидко засвоїти основні поняття.</p> <p>Мінімальна деталізація: Теоретичні розділи часто мінімізовані, щоб не перевантажувати учня. Важливі аспекти алгебраїчних рівнянь і нерівностей викладені коротко, що робить підручник легшим для сприйняття учнями, які мають базовий рівень підготовки.</p> <p>Наголос на практику: Більший акцент на прикладних аспектах, ніж на глибокому теоретичному опрацюванні. Теорія швидко переходить до розв'язання задач.</p>	<p>Глибокий теоретичний аналіз: Підручник Бевза приділяє більше уваги теоретичній частині. Кожне нове поняття алгебраїчних рівнянь і нерівностей докладно пояснюється з прикладами та детальними поясненнями.</p> <p>Велика кількість термінів і понять: Матеріал поданий через розгорнуті математичні формулювання і доведення, що дозволяє учням глибше зрозуміти тему, але може бути складним для менш підготовлених учнів.</p> <p>Математична строгість: Підручник надає детальні пояснення механізмів вирішення алгебраїчних рівнянь і нерівностей, що підвищує математичну культуру учнів.</p>

<p>Практичні завдання</p>	<p>Великий обсяг вправ: Підручник Мерзляка містить велику кількість вправ різного рівня складності. Це дозволяє учням поступово поглиблювати свої знання та вправлятися в застосуванні теорії.</p> <p>Наголос на алгоритми: Завдання спрямовані на автоматизацію виконання алгоритмів розв'язання рівнянь і нерівностей.</p> <p>Різнорівневі завдання: Є завдання як базового, так і підвищеного рівня складності, що дає можливість індивідуалізувати навчання.</p>	<p>Завдання з глибоким осмисленням: Практичні завдання у Бевза часто вимагають більшого осмислення та застосування нестандартних підходів. Вправи спрямовані не лише на автоматизацію розв'язань, але й на глибоке розуміння природи рівнянь та нерівностей.</p> <p>Малий обсяг задач: Кількість завдань менша, але вони більш складні, що робить їх підходящими для учнів із високим рівнем підготовки.</p>
<p>Структура уроків</p>	<p>Чітка та лаконічна структура: Кожен урок починається з короткого теоретичного огляду, після чого одразу йде велика кількість прикладів і задач.</p> <p>Зручна для вчителя: Чітка структура уроків дозволяє вчителю швидко організувати роботу на уроці, розподіливши час між теорією та практикою.</p>	<p>Більш теоретично насичені уроки: Уроки починаються з глибокого теоретичного аналізу, який може займати більше часу. Лише після цього пропонуються практичні завдання.</p> <p>Високий рівень самостійності: Учні часто доводиться працювати з матеріалом самостійно,</p>



	<p>Поступове ускладнення: Рівень складності завдань поступово зростає, що дозволяє учням плавно переходити від простих прикладів до складніших завдань.</p>	<p>оскільки теорія складна і вимагає додаткового осмислення.</p> <p>Складніші переходи між темами: Підручник Бевза більше орієнтований на високий рівень підготовки, тому учням може бути важче адаптуватися до зміни тем.</p>
<p>Наочність та допоміжні матеріали</p>	<p>Багато ілюстрацій: У підручнику є чимало графіків і схем, які допомагають учням краще зрозуміти зв'язки між елементами рівнянь і нерівностей.</p> <p>Наочні приклади: Багато прикладів із наочними поясненнями. Учні можуть легко бачити алгоритм виконання завдання.</p>	<p>Менше ілюстрацій: В порівнянні з Мерзляком, Бевз пропонує менше графічних ілюстрацій. Це може бути проблемою для учнів, які краще сприймають візуальну інформацію.</p> <p>Акцент на аналітичне мислення: Підручник більше орієнтований на формули, аналітичні методи та теоретичні пояснення, ніж на графічну підтримку.</p>
<p>Висновок</p>	<p>Підручник Мерзляка підходить для учнів із базовим і середнім рівнем підготовки. Він дозволяє швидко опанувати матеріал завдяки чіткому і доступному викладу теорії та великій кількості вправ. Проте деяким</p>	<p>Підручник Бевза більше орієнтований на учнів із високим рівнем математичної підготовки або тих, хто прагне глибше зрозуміти теорію алгебраїчних рівнянь і нерівностей. Хоча виклад</p>

