

Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка

Фізико-математичний факультет

Кафедра математики, фізики та методик їх навчання

**ЗАДАЧІ НА ПРОЦЕНТИ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ**

Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)

Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка

Кваліфікаційна робота на здобуття освітнього ступеня «Магістр»

Науковий керівник:

\_\_\_\_\_ Т.Д. Лукашова,  
доктор фізико-математичних наук,  
доцент, доцент кафедри  
математики

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021 року

Виконавець:

\_\_\_\_\_ К.В. Козлов

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021 року

Суми 2021

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП.....</b>	<b>3</b>
<b>РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ.....</b>	<b>6</b>
1.1. Аналіз діючих освітніх програм з математики в контексті дослідження.....	6
1.2. Аналіз підручників з теми дослідження .....	10
<b>РОЗДІЛ II. МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТИ В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ.....</b>	<b>21</b>
2.1. Методичні аспекти вивчення задач на проценти в основній школі .....	21
2.1.1. Поняття задачі в математиці. Текстові та сюжетні задачі.....	21
2.1.2. Основні типи задач на проценти .....	29
2.1.3 Особливості розв’язування більш складних задач на проценти .....	35
2.1.4. Методичні особливості вивчення процентів та задач на проценти в основній школі .....	41
2.2. Практичні напрацювання з теми дослідження.....	46
2.2.1. Розробки уроків.....	46
2.2.2. Задачі на проценти в Державній підсумковій атестації та ЗНО з математики.....	54
<b>ВИСНОВКИ.....</b>	<b>58</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....</b>	<b>61</b>
<b>ДОДАТКИ .....</b>	<b>65</b>

## ВСТУП

**Актуальність теми дослідження.** Застосування математики в повсякденному житті наглядно ілюструє необхідність вивчення учнями різних тем та набуття навичок розв'язання цілого ряду математичних задач. До таких задач відносяться, зокрема, задачі на знаходження відсотків. Банківські кредити та депозити, відсоткова ставка по ним – все це постійно на слуху у кожної людини. У відсотках подають економічні, демографічні та фінансові дані. Відсоткові розрахунки використовуються в багатьох професіях, вони знаходять своє відображення у різних статистичних звітах.

Тема «Відсотки» нерозривно пов'язана з цілим рядом тем і понять шкільного курсу математики: рівняннями, пропорціями, десятковими і звичайними дробами, прогресіями тощо. Вона досить широко представлена задачами практичного спрямування у шкільних підручниках з математики, завданнях державної підсумкової атестації з математики (у 9 та 11 класах) та завданнях Зовнішнього незалежного оцінювання.

Слід відзначити досить широке застосування відсотків у цілому ряді шкільних предметів: вони використовуються при визначенні витрат електроенергії та визначенні коефіцієнту корисної дії, який вивчається у фізиці; для визначення складу різних верств населення, що розглядають під час вивчення географії; характеризують вміст цукру в сировині, кількість вітамінів в овочах, при вивченні основ здоров'я; застосовуються для характеристики концентрації речовин у хімії тощо. Таким чином, тема «Відсотки» має широке прикладне значення і забезпечує міжпредметні зв'язки математики.

Проблемі прикладної та практичної спрямованості математики в цілому (і математичних задач, зокрема) присвячено цілу низку наукових праць вітчизняних дослідників: Війчук Т.І., Дорофєєвої Г.В., Межейнікової Л.С., Ракова С.А., Слепкань З.І., Терешина Н.А., Швеця В.О.

Методичні особливості вивчення відсотків та задач на відсоткові розрахунки в основній школі розглянуто в роботах Мельниченко Ю.А., Сисоєнко В.М., Шевкіна О.В., Шоферовської Л.С. та інших.

Також не можна залишити поза увагою постійне оновлення програм та введення компетентнісного підходу у навчання та інформатизацію навчання. Починаючи з 2015 року, проходить перегляд та оновлення програм з усіх шкільних предметів, а з 2006 року відбувається інформатизація освітнього процесу, тобто у кожний предмет поступово входить використання інформаційних технологій, інтернет-сервісів, навчальних програм. Окрім позитивних моментів використання інформаційних ресурсів (в тому числі, програм та середовищ навчання математики), є цілий ряд недоліків: досить часто учні починають використовувати так звані програми-калькулятори для обчислення коренів квадратного рівняння, побудови графіків тощо. При цьому вони отримують результат, подекуди не усвідомлюючи, як саме відбувається той чи інший процес побудови чи обчислення. Таким чином, періодичний перегляд методики вивчення різних тем шкільного курсу математики є важливим і необхідним.

Варто зауважити й про особливе сприйняття матеріалу сучасним поколінням дітей. Вони більше налаштовані на наочне сприйняття матеріалу, вони також більш нетерплячі та непосидючі, що пояснюється проникненням інформаційних технологій у всі сфери життя. Це вимагає від вчителя, а особливо від вчителя математики, бути більш терплячим, готовим до переформулювання задач шкільного курсу таким чином, щоби зацікавити учнів. Це є ще однією підставою говорити про актуальність розгляду методики навчання різних тем шкільної математики у сучасних умовах.

При тому, що задачі на відсотки є в змісті державної, підсумкової атестації, у зовнішньому незалежному оцінюванні, і їх розв'язанню приділяється достатня увага вчителями на уроках, в загальному випадку ці задачі відносять до таких, які є складними для більшої частини випускників шкіл [31].

Враховуючи усе зазначене вище, тема дослідження є актуальною та важливою.

**Об'єктом дослідження** є процес навчання математики учнів основної школи.

**Предметом дослідження** є методичні особливості навчання учнів розв'язуванню задач на відсотки в курсі математики основної школи.

**Мета дослідження** полягає у виявленні методичних особливостей вивчення теми «Відсотки» в основній школі та розробці методичних матеріалів для навчання учнів розв'язуванню задач на відсотки.

Виходячи з мети дослідження виділено наступні **завдання дослідження**:

1. Провести аналіз навчальної, психолого-педагогічної та методичної літератури з проблеми дослідження, зокрема, проаналізувати діючі навчальні програми та підручники з математики у контексті теми дослідження.

2. Розкрити методичні аспекти вивчення теми «Відсотки» в курсі математики основної школи.

3. Виділити основні типи задач на відсоткові розрахунки.

4. Розробити систему завдань та представити розробки уроків з теми дослідження.

**Методи дослідження.**

**Теоретичні методи** — системний аналіз психолого-педагогічної і навчально-методичної літератури з проблеми дослідження, моделювання педагогічних процесів.

**Емпіричні методи** — спостереження, бесіди з вчителями і викладачами, вивчення і узагальнення досвіду вчителів математики, що працюють у 5-9 класах.

**Структура роботи.** Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків та списку використаних джерел (50 найменувань).

У вступі обґрунтовано актуальність дослідження, визначено об'єкт, предмет і мету дослідження, сформульовано завдання дослідження.

Перший розділ дипломної роботи «Теоретичні основи проблеми дослідження» присвячено аналізу програм і підручників з математики (алгебри) в контексті дослідження.

У другому розділі «Методика вивчення задач на проценти в основній школі» розглянуто методичні особливості вивчення процентів та задач на проценти в основній школі та представлено розробки уроків з теми дослідження. У висновках подано основні результати дипломної роботи.

Робота містить 2 таблиці та 4 рисунки. Повний обсяг роботи становить 65 сторінок.

**Практична значущість.** Результати роботи можуть бути корисними учителям математики та суміжних дисциплін, здобувачам педагогічних закладів вищої освіти та усім, хто виявляє цікавість до навчання математики.

Суворо  
дотримуйтесь  
академічної  
Доброочесності  
fizmat@sspu.edu.ua

## РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ

### 1.1. Аналіз діючих освітніх програм навчання математики в контексті дослідження

Програми з математики визначають змістові лінії навчання та основний зміст вивчення окремих тем. Також зазначаються години на теми, в середині якої вчитель самостійно визначає розподіл часу на вивчення складових. Програми регулярно переглядаються та оновлюються, що є вимогою часу та змінами в усіх сферах життя людини.

На сайті Міністерства освіти та науки України у розділі «Навчальні програми для 5-9 класів» [32] подано у вигляді презентації. Там відмічено, що вчителі усіх предметів мають створити умови для формування ключових компетентностей. До ключових компетентностей відносять [32]:

- спілкування державною мовою,
- спілкування іноземними мовами,
- математичну компетентність,
- компетентності у природничих науках,
- інформаційно-цифрову компетентність,
- уміння вчитися впродовж життя,
- ініціативність і підприємливість,
- соціальну та громадянську компетентності,
- обізнаність та самовираження у сфері культури,
- екологічну грамотність та здорове життя.

Як бачимо, математичну компетентність зазначають третьою у списку, що відповідає важливості вивчення математики у школі і формування знань, умінь та навичок у школяра, який пізніше стає фахівцем в певній галузі. Математичні знання, в цілому, і вивчення процентів, зокрема, є важливими в усіх галузях діяльності людини. Фахівець має уміти розрахувати відсоток виконаної роботи, показник якості продукту чи процесу, побудувати графік порівняння деяких компонентів, які подаються у відсотковому відношенні. Це

стосується не лише відсотків, а й усіх ключових понять і тем математики. Математичну компетентність можна вважати складовою загальної культури особи. Фріланс, залученість великої кількості осіб до економічних відносин вимагає наявності математичних знань.

В самій програмі [32] математична компетентність розшифровується так:

➤ **уміння:** оперувати числовою інформацією, геометричними об'єктами на площині та в просторі; встановлювати відношення між реальними об'єктами навколишньої дійсності (природними, культурними, технічними тощо); розв'язувати задачі, зокрема практичного змісту; будувати і досліджувати найпростіші математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ, інтерпретувати та оцінювати результати; прогнозувати в контексті навчальних та практичних задач; використовувати математичні методи у життєвих ситуаціях;

➤ **ставлення:** усвідомлення значення математики для повноцінного життя в сучасному суспільстві, розвитку технологічного, економічного й оборонного потенціалу держави, успішного вивчення інших дисциплін;

➤ **навчальні ресурси:** розв'язування математичних задач, зокрема таких, що моделюють реальні життєві ситуації

До очікуваних результатів навчання відносять [32]:

- знаннєвий компонент,
- діяльнісний компонент,
- ціннісний компонент.

Оновлені навчальні програми урівноважують вказані компоненти та розглядають їх виключно у єдності. І це важливо закладати у навчальну програму.

Згідно навчальної програми [32] відсотки починають вивчатися у 5-му класі. Першою темою вивчення у 5-му класі є «Натуральні числа і дії з ними. Геометричні фігури і величини», а другою є «Дробові числа і дії з ними», до якої і відноситься вивчення відсотків. Учень після вивчення даної теми має розуміти поняття відсотка, уміти формулювати його означення, уміти



знаходити відсоток від числа та число за його відсотком. Тут же зазначається, що учень має уміти розв'язувати сюжетні задачі з реальними даними такими, як розрахунок сімейного бюджету, можливість здійснення масштабних покупок тощо. Таким чином, вивчення відсотків є складовою змістової лінії «Числа і дії над ними». На всю тему «Дробові числа і дії з ними» визначається 60 годин, які вчитель розподіляє по підтемам. На відсотки в підручнику темі відсотки присвячено три параграфи.

Слід зауважити, що у 3-4 класах учні навчаються знаходити дріб (частину) від числа та число за величиною відповідного дробу. Ці навички тісно пов'язані з умінням знаходити проценти від числа та число за процентами. Тобто, можна стверджувати про логічну побудову та наступність у вивченні даної теми в шкільному курсі математики.

В шостому класі учні знайомляться з темами «Відсоткове відношення двох чисел» та «Відсоткові розрахунки» в рамках теми «Відношення і пропорції» (на вивчення якої відводиться 24 години). Тут до результатів навчання відносять: розуміння пропорційної залежності, масштабу, відсоткового відношення двох чисел. При цьому учень має розв'язувати вправи на знаходження відношення чисел і величин, запис відсотків у вигляді звичайного та десяткового дробів, аналіз стовпчастих та кругових діаграм. Вказується також уміння розв'язувати основні задачі на відсотки.

Як бачимо, циклічне вивчення, що є характерним для усіх шкільних дисциплін, проявляється і при вивченні математики. Вивчення дробових співвідношень є пропедевтикою до вивчення відсотків. Вивчення відсотків є пропедевтикою вивчення прогресій, елементів ймовірності та статистики.

Вивчення даної теми продовжується в курсі алгебри 9-го класу: розглядаються формули складних відсотків в межах теми «Числові послідовності», яка вивчається протягом 10 годин. Тут приділяється небагато уваги саме задачам з відсотками, що вважаємо недоліком сучасної програми.

За вказаною програмою вивчення відсотків відбувається у 5, 6 та 9 класах. Розв'язування задач на відсотків є досить складним для багатьох учнів. Це

пояснюється тим, що серед задач на відсотки, що пропонуються в підручниках переважають такі, які учням ще не знадобилися в реальному житті: банківські підрахунки, знижка товарів тощо. Окрім того, до 9 класу частина правил і алгоритмів обчислення відсотків забуваються учнями, які перевантажені іншими предметами, іншими темами з математики, виокремленням предметів алгебри та геометрії тощо. І тоді вже на вчителя покладається відповідальність за повторення учнями теми, яка зникає у вивченні на два роки. Зважаючи на те, що тема «Відсотки» має безпосереднє практичне значення, вчителю необхідно періодично повертатися до розв'язування таких задач, що досить важко зробити як в умовах зменшення кількості годин так і дистанційного навчання, яке не сприяє якісному засвоєнню матеріалу у переважній більшості дітей.