	<p>учням може не вистачати глибшого теоретичного обґрунтування.</p>	<p>матеріалу може бути складнішим і менш наочним, цей підручник допомагає учням розвивати аналітичне мислення і глибше засвоювати теоретичні основи.</p>
--	---	--

fizmat@sspi.edu.ua  
 суворо дотримуйтесь  
 правил академічної  
 доброчесності

## Інтерактивні методи

Назва методу	Зміст
Мозковий штурм (Brainstorming)	Цей метод стимулює творчість та швидке генерування ідей. На уроці математики його можна використовувати для пошуку різних підходів до розв'язування задач або вивчення нових концепцій. Наприклад, учні можуть пропонувати різні способи розв'язання рівнянь або задач на логіку.
Групова робота (Collaborative Learning)	Дозволяє учням обговорювати математичні проблеми у малих групах, обмінюватися ідеями та допомагати один одному. Це розвиває вміння пояснювати власні думки, аналізувати різні підходи до розв'язання задач та підвищує відповідальність за результат.
Математичні ігри та змагання	Математичних квести або вікторини, мотивують учнів до активного навчання. Ігри можуть бути як настільними, так і цифровими, що додає елемент інтерактивності. Це сприяє розвитку логічного мислення, швидкого обчислення і прийняття рішень.
Дебати	Використовують для обговорення математичних тем, таких як переваги і недоліки різних методів розв'язання задач. Це допомагає учням розвивати аналітичне мислення та вміння аргументовано відстоювати свою точку зору.
Метод проектів	Учні працюють над довготривалим проектом, який включає вирішення реальних математичних проблем. Проекти можуть стосуватися як прикладної математики (статистика, економіка), так і чистої математики

	(геометрія, алгебра). Це розвиває навички дослідження, аналізу та застосування знань.
Ротаційні станції (Station Rotation)	Клас ділиться на кілька станцій, кожна з яких має різні математичні завдання або теми. Учні по черзі відвідують станції, виконуючи завдання в групах або індивідуально. Такий метод допомагає учням поетапно опанувати різні аспекти теми.
Використання технологій	Інтерактивні дошки, мобільні додатки або онлайн-платформи для вивчення математики, такі як Khan Academy, GeoGebra, допомагають учням досліджувати математичні концепції в ігровій формі. Візуалізація математичних понять через графіки, інтерактивні вправи дозволяє краще зрозуміти абстрактні теми.
Математичні симуляції	Моделюють реальні ситуації за допомогою математики. Можна симулювати фізичні явища чи економічні моделі, що надасть учням можливість практичного застосування математичних знань.
Case-study	Аналіз конкретних випадків або задач (наприклад, економічних, фізичних або соціальних) з використанням математичних моделей. Це допомагає учням побачити зв'язок між теоретичними знаннями і їх практичним застосуванням.
Фліппер клас (Flipped Classroom)	Учні попередньо опрацьовують матеріал самостійно (наприклад, переглядають відеоуроки або читають навчальні матеріали), а на уроці проводиться обговорення та практичне застосування знань. Це дозволяє більше часу присвятити вирішенню складних математичних проблем на уроці.

<p>Технологія "Зигзаг" (Jigsaw Technique)</p>	<p>Учні діляться на групи, кожна група вивчає окрему частину математичного матеріалу і стає "експертами" у цій темі. Потім вони діляться знаннями з іншими групами. Такий підхід допомагає розвивати не тільки математичні навички, але й комунікативні здібності.</p>
<p>Самостійні дослідження (Inquiry-Based Learning)</p>	<p>Учні самостійно досліджують математичні теми або задачі, формулюють питання і шукають на них відповіді. Це підвищує рівень їхньої самостійності та вміння використовувати науковий метод для вирішення математичних проблем.</p>
<p>Інтерактивні опитування та голосування</p>	<p>Використання інтерактивних інструментів для голосування (наприклад, Kahoot [70], Mentimeter [71]) під час уроку математики дозволяє швидко оцінити знання учнів, виявити проблемні теми та підтримати залученість всіх учасників уроку.</p>

Тема уроку: **Показникові рівняння та нерівності.**

Мета уроку:

навчальна: повторити означення, графік та властивості показникової функції, основні показникові тотожності; удосконалити знання та вміння учнів розв'язувати показникові рівняння та найпростіші показникові нерівності; систематизувати методи розв'язування показникових рівнянь; навчити використовувати відомі методи для нового виду рівнянь (однорідних).

розвиваюча: розвивати логічне мислення, кмітливість, старанність, самостійність, уміння зосередитися, пізнавальний інтерес, культуру відповіді, критичність і швидкість розв'язування.

виховна: виховувати почуття відповідальності, віру у свої можливості й здібності; формувати вміння співпрацювати в ході спільної навчальної діяльності.

Тип уроку: комбінований.

Форма організації уроку: колективна, групова, індивідуальна, фронтальна.

Обладнання: комп'ютер, презентація, підручник.

Хід уроку

**I. Організаційний етап. Повідомлення теми і мети уроку.**

**II. Узагальнення й систематизація знань та вмінь.**

**1. Бліц-опитування**

На дошку проєктуються запитання. Відповідає учень, який перший підняв руку. За кожну правильну відповідь команді нараховується 2 бали. Якщо відповідь неправильна, то відповідає представник другої команди. Якщо відповідь неповна, то нараховується менше двох балів. За доповнення учень другої команди отримує різницю балів.

Запитання до учнів:

1. Яка функція називається показниковою?
2. Яка область визначення функції  $y = 0,1^x$  ?
3. Яка область визначення показникової функції?

4. Яка область значень показникової функції?
5. Дайте визначення зростаючої функції.
6. При якій умові показникова функція є зростаючою?
7. Дайте визначення спадної функції.
8. При якій умові показникова функція є спадною?
9. При якій умові  $2^{x_1} > 2^{x_2}$  ?
10. При якій умові  $0,2^{x_1} > 0,2^{x_2}$  ?
11. У якій точці перетинається графік функції  $y = 2,4^{-0,3x}$  з віссю ординат?
12. Чи є спільна точка у графіків функцій  $y = 3^x$  і  $y = 0,19^x$ ?
13. Яке рівняння називають показниковим?
14. Скільки розв'язків може мати рівняння  $a^x = b$ , де  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b > 0$  ?
15. Чи має розв'язок показникове рівняння  $a^x = y$ , коли  $y = 0$  ?
16. У чому полягає спосіб зведення до спільної основи при розв'язування показникових рівнянь?

17. Як розв'язуються показникові рівняння виду  $Aa^{2x} + Ba^x + C = 0$  ?

18. Як розв'язати графічно рівняння  $2^x = x+2$  ?

2. «Швидкісні перегони».

**Усні завдання на застосування властивостей показникової функції.**

У завданнях 1, 2, 3, 4 учні повинні назвати номери правильних варіантів.

За повну правильну відповідь – 2 бали. За неповну – 1 бал, за доповнення другої команди – 1 бал.

1. Які з наведених функцій є показниковими?

1)  $y = 3^x$ ;                      2)  $y = x^3$ ;                      3)  $y = 1^x$ ;

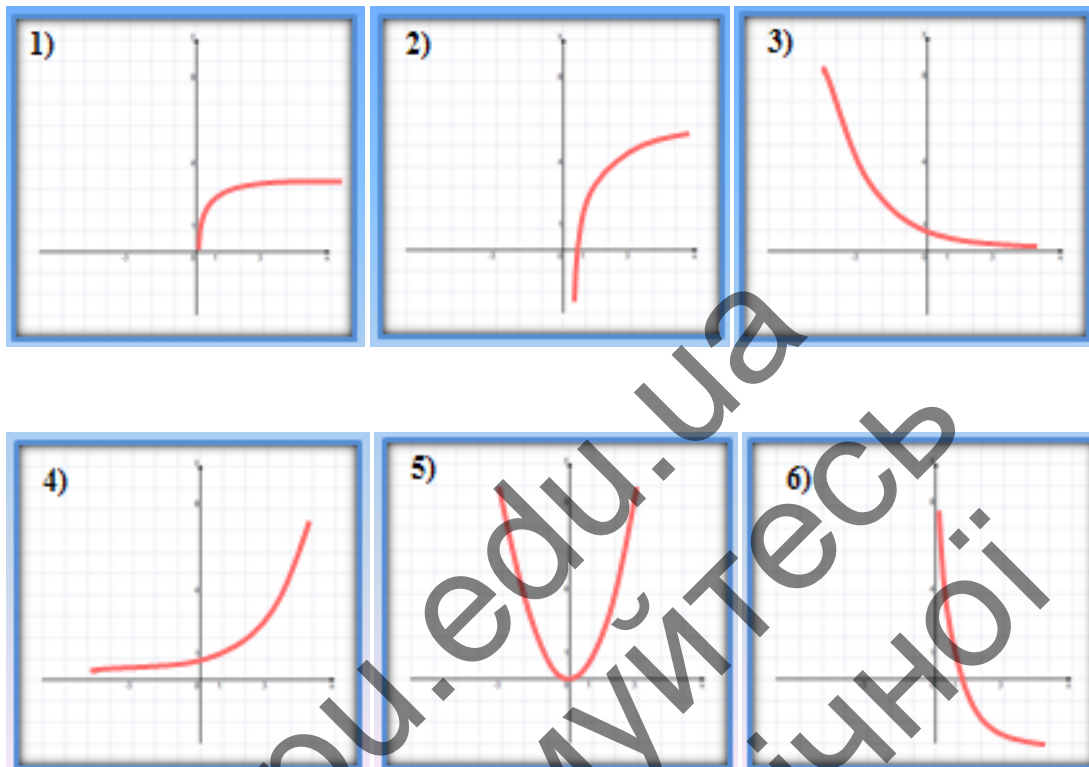
4)  $y = (-4)^x$ ;                      5)  $y = (\sqrt{201})^{x+3}$ ;                      6)  $y = x^{0,6}$ ;

7)  $y = (x-5)^8$ ;                      8)  $y = (1 - \sqrt{7})^x$ ;                      9)  $y = 9^{-x}$ ;

10)  $y = x^{-x}$ ;                      11)  $y = \pi^x$ ;                      12)  $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{\sqrt{5-x}}$ .