## 1.2. Аналіз підручників з теми дослідження

Вивчення відсотків закріплює, систематизує та поглиблює роботу з дробами. Можна також зазначити, що при вивченні даної теми розвиваються такі розумові прийоми як аналіз та аналогія, оскільки поняття відсотка подається через уже усвідомлене поняття десяткового дроби. Також продовжується навчання учнів формалізувати задачу. Навчити учнів абстрагуватися від змісту задачі та перевести приклад на мову чисел. Це необхідно для подальшого навчання математики. Також важливою складовою є робота з пропорціями. Тут формуються перші кроки до використання пропорції, що буде корисним в подальшому при вивченні інших тем, зокрема подібності трикутників в геометрії.

Від того як учень засвоїв роботу з дробовими числами залежить успішне усвідомлення роботи з відсотками. Досліджуючи програму з математики, можемо зрозуміти логічну побудову тем, їх взаємозв'язок, очікувані результати навчання, перелік підтем. Проте більш детально в плані пояснення, прикладів, закріплення подається у підручниках. На сьогодні існує достатня кількість підручників з математики різних авторів. Вибір підручника для певного класу частіше залежить від наявності їх у шкільній бібліотеці. Проте з сучасними

інформаційними технологіями вчитель може рекомендувати підручники, які представлені на офіційних сайтах, і той, який, на розсуд вчителя, кращий.

Розглядаючи відсотки у 5-му класі, проаналізуємо підручники, створені авторськими колективами: Мерзляк А.Г., В.Б. Полонський, М.С. Якір [28], Істер О.С. [10] і Тарасенкова Н.А., Богатирьова О.П. та ін. [42].

В підручнику «Математика 5 клас» [28] (автори: Мерзляк А.Г., В.Б. Полонський, М.С. Якір) пояснення пропонується спочатку на основі одиниць вимірювання: 1 см це одна сота частина метра, 1 ар – це одна сота частина гектара, 1 рік – це одна сота частина століття. Учні пояснюється, що саме для сотої частини придумали назву 1 процент або 1 відсоток і спеціальне позначення «%».

Далі формується вміння обирати що саме потрібно прийняти за 100%. Наступним кроком є пояснення правила запису відсотка у десятковий дріб і, навпаки, десяткового дробу у відсоток.

Після цього демонструються приклади розв'язування задач. Перша задача має таку умову: «Полуниці містять 6% цукру. Скільки цукру міститься в 15 кг полуниць». Розв'язання її полягає у тому, щоб спочатку знайти скільки кілограм становить 1% маси усіх полуниць, а потім обчислюється кількість цукру у знайденій кількості. Після прикладу наголошується на тому, що дана задача є задачею на знаходження відсотків від числа.

Другий приклад, на нашу думку, краще має засвоїтися учнями: «В магазин доставили 600 кг шоколадного цукерок, печива та мармеладу. Цукерки становлять 40% товару, печиво – 25%. Скільки завезли мармеладу?». Зрозуміліший він тому, що тут відображається поняття 100%. В попередньому прикладі потрібно зрозуміти учню 5го класу скільки кілограм становить 1% від маси ягід. Це для дитини дещо заплутано. В цьому ж прикладі показується, що весь товар приймається за 100 відсотків. Тоді ми маємо знайти скільки товару становить 1%. І для вчителя краще спочатку продемонструвати як знайти кількість цукерок або печива. Тобто відомих нам величин у відсотках, і лише

потім розглядати знаходження кількості відсотків становить мармелад. Після цього знайти вагу мармеладу.

Після пояснення пропонуються теоретичні питання до параграфу і усні вправи. В останніх проводиться актуалізація знань з попередніх тем: тут треба знайти певну частину від числа, проявити уважність до запитання.

Вправи на закріплення поступово ускладнюються і допомагають учням:

- навчитися знаходити відсоток від числа на простих завданнях;
- зрозуміти та звикнути до того, що увесь обсяг певної величини потрібно приймати за 100%;
- розв'язувати наочні задачі;
- записати відсоток у вигляді десяткового дробу і навпаки.

Після цього пропонуються задачі. Задачі поступово ускладнюються. Наприклад, задача № 1085 має таку умову: «За два дні продали 125 кг яблук, причому за перший день продали 46% яблук. Скільки яблук продали за другий день?». Розв'язання задачі можна провести двома способами, розглянемо один з них: спочатку визначається скільки відсотків становили продані у другий день яблука ( $100 - 46 = 54\%$ ), а потім визначаємо скільки яблук становить 54% ( $125 : 100 = 1,25$  кг становить 1%, тоді  $54 * 1,25 = 67,5$  кг).

Задача під номером № 1092 з умовою «У саду ростуть 1500 дерев, з них 60% становлять фруктові. Черешні становлять 52% фруктових дерев. Скільки черешень росте в саду?». Тут вже треба вибудувати певний алгоритм розв'язання: спочатку знайти кількість фруктових дерев, прийнявши за 100% усі дерева в саду. А потім прийняти за 100% фруктові дерева і обчислити кількість черешень.

Дві останні задачі у цьому пункті поєднують роботу з відсотками та знаходження дробової частини від числа. Таким чином поступове ускладнення дає змогу реалізувати диференційований підхід у навчанні математики, а також далі розвивати розумові здібності учня.

Наступним пунктом у вказаному підручнику розглядається знаходження числа за його відсотками. Пояснення здійснюється на прикладах. Завдання

також подаються по мірі ускладнення. В даному пункті наводиться більше завдань більш складного рівня.

Далі пропонуються тестові завдання для закріплення знань, з яких 2 з 12 містять роботу з відсотками.

Підручник з математики для 5 класу [10] автора Істер О.С. містить, на нашу думку, краще візуальне оформлення: виділяються означення та правила, приклади ілюструють теоретичний матеріал і йдуть почергово. При закріпленні теми також надаються завдання розташовані по рівням складності. При розгляді теми «Знаходження числа за його відсотками» виділено правило, за яким це можна здійснити.

Тут дещо інший порядок вивчення тем. У підручнику [28] вивчаються відсотки після вивчення середнього арифметичного числа. У підручнику [10] середнє арифметичне подається після вивчення теми «Відсотки».

**37. Відсотки. Знаходження відсотків від числа**  
 На практиці люди часто користуються сотими частиними величин. Наприклад, сота частина гектара — 1 ар (1 сотка), сота частина століття — 1 рік, сота частина гривні — 1 копійка, сота частина метра — 1 сантиметр.  
 Для сотих частин величини або числа призначили спеціальну назву — один відсоток або один процент (від латинського *pro centum* — «на сто») і позначення — 1%.  
 Щоб знайти 1% від величини, треба її значення поділити на 100. Наприклад, 1% від 300 кг дорівнює 3 кг. Справді,  $300 \text{ кг} : 100 = 3 \text{ кг}$ .  
 Оскільки 1% становить  $\frac{1}{100}$  величини, то, наприклад, 3% становлять  $\frac{3}{100}$  величини.

**!** Відсотком (процентом) називають соту частину  $\left(\frac{1}{100}\right)$  будь-якого числа (або числового значення величини).  
 Для позначення відсотка (процента) використовують знак %:  
 $1\% = \frac{1}{100} = 0,01$   
 Знайти 1% від числа — значить знайти одну соту частину цього числа.  
**Задача 1.** Знайти 1% від 400 грн.  
**Розв'язання.** Приймаємо 400 грн за 100%. Щоб знайти 1%, потрібно 400 грн поділити на 100.  $400 : 100 = 4$  грн.  
 Соту частину центнера називають кілограмом, соту частину метра — сантиметром, соту частину гектара — аром (або соткою). Наприклад, кілограм — це один відсоток центнера, сантиметр — один відсоток метра, ар — один відсоток гектара.  
 Можна записати також:  
 $2\% = \frac{2}{100} = 0,02$ ;      $13\% = \frac{13}{100} = 0,13$ ;  
 $97\% = \frac{97}{100} = 0,97$ ;      $137\% = \frac{137}{100} = 1,37$  тощо.  
**!** Щоб перетворити відсотки в десятковий дріб, треба поділити число процентів на 100.

**Рис.1.1.** Порівняння оформлення у підручниках з математики [28] (зліва) та [10] (справа)

У підручнику Тарасенкової Н.А. та ін. [42] пояснення починається з проблемної задачі: наведено на малюнку зображення шоколадки та морозива, на етикетках яких написано 56% какао, 100% пломбір. І далі розглядається поняття відсотка та правила його обчислення. Тут також пояснення чергується

з прикладами, що, на нашу думку, є більш доречним для учнів п'ятого класу та відповідає їх віковим особливостям.

Розгляд правил знаходження відсотка від числа виділено окремим пунктом. Тут розв'язання задачі подається не лише текстом підручника, але й на малюнку у вигляді розв'язування у зошиті, що також орієнтовано на сприйняття учнями 5го класу.



Рис.1.2. Представлення нового матеріалу у підручнику Тарасенкової Н.А. та ін.

У вказаному підручнику матеріал, що стосується вивчення середнього арифметичного також подано пізніше вивчення відсотків, що дає змогу розглядати задачі на відсотки при вивченні даної теми.

Таким чином, в усіх підручниках з математики для п'ятого класу поняття проценту вводиться після вивчення десяткових дробів. Десяткові дроби – найкращий матеріал, на основі якого можна пояснити поняття однієї соті частини об'єкту. У всіх підручниках згадується міри довжини, маси, співвідношення копійок та гривні: 1 см=1/100 м, 10 грам=1/100 кг, 1 коп=1/100 грн.

У кожному з підручників наводяться приклади розв'язування задач на знаходження відсотка за числом та числа за відсотком. Важливою відмінністю,

на наш погляд, є врахування вікових особливостей учнів 5 класів, що більшою мірою реалізується у підручнику [42] Тарасенкової Н.А. та ін.

З іншого боку у підручнику Мерзляка А.Г. та ін. більше завдань, що дають змогу розкрити потенціал учнів зі здібностями до математики.

Особливості вивчення відсотків у вказаних вище підручниках з математики для 5 класу наведено у таблиці 1.1.

**Таблиця 1.1 Аналіз вивчення роботи з відсотками у п'ятому класі**

Підручник	Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. , 2018 рік	Істер О.С. , 2018 рік	Тарасенкова Н.А., Богатирьова О.П. та ін., 2018 рік
Метод викладання	Комбінований, є спочатку приклад – потім правило, характерні для індуктивного підходу, а також спочатку правило – потім приклад – для дедуктивного підходу	Комбінований, є спочатку приклад – потім правило, характерні для індуктивного підходу, а також спочатку правило – потім приклад – для дедуктивного підходу	Комбінований, є спочатку приклад – потім правило, характерні для індуктивного підходу, а також спочатку правило – потім приклад – для дедуктивного підходу
Приклади розв'язання задач	Розглянуто різні типи задач після теоретичних відомостей	Розглянуто різні типи задач, приклади чергуються з теоретичними поясненнями	Розглянуто різні типи задач, приклади чергуються з теоретичними поясненнями
Система задач	Усні вправи Завдання розподіляються на рівні, при цьому об'єднані початковий та середній, відокрем-	Є усні вправи, задачі розподіляються на окремі 4 рівня складності	Задачі подано з позначками середнього рівня складності, достатнього та високого (3 задачі)

	лено достатній, високий (2 задачі) Не наведено задач підвищеної склад- ності		Запропоновані задачі підвищеної складності
Наочність, естетичне оформлення	Мінімальне, жирним шрифтом виділено терміни, іншим кольором оголошуються прикладі	Оформлення яскраве, важливе виділяється кольором і шрифтом для привертання уваги	Наявні зображен- ня для привер- тання уваги, є оформлення задач текстом у підруч- нику та на малюн- ку у зошиті
Взаємозв'язок між темами	В завданнях для усної роботи повторюється дії з дробовими числа- ми, в задачах високого рівня поєднані дії з дробами та відсотками. Після теми перед- бачені вправи для повторення	Після кожної теми є завдання для повторення	В задачах та питаннях увагу приділяється виключно темі вивчення, роботі з відсотками. В наступній темі про середнє арифме- тичне в задачах зустрічаються відсотки
Окремі примітки	В розділі «Головне у параграфі» наводиться тільки означення відсотка без правил для знаходження відсотків від числа та навпаки Пропонуються тести для самопереїврки	В підручнику пропонуються самостійні домашні роботи	Тема «Середнє арифметичне» подана після вивчення відсотків



У шостому класі продовжується вивчення відсотків темою «Відсоткове відношення двох чисел. Відсоткові розрахунки». Ця тема запланована в рамках вивчення теми «Відношення та пропорції».

Тема представлена у підручнику Мерзляка А.Г. та ін. [29] аналогічно вивченню теми «Відсотки» у 5-му класі. Спочатку наводиться роз'яснення відношення чисел, вказуються поняття відсоткового відношення, що саме показує відсоткове відношення, правила його обчислення. Далі розбираються приклади розв'язування задач, пропонуються вправи для усної роботи та вправи для письмової роботи. Також представлені вправи різного рівня складності. Тут багато наводиться задач на розчини, які так важко розуміють учні. Розв'язування великої кількості таких вправ надасть можливість учням краще їх зрозуміти та набути досвіду їх розв'язування.

У підручнику Тарасенкової Н.А. та ін. [43] тема «Відсоткові розрахунки» пропонується після вивчення тем «Коло і круг», «Діаграми», «Циліндр. Конус. Куля» (у попередньому підручнику [29] відсоткове відношення та розрахунки вивчаються перед вказаними темами). Тут повторюються правила знаходження числа за його відсотком, відсотка від числа, надається нове поняття відсоткового відношення, а також пропонується до вивчення знаходження зміни відсотка за зміною числа і навпаки. В даному підручнику наводиться дуже мало задач на розчини. І в той же час приділяється увага розв'язуванню задач таких, як «Число 48 збільшили на 55%, а потім зменшили на 15%. Яке число отримали?».

У підручнику Істера О.С. [11] також розглядається відсоткове відношення двох чисел, наводиться правило для визначення, на скільки відсотків збільшилася/зменшилася певна величина. Окрім того, у вигляді прикладів (а не правил, як в вище розглядуваному підручнику) передбачено повторення матеріалу 5-го класу щодо знаходження відсотка за числом та числа за його відсотком Також варто зазначити різноманіття задач, які дають змогу як повторити, так і сформулювати нові вміння.