(відповідь: 1, 5, 8, 9, 11, 12)

2. Які з наведених графіків є графіками показникової функції?



(відповідь: 3,4)

3. Серед наведених функцій виберіть ті, що зростають.

1)  $y = 2^x$ ;    2)  $y = 10^{0,5x}$ ;    3)  $y = 0,6^{5x+2}$ ;    4)  $y = 0,15^{1,5x}$ ;

5)  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ ;    6)  $y = \left(\frac{7}{5}\right)^x$ ;    7)  $y = (\sqrt{7})^x$ .

(відповідь: 1, 2, 6, 7)

4. Серед наведених функцій виберіть ті, що спадають.

1)  $y = 4^{0,3x}$ ;    2)  $y = 0,3^x$ ;    3)  $y = 6,9^{2x-1}$ ;    4)  $y = 0,1^{12x}$ ;

5)  $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$ ;    6)  $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ ;    7)  $y = \left(\frac{2}{13}\right)^x$ .

(відповідь: 2, 4, 5, 7)

5. Учні пропонують порівняти числа  $m$  і  $n$  та обґрунтувати свою відповідь. За правильну відповідь — 2 бали.

Порівняйте числа  $m$  і  $n$ , якщо:

1)  $\left(\frac{4}{5}\right)^x < \left(\frac{4}{5}\right)^y$ ;    ( $a = 4/5$ ,  $a < 1$ , то  $x > y$ )

2)  $(1,5)^x < (1,5)^y$ ;    ( $a = 1,5$ ,  $a > 1$ , то  $x < y$ )

3)  $(0,3)^m > (0,3)^n$ ;    ( $a = 0,3$ ,  $a < 1$ , то  $x < y$ )

4)  $\left(\frac{8}{3}\right)^m > \left(\frac{8}{3}\right)^n$ ;    ( $a = 8/3$ ,  $a > 1$ , то  $x > y$ )



6. Учням пропонується порівняти  $a$  з одиницею та обґрунтувати свою відповідь. За правильну відповідь – 2 бали.

Порівняйте  $a$  з одиницею ( $a > 0$ ), якщо:

- 1)  $a^7 > a^{10}$ ; (функція  $y=a^t$  із зростанням аргументу спадає, тому  $a < 1$ )
- 2)  $a^{-5} < a^{-3}$ ; (із збільшенням показника степінь збільшується, тому  $a > 1$ )

### 3. «Естафета».

В конкурсі беруть участь по 8 учасників з кожної команди, які по черзі виконують запропоновані завдання. За кожний крок нараховується 1 бал.

Завдання для першої команди.

Подайте у вигляді степеня з основою 2 число:

$$8; \quad \frac{1}{16}; \quad \sqrt{2}; \quad 0,25; \quad 1024; \quad 0,5; \quad \sqrt[3]{4}; \quad 0,0625.$$

(Відповіді:  $8 = 2^3$ ;  $\frac{1}{16} = 2^{-4}$ ;  $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$ ;  $0,25 = 2^{-2}$ ;  $1024 = 2^{10}$ ;  $0,5 = 2^{-1}$ ;  $\sqrt[3]{4} = 2^{\frac{2}{3}}$ ;  $0,0625 = 2^{-4}$ )

Завдання для другої команди.

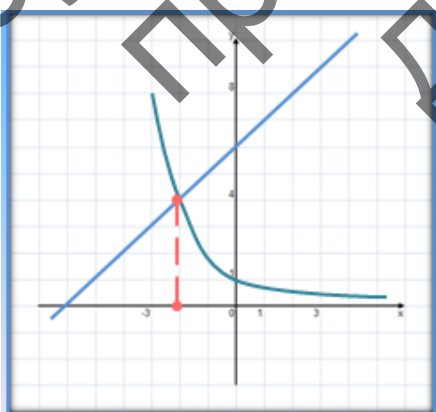
Подайте у вигляді степеня з основою 3 число:

$$81; \quad \frac{1}{27}; \quad \sqrt[3]{3}; \quad 81^{-1}; \quad \sqrt[5]{9}; \quad 1; \quad 729^{0,25}; \quad 27^{\pi}.$$

(Відповіді:  $81 = 3^4$ ;  $\frac{1}{27} = 3^{-3}$ ;  $\sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{3}}$ ;  $81^{-1} = 3^{-4}$ ;  $\sqrt[5]{9} = 3^{\frac{2}{5}}$ ;  $1 = 3^0$ ;  $729^{0,25} = 3^{\frac{3}{2}}$ ;  $27^{\pi} = 3^{3\pi}$ )

### 4. «Математичні розваги».

1. Визначити, розв'язок якого рівняння зображено на даній схемі. За правильну відповідь – 2 бали.