Проаналізувавши зміст навчального матеріалу у вищевказаних підручниках, можемо зауважити, що усі вони відповідають навчальній програмі, новий матеріал подається по-різному, різним є задачний матеріал, проте в усіх підручниках використовується диференційований підхід – варіюється складність задач, пояснення з ілюструванням прикладами. Таким чином, у вчителя математики є можливість обрати найбільш доцільний підручник для конкретного класу.

У дев'ятому класі вивчення відсотків завершується ознайомленням учнів з поняттям складних відсотків. Обчислення таких процентів пояснюється саме на прикладі задачі про банківські розрахунки вкладених коштів та їх дохідності. Дана формула вивчається у темі геометричної прогресії, тому їй приділяється незначна увага. Наприклад, у підручнику Мерзляк А.Г. та ін. [30] для пояснення теми наводиться два невеличкі абзаци теоретичної частини та 5 задач для закріплення в розділі вправ.

В той же час у підручнику Істер О.С. [12] виділено цілий параграф 19, де розглядаються декілька прикладів задач, а вправи для закріплення представлені задачами на достатній та високий рівень. Хоча слід відмітити також їх невелику кількість – усього 8 шт.

Узагальнити усе вищезазначене можна таким чином, як представлено у таблиці 1.2.

**Таблиця 1.2. Аналіз вивчення роботи з відсотками у 9 класі**

Підручник	Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С., 2017 рік	Істер О.С., 2017 рік
Метод викладання	Розглянуто приклад задачі, на основі якої виводиться загальна формула	Розглянуто приклад задачі, на основі якої виводиться загальна формула
Приклади розв'язання задач	Наведено один приклад	Розглянуто три приклади різних задач

Система задач	Серед інших завдань з геометричної прогресії запропоновано 5 задач на обчислення складних відсотків	Пропонуються чотири задачі достатнього рівня та чотири задачі високого рівня
Наочність, естетичне оформлення	Оформлення відповідно підручникам інших років	Оформлення відповідно підручникам інших років
Взаємозв'язок між темами	Є вправи для повторення зі інших тем після вивчення вказаної	Пропонується домашня самостійна робота з завданнями з різних параграфів, а також завдання для перевірки знань до декількох параграфів
Окремі примітки	Представлено одним прикладом при розгляді теми «Геометрична прогресія»	Виокремлено у окремий параграф

Навчання в сучасному світі наповнене багатьма факторами, які створюють сприятливі чи негативні чинники для усвідомлення учнями матеріалу. Ще три роки тому про дистанційне навчання відгукувалися як про таке, що ніколи не може замінити чи навіть доповнити навчання у школі. Дистанційне навчання більше відносилось до вищої освіти, де студент міг працювати або вимушений за певними обставинами залишатися вдома та одночасно навчатися. До загальної середньої освіти це переважно не застосовувалося. На сьогодні відповідно до епідеміологічної ситуації школи усіх країн перелаштувалися на змішане навчання:

- є очне відвідування закладу загальної середньої освіти, якщо немає загрози погіршення ситуації у закладі, місті, регіоні чи країні;
- є дистанційне навчання з залученням цифрових технологій, за допомогою яких учителі проводять уроки.

Проте слід зауважити про таку проблему, як вимоги та санітарні норми тривалості роботи учня за комп'ютером чи планшетом. І на даний час розклад у школах складається таким чином під час дистанційного навчання, щоб

чергувалися онлайн уроки засобами конференцій та спілкування у чаті. Розуміємо, що спілкування у чаті з математики надає менше можливостей організувати ефективно засвоєння матеріалу учнями. Тому тут збільшується вага самостійної роботи учня.

Працюючи на уроці очно, учень також мав опрацювати у підручнику матеріал, але, говорячи про самостійне опанування нової теми, можна зазначити, що реалізація компетентності уміти навчатися відбувається у повному обсязі. Тож важливо як викладений матеріал у підручниках і посібниках, і чи може учень самостійно його опрацювати.

Суворо  
Дотримуйтеся  
академічності  
Доброочесності  
fizmat@sspu.edu.ua

## РОЗДІЛ II. МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТИ В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ

### 2.1. Методичні аспекти вивчення задач на проценти в основній школі

Для математики притаманна особливість – вона, як ніяка інша шкільна дисципліна, навчає абстрактному мисленню. Проте окремі теми не є абстрактними і тісно пов'язані з конкретними розрахунками, що постійно виникають у побуті та реальному житті. До таких тем цілком можна віднести відсотки. При вивченні цієї теми досить повно реалізується практична спрямованість математики, оскільки розглядаються задачі, в умові яких часто відображаються реальні життєві ситуації.

#### 2.1.1. Поняття задачі в математиці. Текстові та сюжетні задачі

У різних науковців і дослідників зазначається, що поняття задачі в психології та педагогії визначається неоднозначно [1;35;36;39]. Під терміном «*математична задача*» розуміють ситуацію зовнішньої діяльності, що пропонується у відриві від суб'єкта діяльності [39]. Як правило, математична задача містить певну вимогу: обчислити, довести, побудувати, перетворити. Іншими словами, така задача має запитання, на яке можна знайти відповідь за допомогою арифметичних дій, геометричних побудов, використання теорем тощо. Для того, щоб знайти відповідь людина, яка розв'язує задачу, має знати певний набір фактів. Виконавець задачі повинен мати певні числові значення елементів: довжини сторони, знати тип трикутника, масу продукту, відсоткове відношення тощо.

Задачі, всі об'єкти яких математичні (доведення теорем, обчислювальні вправи, встановлення ознак досліджуваного математичного поняття тощо), як зазначалось вище, *суто математичними задачами* [39].

Перед розв'язанням задачі її треба проаналізувати. Потрібно з'ясувати, скільки величин розглядається та які вони мають значення. Вказання величини складається з трьох елементів: назви величини, зазначення особливості певного

значення і числового значення. До завдання невідомого значення входить запитання «скільки?» чи вимога «знайти», таке значення називають шукане.

Хід розв'язання задачі складається з чотирьох етапів:

- усвідомлення умови задачі,
- складання плану розв'язку,
- реалізація розв'язку,
- аналіз отриманої відповіді [36, с.143].

При розв'язуванні задачі залучається асоціативне мислення: усвідомлення ключової властивості об'єкта, вибір шляху з декількох варіантів, вміння зробити крок назад і відтворити частину шляху. Тут також формується вміння аналізувати, об'єднувати, розбивати на частини, протиставляти факти або знаходити спільне, аргументувати, робити висновки. Важливою складовою є усвідомлення учнем питання: що саме треба знайти? Часто учні йдуть за тим, що вони знають, і шукають елементи, знаходження яких не вимагається в задачі. Дуже корисним є навчання учнів складати задачу. Тоді вони розуміють структуру задачі: будують умову, формулюють запитання.

Задача є об'єктом і засобом вивчення. Вона виконує функції: навчальну, розвивальну, виховну та контролюючу [39].

Навчальна функція задачі реалізується через формування у учнів системи математичних знань: учні навчаються використовувати власні теоретичні знання, розуміють потребу у набутті нових знань.

Розвивальна функція спрямована на формування в учнів правильного виконання розумових дій, вдосконалення прийомів розумової діяльності, просторового уявлення, алгоритмічного мислення, вміння моделювати тощо. Виховна функція реалізується за рахунок сюжету задачі і сприяє екологічному, економічному, естетичному вихованню, розвиває пізнавальний інтерес, формує наполегливість, відповідальність та інші риси характеру. Контролююча відповідає за встановлення рівня знань учня відповідному рівню очікуваних результатів навчання.

Жодна з перелічених функцій не реалізується окремо. Кожна з основних функцій задач важлива в загальній системі навчання, але в останній час особлива увага приділяється розвивальній функції. Не випадково Д. Пойя, Е. Резерфорд, Н. Бор, А. Ейнштейн, П.Л. Капіца, Б.М. Кедров та інші видатні вчені зазначали, що задачі мають не тільки і не стільки сприяти закріпленню знань і тренуванню в їх застосуванні, скільки формувати метод підходу до явищ, що вивчаються та дослідницький стиль розумової діяльності [39].

За **змістом** задачі поділяють на *практичні* (задачі з практичним змістом) і *суто математичні* [14]. При розв'язуванні практичних задач використовується метод математичного моделювання, суть якого полягає в наступному:

- а) реальна ситуація «переводиться» на математичну мову і будується математична модель (рівняння, система, нерівність);
- б) виконується дослідження побудованої математичної моделі з метою отримати результат;
- в) отриманий результат інтерпретується й аналізується.

Залежно від того, яку **вимогу** поставлено в задачі, розрізняють задачі на *обчислення, доведення, побудову та дослідження* [36].

У задачах на обчислення потрібно знайти число (або множину чисел) за даними числами і умовами, якими вони пов'язані між собою та з невідомими числами. До таких задач належать текстові задачі й різні приклади (задачі на розв'язування рівнянь, нерівностей, їхніх систем тощо).

У задачах на доведення потрібно довести сформульоване в них твердження. Цим вони не відрізняються від теорем. Тому не дивно, що те саме твердження подається в різних підручниках або під рубрикою теорем, або під рубрикою задач. Теоремами зазвичай вважають найважливіші твердження, які широко використовують під час розв'язування різних задач і доведення інших теорем. Водночас на окремі задачі доводиться посилатися як на теореми.

До задач на побудову належать як геометричні задачі, в яких потрібно побудувати певну фігуру, що задовольняє умову задачі, так і задачі на побудову графіків функцій, діаграм, перерізів багатогранників та інших тіл.

У задачах на дослідження потрібно дослідити що-небудь.

Залежно від кількості розв'язків задачі на обчислення і побудову бувають *визначені і невизначені*.

Визначеними називають задачі, які мають скінченну кількість розв'язків, а невизначеними – ті, які мають безліч розв'язків.

За характером даних розрізняють задачі із *зайвими і суперечливими даними*.

За *характером розумової діяльності* розрізняють *стандартні і нестандартні* задачі [1]. До стандартних належать задачі, які мають певний алгоритм розв'язування. Задачі, які не мають загального алгоритму розв'язування, називаються *нестандартними*. Нестандартні задачі мають чітко виражену розвиваючу функцію. Функції стандартної задачі залежать від того, якими теоретичними знаннями володіють учні до моменту її розгляду. Якщо учням відомий алгоритм розв'язування цієї задачі, то її можна вважати шаблонною. Якщо до моменту розв'язування стандартної задачі загальний метод її вирішення не відомий, то така задача є нестандартною (при її розв'язуванні необхідно виявити загальний метод розв'язання або застосувати будь-який штучний прийом). Нестандартні та нешаблонні задачі (внаслідок спільності їх функції у навчанні) можна об'єднати в одну групу – групу творчих задач.

За *цілями застосування задач* у навчальному процесі виділяють: *підготовчі задачі, задачі на закріплення, на отримання нових знань, задачі на розвиток мислення* [1]. За *складністю* математичні задачі поділяють на *прості і складні* [1].

До простих задач відносять задачі, які можна розв'язати однією дією. Задачі, які складені з декількох простих і тому розв'язуються за допомогою двох і більше дій, називають складними задачами.

У залежності від тих понять, які розглядаються в курсі математики, прості задачі поділяють на три групи. Перша група включає прості задачі, при яких учні засвоюють конкретний зміст кожного з арифметичних дій (наприклад, задачі на знаходження суми, остачі, задачі на поділ на частини тощо). Друга



група включає прості задачі, при розв'язуванні яких учні засвоюють зв'язок між компонентами і результатами арифметичних дій. Це прості задачі на знаходження невідомого компонента. Третя група – прості задачі, при розв'язуванні яких розкриваються поняття різниці і кратного відношення.

Учні розглядають і розв'язують різноманітні задачі, більшість яких містить числові дані. Крім того, вони повинні ознайомитися з розв'язуванням задач, в яких значення однієї чи кількох величин виражені буквами. Ці задачі підводять учнів до більш широких узагальнень і служать вступним матеріалом до вивчення алгебри. Сюжет деяких задач побудований на геометричному матеріалі, тобто в них йде мова про фігури і протяжності. Більшість цих задач назвати геометричними в повному сенсі не можна. Таким чином, основна увага звертається на розгляд задач з числовими даними, при розв'язуванні яких використовують як арифметичні, так і алгебраїчні методи.

Зрозуміло, що жодна класифікація не дозволяє встановити послідовність, в якій слід розглядати їх при навчанні дітей розв'язувати ту чи іншу задачу. Однак, знаючи принципи класифікації простих задач, вчитель з меншою витратою праці і часу навчить школярів правильно знаходити, якою дією розв'язується та чи інша задача [39].

Математичні задачі, в яких є хоча б один об'єкт, що є реальним предметом, прийнято називати *практичними*. Практичні задачі називають також *текстовими або сюжетними*. Перераховані назви беруть початок від способу запису (задача представлена у вигляді тексту), сюжету (описуються реальні об'єкти, явища, події), характеру математичних викладок (встановлюються кількісні відношення між значеннями деяких величин, пов'язані частіше за все з обчисленнями).

Термін «*сюжетна задача*» найчастіше застосовується в молодших класах. Для сюжетної задачі характерно розкриття зв'язків між даними та шуканими числами. Іноді формулювання умови будується таким чином, що уся задача вміщується у запитання. І це є корисним: учні навчаються виконувати аналіз умови задачі, відділяти відоме від невідомого, зосереджуватися на

невідомому. Тут також корисним є допомогти сказати учню запитання задачі іншими словами для кращого розуміння.

Прикладом сюжетної задачі є наступна:

Добовий раціон дорослої людини повинен містити  $\frac{3}{20}$  частини білків,  $\frac{3}{10}$  жирів,  $\frac{11}{20}$  вуглеводів. Порівняйте дробі. Виразить у відсотках складові.

У навчально-методичній літературі *текстовою задачею* називають опис деякої ситуації (явища, процесу) природною та (або) математичною мовою з вимогою або дати кількісну характеристику якогось компонента цієї ситуації (визначити числове значення деякої величини по відомим числовим значенням інших величин і залежностей між ними), або встановити наявність або відсутність деякого відношення між її компонентами або визначити вид цього відношення, або знайти послідовність необхідних дій [39].

Дотримуючись сучасної термінології, можна стверджувати, що текстова задача являє собою словесну модель ситуації, явища, події, процесу тощо. Як у будь-якої моделі, у текстовій задачі описується не вся подія або явище, а лише їх кількісні та функціональні характеристики.

Основною особливістю текстових задач є те, що в них не вказується прямо, яка саме дія (або дії) повинна бути виконана для отримання відповіді на вимогу задачі [39].

У кожній текстовій задачі можна виділити:

- а) числові значення величин, які називаються даними, або відомими (їх повинно бути не менше двох);
- б) деяку систему функціональних залежностей в неявній формі, що пов'язують шукане з даними і дані між собою (словесний матеріал, який вказує на характер зв'язків між даними і шуканими);
- в) вимога або питання, на який треба знайти відповідь.

Числові значення величин та існуючі між ними залежності, тобто кількісні та якісні характеристики об'єктів задачі і відношення між ними, називають *умовою* (або умовами) задачі. У задачі може бути не одна, а декілька умов, які називають елементарними.

Вимоги можуть бути сформульовані як у запитальній, так і в оповідальній формах, їх також може бути декілька. Величину, значення якої потрібно знайти, називають шуканою величиною, а числові значення шуканих величин - шуканими, або невідомими.

Систему взаємопов'язаних умов і вимог називають висловлювальною моделлю задачі. Для того щоб усвідомити структуру задачі, треба виявити її умови та вимоги, тобто побудувати висловлювальну модель задачі [37].

Основним методом розв'язування текстових задач є *метод математичного моделювання*, що передбачає створення моделі задачі (рівняння, система рівнянь тощо), розв'язання цієї моделі та її інтерпретацію. На практиці розв'язання текстової задачі корисно виконувати за наступним планом:

- 1) аналіз тексту завдання;
- 2) переклад тексту на мову математики;
- 3) встановлення відносин між даними і питанням;
- 4) складання плану виконання завдання;
- 5) здійснення плану розв'язання;
- 6) перевірка та оцінка виконання завдання.

Наступним питанням є питання «що означає розв'язати задачу?». З точки зору дитини розв'язати задачу означає відповісти на запитання. Для вчителя розв'язання задачі розглядається як сукупність логічних математичних дій, сукупність прийомів розумової діяльності для розв'язання цілого класу задач [39]. Для вчителя важливо, щоб учень на основі декількох типових задач навчився розв'язувати саме подібні до виконаних. Часто, якщо учень знаходить відповідь і не може пояснити як саме він це зробив, вчитель вважає, що учень не розв'язав задачу. Це пояснюється тим, що вчителю потрібно визначити шлях, яким чином учень знаходить розв'язок, щоб оцінити чи зможе учень в подальшому розв'язувати схожі задачі. Також важливим є навчити учнів правильно записувати хід розв'язання задачі. Для учня це набуття вміння пояснювати дії, які треба виконати для вирішення окремих кроків. А саме це

приводить до свідомого засвоєння теоретичного матеріалу та практичних навичок розв'язування задач.

Процес перетворення умови задачі за допомогою логічних міркувань, правил умовиводу [40]. Усвідомлення змісту задачі є умовою знаходження її розв'язку. Розкладання на відомі категорії та визначення невідомого допомагає учню сформулювати для себе що саме потрібно шукати і яким чином. Учнів потрібно навчити розуміти задачу. Усі вчителі говорять про те, що треба читати задачу, доки її не зрозумієш. На перших уроках вчитель сам демонструє правильне розташування наголосу при зачитуванні умови задачі, а потім залучає до цього дітей [40].

При розв'язуванні математичних задач на обчислення та доведення використовують синтетичний, аналітичний та синтетично-аналітичний методи. Синтетичний метод використовується переважно для учнів 5-6 класів. Він полягає у міркуванні від умови до шуканого. Аналітичний метод розв'язування полягає у визначенні того, що необхідно знайти, а потім знаходженні величин, які поступово приведуть до результату. Як правило, він застосовується переважно у старших класах основної школи.

**Приклад 2.1.** Віра прочитала 169 сторінок книжки, в якій 260 сторінок всього. Скільки відсотків від усієї книжки прочитала Віра [29, с. 168].

При *синтетичному підході* учень шукає за правилом спочатку 1 відсоток:  
 $260/100=2,6$  сторінок становить 1 відсоток.

Тоді  $169/2,6=65\%$  книги прочитала Віра.

При *аналітичному методі* спочатку визначається, що треба знати для знаходження відповіді. Це є відсоткове відношення чисел. Наступним кроком треба згадати як саме знаходиться відсоткове відношення – побудовою пропорції. Таким чином, розв'язання буде таким:

260 сторінок - 100%

169 сторінок – x %.

Складамо пропорцію:  $260/169=100/x$ . Після скорочення на 13 учень отримує:  $20/13=100/x$ . Розв'язуючи пропорцією, отримує рівняння  $20x=1300$ , звідки  $x=65\%$ .

У процесі розв'язання задач здійснюється практична діяльність учнем, і формується алгоритмічний вид діяльності [1;36;39]. Більшість алгебраїчних задач є саме алгоритмічними за способом їх розв'язання. У залежності від того, які саме відомі значення, застосовується шлях вирішення.

Знаходження відсоткового відношення також є алгоритмічною задачею: з умови учень визначає:

- яке числове значення відповідає одній кількості відсотків (найчастіше – що становить 100%),
- яке числове значення відповідає іншій кількості відсотків;
- що з цього невідоме – замінюється на  $x$ ;
- записується пропорція;
- розв'язується рівняння (також за алгоритмом);
- отримується та перевіряється відповідь.

Існують так звані базові задачі, розв'язання яких допоможе учню виходити до них з більш складних задач. Для учня корисно розв'язувати типові задачі для набуття досвіду, поступово розширюючи їх на більш складні. Це відповідно і має забезпечити вчитель.

### 2.1.2. Основні типи задач на проценти

До основних задач на проценти розрахунки відносять наступні:

- **знаходження проценту від числа:** щоб знайти  $p$  відсотків від числа  $a$ , треба  $a$  розділити на 100 і домножити на  $p$ , тобто

$$b = \frac{a}{100} \cdot p;$$

- **знаходження числа за даним числом його процентів:** щоб знайти число за відомою частиною  $b$  і числом відповідних відсотків  $p$ , треба  $b$  розділити на  $p$  і домножити на 100, тобто

$$a = \frac{b}{p} \cdot 100;$$

➤ **знаходження процентного відношення двох чисел:** щоб знайти скільки відсотків становить число  $a$  від числа  $b$ , треба  $a$  розділити на  $b$  і домножити на 100, тобто

$$p = \frac{a}{b} \times 100.$$

Перші два типи задач – задачі на *знаходження відсотку від числа* та *знаходження числа за відсотком* вивчається у п'ятому класі. Задачі на *знаходження процентного відношення двох чисел* розглядаються у шостому класі.

Проілюструємо основні типи задач на проценти та основні методи їх розв'язання на прикладах.

**Приклад 2.2.** До овочевого магазину завезли 800 кг яблук, причому 62% з них першого сорту. Скільки кілограмів яблук першого сорту завезли до магазину?

*Розв'язання.*

Наведена задача полягає у *знаходженні процента від числа*.

**I спосіб** (за правилом). Маємо:

$$b = \frac{ap}{100},$$

де  $b$  – шукане число;  $a$  – дане число;  $p$  – кількість процентів, які потрібно знайти від числа  $a$ .

$$\text{Отже, } x = 800 \cdot \frac{62}{100} = 496 \text{ кг.}$$

**II спосіб** (зведення до одиниці).

Знайдемо спочатку, скільки кілограмів відповідає одному процентові, тобто соту частину всіх яблук:

$$800:100=8 \text{ кг.}$$

Щоб знайти 62%, потрібно виконати множення:

$$8 \times 62 = 496 \text{ кг.}$$

**III спосіб** (зведення до десяткових дробів).

Подамо спочатку проценти у вигляді десяткового або звичайного дробу і знайдемо дріб від числа 800 дією множення цього числа на дріб:

$$62\% = \frac{62}{100} = 0,62; \quad 800 \times 0,62 = 496 \text{ кг.}$$

**IV спосіб** (спосіб пропорцій).

800 кг становить 100%;

$x$  кг становлять 62%;

Маємо пропорцію:  $\frac{800}{x} = \frac{100}{62}$ ; звідки  $x = 800 \cdot \frac{62}{100} = 496$  кг.

**V спосіб** (за допомогою рівнянь).

Нехай  $x$  кг – кількість яблук першого сорту. Тоді

$$x \cdot \frac{100}{800} = 62; \quad x = 62 \cdot 8 = 496 \text{ кг.}$$

**Приклад 2.3.** Для виготовлення вершкового морозива витрачено 35 кг цукру, що становить 14% всієї маси морозива. Скільки кілограмів морозива виготовлено?

*Розв'язання.*

Даний приклад ілюструє знаходження числа за даним числом його %.

**I спосіб** (за формулою).  $a = \frac{100b}{p}$ ,

де  $b$  – число, яке становить  $p\%$  числа  $a$ . Отже,  $a = 35 \times 100 / 14 = 250$  кг.

**II спосіб** (зведення до одиниці).

Спочатку визначимо, скільки кілограмів морозива припадає на 1%:

$$35 : 14 = \frac{35}{14} = 2,5 \text{ кг.}$$

Оскільки вся маса морозива становить 100%, то  $2,5 \times 100 = 250$  кг.

Отже, виготовлено 250 кг морозива.

**III спосіб** (зведення до дробів).

За умовою задачі, 35 кг становлять 14%, тобто 0,14 всієї маси морозива.

Щоб визначити, скільки кілограмів морозива виготовлено, потрібно знайти число за відомим його дробом, тобто виконати ділення:  $35 : 0,14 = 250$  кг.

**IV спосіб** (спосіб пропорцій).

35 кг становлять 14%

$x$  кг становлять 100%

Складаємо пропорцію  $\frac{35}{x} = \frac{14}{100}$ , звідки  $x = 35 \cdot \frac{100}{14} = 250$ кг.

**V спосіб** (за допомогою рівнянь).

Нехай виготовлено  $x$  кг морозива. Тоді 1% морозива становить  $x/100=0,01x$  кг, 14% становлять  $0,01 \times 14 = 0,14$  кг. За умовою задачі 0,14 $x$  кг дорівнюють 35кг. Отже маємо рівняння:  $0,14x=35$ ;  $x=35:0,14$ ;  $x=250$ кг.

**Приклад 2.4.** Учні 6 класу домовились за два дні зібрати 220кг макулатури. Першого дня вони зібрали 88кг. Який процент завдання виконано упродовж першого дня?

*Розв'язання.*

Маємо задачу на знаходження % відношення двох чисел.

**I спосіб** (за формулою).

Відомо, що  $p = \frac{a}{b} \times 100\%$ , де  $p$  – кількість процентів, яку становить дане число  $a$  від даного числа  $b$ . Отже,  $88/220 \times 100\% = 40\%$ .

**II спосіб** (зведення до одиниці).

На 1% припадає  $220:100=2,2$ кг. Тому 88кг становлять  $88:2,2=40\%$ .

**III спосіб** (зведення до дробів).

Знайдемо відношення даних чисел (дріб) і запишемо його у процентах:

$$88/220=0,4=40\%.$$

**IV спосіб** (спосіб пропорцій).

220кг становлять 100%

88кг становлять  $x$  %.

$$\text{Отже, } \frac{220}{88} = \frac{100}{x} \text{ і } x = 88 \cdot \frac{100}{220} = 40\%.$$

**V спосіб** (за допомогою рівнянь).

Нехай в перший день завдання виконано на  $x\%$ . Оскільки 1% запланованої кількості макулатури становить  $220/100$  кг, що за умовою дорівнює 88кг, то маємо рівняння  $2,2x=88$ ,  $x=88/2,2=40\%$ .



### 2.1.3. Особливості розв'язування більш складних задач на проценти

До більш складних задач на знаходження процентів можна віднести задачі на знаходження *складних відсотків* та розв'язування задач *на суміші та сплави*.

Розглянемо задачі на знаходження *складних відсотків*, які наводяться у підручнику Істера О.С. [12]. У цьому підручнику для вивчення таких задач відводиться окремий параграф і запропонована більша кількість задач.

Як було зазначено вище, задачі тут представлені для достатнього та високого рівня. Задачі на рівні середнього та нижче не відокремлюються. Це можна пояснити складністю сприйняття самої формули, а також складністю обчислення для тих показників  $n$ , які є більше чотирьох.

**Приклад 2.5.** Вкладник поклав на депозитний рахунок 10 000 грн під 11% річних. Скільки коштів буде на цьому рахунку через 3 роки? Скільки відсоткових коштів матиме вкладник через 3 роки, через 5 років? [12, с180]

*Розв'язання.*

1) Запишемо формулу складних відсотків:

$$a_n = a_0(1 + p/100)^n,$$

де  $a_n$  – величина вкладу через  $n$  років,  $a_0 = 10\,000$  – величина початкового внеску,  $p = 11$  – відсоткова ставка за рік і  $n = 3$ . Тоді

$$a_n = 10\,000(1 + 11/100)^3 = 10\,000 * 1,11^3 = 13\,676,31.$$

Отже, через три роки на рахунку буде 13 676 грн 31 коп.

2) Знайдемо, скільки відсоткових коштів матиме вкладник через 3 роки  
 $13\,676,31 - 10\,000 = 3\,676,31$  (грн)

Аналогічно, відсоткових коштів через 5 років буде:

$$a_n = 10\,000(1 + 11/100)^5 - 10\,000 = 10\,000 * 1,11^5 - 10\,000 = 6\,850,58 \text{ грн.}$$

Така задача формує економічну компетентність учня. Це є задача, яка вже цікавить учнів, оскільки в цьому віці вони вже замислюються про власні кошти, прибуток, можливості, ставлять цілі на майбутнє.