1)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x - 6$ ;

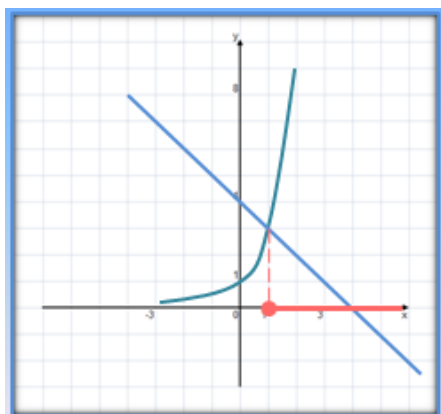
2)  $2^x = x - 6$ ;

3)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x + 6$ ;

4)  $2^x = -x + 6$ .

Відповідь: 3)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x + 6$ .

2. Визначити, розв'язок якої нерівності зображено на даній схемі. За правильну відповідь – 2 бали.



1)  $3^x \geq x - 4$ ;

2)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq 1$ ;

3)  $3^x \leq 3$ ;

4)  $3^x \geq 4 - x$ .

Відповідь: 4)  $3^x \geq 4 - x$ .

5. «Розминка».

Усне розв'язування показникових рівнянь і нерівностей.

На дошку проектується таблиця з найпростішими показниковими рівняннями та нерівностями. За кожну правильну відповідь – 2 бали.

	1	2	3	4	5
1	$2^x = 16$	$3^x = 81$	$5^x = 125$	$10^x = 10000$	$4^x = 256$
2	$3^{x-1} = 9$	$5^{x-3} = 25$	$3^x = \frac{1}{27}$	$12^x = 1$	$\left(\frac{1}{7}\right)^x = 7$
3	$5^{-x} = 25$	$2^{-x} = 16$	$4^x = 2$	$27^x = 3$	$\left(\frac{1}{2}\right)^x = 8$
4	$2^x > 8$	$2^x > \frac{1}{4}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 2$	$2^x \leq \frac{1}{4}$	$2^x > -2$
5	$2^x < -2$	$3^x \leq 27$	$3^x > \frac{1}{9}$	$5^x < \frac{1}{5}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{16}$

6. Класифікація показникових рівнянь.

Назвіть способи розв'язування рівнянь:

1.  $7^{x+2} - 14 \cdot 7^x = 5$

2.  $42^{x+2} + 4^{x+1} - 1 = 0$

3.  $4^{x+1} = 2$

8.  $5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0$

4.  $9^x - 3^{x+1} = 54$

9.  $4 \cdot 3^{x+2} + 5 \cdot 3^x - 7 \cdot 3^{x+1} = 60$

5.  $3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} = 75$

10.  $2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$

6.  $7^x = 49$

11.  $3^{2x-1} = 27$

7.  $2^{6x-2,5} = 16$

12.  $2^{x+2} - 2^x = 9$

Учні записують в таблицю порядкові номери відповідних рівнянь і здають на перевірку експертам. Перевіряються і оцінюються всі роботи. Максимальна кількість балів - 3. Командам виставляється середній бал.

### 8. «Марафон».

Командам пропонується розв'язати рівняння та нерівність, попередньо визначивши, яке це рівняння і яким методом розв'язується.

Конкурс проходить у вигляді естафети, у якій беруть участь по 4 учні з кожної команди. Команда, яка швидше розв'яже всі завдання, виграє. Кожний крок оцінюється 5 балами. Недоліки у розв'язуванні зменшують кількість нарахованих балів. Учень може скористатися «підказкою залу», за яку знімається 1 бал.

Команда 1

Команда 2

Розв'язати рівняння:

Розв'язати рівняння:

1.  $2^x \cdot 3^x = 36;$

1.  $4^x \cdot 5^x = 400;$

2.  $4^x + 2^{x+1} = 80;$

2.  $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250;$

3.  $5^{2x+1} - 5^{2x-1} = 24.$

3.  $3^{x+2} + 3^{x-1} = 28.$

Розв'язати нерівність:

Розв'язати нерівність:

$$(0,3)^{x^2-2x+2} \leq 0,09.$$

$$(1,3)^{x^2-4x+2} \leq 1,6$$

### III. Вивчення нового матеріалу.

Мета: ознайомити учнів з іще одним видом показникових рівнянь – однорідними рівняннями.