Розглянемо ще одну задачу.

**Приклад 2.6.** Яку суму треба внести на депозит під 10% річних, щоб через 2 роки отримати прибуток у 1218 грн? [12, с180]

*Розв'язання.*

Розглянемо алгебраїчний спосіб розв'язання цієї задачі.

Нехай  $x$  – сума коштів, яку треба покласти на депозит. Тоді сума, яка буде отримана через два роки становить  $x+1218$ . Маємо  $a_2 = x+1218$ ,  $a_0=x$ ,  $p=10$ ,  $n=2$ . Підставивши ці дані у формулу складних відсотків, одержимо рівняння:

$$x+1218=x*(1+0,1)^2$$

$$x+1218=1,21x$$

$$0,21x=1218$$

$$x=5800$$

Отже, потрібно внести 5800 грн, щоб отримати 1218 грн прибутку через 2 роки.

У цій задачі потрібно не просто ввести невідоме  $x$ , але й зрозуміти, що отримані кошти будуть становити  $x+1218$ . Це для більшості учнів складно.

Слід зазначити, що наведену вище формулу знаходження складних відсотків можна застосовувати для розв'язування низки для задач іншого змісту.

**Приклад 2.7.** Населення міста складає 50 000 і щороку зменшується на 1%. Якою буде кількість населення через 10 років? [12, с180]

*Розв'язання.*

$$a_n=a_0(1+p/100)^n$$

$a_n$  – невідоме,  $a_0=50\ 000$ ,  $p=-1$  – оскільки кількість зменшується,  $n=10$

$$a_n=50\ 000(1-1/100)^{10}=50\ 000*0,99^{10}\approx 45\ 219.$$

Отже, в місті через 10 років буде приблизно 45 219 мешканців.

Важливим моментом є розуміння того, що якщо відсоток зменшується, то потрібно поставити мінус перед ним у формулі. Задача подібного змісту розглядається у прикладах в теоретичній частині параграфа.

Задачі на суміші та сплави вважаються складними за рахунок їх умови. Такі задачі розглядаються в курсі хімії. Розглянемо кілька прикладів розв'язання таких задач.

**Приклад 2.8.** Скільки кілограмів солі міститься в 50 кг 9-відсоткового розчину?

*Розв'язання*

Тут можна застосувати пропорції, або арифметичний спосіб: спочатку знайти, скільки становить 1 відсоток солі, а потім помножити на масу розчину:

$$(50 / 100) * 9 = 0,5 * 9 = 4,5$$

Відповідь: 4,5 кг.

Наступна задача є оберненою до попередньої і передбачає знаходження відсоткового відношення чисел.

**Приклад 2.9.** Знайдіть відсоток вмісту срібла в сплаві, якщо в 300 г сплаву міститься 63 г срібла.

*Розв'язання*

$$63 : 300 \cdot 100 = 21$$

Відповідь: 21%.

Наступна задача вимагає більш детального розбору. Досить зручно це зробити у вигляді таблиці.

**Приклад 2.10.** Перший сплав містить 5% міді, другий — 13% міді. Маса другого сплаву більша, ніж маса першого на 4 кг. Із цих двох сплавів отримали третій сплав, що містить 10% міді. Знайдіть масу третього сплаву.

*Розв'язання.* Для розв'язання задачі заповнюємо таблицю:

Нехай маса першого сплаву становить  $x$  г. Тоді:

	Концентрація(%)	Маса сплаву (кг )	Маса міді ( кг )
I сплав	5	$x$	$0,05x$
II сплав	13	$x+4$	$0,13(x+4)$
Суміш сплавів	10	$2x+4$	$0,1(2x+4)$

Заповнюємо перший стовпчик – вказуємо концентрацію сплавів.

Заповнюємо 2-й стовпчик – вказуємо масу кожного сплаву згідно з умовою задачі. Вважаємо, що при змішуванні немає втрати маси, тобто маса суміші дорівнює сумі мас складових.

Заповнюємо 3-й стовпчик. Знаходимо масу міді у кожному сплаві.

За умовою задачі складаємо рівняння:

$$0,05x+0,13(x+4)=0,1(2x+4);$$

$$5x+13x+52=20x+40;$$

$$2x=12;$$

$$x=6.$$

Маса першого сплаву 6 кг, тож і маса суміші сплавів 16 кг.

Відповідь: 16 кг

**Приклад 2.11.** Шматок сплаву міді й цинку масою 36 кг містить 45% міді. Скільки міді треба додати в шматок сплаву, щоб він містив 60% міді. Маса цинку незмінна.

*Розв'язання:*

- 1)  $100 - 45 = 55$  (%) - цинку у 1 сплаві.
- 2)  $36 * 0,55 = 19,8$  (кг) - цинку у 1 сплаві.
- 3)  $100 - 60 = 40$  (%) - цинку у 2 сплаві.
- 4)  $19,8 : 0,4 = 49,5$  (кг) - маса 2 сплаву.
- 5)  $49,5 - 36 = 13,5$  (кг). Відповідь: 13,5 кг.

Зазначимо, що останню задачу також можна було розв'язати за допомогою таблиці алгебраїчним способом.

Такі задачі розв'язують учні, які мають математичні здібності. Іншим учням необхідно дати зразок розв'язування та накопичувати досвід шляхом розв'язання великої кількості таких задач.

**Приклад 2.12** [23]. В дві різних посудини налито розчини солі, причому в першу посудину налито 5 кг, а в другу – 20 кг. При випаровуванні води відсотковий склад солі в першій посудині збільшилось в  $p$  разів, а в другій - в  $q$

разів. Відомо, що  $pq = 9$ . Яка найбільша кількість води могла при випаруватися з обох посудин разом?

*Розв'язання:*

В процесі випаровування суміші солі з водою змінюється лише кількість води в суміші. Тому, використовуємо метод «сухого залишку». В якості основного невідомого зручно обрати кількість солі в розчинах.

Нехай в першому розчині міститься  $x$  кг солі, а в другому  $y$  кг солі. Тоді в першому розчині спочатку міститься  $x/5 * 100\%$  солі, а після випаровування –  $px/5 * 100\%$  солі. Отже, після випаровування, вага суміші в першій посудині складає  $5/p$  кг.

Аналогічно, кінцева вага суміші в другій посудині –  $20/q$  кг.

$$(5 - 5/p) + (20 - 20/q) = 25 - 5(q+5p)/pq \text{ кг}$$

Потрібно знайти  $\max (25 - 5(q+5p)/pq)$ , при умові, що  $pq = 9$ ,  $p > 1$ ,  $q > 1$

Фактично, потрібно при тій самій умові знайти  $\min(q+4p) = \min(q+4x*9/q)$

З нерівності  $(a+b)/5 \geq 2\sqrt{q\frac{9}{q}} = 12$ . Знак рівності досягається тільки при  $q=36/q \Leftrightarrow q = 6$ . При  $q = 6$ ,  $p = 3/2$  виконуються всі умови задачі.

$$\text{Число } 25 - 5 * (q+4p)/(pq) = 25 - 5 * 15/9 = 55/3 = 18\frac{1}{3}$$

Відповідь :  $18\frac{1}{3}$

Отже такі задачі потребують більше уваги від учня, а від вчителя більше терпіння та прикладів при їх розв'язуванні.

На нашу думку, учням корисно пропонувати задачі на відсотки не лише у 5 та 6 класах, а й упродовж усього вивчення курсу математики. Саме великою перервою між вивченням та повторенням відсотків у курсі дев'ятого класу значною мірою пояснюється невміння старшокласників розв'язувати задачі на відсотки. Під час підсумкового повторення курсу алгебри в 9 класі та курсу алгебри і початків аналізу в 11 класі потрібно повторити, систематизувати и узагальнити способи розв'язування основних і типових складніших задач на відсотки, які мають міжпредметний характер [26].

Старшокласникам доцільно допомогти розглянути задачі економічного характеру, задачі на суміші і сплави, концентрації розчину. Задачі такого типу вдосконалюють рівень математичного і логічного мислення, дають можливість підготуватися до ДПА, ЗНО [26].

#### **2.1.4. Методичні особливості вивчення процентів та задач на проценти в основній школі**

Пропедевтикою вивчення процентів є, беззаперечно, робота з десятковими дробами та вивчення пропорцій. Для учнів знаходження одного чи декількох частин від числа стає аналогією при роботі з відсотками. Оскільки 1% це є одна сота частина або дріб  $1/100$ , то і дії є аналогічними при знаходженні певної кількості відсотків. Кількість розв'язаних задач формує таку собі базу досвіду і учень вже самостійно приходить до розуміння, що усе можна сприйняти за 100%, а потім знаходити частину від даного числа. Також варто зауважити, що при великій кількості задач, в яких є певна кількість чогось, що сприймається як 100%, обов'язково треба розв'язувати задачі такі, де кількість 100 відсотків не задіюється.

Розв'язання задач на проценти (як і інших математичних задач) корисно вибудовувати за принципом «від простого до складного». Зокрема, при першому знайомстві з процентами важливо сформувати в учнів уміння переводити проценти у десяткові дроби і навпаки. Наприклад,

$$0,25=25\%$$

$$0,17=17\%$$

$$0,05=5\%$$

$$0,6=0,60=60\%$$

Після цього слід розглянути ситуації, коли після коми три і більше знаків:

$$0,258=25,8\%$$

$$0,1335=13,35\%$$

Далі розглянути числа з цілою частиною:

$$2=2,00=200\%$$

$$8,2=8,20=820\%.$$

Тут доцільно періодично повторювати правило знаходження проценту від числа. У підручниках 2018 року з математики пропонуються спочатку вправи на знаходження проценту числа [10;28;42]. Так, наприклад у [28, с.239] перші вправи – це не задачі, а саме вправи на обчислення:

- Знайдіть
- а) 1% від числа 800
  - б) 1% від числа 4
  - в) 12% від числа 45

Наступним етапом є розв'язання текстових задач.

**Приклад 2.13.** Суходіл займає 29% площі Землі, а Світовий океан – решту. Скільки відсотків площі поверхні Землі займає Світовий океан?

Учень має зорієнтуватися, що всю площу Землі приймають за 100%, тоді Світовий океан займає  $100-29=71\%$ .

Тут формується визначення показника, який сприймається за 100 %

Корисними і наочними є задачі такі [28, с.240]:

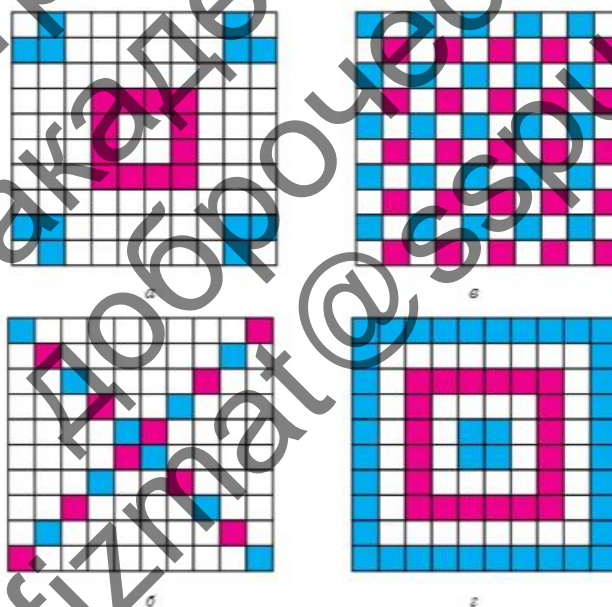


Рис. 214

**Рис.2.1** Зображення для умови задачі

**Приклад 2.14.** Скільки відсотків площі квадрата становить зафарбована частина (рис 2.1 а).

Ця задача корисна з точки зору повторення. учень згадує площу квадрату ( $S=a^2$ );

- 1) має обчислити сторону, порахувавши клітинки ( $a=10$ );
- 2) знаходить площу ( $S=100$ );
- 3) знаходить кількість зафарбованих клітинок (24);
- 4) обчислює скільки відсотків становить кількість зафарбованих клітинок від усієї площі квадрата

$$100:100=1 \text{ клітинка } \epsilon 1\%$$

$$24 \text{ клітинки становить } 24\%$$

Найскладнішими для розуміння є задачі на сплави. Розглянемо одну з них.

**Приклад 2.15.** Сплав містить 8% міді. Скільки кілограмів міді міститься в 360 кг сплаву?

Дана задача корисна ще тим, що формує у учнів уміння відволікатися від змісту задачі. Це перші спроби формалізації задачі. Після з'ясування що є відомим, і що треба знайти, найчастіше учні забувають про сплав, а виконують алгоритм розв'язування таких задач.

$$360:100=3,6 \text{ (кг) міститься в } 1 \%$$

$$3,6*8=28,8 \text{ (кг) міді міститься у сплаві.}$$

Також важливо навчити учнів розв'язувати і такі задачі, де потрібно визначити кількість відсотків, які потрібно обчислити.

**Приклад 2.16.** До магазину завезли 200 банок варення. 24% від цієї кількості становили банки з полуничним варенням, 32% з малиновим, а решту з вишневим. Скільки банок з вишневим варенням завезли до магазину?

*Розв'язання.*

- 1)  $32+24=56$  (%) – всього відсотків банок з малиновим та полуничним варенням
- 2)  $100-56=44$ (%) – становлять банки з вишневим варенням
- 3)  $200:100=2$  банки – становить 1 %
- 4)  $44*2=88$ (банок) – завезли з вишневим варенням



Доцільно зупинитися також і на прикладах більш складних задач. Така задача містить роботу і з дробами, і з відсотками

**Приклад 2.17.** [28]: За 4 дні яхта пройшла 800 км. За перший день було пройдено 30% всього шляху. За другий  $\frac{5}{8}$  того, що було пройдено за перший день, а за третій день 128% того, що було пройдено за другий день. Скільки кілометрів пройшла яхта за 4й день?