Даний етап уроку проходить у формі «мозкового штурму». Експерти оцінюють правильність міркувань, активність учнів кожної команди. Максимальна кількість балів – 5.

Командам пропонується розв'язати рівняння

$$3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x.$$

Учні в командах обмінюються думками щодо розв'язування рівняння. Колективно складають алгоритм розв'язання рівняння, після чого представляють свої варіанти.

Потім перевіряють правильність своїх міркувань за записами на слайді та поясненнями вчителя.

Пояснення вчителя. Показникові рівняння виду  $A \cdot a^{2x} + B(a \cdot b)^x + C \cdot b^{2x} = 0$  називаються однорідними.

Розв'язуються такі рівняння почленим діленням або на  $a^{2x} \neq 0$ , або на  $b^{2x} \neq 0$  ( $a^{2x} > 0, b^{2x} > 0$ ).

Приклад. Розв'язати рівняння  $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$ .

Розв'язання.

Запишемо рівняння так:

$$3 \cdot 4^{2x} + 2 \cdot 9^{2x} - 5 \cdot (4 \cdot 9)^x = 0;$$

Поділимо обидві частини рівняння на  $4^{2x} \neq 0$ . Отримаємо:

$$3 + 2 \cdot (9/4)^{2x} - 5 \cdot (9/4)^x = 0;$$

Зробимо заміну:  $(9/4)^x = t, t > 0$ .

Розв'яжемо отримане квадратне рівняння:

$$2t^2 - 5t + 3 = 0;$$

$$t_1 = 1, t_2 = 3/2.$$

Повернемося до заміни і розв'яжемо показникові рівняння:

$$(9/4)^x = 1;$$

$$(9/4)^x = 3/2;$$

$$(9/4)^x = (9/4)^0;$$

$$(3/2)^{2x} = (3/2)^1;$$

$$x = 0.$$

$$x = 1/2.$$

Відповідь: 0; 1/2.

#### IV. Вироблення навичок розв'язувати однорідні показникові рівняння.

«Практикум».

Учні самостійно розв'язують рівняння і здають на перевірку експертам.

Максимальний бал – 5. Командам виставляється середній бал.

Команда 1  $5 \cdot 4^x - 7 \cdot 10^x + 2 \cdot 25^x = 0$ .

Команда 2  $3 \cdot 4^x - 5 \cdot 6^x + 2 \cdot 9^x = 0$

### V. Підсумок уроку.

Підведення підсумків. Експерти визначають та оголошують команду-переможницю. Учні, які набрали найбільшу кількість балів протягом уроку, «нагороджуються» високими оцінками.

### VI. Домашнє завдання.

1. Повторити теоретичний матеріал, необхідний для розв'язування показникових рівнянь та нерівностей.

2. Розв'язати рівняння:

1)  $7^x = 9^x$ ;

2)  $4^{x+1} + 4 \cdot 3^x = 3^{x+2} - 4^x$ ;

3)  $\frac{6}{4^x-2} - \frac{5}{4^x+1} = 2$ .

## Тема: Алгебраїчні рівняння

Мета: Систематизувати знання учнів з теми «Розв'язування рівнянь», повторити теорію розв'язання рівнянь, виробити вміння визначати вид рівняння та вибирати найбільш раціональні способи розв'язування даного рівняння. Створювати умови для розвитку аналітичного мислення, вміння класифікувати факти. Виховувати потреби в знаннях, культуру спілкування.

Обладнання уроку: дошка, таблиця для опорної схеми, опорні картки з д/з, портрети вчених, картки з індивідуальними завданнями.

Тип уроку: Урок узагальнення і систематизації знань.

## Хід уроку

## I. Перевірка домашнього завдання.

Розв'язки попередньо записані на дошці і учням пропонується провести взаємоперевірку в парах та поставити 1 додатковий бал за правильну відповідь.

№1. Знайти кратність кореня  $x = -2$  для многочлена

$$f(x) = x^7 + 5x^6 + 6x^5 - 3x^4 - 4x^3 - 16x - 16.$$

Оскільки з умови зрозуміло, що  $x = -2$  – корінь, то використовуємо схему

Горнера до тих пір поки  $R = 0$ .

	1	5	6	-3	-4	0	-16	-16
-2	1	3	0	-3	2	-4	8	0
-2	1	1	-2	1	0	-4	0	
-2	1	-1	0	1	-2	0		
-2	1	-3	6	-11	20			

Відповідь:  $x = 2$  є коренем кратності 3, тобто  $f(x) = x^7 + 5x^6 + 6x^5 - 3x^4 - 4x^3 - 16x - 16 = (x + 2)^3(x^4 - 3x^3 - 6x^2 - 11x + 20)$ .