Задача є досить складною для сприйняття учнями 5го класу. Проте вона відповідає вимогам до оцінювання високого рівня знань і спонукає учнів до розвитку. Розв'язування полягає в поетапному знаходженні шляху за кожен день. При цьому розгляд кожного окремого дня перетворюється у нову задачу зі своїми вихідними даними

- 1)  $800:100=8$  (км) – становить 1% від всього шляху
- 2)  $8*30=240$  (км) – пройшла яхта за 1 день
- 3)  $240:\frac{5}{8}=192$  (км) – пройшла яхта за 2 день
- 4)  $192:100=1,92$  (км) – 1% від відстані за 2 день
- 5)  $1,92*128=245,76$  (км) – пройшла яхта за 3 день
- 6)  $240+192+245,76=677,76$  (км) – пройшла яхта за 3 дні
- 7)  $800-677,76=122,24$  (км) – пройшла яхта за 4 день

Оскільки вивчення дії ділення дробів супроводжується ознайомленням учнів із знаходженням числа за його дробом діленням відомого числа на даний дріб, то і задача на знаходження числа за відомим числом його відсотків є продовженням вивчення даної теми [39].

У підручнику [42, с.217] наводиться таке *правило знаходження числа за його відсотком*: «щоб знайти число за його відсотком, треба дане число поділити на кількість відсотків та і результат помножити на 100».

Задачі також подаються поступово. Розглянемо декілька з них, з вказаного підручника.

**Приклад 2.18.** Знайдіть 1%, якщо 5% це 25.

*Розв'язання.*

За вказаним правилом:  $25:5=5$  – це і буде 1%

**Приклад 2.19.** Знайдіть число, якщо його 3% це число 18.

*Розв'язання:*

$$18:3*100=600 \text{ – шукане число}$$

**Приклад 2.20.** Шкільна команда з шахів набрала на міському турнірі 72 очки, що становить 80% з усіх можливих. Яку максимальну кількість очок можна було набрати на турнірі?

*Розв'язання:*

$$72:80*100=0,9*100=90$$

В шостому класі учні ознайомлюються з *відсотковим відношенням чисел*. Це відбувається після вивчення пропорцій, і таким чином є прямим застосуванням і закріпленням вивченого матеріалу. При подальшому вивченні курсів хімії учням доведеться використовувати пропорції при розв'язуванні задач на відсотки.

Учням складніше визначити вид задачі після того, як вивчено всі три: на знаходження числа, знаходження відсотків, знаходження відсоткового відношення чисел. І часто все завершується тим, що учень використовує той, який зручніший. Найчастіше таким стає розв'язання за допомогою пропорцій.

Розглянемо приклади задач на відсоткове відношення з підручника [11]. В даному підручнику пропонується знаходження відсоткового відношення за правилом: «Щоб знайти відсоткове відношення двох чисел, достатньо знайти це відношення та помножити його на 100» [11, с.132]. Проте вважаємо за доцільне застосовувати до таких задач і пропорційне відношення.

**Приклад 2.21.** У класі 32 учні. 4 учні були відсутні через хворобу. Скільки відсотків були відсутніх учнів і скільки відсотків було присутніми?

*Перший спосіб (за правилом):*

$$4/32*100=12,5 \text{ (\%)} \text{ учнів були відсутніми}$$

$$100-12,5=87,5 \text{ (\%)} \text{ учнів були присутніми}$$

*Другий спосіб:*

$$32 \text{ учні становить } 100\%$$

$$4 \text{ учні становить } x \text{ відсотків}$$

Складемо пропорцію:

$$\frac{32}{4} = \frac{100}{x}$$

$$32x=400, x=12,5$$

$$100-12,5=87,5$$

Важливим кроком є перевірка розв'язку. До цього учні звикають при розв'язуванні рівнянь, проте не приділяється увага хоча б схематичної перевірки у задачах. Якщо учню задається задача: скільки відсотків становить окремо маса огірків та окремо маса помідорів, якщо помідорів завезли 50 кг, а всього огірків і помідорів разом 200 кг? При знаходженні відповіді учень отримує 40% і 70%. Тут варто навчити перевіряти чи є разом 100%? Тоді зрозуміло, що виникла помилка, скоріше за все в обчисленні, що також є частиною математичної компетентності і має бути виконано правильно. Це набагато корисніше, ніж перевіряти з відповіддю у підручнику, оскільки в житті доводиться вирішувати задачі, відповіді на які людина не знає [24].

Різні задачі мають різні способи перевірки. Так, отримуючи від'ємне число відсотків знову ж треба учню замислитися, а чи може бути так? Особливо це корисно, коли шлях розв'язання передбачає складання рівняння. Далі учень переходить від задачі до простих алгебраїчних дій і забуває про зміст умови. Після розв'язання треба задати питання: чи може бути так, щоб відсотки були менше нуля, чи може частина певної кількості становити більше 100 відсотків, чи може менше число становити більшу частину відсотків і таке інше.

Корисним є усне розв'язування задач на відсотки. Тут повторюються прості арифметичні дії, уміння усного обчислення, уміння тримати у пам'яті одночасно декілька даних тощо.

При розв'язуванні задач відбувається активізація пізнавальної діяльності учнів, формування та подальший розвиток уміння співставляти, порівнювати, розмірковувати тощо. Це сприяє формуванню уміння приймати рішення, як сплановані, так і незаплановані.

Створення проблемної ситуації також сприяє формуванню уміння правильно оцінити ситуацію, прийняти рішення, у процесі його досягнення коригувати. В цьому плані дуже корисні задачі не на чітку числову відповідь, а на знаходження проміжку. Такі задачі розвивають аналітичне мислення і є складними для розуміння учнями.

**Приклад 2.22.** Молоко пропускають через сепаратор. Масова частка жиру становить 3,8%, одержують вершки з масовою часткою жиру 7,0 % і молоко з пониженим вмістом жиру. Обчислити межі масової частки жиру в молоці, якщо маса молока більша за масу вершків, а щогольна маса жиру в молоці менша, ніж у вершках [25].

*Розв'язання.*

Нехай через сепаратор пропустили 100 кг молока. Тоді позначимо через  $x$  кг - масу вершків,  
 $y$  кг- масу знежиреного молока,  
 $z$  кг – масову частку жиру в молоці, яке пройшло через сепаратор.

Отримуємо:  $x+y=100$ . Оскільки сума мас жиру залишилася такою, як в 100 кг молока, то

$$y+0,07x=100*0,038$$

За умовою задачі:  $x$  менше  $y$ ,  $z$  менше  $0,07x$ . Підставимо значення, для знаходження  $y$ :  $x < 100-x$ ,  $z(100-x) < 0,07*x$ ,  $(100-x)+0,07x=100*0,038$

Знаходимо розв'язки з кожної нерівності:

$$x < 50$$

$$0,07x + zx > 100$$

$$0,07zx + zx + 100z = 3,8$$

$$z > 0,006$$

$$z < 0,026$$

Відповідь:  $0,006 < z < 0,026$

Такі задачі скоріше потрібні учням, які готуються до олімпіад та налаштовані на проходження ЗНО профільного рівня. Проте для реалізації

диференційованого підходу при навчанні математики вчитель має передбачати і такі задачі.

Таким чином, можна стверджувати, що тема «Відсотки» є частиною логічно та циклічно побудованого шкільного курсу математики. Дана тема є важливою складовою усього процесу навчання математики, формування у учнів ключових компетентностей.

Наприкінці звернемо увагу на кілька загальних моментів, що стосуються методики навчання учнів розв'язуванню математичних задач, зокрема, задач на проценти.

По-перше, слід звернути увагу на те, щоб учень повністю зрозумів зміст задачі. Вчитель, який не чекає, доки учні зрозуміють умову задачі, допускають методичну помилку. Вчитель оцінює по собі – людині з досвідом, такої, яка розв'язувала велику кількість однотипових задач. Умова важлива з точки зору знаходження асоціації при розв'язуванні більш складних задач. Якщо учень усвідомив, про що саме йде мова у задачі, то задача з аналогічним змістом викличе у нього асоціації, що полегшить процес знаходження розв'язку.

Учень знаходить розв'язок і представляє його на оцінювання. І тут важливим є чи здатен він обґрунтувати розв'язок. Не можна вважати, що учень зрозумів процес розв'язання, якщо він не може обґрунтувати свої кроки. Часто вгадування стає причиною правильної відповіді. І це не є корисним для дитини. Так, він стає впевненим у тому, що він може вгадати, і далі не намагається справитися з задачею, а пізніше і з побутовою, життєвою ситуацією.

Обґрунтування важливе також і з точки зору підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання. Задачі з обґрунтуванням викликають труднощі саме з причини пояснити кожен власний крок. Задача може бути не настільки складною, скільки викликає острах учня, що не дає йому хоча б спробувати розібратися з нею. Для подолання цієї проблеми необхідно привчати учня пояснювати свої кроки, спочатку при розв'язанні простих задач, а потім ускладнюючи їх. І тут дуже корисними стають задачі на проценти.

Ще одним важливим моментом є оформлення розв'язання задачі. При роботі на уроці необхідно витратити час на запис умови навіть при обмеженій кількості годин на вивчення теми. Розв'язання має бути з поясненням, але не перетворюватися у опис непотрібних деталей. Навчити створювати чітке, лаконічне пояснення є задачею вчителя. Велика кількість тексту при поясненні не означає гарну математичну підготовку, виникає питання про розуміння учнем раціональності як розв'язання, так і використання власного часу.

Кожну задачу можна розв'язати раціонально чи нераціонально. Деякі з розв'язань простіші і приводять до відповіді швидко, деякі розв'язки громіздкі і містять багато дій. Якщо учень здатний знайти простіший спосіб розв'язання, раціональніший, і, в той же час, обґрунтувати його, то він розуміє задачу, розуміє дії, які виконує. Якщо учень йде за певною схемою автоматично, не вдумуючись, то користі з такої діяльності немає.

## 2.2. Практичні напрацювання з теми дослідження

Для вчителів в глобальній мережі багато матеріалів для обміну досвідом: конспекти уроків [18;19;46], презентації [34], онлайн уроки в YouTube [33]. Проаналізувати наявні та скористатися для створення власних може будь-який вчитель. І це не є забороненим, якщо не є копіювання та виданням за свої власні розробки. При виконанні даного дослідження було розроблено конспекти уроків для учнів 5х класів.

### 2.2.1. Розробки уроків

#### Конспект уроку № 1.

**Тема:** Відсотки. Знаходження відсотків від числа.

**Мета:** *ознайомити* учнів із поняттям відсотків, навчити процесу знаходження відсотків від даного числа; *сформувати* вміння розв'язувати задачі на знаходження відсотків, записувати хід розв'язування задачі, *виховувати* наполегливість, формувати уявлення про математику як невід'ємну складову загальнолюдської культури, формувати культуру запису.

**Тип уроку:** засвоєння нових знань.

**Література та джерела:**

1. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика. 5 клас: підручник для закладів загальної середньої освіти. Х., Гімназія. 2018. 272 с.
2. Вправа знаходження відсотків від числа.  
URL: <https://learningapps.org/17920680>

**Хід уроку.**

**I. Організаційний етап** (перевірка присутніх, налаштування на роботу, повідомлення теми, мети уроку)

**II. Перевірка домашнього завдання.** (учням були задані завдання з теми «Десяткові дроби»)

**III. Актуалізація опорних знань**

Потрібно знайти частину від числа (фронтальна робота) Завдання:

- Знайти  $1/100$  від 145; 200; 1258; 20; 13; 0,14;
- Знайти  $15/100$  від 1000; 12; 1,5; 6,4;
- Знайти  $1/10$  від 14; 10; 100; 2,8; 0,1;
- У магазині 400 кг цукерок. З них 0,15 цукерки з кунжутом. Скільки кг цукерок з кунжутом в магазині?

**IV. Вивчення нової теми. Формування нових умінь та навичок.**

Ми часто чуємо слова «Я впевнений на 100 відсотків», «Якщо будуть вакциновані 75 відсотків вчителів, то уроки будуть проходити очно», «В мене зробили відсотків 30 ремонту». Люди часто оцінюють виконану роботу, наявні кошти, показники захворюваності у відсотках (процентах). Це одна сота від числа. Слово процент пішло від слів pro cent, що означає від ста. Позначається процент знаком %

Знайти відсоток означає знайти соту частину від числа. Наприклад, у вас є 200 грн, потрібно знайти 1%. Значить ділимо  $200:100$  отримуємо 2 грн становить 1%. А якщо потрібно знайти 2 % від 200. Зрозуміло, що це 4 грн.

Треба поділити 200 на 100 та помножити на 2. Або можна 200 помножити на  $2/100=0,02$ .

$$200:100*2=4$$

$$200*0,02=4$$

Повернемося до тих слів, які говорили на початку. Ми використовуємо слова «Я впевнений на 100%». Щ це означає, що людина абсолютна впевнена та не може бути по іншому.

100% означає уся сукупність чогось: уся сукупність слів, товару, км, кг тощо.

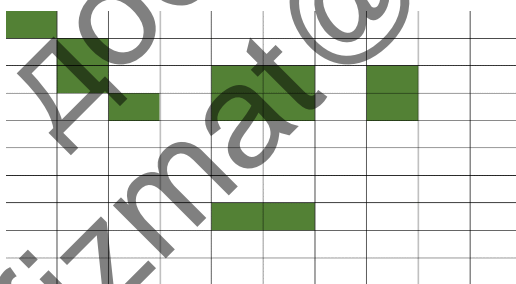
Якщо турист пройшов 100% маршруту, то це означає, що він пройшов увесь маршрут. Якщо учень говорить, що він виконав 100% домашньої роботи, то він виконав усе домашнє завдання.

Якщо учень скаже, що він виконав 50% домашнього завдання, що це означає?