№2. При якому значенні  $a$  число  $2 + \sqrt{3}$  буде коренем многочлена  $ax^2 - 8x + 2$

*Розв'язання.* Так як  $2 + \sqrt{3}$  є коренем многочлена  $ax^2 - 8x + 1$ , то має виконуватись рівність  $a(2 + \sqrt{3})^2 - 8(2 + \sqrt{3}) + 2 = 0$ .

$$a(4 + 4\sqrt{3} + 3) - 16 - 8\sqrt{3} + 2 = 0;$$

$$a(7 + 4\sqrt{3}) - 14 - 8\sqrt{3} = 0;$$

$$a(7 + 4\sqrt{3}) = 14 + 8\sqrt{3};$$

$$a(7 + 4\sqrt{3}) = 2(7 + 4\sqrt{3});$$

$$a = 2.$$

Відповідь: при  $a = 2$ .

II. Мотивація навчальної діяльності

Як можна розв'язати рівняння  $x^5 + 6x^4 + 11x^3 + 6x^2 + 1 = 0$ ?

*Можливі відповіді: розкласти на множники, знайшовши за теоремою Безу або за схемою Горнера корінь.*

Якого степеня утвориться рівняння, що треба розв'язати і як діяти далі?

*Можливі відповіді: 4 степеня і алгоритм повторюємо.*

Постановка проблеми: рівняння 4 степеня не має у цьому випадку цілих коренів. Чи бажаєте дізнатися інші способи розв'язання алгебраїчних рівнянь?

III. Актуалізація опорних знань

а) Повторення теорії розв'язання рівнянь:

- Що називається рівнянням? Рівність виразів зі змінною.

- Що значить розв'язати рівняння? Знайти число, що перетворює

*рівняння у правильну числову рівність або довести, що кореня немає.*

- Які види рівнянь ви знаєте? Цілі, дробові, ірраціональні.

- Які рівняння називаються алгебраїчними?

*Рівняння виду  $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-2}x^2 + a_{n-1}x + a_n = 0$*

б) Повторення прийомів розв'язування рівнянь. Складання опорної схеми.

1) найпростіші (зведення подібних доданків, розкриття дужок, зведення дробів до спільного знаменника, перенесення доданків з однієї частини рівняння в іншу, рішення квадратних рівнянь за формулою, множення (ділення) обох частин рівняння на одне і те ж не рівне нулю число).

Вправа «Знайди помилку»

Приклад 1

$$x(x-6)=x \quad | : x \neq 0$$

$$x-6=1$$

$$x=7$$

Обґрунтувати помилку. Вирішити рівняння правильно.

Приклад 2.

$$\sqrt{x+3} = -1$$

$$(\sqrt{x+3})^2 = (-1)^2$$

$$x+3=1$$

$$x=-2$$

Обґрунтувати помилку. Що сталося? Вирішити рівняння правильно.

2) розкладання на множники (формули скороченого множення, угруповання, теорема Безу).

3) введення допоміжної змінної (слід пам'ятати про ОДЗ самого рівняння і ОДЗ нової змінної).

4) Нетрадиційні прийоми рішення:

функціонально-графічний, змішаний.

Усна робота в групах.

Завдання: класифікувати рівняння по виду і за способом вирішення.

1.  $\frac{3m}{5} = \frac{m}{4}$

2.  $y^2 - 5y + 6 = 0$

3.  $(x-2)^2 - 2(x-2) - 4 = 0$

4.  $\sqrt{4x-5} + 1 = 6$

5.  $\frac{2x^2}{3x-5} = x$

6. Вказати кількість коренів рівняння  $2|x| = a$

7.  $x^3 + 3x^2 - 4x = 0$

8.  $(x-1)^2 - x^2 = 4 - 3x$

Колективна робота

1. Розв'язування рівнянь



$$1. x^3 - 9x + x^2 - 9 = 0$$

Спосіб: розкладання на множники способом групування.

$$(x^3 + x^2) - (9x + 9) = 0$$

$$x^2(x+1) - 9(x+1) = 0$$

$$(x+1)(x^2-9) = 0$$

$$(x+1)(x-3)(x+3) = 0$$

$$\begin{cases} x+1=0 \\ x-3=0 \\ x+3=0 \end{cases}$$

Відповідь: -3; -1; 3.

$$2. x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$

Спосіб: розкладання на множники за допомогою теореми Безу за схемою Горнера. По теоремі Безу (залишок від ділення многочлена  $P(x)$  на двочлен  $(x-a)$  дорівнює  $P(a)$ ). Якщо  $a$ -корінь многочлена  $P(x)$ , то многочлен ділиться на  $(x-a)$  без залишку). Розділимо многочлен 3 ступеня на двочлен  $(x-1)$ .

Один корінь слід шукати серед дільників вільного члена даного многочлена

$$-6: \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6.$$

Цікавий математичний факт - оскільки сума коефіцієнтів многочлена дорівнює 0, то його корінь є 1.

(два учні біля дошки виконують завдання двома способами)

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 6x^2 + 11x - 6 & x-1 \\ \hline x^3 - x^2 & x^2 - 5x + 6 \\ \hline -5x^2 + 11x & \\ -5x^2 + 5x & \\ \hline 6x - 6 & \\ 6x - 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x-1)(x^2 - 5x + 6)$$

$$(x-1)(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

За теоремою оберненою до теореми Вієта  $\begin{cases} x_2 = 2 \\ x_3 = 3 \end{cases}$ ;

Відповідь: 1, 2, 3.

$$3. x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 5x + 1 = 0$$

Симетричне рівняння парного степеня. Спосіб: поділ правої і лівої частин рівняння на  $x^2 \neq 0$ .

Питання - чому це можна зробити? Чи не відбувається втрата кореня?

$$x^2 + 5x + 6 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$(x^2 + \frac{1}{x^2}) + 5(x + \frac{1}{x}) = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = y \text{ (ОДЗ для допоміжної змінної?)}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (x + \frac{1}{x})^2 - 2 = y^2 - 2$$

Самостійне розв'язування з наступним оголошенням результатів

$$y^2 - 2 + 5y + 6 = 0$$

$$y_1 = -4; y_2 = -1$$

$$x + \frac{1}{x} = -4, x = -2 \pm \sqrt{3}$$

$$x + \frac{1}{x} = -1, \text{ коренів немає.}$$

$$\text{Відповідь: } -2 \pm \sqrt{3}$$

$$4. x^5 + 6x^4 + 11x^3 + 11x^2 + 6x + 1 = 0$$

Цікавий математичний факт - симетричне рівняння непарного степеня має корінь  $x = -1$ . Застосуємо теорему Безу, після поділу многочлена, що стоїть в лівій частині на двочлен  $(x + 1)$  рівняння зводиться до оборотного рівняння парного степеня.

$$\begin{array}{r|l} x^5 + 6x^4 + 11x^3 + 11x^2 + 6x + 1 & x+1 \\ \hline x^5 + x^4 & x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 5x + 1 \\ \hline 5x^4 + 11x^3 & \\ 5x^4 + 5x^3 & \\ \hline 6x^3 + 11x^2 & \\ 6x^3 + 6x^2 & \\ \hline 5x^2 + 6x & \\ 5x^2 + 5x & \\ \hline x + 1 & \\ x + 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(x+1)(x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 5x + 1) = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = -2 + \sqrt{3} \\ x = -2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

Відповідь:  $-1, -2 \pm \sqrt{3}$

Поглиблення знань та вмінь учнів по темі «Алгебраїчні рівняння»

Пояснення теоретичної частини вчителем, складання опорної картки.

**Рівняння виду  $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)=A$**   
**Якщо  $a+b=c+d$ , то  $(x^2+(a+b)x+ab)(x^2+(c+d)x+cd)=A$**   
**Заміна  $x^2+(a+b)x=y$**

Робота сильнішого учня біля дошки над прикладом з використанням складеної опорної картки

$$(x+1)(x+2)(x+4)(x+5)=40$$

$$(x^2+6x+5)(x^2+6x+8)=40$$

$$x^2+6x=y$$

$$(y+5)(y+8)=40$$

$$y^2+13y-40=0$$

$$x^2+6x=0 \quad x^2+6x=-13, \text{ коренів немає, бо } D < 0$$

Відповідь:  $-6, 0$ .

III. Повідомлення домашнього завдання та інструктаж щодо його виконання.

Опрацювати опорну картку.

**Рівняння виду  $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)=Ax^2$**   
**Якщо  $ab=cd$ , то  $(x^2+(a+b)x+ab)(x^2+(c+d)x+cd)=Ax^2$  / на  $x^2$**   

$$\frac{(x^2+(a+b)x+ab)(x^2+(c+d)x+cd)=Ax^2}{x \quad x \quad x^2}$$

**Заміна  $x^2+\frac{a+b}{x}=y$**

$$2x^3+8x-x^2-4=0$$

$$2x^3-12x^2+22x-12=0$$

$$6x^4-35x^3+62x^2-35x+6=0$$

$$(x+1)(x+2)(x+4)(x+3)=15$$

$$x(x+2)(x+3)(x+5)=20x^2$$

IV. Підведення підсумку уроку.

Чи збагатився на нашому уроці багаж ваших знань?

Чи відчували ви задоволення розв'язуючи рівняння високого рівня складності.

fizmat@sspu.edu.ua  
Суворо дотримуйтесь  
правил академічної  
доброчесності