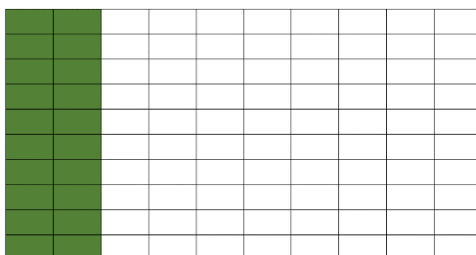
Це означає  $50:100=1/2$  – половина домашнього завдання

Подивимося на рисунок. На ньому рівно 100 клітинок. (10 стовпчиків, 10 рядочків)

Зафарбовано зеленим кольором – 12 клітинок. Це  $12/100$  рисунка, означає, що зафарбовано 12% від усіх клітинок

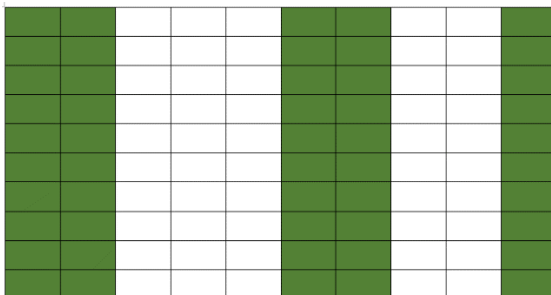


Скільки відсотків клітинок зафарбовано на наступному малюнку?





Скільки відсотків клітинок зафарбовано на наступному малюнку?



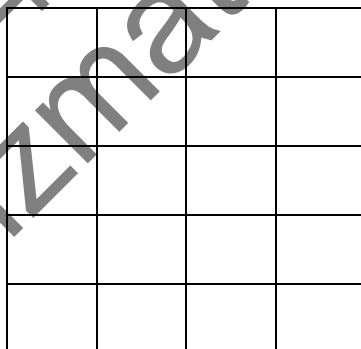
Скільки відсотків клітинок зафарбовано на наступному малюнку?



І на цьому нарешті:



А ще давайте подивимося на цей малюнок



Скільки зафарбованих клітинок тут?

Розглянемо приклади:

1. Знайти 1% від числа 521, означає поділити  $521:100=5,21$

2. Знайти 2% від числа 35, означає  $35 \cdot 0,02 = 0,7$
3. Знайти 5% від числа 25, означає  $25 \cdot 0,05$  або  $25/100 \cdot 5 = 1,25$

Отже, є правило **щоб знайти відсоток від числа, треба дане число поділити на сто, а результат помножити на кількість відсотків.** (записати до конспекту класної роботи)

Приклади розв'язування задачі.

Умова. З молока виходить 21% вершків. Скільки вершків можна одержати зі 50 літрів молока, з 15 літрів молока?

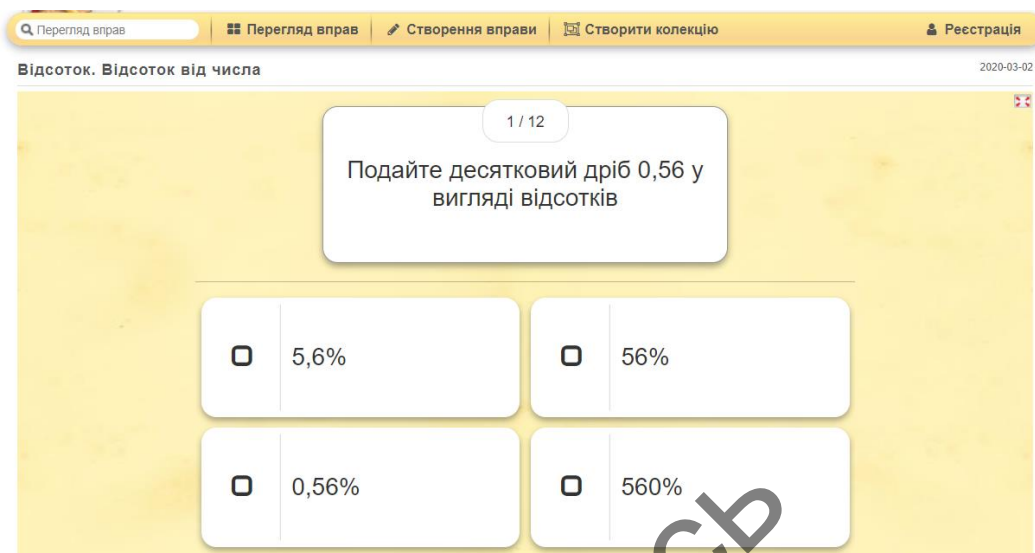
- 1) 50 літрів молока приймаємо за 100 відсотків. Значить один відсоток це  $50:100=0,5$ . Тоді  $21 \cdot 0,5 = 10,5$  (л) – вершків отримують з 50 літрів молока
- 2)  $15:100 \cdot 21 = 3,15$  (л) – вершків отримують з 15 літрів молока

Для закріплення розв'яжемо завдання. (на екрані з проектору демонструється завдання з сервісу Learning Apps)



(Три учні по черзі виходять і розв'язують завдання по рядку).

І для закріплення давайте повторимо (на екран виводиться по черзі 12 запитань у тестовій формі, на які учні відповідають).



### V. Формування нових умінь та навичок.

Розв'яжемо задачі з підручника № 1067, 1069, 1071, 1073, 1075, 1077, 1078, 1080.

**VI. Рефлексія** (на запитання, на які можна відповісти так чи ні, учні можуть піднімати смайлики, які роздані заздалегідь: посмішка – так, сумний – ні)

1. Що сьогодні Ви нового дізналися?
2. Чи було складно зрозуміти що називається відсотком? (смайлик)
3. Що можете розповісти батькам вдома про відсотки?
4. Чи цікаво вам було на занятті? (смайлик)
5. Чи зрозуміли ви так, щоб виконати домашнє завдання самостійно?

### VII. Домашнє завдання.

У підручнику опрацювати пункт 37, виконати завдання 1068, 1070, 1072, 1076, 1079. Придумати власну задачу на відсотки та розв'язати її.

### Конспект уроку № 2.

**Тема: Відсотки. Знаходження відсотків від числа.**

**Мета:** сформувати та вдосконалити навички розв'язувати задачі на знаходження відсотків, записувати хід розв'язування задачі,

*розвивати* в учнів усну і письмову культуру мовлення, логічне мислення, цікавість до математики, прагнення краще вчити предмет; здатність до застосування знань і вдосконалення умінь,

*виховувати* наполегливість, формувати позитивну мотивацію до навчання, допитливість, уважність.

**Тип уроку:** застосування умінь та навичок.

**Література та джерела:**

1. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика. 5 клас: підручник для закладів загальної середньої освіти. Х., Гімназія. 2018. 272 с.
2. Сервіс для створення хмарки тегів. URL: <https://wordart.com/create>

**Хід уроку.**

**I. Організаційний етап** (перевірка присутніх, налаштування на роботу, повідомлення теми, мети уроку)

**II. Перевірка домашнього завдання.** (учням були задані завдання, вчитель збирає зошити для перевірки та видає другі)

**III. Актуалізація опорних знань**

Математичний диктант

- Запишіть у вигляді відсотків 0,03
- Запишіть у вигляді відсотків 10
- Запишіть у вигляді дроби 20%
- Запишіть у вигляді дроби 2,5%
- 1% метра це ..
- Скільки становить від гривні 15 копійок?
- Запишіть скільки становить 3% від 1 тонни в кілограмах.
- В класі дівчат 45%. На скільки відсотків більше хлопців у класі?
- Запишіть 50% від числа 50.
- Запишіть 25% від числа 40.

(За математичний диктант виставляється 10 балів.

І дається завдання на 4 бали письмове з задач по варіантам)

1 варіант. У 5А класі навчається 29 учнів. У 5Б навчається 31 учень. 10% усіх учнів є відмінниками. Скільки учнів є відмінниками.

2 варіант. Дитячий хор відвідують 60 учнів, з яких 24 дівчинки. 50% хлопців грають на скрипці. Скільки хлопців грають на скрипці?

#### IV. Відпрацювання умінь та навичок.

1) Розв'язання задач з підручника біля дошки № 1080, 1082, 1084, 1085, 1087, 1089.

(Задачу на сплав пояснює вчитель)

2) Розв'язують вправи на повторення № 1102, 1103

3) Придумайте задачу за рисунком та розв'яжіть її



#### V. Оцінювання.

Виставляється оцінювання за роботу на уроці. Для математичного диктанту можна застосувати взаємооцінювання

**VI. Рефлексія** (на запитання, на які можна відповісти так чи ні, учні можуть піднімати смайлики, які роздані заздалегідь: посмішка – так, сумний - ні)

1. Чи цікаво сьогодні було?
2. Який ваш настрій зараз?
3. Скільки завдань ви розв'язали самостійно?
4. Чи використовуєте ви відсотки у повсякденному житті?

**VII. Домашнє завдання.**

У підручнику повторити пункт 37, виконати завдання 1081, 1083, 1086, 1090, 1104, 1106 (за бажанням).

**2.2.2. Задачі на проценти в Державній підсумковій атестації та ЗНО з математики**

В Україні для усіх учнів 9-го класу проводиться державна підсумкова атестація з математики. Для випускників 11 класів обов'язковим є складання зовнішнього незалежного оцінювання з математики. В обох випадках задачі на проценти є обов'язково.

Проаналізуємо задачі в ДПА 2021 року [27].

**Варіант 1 . Частина перша. Завдання 1.7.**

Умова: Який відсотковий вміст солі в розчині, якщо 400 гр розчину містять 36 гр солі?

Варіанти відповідей:

А) 12%, Б) 9%, С) 10% Г) 8%

Це задача на відсоткове відношення двох чисел і її можна розв'язати за допомогою пропорції.

400 грам становить 100 відсотків

36 грам становить x відсотків

$$400x=36 \cdot 100$$

$$x=9 \%$$

Правильна відповідь Б.

**Варіант 5.** Частина перша. Завдання 1.5.

Умова: Скільки кілограмів солі міститься у 30 кг 4-відсоткового розчину?

Варіанти відповідей:

А) 12 кг Б) 1,6 кг В) 16 кг Г) 1,2 кг

Розв'язання аналогічне попередньому, оскільки задачі в ДПА мають бути рівноцінними.

30 кг – це 100 %

x кг – це 4%

$$100x = 120$$

$$x = 1,2$$

Отже, правильна відповідь Г

У частині третій є задачі іншої складності.

**Варіант 3.** Частина третя. Завдання 3.2

Відомо, що 4 кг огірків і 3 кг помідорів коштували 34 грн. Після того як огірки подорожчали на 50%, а помідори подешевшали на 20%, за 2кг огірків і 5 кг помідорів заплатили 36 грн. Знайдіть початкову вартість 1 кг огірків і 1 кг помідорів.

*Розв'язання.*

Нехай 1 кг огірків коштує x грн, а 1 кг помідорів у грн. Тоді  $4x + 3y = 34$

Після подорожчання 1 кг огірків коштує  $1,5x$  грн, 1 кг помідорів –  $0,8y$  грн. Тоді  $2 \cdot 1,5x + 5 \cdot 0,8y = 36$ . Друге рівняння має вигляд після спрощення  $3x + 4y = 36$ . Це є системою

$$\begin{cases} 4x + 3y = 34 \\ 3x + 4y = 36 \end{cases}$$

Можна розв'язати, домноживши перше рівняння на -3, а друге на 4.

$$\begin{cases} -12x - 9y = -102 \\ 12x + 16y = 144 \end{cases}$$

Додаємо і отримаємо:  $7y = 42$ , звідки  $y = 6$ .

Тоді з рівняння  $4x + 3y = 34$  одержимо  $4x + 18 = 34$ , звідки  $4x = 16$  і  $x = 4$ .

Відповідь: 1 кг огірків коштує 4 грн, 1 кг помідорів – 6 грн

У Зовнішньому незалежному оцінюванні знаходження відсотків включено до задач. Так, у 2021 році запропонована наступна задача:

Олена купила через веб-сайт посадочний документ (див. фрагмент документа) на потяг, що коштує 240 грн. У його вартість входять вартості: квитка – 34,50 грн, плацкарти – 147 грн й інших витрат – 58,50 грн. За 10 годин до відправлення потяга Олена вирішила повернути цей посадочний документ. Відповідно до правил за таких умов їй повертають лише вартість квитка й половину вартості плацкарти. Крім того, за повернення посадочного документа з Олени додатково стягнуть збір 18 грн.

1. Яку суму грошей (у грн) отримає Олена, повернувши цей документ?
2. Скільки відсотків від вартості документа становить сума грошей? [41]

Перше завдання не стосується знаходженні відсотків, але не можна розв'язати іншу частину, не знаючи відповідь на першу.

Отже,

$$1) 34,5 + 0,5 * 147 - 18 = 90$$

$$2) 240 \text{ грн} - 100\%$$

$$90 \text{ грн} - x\%$$

$$\text{Маємо } 40x = 9000, x = 37,5$$

37,5% грошей повертається

Відповідь вноситься числами у відповідний бланк і випускник має вказати два числа: 90 і 37,5

У 2020 році була запропонована аналогічна задача (рис. 2.2).

Вартість оренди автомобіля бюджетного класу складається з основної плати та додаткової плати за понаднормовий пробіг. За перевищення норми пробігу (50 км за одну добу) нараховують додаткову плату в розмірі 6 грн за кожен понаднормовий кілометр. Пробіг автомобіля, орендованого на 6 днів, становить 420 км.

1. Яку суму грошей  $P$  (у грн) становитиме додаткова плата за понаднормовий пробіг орендованого автомобіля?
2. Основна плата за оренду автомобіля є фіксованою й становить 400 грн за кожну добу. Скільки відсотків від основної плати за 6 днів становить сума грошей  $P$ ?

**Рис.2.2** Умова задачі на відсотки. 2020 рік



Як бачимо, задача аналогічна і її процес розв'язування такий же, як і в попередній задачі.

Можна зробити висновок, що і в Зовнішньому незалежному оцінюванні і в державній підсумковій атестації в основному містяться завдання, які учні повинні уміти розв'язувати. Надскладних завдань з процентами в обох видах атестації немає. Якщо учень працює на уроці, і, навіть за умови, що він може бути не самим успішним у класі, задачі в ДПА та ЗНО є цілком посильними для усіх учнів.

Суворо  
дотримуйтесь  
академічної  
Доброочесності  
fizmat@sspu.edu.ua

## ВИСНОВКИ

Згідно навчальної програми відсотки починають вивчатися у п'ятому класі після вивчення теми «Дробові числа і дії з ними». Учень має розуміти поняття відсотка, уміти формулювати його означення, уміти знаходити відсоток від числа та число за його відсотком. В програмі зазначається, що учень має уміти розв'язувати сюжетні задачі з реальними даними такими, як розрахунок сімейного бюджету, можливість здійснення масштабних покупок тощо.

У шостому класі учні знайомляться з темами «Відсоткове відношення двох чисел» та «Відсоткові розрахунки» в межах теми «Відношення і пропорції». Тут до результатів навчання відносять: розуміння пропорційної залежності, масштабу, відсоткового відношення двох чисел. При цьому учень має розв'язувати вправи на знаходження відношення чисел і величин, запис відсотків у вигляді звичайного та десяткового дробів, аналіз стовпчастих та кругових діаграм. Вказується також уміння розв'язувати основні задачі на відсотки. Вивчення задач на відсотки продовжується у дев'ятому класі в курсі алгебри. Вивчається формула складних відсотків (у межах теми «Числові послідовності»). Тут приділяється небагато уваги саме задачам з відсотками, що вважаємо недоліком сучасної програми.

Для шкіл доступні підручники Мерзляка А.Г. та колективу авторів, Істер О.С. та Тарасенкової Н.А. та колективу авторів.

Можна зазначити, що для усіх підручників 5го класу поняття проценту надається після вивчення десяткових дробів. В кожному з підручників наводяться приклади розв'язування задач на знаходження відсотка за числом та числа за відсотком. Важливою відмінністю, на наш погляд, є врахування вікових особливостей учнів 5 класів, що більшою мірою реалізується у підручнику Тарасенкової Н.А. та ін. З іншого боку у підручнику Мерзляка А.Г. та ін. більше завдань, що дають змогу розкрити потенціал учнів зі здібностями до математики.

Наступним завданням було дослідити методичні аспекти вивчення задач на проценти в основній школі. Поняття задачі в математиці означає виконати вказані дії з числовими значеннями чи геометричними фігурами. Математична задача є інструментом, за допомогою якого у учня формується алгоритмічний підхід до вирішення задач.

При розв'язуванні математичних задач на обчислення використовують синтетичний, аналітичний та аналітично-синтетичний методи. Синтетичний метод використовується переважно для учнів 5-6 класів. Він полягає у міркуванні від умови до шуканого. Аналітичний метод розв'язання полягає у визначенні що необхідно знайти, а потім відшукання у ньому невідомих, які поступово приведуть до результату.

У процесі розв'язання задач здійснюється практична діяльність учнем, і формується алгоритмічний вид діяльності. Більшість алгебраїчних задач є саме алгоритмічними за способом їх розв'язання.

Задачі на знаходження відсотків поділяються на:

- знаходження відсотку від числа;
- знаходження числа за відсотком;
- знаходження відсоткового відношення двох чисел.

Будь-яка задача на проценти розв'язується або арифметичним методом (він переважає у 5–6 класах) та алгебраїчним способом (здебільше використовується, починаючи з 8 класу і полягає у складанні рівняння, яке є математичною моделлю задачі).

На нашу думку, задачі на відсотки корисно розв'язувати кожного року, включаючи їх у завдання для повторення. Саме великою перервою між вивченням відсотків у 5–6 класах та їх узагальненням через три роки – в 9-му класу значною мірою пояснюється невміння старшокласників розв'язувати задачі з відсотками. Під час підсумкового повторення курсу алгебри в 9 класі та курсу алгебри і початків аналізу в 11 класі потрібно повторити, систематизувати и узагальнити способи розв'язування основних і типових складніших задач на відсотки, які мають міжпредметний характер.

У старших класах доцільно розглядати задачі економічного характеру, задачі на суміші і сплави, концентрації розчину. Задачі такого типу вдосконалюють рівень математичного і логічного мислення, дають можливість підготуватися до ДПА та ЗНО.

В пунктах 2.1.2, 2.1.3, 2.2.1 та 2.2.2 були описані різні типи задач на проценти та методи їх розв'язання, а також проаналізовані приклади задач з ДПА та ЗНО з математики.

Вважаємо, що мета, яка полягає у вивченні методичних особливостей навчання учнів розв'язуванню задач на відсотки та розробці відповідних методичних матеріалів в цілому виконана.

Сувороро  
Дотримуйтесь  
академічності  
Добролучесності  
fizmat@sspu.edu.ua

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики: навч. посібник. К. 1989. – 367 с.
2. Бурда М.І., Кудренко Б. В. та ін. Математика 5-9 класи. Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів. 2017. 40с.
3. Бусел Т.Л. Відсотки в шкільному курсі математики. 2018. URL: [http://buselt.blogspot.com/2018/04/blog-post\\_7.html](http://buselt.blogspot.com/2018/04/blog-post_7.html)
4. Вправа. Знаходження відсотків від числа. URL: <https://learningapps.org/17920680>
5. Возняк Г.М. Прикладные задачи в мотивации обучения / Г.М. Возняк // Математика в школе. – 1990. – № 2. – С. 9-11.
6. Гейзер Г.Д. Повышение эффективности обучения математике в школе: кн. для учителя. Из опыта работы / Гейзер Г.Д. – М.: Просвещение, 1989. – 240 с.
7. Глобін О. Моделювання як ефективний засіб реалізації міжпредметних зв'язків у профільному навчанні математики та інформатики / Олександр Глобін, Віталій Лапінський // Математика в школі. – 2010. – № 7-8. – С. 17-20.
8. Глущенко Л. Розв'язування текстових задач / Людмила Глущенко // Математика. – 2008. – № 31-32. – С. 22-46.
9. Горун Л. Про математичне моделювання / Л. Горун // Математика. – 2005. – № 20. – С. 11-15.
10. Істер О.С. Математика. 5 клас: підручник для закладів загальної середньої освіти. К., Генеза. 2018. 288 с.
11. Істер О.С. Математика. Підручник для 6 класу загальноосвіт. навч. закладів. К., Генеза. 2014. 296 с.
12. Істер О.С. Математика. 9 клас: підручник для закладів загальної середньої освіти. К., Генеза. 2017. 264 с.
13. Кикоть В.М., Кислюк О.О. Сюжетні задачі з математики. Всеосвіта. URL: <https://vseosvita.ua/library/suzetni-zadaci-z-matematiki-61322.html>
14. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Часть II. / Колягин Ю.М. – М.: Просвещение, 1977. – 145 с.

15. Колягин Ю.М. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика. Учебн. пособие для студентов физ-мат. факул. пед инст. / Колягин Ю.М. – М.: Просвещение, 1975. – 462 с.

16. Колягин Ю.М. О прикладной и практической направленности обучения математике / Ю.М. Колягин, В.В. Пикан // Математика в школе. – 1985. – №6. – С. 27-32.

17. Колягин Ю.М. Учись решать задачи: Пособие для учащихся 7-8 кл. / Ю.М. Колягин, В.А. Оганесян. – М.: Просвещение, 1980. – 96 с.

18. Конспект уроку з математики в 5 класі "Знаходження числа за його відсотком". URL: <http://surl.li/aosle>

19. Конспект уроку з математики в 5 класі з теми "Розв'язування задач на відсотки". URL: <http://surl.li/aoslg>

20. Кострикина Н.П. Задачи повышенной трудности в курсе алгебры 7-9 классов / Н.П. Кострикина. - М.: Просвещение, 1991. - 238с.

21. Леута Н. Розв'язування текстових задач 9-11 класи.//Математика, № 16 (268) 2004.

22. Лук'янова С.М. Розв'язування текстових задач в основній школі: традиції та інновації.// Математика в рідній школі, № 1 - 2014 - с. 37-39.

23. Матушевич О.В. Розв'язування задач на суміші та відсотки. URL: <https://super.urok-ua.com/rozv-yazuvannya-zadach-na-sumishi-ta-vidsotki/>

24. Методика навчання алгебраїчному методу розв'язування текстових задач. URL:<https://naurok.com.ua/navchannya-uchniv-algebra-chnomu-metodu-rozv-yazuvannya-tekstovih-zadach-v-osnovniy-shkoli-38606.html>

25. Морозенко І.О Розв'язування задач на відсотки. URL: <https://naurok.com.ua/rozv-yazuvannya-zadach-na-vidsotki-navchalno-metodichniy-posibnik-96215.html>

26. Мельніченко Ю.А. Прикладна спрямованість навчання учнів розв'язуванню задач на відсотки. Кваліфікаційна робота. Кривий Ріг. 2018. 96 с.

27. Мерзляк А.Г. Збірник завдань з державної підсумкової атестації з математики : 9 клас. Х. Гімназія, 2017. 160 с.

28. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика. 5 клас: підручник для закладів загальної середньої освіти. Х., Гімназія. 2018. 272 с.
29. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика. підручник для бго класу загальноосвіт. навч. закл.. Х., Гімназія. 2014. 400 с.
30. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра. 9 клас: підручник для закладів загальної середньої освіти. Х., Гімназія. 2017. 272 с.
31. Методика навчання математики. URL: <https://naurok.com.ua/metodika-vikladannya-matematiki-89741.html>
32. Навчальні програми. Сайт Міністерства освіти та науки України. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-5-9-klas>
33. Освіторія. 5 клас. Математика. Задачі на відсотки. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=LkAJPjPhj6E>
34. Презентація на тему "Відсотки" URL: <https://vseosvita.ua/library/prezentacia-na-temu-vidsotki-338116.html>
35. Пойя Д. Как решать задачу / Пойя Д. – М: Просвещение, 1959. – 208 с.
36. Саранцев Г. И. Методика обучения математике в средней школе. 2002. URL: [https://www.mathedu.ru/text/sarantsev\\_metodika\\_obucheniya\\_matematike\\_v\\_sredney\\_shkole\\_2002/p131/](https://www.mathedu.ru/text/sarantsev_metodika_obucheniya_matematike_v_sredney_shkole_2002/p131/)
37. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике: Метод. пособие / Слепкань З.И. – К.: Рад школа, 1983. – 192 с.
38. Слепкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі: навч. посіб. / Слепкань З.І. – К.: Вища школа, 2005. – 239 с.
39. Слепкань З.І. Методика навчання математики: Підр. для студентів математичних спеціальностей пед.вузів. К. 2000. – 512 с.
40. Ступені і етапи роботи над задачами. EduDirect. URL: <http://www.edudirect.net/sopids-1601-1.html>
41. Тести ЗНО онлайн з математики. URL: <https://zno.osvita.ua/mathematics/>
42. Тарасенкова Н.А., Богатирьова О.П. та ін. Математика. 5 клас: підручник для закладів загальної середньої освіти. К., Видавничий дім освіта. 2018. 240 с.

43. Тарасенкова Н.А., Богатирьова О.П. та ін. Математика. підручник для 6го класу загальноосвіт. навч. закл. К., Видавничий дім освіта. 2014. 304 с.

44. Текстові задачі. Вікіпедія. URL:  
[https://uk.wikipedia.org/wiki/Текстова\\_задача](https://uk.wikipedia.org/wiki/Текстова_задача)

45. Теорія та методика навчання математики. URL:  
<https://studfile.net/preview/7209468/page:16/>

Фридман Л.М. Лошко Психологический анализ школьных учебных задач М: Педагогика, 1977, 158 с

46. Урок "Відсотки. Знаходження відсотків від числа" URL:  
<https://naurok.com.ua/urok-vidsotki-znahodzhennya-vidsotkiv-vid-chisla-104184.html>

47. Фридман Л.М. Как научиться решать задачи: кн. для учащихся старш. классов серед. шк. / Фридман Л.М. – М.: Просвещение, 1989. – 192 с.

48. Черкасов Р.С. Методика викладання математики в середній школі / Під ред. О.Я. Блох, Є.С. Канін. – Харків: Основа, 1992. – 304 с.

49. Шапиро И.М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: кн. для учителя / Шапиро И.М. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.

50. Швець В.А. О прикладной направленности школьного курса математики / В.А. Швець // Дидактика математики: проблеми та дослідження. – 2008. – Вип.30. – С. 135-142.



## ДОДАТКИ

## Додаток А

Питання у Learning Apps (<https://learningapps.org/9314591>)

LearningApps.org

українська

Перегляд вправ | Перегляд вправ | Створення вправи | Створити колекцію | Реєстрація

Відсоток. Відсоток від числа 2020-03-02

1 / 12

Подайте десятковий дріб 0,56 у вигляді відсотків

<input type="checkbox"/> 5,6%	<input type="checkbox"/> 56%
<input type="checkbox"/> 0,56%	<input type="checkbox"/> 560%

При правильній відповіді з'являється веселий смайлик

Відсоток. Відсоток від числа 2020-03-02

1 / 12

Подайте десятковий дріб 0,56 у вигляді відсотків 😊

<input type="checkbox"/> 5,6%	<input checked="" type="checkbox"/> 56%
<input type="checkbox"/> 0,56%	<input type="checkbox"/> 560%

При неправильній сумний

2 / 12

Подайте дріб  $\frac{4}{5}$  у вигляді відсотків

80%

4%

40%

20%

Перехід до наступного запитання здійснюється виключно після правильної відповіді.

По закінченню виводиться повідомлення

12 / 12

Подайте 33%

Чудово, правильне рішення знайдено!

OK

33/1000

33/10

33/100

1/33